arXiv:2302.01455v1 [cs.RO] 2 Feb 2023

重新审视软体气动执行器组中的束状结构

Wyatt Felt

摘要——本文探讨并质疑了《用于高力与高可靠性的软体气动执行器束》一文中的论点。该研究论文最初发表于 2017 年 3 月的《软体机器人》期刊。原论文声称，在相同长度和压力下，多个薄壁伸展型 McKibben 肌肉产生的合力，大于体积相当的致动器所产生的力。原论文还声称，随着小型致动器数量增加，这一所谓的优势会更加显著。本文的分析基于合理假设，表明原论文的论点违反了能量守恒定律。本文还指出了原论文方法中的错误，这些错误可能导致了原论文得出错误结论。本文旨在纠正既有记录，并为考察软体气动执行器组中所用的束状结构提供更准确的框架。

I. 引言

2017年3月刊的《软体机器人》期刊《软体机器人》刊载了一篇研究论文 [1]，探讨了将多个软体气动执行器（SPA）并联组合使用的方法。尽管原论文在许多方面都颇具意义，但其核心主张似乎建立在有误的分析之上。本文旨在提供更全面的分析，纠正原论文的若干主要结论，从而为设计由多个单个致动器并联工作的气动执行器组奠定可靠的理论基础。

原论文 [1] 有几项颇具价值的贡献。论文探讨了如何将多个可伸展的麦基宾肌肉致动器组合起来，使其输出力相加。每个单个致动器称为一个“束状结构”，它们组合在一起构成一个“执行器组”（图1）。这种执行器组配置有助于在不增大单个致动器尺寸的情况下获得较大的力。例如，使用四个致动器时，执行器组的输出力是单个束状结构的四倍。作者还展示了如何将这些相对较小的单个致动器排列成不那么笨重的形状。例如，将致动器排成一列，可以形成低矮扁平的执行器组，可穿戴在衣物之下。这种扁平执行器组显然比直径更大的单个致动器更不碍事。

虽然 [1] 考虑了延长麦基宾肌肉，但也有人研究使用多根纤细收缩的麦基宾肌肉所产生的效果。例如，至少从 2011 [2], [3]起，Suzumori团队便一直在试验由纤细的收缩型麦基宾肌肉组成的束。他们的研究表明，由于收缩时麦基宾肌肉的直径变化很大，“多丝”肌肉可以表现出更大的

电子邮箱：wfelt@umich.edu

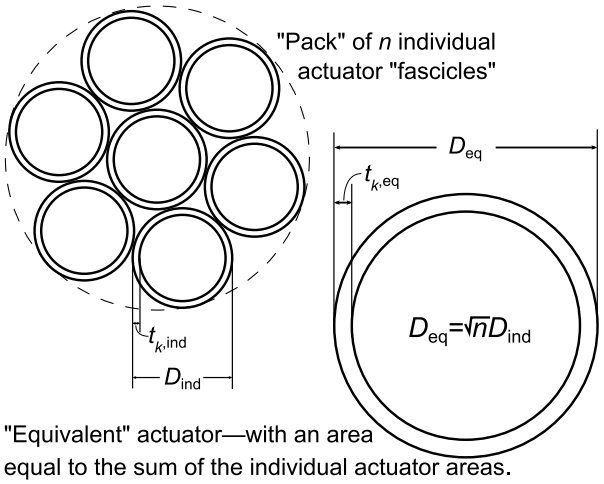

图 1. 原论文错误地声称，由 n 个单个致动器组成的执行器组，其输出力大于体积相当的单个致动器。论文还进一步声称，随着 n 增加，这种优势会更加显著。

收缩比。其他研究则探讨了如何将“可变募集”（哺乳动物肌肉中常见的机制）原理应用于成组的收缩型麦基宾肌肉，以提高效率 [4]–[8]。

尽管并非毫无可取之处，原论文 [1], 对束状结构的益处提出了似是而非的主张。其核心主张可概括如下：通过采用多个薄壁软体气动执行器“束状结构”，可以使执行器组产生的力高于在相同压力下、长度和体积相当的单个大型致动器所能产生的力。原论文还声称，随着束状结构数量增加，所谓的体积力密度提升也会随之增大。这些违反直觉（因而颇具吸引力）的主张似乎源于对麦基宾肌肉力方程的错误分析。

本文的分析表明，原论文中的主张并不成立。本文的主要贡献是对 [1]中错误使用的模型进行更全面、正确的分析。看来，对这些模型的分析存在错误，导致了原论文中的错误主张。

II. 分析

A. 原始主张

原论文声称，执行器组中各个单独致动器“束状结构”产生的力之和大于

“相当体积的等效单个 SPA”产生的力。原论文进一步预测，随着执行器组中束的数量增加，这一优势会更加显著。论文中的相关论述示例如下：

摘自摘要：

> “实验测量表明，SPA 执行器组可产生超过 112 N 的线性力；模型则显示，与几何尺寸相当的单个 SPA 相比，执行器并联分组所带来的优势会随着分组中单个致动器数量的增加而增大。对于由四个致动器组成的模块，预测并验证了其输出力较体积相当的单个 SPA 提高 23 %；此外，进一步提升至 50% 似乎也是可能的。”

摘自方法部分：

> “通过将 SPA 并联，可形成执行器组，其性能优于尺寸相当的单个 SPA。这种配置不仅能够实现更高的输出力，而且其优势还会随着执行器组中所使用的单元致动器数量增加而相应提升。也就是说，并联组合的单元致动器越多，输出力的增益就越大。这种空间力效率的提升意味着，在给定的物理空间内可以实现更强的致动，或者在满足给定所需力的情况下实现更紧凑的致动。”

再看讨论部分（原文着重强调）：

> “结果部分表明，与体积相当的单个 *SPA* 相比，*SPA* 的束状结构能够产生更大的线性力。此外，在实际可行的范围内，随着并联配置的 SPA 执行器组中单元数量的增加，力的提升也会持续增长。这一基于模型的发现表明，高性能 SPA 的设计应倾向于采用多个单元，并可将其作为一种新的执行器设计策略：既考虑多个单元致动器并联协同的效果，也考虑单个单元致动器的设计参数，以实现预期性能。”

关于摘要中的“已验证”一词，[1] 并未报告“体积相当的单个 SPA”与“由 [n] 个致动器组成的模块”之间的实验比较。一个由四个致动器组成的执行器组虽经实验测试，但该执行器组的力数据并未与体积相当的致动器所产生的力进行比较。所预测的“与单个等效致动器相比，四致动器执行器组的力增加 [23%]”，仅仅是根据模型的一项错误预测得到了“验证”。

[1]中的错误论断在后续出版物中被反复引用。例如，[9] 指出

> “[[1]] 的作者已经证明，与总体积相同的单个软体致动器相比，多个较小软体气动执行器的组合能够产生更大的输出力。”

由于原论文仅使用简单模型来论证其观点，本文也仅使用同一个简单模型（经过正确分析）来进行反驳。本文并不质疑原论文的实验数据，仅质疑该论文未经检验的预测和结论。

B. 执行器模型

在不重复错误的前提下，本研究尽可能沿用原论文的假设。 [1]中使用的模型由 Chou 和 Hannaford[10] 提出，在相关文献中十分常见。该模型假设麦基宾肌肉呈圆柱形，其运动学由不可伸长的纤维编织层决定。致动器的外部尺寸由编织层的轴向长度 L和直径 D 给出

$$L = b\cos\theta \tag{1}$$

$$D = \frac{b\sin\theta}{N\pi} \tag{2}$$

其中， b是编织层中纤维的展开长度， N是纤维绕轴线的圈数， θ 是纤维相对于长轴的角度度量。

直径 D 也可以表示为 D_0的一个分数，其中，$D_0 = \frac{b}{N\pi}$ 是编织角为 90° 时纤维的理论直径（即 $\theta = \pi/2$）

$$D = D_0 \sin\theta. \tag{3}$$

D_0、 N 和 b 的数值由致动器的制造方式决定。与长度 L、直径 D和编织角 θ不同，这些数值不会随着致动器产生运动而改变。

忽略致动器的壁厚（薄壁近似）时，致动器的输出力 F_{thin} 在 [10]中近似表示为

$$F_{\text{thin}} = \frac{\pi P'}{4} {D_0}^2 \left(3\cos^2(\theta) - 1\right) \tag{4}$$

其中，P’为致动器的内部表压。

该方程在 [10] 中针对收缩型 麦基宾肌肉（即 $\theta < 54.7^\circ$）给出。因此， F_{thin} 为正值时对应拉力。本文及 [1] 中研究的伸展型麦基宾肌肉的编织角大于 54.7°，相应地 F为负值。不过，当说某个力比另一个力“更高”或有所“增加”时，指的是其绝对值更大。

[1] 中的分析基于 [10]中的一种方程形式，该形式考虑了 t_k 弹性体致动器壁的厚度。为清晰起见，此处将这一近似预测的输出力记为 F_{thick} 。在 [10] 中，它

形式如下

$$F_{\text{thick}} = \frac{\pi P'}{4} {D_0}^2 \left(3\cos^2(\theta) - 1\right) + \pi P' \left(D_0 t_k \left(2\sin\theta - \frac{1}{\sin\theta} \right) - {t_k}^2 \right). \tag{5}$$

这一近似考虑了壁厚的体积效应，但未考虑其抵抗致动器运动的弹性力。

当以 [1], 表示时，作者利用 D_0的恒等式将方程改写如下

$$F_{\text{thick}} = \frac{b^2 P'}{4\pi N^2} \left(3\cos^2(\theta) - 1\right) + \pi P' \left(\frac{b}{N\pi} t_k \left(2\sin\theta - \frac{1}{\sin\theta} \right) - {t_k}^2 \right). \tag{6}$$

他们还基于勾股定理和圆柱体的圆周长，给出了纤维长度的有效表达式 b

$$b = \sqrt{L^2 + (D\pi N)^2}. \tag{7}$$

C. 单个致动器参数

原论文中给出的单个致动器参数并不自洽，也就是说，它们不满足模型方程。本文通过确定 θ 的数值来修正这一不一致，同时保持其余参数的一致性。

表 I 原论文中定义的单个致动器参数数值（不自洽）

参数	数值
L	145 mm
D	17 mm
θ	75.2 °
N	16

原论文中给出的单个致动器参数列于表 I 中。这些数值并不自洽。也就是说，使用所列参数计算 b 时，分别代入公式（1）、公式（2）和公式（7）会得到不同的结果。

假设易于测量的数值 L、 D 和 N 是正确的，本研究使用公式（7）计算得出 b 的数值为 866.7 mm。该 b 数值使公式（1）和公式（2）得出的 θ 数值相同，$\theta = 80。4°$。最终得到的自洽参数组列于表 II。

表 I 单个致动器参数数值（自洽）

参数	数值
L	145 mm
D	17 mm
θ	**80.369** °
N	16
b	866.728 毫米

原论文中的参数无法得出具有物理意义的编织结构描述。本研究采用表 II 中的角度，以避免重复原论文中的这一小错误。

D. 生成“等效”致动器参数

原论文在规定如何生成“等效”致动器参数的方法中，还存在一个更严重的问题。按照原论文所述的方法，会为等效致动器生成另一组不一致的参数。由于未能随着直径的变化调整纤维圈数，原论文似乎考虑了一种在几何上不可能实现的等效致动器。

原论文声称，与“相当体积”的“等效”致动器相比，含有许多束的执行器组在相同压力下能够产生更大的力。通过采用一种长度与执行器组相同、横截面积按比例缩放以匹配执行器组中致动器总横截面积的“等效”致动器，来保持体积不变。

原论文指出：

> “对于单个单元致动器的横截面积 A，‘等效 SPA’的定义是：其体积与由 n 个单元致动器组成的执行器组体积相等，并将其横截面积定义为 $A_{\text{eq}} = nA$。这一简单的等效面积关系确定了等效单个 SPA 所需的直径。所有其他致动器参数，如表1中保持相等。”

请注意，在本研究中，“单个单元致动器”和“等效”致动器的参数分别以下标“ind”和“eq”表示。

原论文所述方法的问题在于，在缩放 D 时，保持“所有其他致动器参数”相等。也就是说，当 $L_{\text{ind}} = L_{\text{eq}}$、$\theta_{\text{ind}} = \theta_{\text{eq}}$、 $N_{\text{ind}} = N_{\text{eq}}$ 和 $D_{\text{ind}} \neq D_{\text{eq}}$时，就会出现问题。试图以这种方式生成一组等效编织参数，得到的参数组并不自洽。

如果致动器的直径不同而其他参数保持不变，就必须以不同方式定义圈数 N。原论文作者的计算错误可能导致了他们得出错误结论。

保持长度和编织角恒定（即 $L_{\text{ind}} = L_{\text{eq}}$ 和 $\theta_{\text{ind}} = \theta_{\text{eq}}$）是合理的。事实上，若要使横截面积相等时的体积具有“可比性”，长度就必须相等。同样，编织角在驱动行程中会发生变化，并在很大程度上决定麦基宾肌肉致动器的输出力 [10]（另见本文中的公式（4）和公式（5））。两个外部尺寸相同但编织角不同的麦基宾肌肉致动器，在相同压力下产生的力会不同。俗话说，要比较相同的东西，等效致动器的编织角必须相同。

当这两个参数相等时，公式（1）清楚地表明，单个和等效致动器中的纤维长度 b

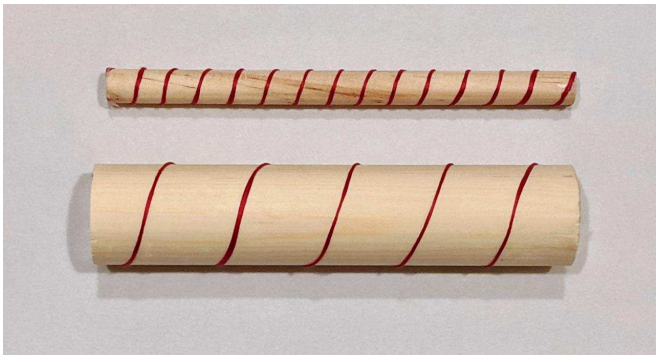

图 2. 原论文在保持长度、编织角和纤维圈数相等的情况下，评估直径较大的致动器。这在实际致动器中是不可能的。纤维圈数必须随直径变化。通过一个简单的家庭实验即可说明这一点。图中展示了两根等长的绳子，它们分别缠绕在轴向长度相同、直径不同的圆柱体上。纤维相对于圆柱轴的角度大致相等。然而，显然，纤维缠绕在较细圆柱体上的圈数多于缠绕在直径较大的圆柱体上的圈数。

也必须相等

$$\begin{aligned}\text{Eq. (1): } l &= b\cos\theta\\ \text{Assuming } l_{\text{ind}} &= l_{\text{eq}}\\ b_{\text{ind}}\cos\theta_{\text{ind}} &= b_{\text{eq}}\cos\theta_{\text{eq}}\\ b_{\text{ind}}\cos\theta_{\text{ind}} &= b_{\text{eq}}\cos\theta_{\text{ind}}\\ b_{\text{ind}} &= b_{\text{eq}}.\end{aligned} \tag{8}$$

如果 $b_{\text{ind}} = b_{\text{eq}}$ 和 $\theta_{\text{ind}} = \theta_{\text{eq}}$，那么两个致动器中的纤维缠绕圈数相等（即 $N_{\text{ind}} = N_{\text{eq}}$）当且仅当 直径相等（即 $D_{\text{ind}} = D_{\text{eq}}$）

$$\begin{aligned}\text{Eq. (2): } D &= \frac{b\sin\theta}{N\pi}\\ \text{Assuming } D_{\text{ind}} &\neq D_{\text{eq}}\\ \frac{b_{\text{ind}}\sin\theta_{\text{ind}}}{N_{\text{ind}}\pi} &\neq \frac{b_{\text{eq}}\sin\theta_{\text{eq}}}{N_{\text{eq}}\pi}\\ \frac{b_{\text{ind}}\sin\theta_{\text{ind}}}{N_{\text{ind}}\pi} &\neq \frac{b_{\text{ind}}\sin\theta_{\text{ind}}}{N_{\text{eq}}\pi}\\ N_{\text{ind}} &\neq N_{\text{eq}}\end{aligned} \tag{9}$$

.

因此，如果 L 和 θ 保持不变，那么在缩放直径 D 时将 N 保持不变是不合理的（原论文正是如此处理）。

通过将两根等长绳子分别缠绕并粘贴在两个直径不同的家用圆柱体上（图 2），即可轻松验证 D 与 N 之间的这一关系。如果将绳子缠绕在圆柱体相同的轴向长度上，则绳子与轴线的夹角将大致相等。若圆柱体直径不同，绳子绕圆柱体的圈数也会不同。

E. 不考虑壁厚时的主张

本文首先讨论原论文中存在问题的论断，但不考虑弹性体壁厚的影响。对于壁厚相对于直径较薄的致动器，忽略壁厚是一种合理的近似。为表明已忽略壁厚，变量均标有下标“thin”。

忽略壁厚时，等效致动器的外部横截面积 A_{eq} 是单个致动器 A_{ind}外部横截面积的 n倍。等效致动器的外径 D_{eq}等于致动器束 n 数量的平方根与单个致动器 D_{ind}外径的乘积。

$$\begin{aligned}A_{\text{eq}} &= nA_{\text{ind}}\\ (\pi/4)\,{D_{\text{eq}}}^2 &= n\,(\pi/4)\,{D_{\text{ind}}}^2\\ D_{\text{eq}} &= \sqrt{n}D_{\text{ind}}.\end{aligned} \tag{10}$$

等效致动器的最大直径 D_0 与 D的缩放方式相同。考虑到两个致动器的编织角相同，通过考察式（3）即可看出这一点。

$$D_{0,\text{eq}} = \frac{D_{\text{eq}}}{D_{\text{ind}}}D_{0,\text{ind}}. \tag{11}$$

根据式（10）和式（11），等效致动器的最大直径 $D_{0,\ \text{eq}}$ 与单个致动器的最大直径$D_{0,\ \text{ind}}$以相同方式缩放。

$$D_{0,\text{eq}} = \sqrt{n}D_{0,\text{ind}}. \tag{12}$$

1）方法 *1*，力方程：由多个相同的单独束状结构并联组成的“执行器组”的总输出力$F_{\text{thin},\ \text{pack}}$ 等于各束状结构的力之和，如公式（4）所示（请注意，小写“n”表示执行器组中的束状结构数量）

$$\begin{aligned}F_{\text{thin,pack}} &= nF_{\text{thin,ind}}\\ F_{\text{thin,pack}} &= n\frac{\pi(D_{0,\text{ind}})^2P'}{4}\left(3\cos^2(\theta_{\text{ind}})-1\right).\end{aligned} \tag{13}$$

单个等效致动器的输出力也由公式（4）给出

$$F_{\text{thin,eq}} = \frac{\pi(D_{0,\text{eq}})^2P'}{4}\left(3\cos^2(\theta_{\text{eq}})-1\right). \tag{14}$$

将公式（12）中的 $D_{0,\ \text{eq}}$ 代入，并考虑到$\theta_{\text{eq}} = \theta_{\text{ind}}$，等效致动器所产生的力为

$$\begin{aligned}F_{\text{thin,eq}} &= \frac{\pi(\sqrt{n}D_{0,\text{ind}})^2P'}{4}\left(3\cos^2(\theta_{\text{ind}})-1\right)\\ F_{\text{thin,eq}} &= n\frac{\pi(D_{0,\text{ind}})^2P'}{4}\left(3\cos^2(\theta_{\text{ind}})-1\right).\end{aligned} \tag{15}$$

公式（15）等同于公式（13）。

因此，忽略壁厚时，预测相同压力下等效致动器所产生的力与执行器组的力相同，无论采用多少束状结构

$$F_{\text{thin,eq}} = F_{\text{thin,pack}}. \tag{16}$$

这与原论文的说法相矛盾。

2）方法二，能量守恒：也可以利用能量守恒定律来评估这些说法。

考虑一个没有损耗或能量存储的理想执行器。输入能量 E_{in} 等于输出能量 E_{out}

$$\begin{aligned} E_{\text{in}} &= E_{\text{out}} \\ P'\Delta V &= F_{\text{avg}}\Delta L. \end{aligned} \tag{17}$$

输入是流动能，即致动器中的表压 P'（视为恒定）与体积变化 ΔV的乘积。输出能量是机械功，即平均伸展力 F_{avg}与该力作用距离（写作长度变化 ΔL）的乘积[11]。

考虑两个由相同恒定压力 P' 驱动、且作用距离相同 ΔL的闭腔流体驱动执行器，只有当其中一个致动器的体积变化更大时，其平均力才可能超过另一个致动器 ΔV。若原论文中的主张成立，单个致动器的体积变化总和就必须大于等效致动器的体积变化。然而，事实并非如此。

为说明这一点，考虑一根处于伸长前初始状态（下标“1”）和伸长后最终状态（“2”）的伸长型麦基宾肌肉。体积的变化 ΔV，在与力模型相同的假设下，为

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_2 - V_1 \\ &= \frac{\pi}{4}\left({D_2}^2 L_2 - {D_1}^2 L_1\right). \end{aligned} \tag{18}$$

尽管致动器沿轴向伸长，D_0的数值仍保持不变。因此，可重新排列公式（3），求出松弛直径 D_1 与伸长后的直径 D_2之间的关系。θ_1 和 θ_2 分别表示松弛状态和伸长状态下的纤维角度。

$$\begin{aligned} D_0 = \frac{D_1}{\sin\theta_1} &= \frac{D_2}{\sin\theta_2} \\ D_2 &= \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} D_1 \\ D_2 &= \gamma D_1 \\ \gamma &= \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}. \end{aligned} \tag{19}$$

当致动器从 L_1 伸长至 L_2时，D_2 会从初始直径 D_1 按比例缩小，缩小因子为 γ。

γ 的数值取决于 θ_1 和 θ_2；而这两个量又可根据致动器在相应角度下的长度 L 以及恒定的纤维长度 b 求得（公式（1））。由于本分析中的单个致动器和等效致动器在 L_1、L_2 和 b方面的数值相同，因此它们的 θ_1、θ_2 和 γ 也相同。

根据公式 (19)，公式 (18) 中的体积变化为

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{\pi}{4}\left({D_2}^2 L_2 - {D_1}^2 L_1\right) \\ &= \frac{\pi}{4}\left(\left(\gamma D_1\right)^2 L_2 - {D_1}^2 L_1\right) \\ &= \frac{\pi}{4}{D_1}^2\left(\gamma^2 L_2 - L_1\right). \end{aligned} \tag{20}$$

由 n 个致动器组成的执行器组的总体积变化是单个致动器变化量的 n 倍 ΔV_{pack} ΔV_{ind}

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{pack}} &= n\Delta V_{\text{ind}} \\ &= n\frac{\pi}{4}{D_{1,\text{ind}}}^2\left(\gamma^2 L_2 - L_1\right). \end{aligned} \tag{21}$$

根据式（10），等效致动器ΔV_{eq} 的体积变化为

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{eq}} &= \frac{\pi}{4}{D_{1,\text{eq}}}^2\left(\gamma^2 L_2 - L_1\right) \\ &= \frac{\pi}{4}\left(\sqrt{n}D_{1,\text{ind}}\right)^2\left(\gamma^2 L_2 - L_1\right) \\ &= n\frac{\pi}{4}{D_{1,\text{ind}}}^2\left(\gamma^2 L_2 - L_1\right). \end{aligned} \tag{22}$$

体积变化相同

$$\Delta V_{\text{pack}} = \Delta V_{\text{eq}}. \tag{23}$$

根据式（17），该式假设致动器为理想致动器，因此预测，在相同压力下经历相同长度变化时，由一组单个致动器 $F_{\text{avg, pack}}$ 产生的平均力等于等效致动器 $F_{\text{avg, eq}}$产生的平均力

$$F_{\text{avg,pack}} = F_{\text{avg,eq}}. \tag{24}$$

无论用于组成执行器组的致动器数量是多少，情况都如此。因此，这与原论文的主张相矛盾。

F. 关于壁厚的假设

已有研究表明，不考虑壁厚时，增加束的数量并不会带来力的增益（与等效致动器相比）。原研究采用的力方程和能量守恒都与原研究的主张相矛盾。本文现将壁厚纳入考虑，并表明在合理假设下，加入壁厚确实为原论文的主张提供了支持。

原始研究中未探讨的一点，是弹性体气囊对麦基宾肌肉的影响。气囊壁会产生不可忽略的弹性力，阻碍致动器运动并降低输出力。原论文未考虑这些弹性力，本文也不予考虑。原论文考虑了壁厚 t_k 对致动器内部容积的影响。由于致动器的输出力与体积变化率有关，因此这一厚度项 t_k 也出现在力方程 Eq.(5) 中。它会降低致动器的输出力。

原论文未讨论壁厚对“等效”致动器定义的影响。壁厚增加会减小致动器的内部横截面积。原论文未说明用于定义等效性的横截面积是内部横截面积还是外部横截面积。不过，原论文确实指出，等效致动器的“体积”与执行器组中单个致动器的总体积“相当”。因此，本研究假定外部

等效致动器的横截面积等于执行器组中单个致动器的外部横截面积总和。该假设使等效致动器与单个致动器之间的直径关系与式（10）中的关系相同（即 $D_{\text{eq}} = \sqrt{n} D_{\text{ind}}$）。

每层壁厚 t_k 占外径 D 的比例记为 $\hat{t}_k$

$$\begin{aligned} 0 \le \hat{t}_k \le 0.5 \\ \hat{t}_k = \frac{t_k}{D}. \end{aligned} \tag{25}$$

该数值介于零（无壁厚）和一半（内部无空腔）之间。

为简化起见，本文假设等效致动器的相对壁厚 $\hat{t}_{k,\ \text{eq}}$ 等于单个致动器的相对壁厚 $\hat{t}_{k,\ \text{ind}}$。也就是说，如果原致动器的壁厚占总直径的 10%，那么等效致动器的壁厚也将占其总直径的 10%。

$$\begin{aligned} \hat{t}_{k,\text{ind}} &= \hat{t}_{k,\text{eq}} \\ \frac{t_{k,\text{ind}}}{D_{\text{ind}}} &= \frac{t_{k,\text{eq}}}{D_{\text{eq}}}. \end{aligned} \tag{26}$$

当 $\hat{t}_{k,\ \text{ind}} = \hat{t}_{k,\ \text{eq}}$ 时，等效致动器的弹性材料总体积与单个致动器组成的执行器组相同。由于原论文未讨论等效致动器的壁厚，因此必须假设这种关系。

G. 壁厚的影响

通过对公式（5）进行代数变换，可以深入了解厚度对致动器输出力的体积效应。首先，将该方程除以表压 P' 进行归一化，然后代入公式（3）中的表达式 D_0

$$\begin{aligned} \frac{F_{\text{thick}}}{P'} =& \frac{\pi}{4} D^2 \left(2\csc^2\theta - 3\right) \\ &+ \pi \left(D t_k \left(2 - \csc^2\theta\right) - {t_k}^2\right). \end{aligned} \tag{27}$$

方程（27）的推导见附录。请注意，使用这种形式的方程时需要谨慎。公式（5）的形式以 D_0 为参数，该参数在致动过程中保持不变。方程（27）的形式以瞬时外部直径 D 为参数，而该直径本身是编织角 θ 的函数，并会在致动过程中发生变化。

方程（27）中的表达式还可以进一步除以致动器的外部横截面积 A 进行归一化，致动器的定义如下：

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 \tag{28}$$

$$\frac{F_{\text{thick}}}{P'A} = \left(2\csc^2\theta - 3\right) + 4\left(2 - \csc^2\theta\right)\frac{t_k}{D} - 4\left(\frac{t_k}{D}\right)^2. \tag{29}$$

式 (29) 中的归一化力记作 $\hat{F}_{\text{thick}}$，它是 θ 和相对壁厚 $\hat{t}_k$ 的函数

$$\hat{F}_{\text{thick}}\left(\theta, \hat{t}_k\right) = (-4)\,\hat{t}_k^2 + \left(8 - 4\csc^2\theta\right)\hat{t}_k + \left(2\csc^2\theta - 3\right). \tag{30}$$

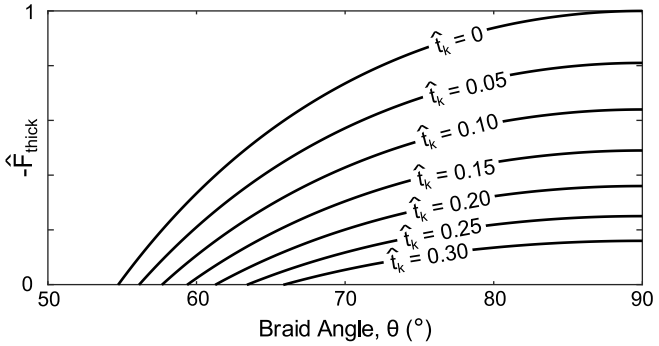

图3. 图中展示了归一化伸展力 $\hat{F}_{\text{thick}}$、编织角 θ 和相对弹性体壁厚 $\hat{t}_k$ 之间的关系。图示的力以压力和致动器当前的外部横截面积进行归一化。这种理想化的伸展力在理论编织角 90° 处达到最大值，并随着编织角增大而减小。与原论文中所讨论的类似，可伸展的麦基宾肌肉以大于 54.7° 的初始编织角制造。随着致动器伸展，该角度会减小。当厚度为零时，最大归一化力为 1（相当于具有相同面积的活塞）。相对厚度 $\hat{t}_k$ 增大时，最大伸展力会降低，且预测力降至零时对应的角度会增大。

该函数绘制于图3中。

给定直径下致动器的预测输出力，等于式 (30) 中的函数与内部表压 P' 及外部横截面积 A 的乘积

$$F_{\text{thick}} = \hat{F}_{\text{thick}}\left(\theta, \hat{t}_k\right) P' A. \tag{31}$$

H. 考虑壁厚相关的主张

式（31）允许在考虑弹性体壁厚度的同时，考察原论文中的主张。来自 n 个单个致动器组成的执行器组的力为 $F_{\text{thick},\ \text{pack}}$

$$\begin{aligned} F_{\text{thick,pack}} &= n F_{\text{thick,ind}} \\ &= n \hat{F}_{\text{thick}}\left(\theta, \hat{t}_{k,\text{ind}}\right) P' A_{\text{ind}}. \end{aligned} \tag{32}$$

具有等效外部横截面积（$A_{\text{eq}} = n A_{\text{ind}}$）且相对壁厚相同（$t_{k,\ \text{ind}} = t_{k,\ \text{eq}}$）的致动器所产生的力为 $F_{\text{eq},\ \text{thick}}$

$$\begin{aligned} F_{\text{thick,eq}} &= \hat{F}_{\text{thick}}\left(\theta, \hat{t}_{k,\text{eq}}\right) P' A_{\text{eq}} \\ &= \hat{F}_{\text{thick}}\left(\theta, \hat{t}_{k,\text{ind}}\right) P' \left(n A_{\text{ind}}\right) \\ &= n \hat{F}_{\text{thick}}\left(\theta, \hat{t}_{k,\text{ind}}\right) P' A_{\text{ind}}. \end{aligned} \tag{33}$$

式（32）与式（33）等价。因此，即使考虑壁厚，在相同压力下，等效致动器产生的力也被预测为与执行器组产生的力相同，而不论所用束状结构的数量。

$$F_{\text{thick,eq}} = F_{\text{thick,pack}}. \tag{34}$$

这与原论文中的主张相矛盾。

I. 数值验证

最后，通过数值实验对这些论断进行验证。根据表

n	**SPA-Pack** nF_{ind}/P' ($t_{k,\ \text{ind}} = 1$毫米)	**等效致动器** 相同的相对厚度 ($\curlywedge t_{k,\text{eq}} = \curlywedge t_{k,\text{ind}}$)	**等效致动器** 相同的绝对厚度 ($t_{k,\text{eq}} = t_{k,\text{ind}} = 1$毫米)
1	-0.165	-0.165	-0.165
2	-0.33	-0.33	-0.358
4	-0.661	-0.661	-0.755
8	-1.32	-1.32	-1.57
16	-2.64	-2.64	-3.22
32	-5.29	-5.29	-6.55
64	-10.6	-10.6	-13.3

表 III 数值验证。根据公式（5）和表 II 得出的预测单位压力输出力（N/KPA）。

II 中的参数，计算由单个致动器组成的 SPA 执行器组在壁厚为 1 mm 时产生的力。将其与两个等效致动器产生的力进行比较：其中一个的弹性体壁厚 相同，另一个的绝对 壁厚相同。针对 n 的不同取值（即执行器组中单个致动器的数量不同），重复上述过程。所有计算所得的力均依据公式（4）得出，用于验证的 MATLAB 代码收录于附录中。结果列于表 III。

正如预期，执行器组产生的力与相对壁厚相同的等效致动器产生的力完全相同。随着单个致动器数量的增加，这一结果并不会改变。壁厚同为 1 毫米的等效致动器则呈现出与原论文所声称的相反趋势。也就是说，它产生的力比执行器组更大，而且这种差异会随着 n的增加而扩大。

III. 结论

本文证明，广受关注的原论文《用于实现高力和高可靠性的软体气动执行器束状结构》中的核心主张 [1] 并不成立。本文的分析驳斥了原论文的主张，即伸展型 McKibben 肌肉的并联组合能够比同类单个致动器产生更大的单位体积力。本文还驳斥了原论文的另一主张，即随着执行器组中的致动器数量增加，这一优势会更加显著。我们通过分析、运用原论文的力模型以及能量守恒定律，驳斥了这些主张。此外，直接数值计算也证实了这些主张不成立。

参考文献

[1] M. A. Robertson、H. Sadeghi、J. M. Florez 和 J. Paik，《用于实现高力和高可靠性的软体气动致动器束》，《软体机器人》，第4卷，第1期，第23–32页，2017年。[2] S. Wakimoto、K. Suzumori 和 J. Takeda，《由McKibben纤维执行器束构成的柔性人工肌肉》，载于*2011*年*IEEE/ASME*先进智能机电一体化国际会议（*AIM*），2011年7月，第457–462页。[3] S. Kurumaya、H. Nabae、G. Endo 和 K. Suzumori，《薄型McKibben肌肉及多丝结构的设计》，传感器与执行器*A*：物理，第261卷，第66–74页，2017年。 [在线]。网址：http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924424716308792

[4] S. A. DeLaHunt、T. E. Pillsbury 和 N. M. Wereley，《微型气动人工肌肉束中的可变募集》，生物启发与仿生学，第11卷，第5期，文章编号056014，2016年。

[5] M. Meller、J. Chipka、A. Volkov、M. Bryant 和 E. Garcia，《通过液压McKibben肌肉的可变募集提高驱动效率：建模、有序募集控制与实验》，生物启发与仿生学，第11卷，第6期，文章编号065004，2016年。[6] M. Bryant、M. A. Meller 和 E. Garcia，《可变募集流体人工肌肉：建模与实验》，智能材料与结构，第23卷，第7期，文章编号074009，2014年。[7] R. M. Robinson、C. S. Kothera 和 N. M. Wereley，《机器人操作臂用气动人工肌肉的可变募集测试》，*IEEE/ASME*机电一体化学报，第20卷，第4期，第1642–1652页，2015年。[8] E. M. Chapman 和 M. Bryant，《流体人工肌肉的仿生被动可变募集》，智能材料系统与结构学报，第29卷，第15期，第3067–3081页，2018年。[9] C. Tawk、M. in het Panhuis、G. M. Spinks 和 G. Alici，《用于运动机器人的仿生3D打印软体真空致动器、夹持器和人工肌肉》，《软体机器人》，第5卷，第6期，第685–694页，2018年，PMID：30040042。 [在线]。网址：https://doi.org/10 1089 2018 0021 。/soro.。C.-P. Chou 和 B. Hannaford，《McKibben气动人工肌肉的测量与建模》，*IEEE*机器人与自动化学报，第12卷，第1期，第90–102页，1996年。[11] W. Felt、M. A. Robertson 和 J. Paik，《具有最优机械性能的真空波纹管软体气动执行器建模》，载于*2018*年*IEEE*软体机器人国际会议（*RoboSoft*），2018年4月，第534–540页。

[10]

附录

由式(27) 推导式 (5)

$$
\begin{aligned}
F_{\text{thick}} =& \frac{\pi P'}{4} {D_0}^2 \left(3\cos^2(\theta) - 1\right) \\
&+ \pi P' \left(D_0 t_k \left(2\sin\theta - \frac{1}{\sin\theta}\right) - {t_k}^2\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{F_{\text{thick}}}{P'} =& \frac{\pi}{4} {D_0}^2 \left(3\cos^2(\theta) - 1\right) \\
&+ \pi \left(D_0 t_k \left(2\sin\theta - \frac{1}{\sin\theta}\right) - {t_k}^2\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{F_{\text{thick}}}{P'} =& \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{\sin\theta}\right)^2 \left(3\cos^2(\theta) - 1\right) \\
&+ \pi \left(\frac{D}{\sin\theta} t_k \left(2\sin\theta - \frac{1}{\sin\theta}\right) - {t_k}^2\right)
\end{aligned}
\tag{35}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{F_{\text{thick}}}{P'} =& \frac{\pi}{4} D^2 \left(3\frac{\cos^2(\theta)}{\sin^2(\theta)} - \frac{1}{\sin^2(\theta)}\right) \\
&+ \pi \left(D t_k \left(2 - \frac{1}{\sin^2\theta}\right) - {t_k}^2\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{F_{\text{thick}}}{P'} =& \frac{\pi}{4} D^2 \left(2\csc^2\theta - 3\right) \\
&+ \pi \left(D t_k \left(2 - \csc^2\theta\right) - {t_k}^2\right).
\end{aligned}
$$

用于数值验证的 *MATLAB* 代码

```
关闭所有内容并
清除所有内容

n_vec = [1,2,4,8,16,32,64]

L = .145; D_ind = 17e-3; s
theta = 80.3693712115*pi/180;
N = 16; b = 0.866728223; t_k_
ind = 1E-3; D_0_ind =
b/(N*pi);


F_thick_over_P = @(D_0,t_k) ... (pi/4)*D_0^
2*(3*cos(theta)^2 - 1)...+ pi*(D_0*t _
k*(2*sin(theta) - ... 1/sin(theta)) -t_k^2)

F over P ind =...__ _ _F_thick_over_
P(D_0_ind,t_k_ind);

对于 i = 1:长度(n_vec)

   n = n_vec(i); D_0_eq =
   sqrt(n)*D_0_ind;

   t_k_eq1 = sqrt(n)*t _k_ind; t_
   k_eq2 = t_k_ind;


   F_over_P_执行器组(i) = F_over_P_ind*n;

   F_over_P_eq1(i) =... F_thick_over_
   P(D_0_eq,t_k_eq1);

   F_over_P_eq2(i) =... F_thick_over_
   P(D_0_eq,t_k_eq2);

   disp([num2str(n), ... ' & ',num2str(F_over_P_执行器
   组(i)*1000,3)                                    ,...
   ' & ',num2str(F_over_P_eq1(i)*1000,3),           ...
   ' & ',num2str(F_over_P_eq2(i)*1000,3),           ...
    ' \\']) 结
束
```