arXiv:2302.01495v1 [quant-ph] 3 Feb 2023

量子频率处理器表征

Hsuan-Hao Lu,[1], * Nicholas A. Peters,[1] Andrew M. Weiner,[2] 和 Joseph M. Lukens[1, 3, †]

[1] *Quantum Information Science Section, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee 37831*

[2] *School of Electrical and Computer Engineering and Purdue Quantum Science and Engineering Institute, Purdue University, West Lafayette, Indiana 47907, USA*

[3] *Research Technology Office and Quantum Collaborative, Arizona State University, Tempe, Arizona 85287, USA*(日期：2023年2月6日)

频率格量子比特与波长复用光通信具有独特的协同优势，为利用现有光纤基础设施开展量子网络提供了宝贵机遇。尽管相干操控频率格态需要高度可控的多光谱模式干涉，量子频率处理器（QFP）仍提供了一条可扩展的门合成路径，并可利用标准电信组件。本文概述了实验量子频率处理器表征的最新进展。我们区分了两类方法：一类是受物理机制启发、将量子频率处理器视为多端口干涉仪的“开放盒”方法，另一类是将量子频率处理器视为一般量子操作的“黑盒”方法；并重点介绍多种技术的假设与结果，其中包括对可调分束器进行量子过程层析——据我们所知，这是首次对任何频率格操作进行完整的过程层析。随着量子频率处理器逐渐超越桌面概念验证演示，迈向集成器件和实际部署的量子网络实验，我们的研究结果应能为未来的表征工作提供参考。

I. 引言

在现代光波通信中，光学域与电子域协同工作，实现信息的传输与处理 [1]。光场通过低损耗光纤承载密集复用的数据流，而电子电路则执行数字处理，以完成逻辑计算、纠错和分组交换。光子系统固有的超宽带宽，以及避免光电转换所带来的更高速度和效率潜力，激发了大量关于全光处理方法的研究；这些方法挑战现状，旨在以全光相互作用取代电子数字逻辑 [2]。对于光子量子信息而言，全光处理不仅是提升性能的途径，更是不可或缺的前提，因为转换到数字域相当于一次测量，会不可逆地使量子态坍缩。

值得注意的是，Knill、Laflamme 和 Milburn（KLM）在2001年指出，通过在线性光学电路中结合多光子干涉、探测和前馈，可以实现通用量子信息处理所需的光子相互作用 [3]。尽管在实验上颇具挑战，KLM方案原则上具有可扩展性，并推动了大量线性光学量子计算研究 [4], , 其中包括基于测量的计算方法的重要进展——离散变量 [5]和连续变量 [6]方法均显示出应用于大规模光子量子计算机的潜力 [7]。除了计算之外，KLM概念也构成了全光子量子中继器设计的基础，这类设计有望消除对量子存储器和双向通信的需求 [8–10]。KLM方法最初是为时空偏振编码提出的，后来已拓展到多种非传统自由度，包括时间仓 [11]和脉冲模式 [12]。

任何类似 KLM 的方案都必须具备构造任意酉变换的能力。对于频率 bin 编码而言——它因兼容光纤中的波长复用、片上光子源以及频率不相同的量子互连而颇具吸引力——在量子频率处理器（QFP）被提出并于 2017 [13]进行分析之前，人们尚不清楚能否利用标准光纤组件合成任意酉变换。QFP 由电光相位调制器（EOM）与傅里叶变换脉冲整形器交替组成，通过在时域和频域中连续施加纯相位滤波器（从概念上看），实现频率仓变换。在 [13], , 人们发现了通用门集的明确设计（单量子比特相位门和哈达玛门 H，以及双量子比特受控-Z），并进一步提出论据，表明资源（电光调制器和脉冲整形器）随模式数线性增长。在此期间，许多实验在单光子态[14–16] 和双光子态 [17–19]上演示了基本的量子频率处理器门。与任何实验演示一样，确认实际实现的量子频率处理器操作与理论预期之间的一致程度至关重要。为此，人们采用了多种探针，包括明亮的频率梳、弱相干态和纠缠光子。

本文介绍并概述了目前可用于量子频率处理器表征的技术，并在以往高层次综述的基础上 [20,

* luh2@ornl.gov

† joseph.lukens@asu.edu

21]更深入地聚焦于各种表征方法所依据的假设及其提供的信息。第 II 节介绍相关理论和实现背景；第 III 节和第 IV 节则按照假设逐步减少的顺序，总结量子频率处理器表征实验，其中包括一项全新的实验：对可调分束器进行贝叶斯量子过程层析——这是首次对频率箱门进行量子过程层析表征。在全文中，我们发现，以“开放盒”和“黑盒”技术为框架展开讨论颇有助益；二者的区别在于如何处理量子频率处理器的内部运作。除了为这一重要的时频量子信息子领域提供条理清晰的入门介绍外，我们的量子过程层析结果还为新兴量子频率处理器设计（例如光子集成电路）的公正表征打开了大门。这些设计由电光调制器和脉冲整形器构成，其特性可能与先前针对离散器件所假定的理想模型大相径庭。

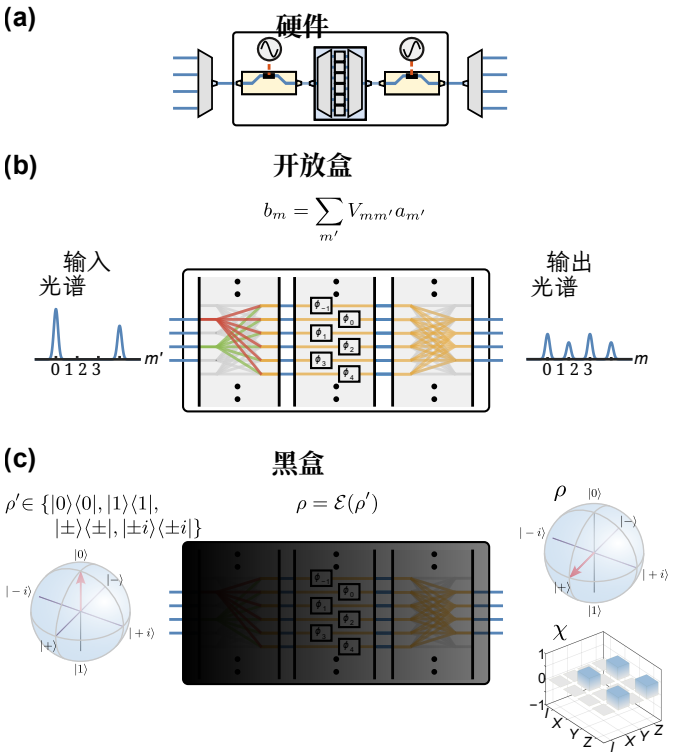

图 1. 量子频率处理器表征的概念。(a) 从物理上看，量子频率处理器由电光调制器和脉冲整形器交替串联而成，此处展示的是一个三元件实例（电光调制器/脉冲整形器/电光调制器），两侧连接光谱复用器。(b) 在开放盒视角下，假定输出频率箱算符由输入经过线性变换 V 得到；通过测量叠加探测态的输出光谱即可表征该变换。(c) 在黑盒视角下，量子频率处理器被视为一个通用量子信道，可通过量子态或过程层析进行分析，分别得到输出态 ρ 或过程矩阵 χ。 (b) 中的示例对应贝尔态分析仪的模式变换 [19], ，而 (c) 中的示例对应理想哈达玛门 [14]。

II. QFP 背景

A. 理论

如上所述，开放盒表征与黑盒表征之间的区别，为审视以往及当前量子频率处理器实验提供了一个有用的框架。在工程语境中，黑盒的概念很容易定义：一种只能接触其输入和输出的设备，从外界视角看，整个系统是不透明的。此类系统的相反概念在文献中被称为“开放盒”或“白盒”，指测试人员至少了解其部分内部结构的设备；在计算机科学中，开放式 [22] 和黑盒 [23] 软件测试都很常见。然而，尽管黑盒概念在量子信息处理中由来已久——事实上，量子过程层析最初的提案就明确使用了这一术语 [24]——但据我们所知，开放盒这一说法在该领域并未流行起来。尽管如此，对于量子频率处理器而言，这一区分似乎尤为恰当，因为过去几年中已展示的表征方法日趋复杂。如下文将以数学方式定义的，开放盒量子频率处理器方法假设量子频率处理器确实是按设计构造的多端口频率箱干涉仪；而黑盒量子频率处理器方法除了任意量子通道所需的最低限度条件外，不对量子频率处理器的内部作任何假设。

从根本上说，量子频率处理器的目标是可控地变换占据离散频率模式（即频率箱）梳的光量子态。考虑以频率 $\omega_m = \omega_0 + m\Omega$（$m \in \{0, 1, ..., M-1\}$）为中心的$M$ 个频率箱，其中 Ω 是固定间隔，通常处于射频（RF）域。每个频率箱都有一个湮灭（产生）算符 a_m ($a_m^\dagger$)，作用于任意量子态时，会从模式 m 中减去（加入）单光子。为方便表示，我们用 b_m ($b_m^\dagger$) 表示相同的操作，但以所关注的量子变换的输出端为参照，因此输入（输出）频率箱分别与 $a_m/a_m^\dagger$ ($b_m/b_m^\dagger$) 相关联。

原则上，这些频率箱的光谱形状可以是任意形式，只要它们在 $\omega_m \pm \Omega/2$ 范围内带限。为了使 QFP 按设计运行，这些频率箱应具有相同的线形，并且在用于逐线相位控制的脉冲整形器的分辨率范围内易于区分 [25]。需要指出的是，在一般的量子黑箱形式体系中，这些额外假设对于 QFP 本身并非严格必需，而只是对用于测量输出端这些频率箱的系统而言是必需的。尽管测量系统通常基于与 QFP 相同的技术，但它不必具有与被测 QFP 相同的光谱分辨率。事实上，基于集成光子电路的新兴 QFP，

很可能会首先使用表征完善的离散光纤组件进行测试，因此，QFP 与测量系统在光谱分辨率上的区别不仅在理论上具有重要意义，在实践中也同样如此。

每个福克基态——即每种模式中光子数目确定的量子态——都可以用一个长度为M 的光子占据数向量来描述输入希尔伯特空间，$\mathbf{n}' = (n'_0, ..., n'_{M-1})$，定义如下

$$|\mathbf{n}'\rangle = \prod_{k=0}^{M-1} \frac{(a_k^\dagger)^{n'_k}}{\sqrt{n'_k!}} |\mathrm{vac}\rangle , \tag{1}$$

其中，$|\mathrm{vac}\rangle$ 表示所有 M 模式上的真空态。类似地，输出由以下基态张成$\mathbf{n} = (n_0, ..., n_{M-1})$：

$$|\mathbf{n}\rangle = \prod_{k=0}^{M-1} \frac{(b_k^\dagger)^{n_k}}{\sqrt{n_k!}} |\mathrm{vac}\rangle . \tag{2}$$

（为便于区分输入和输出，前者使用带撇号的向量$\mathbf{n}'$ 表示，后者使用$\mathbf{n}$表示。）

量子频率处理器通过一系列交替排列的（i）脉冲整形器和（ii）电光调制器，在这些空间之间进行变换。脉冲整形器施加相位滤波器 $b_n = e^{i\phi_n} a_n$，而电光调制器施加一个以频率 Ω 为周期的时间相位 $\varphi(t)$，从而产生离散卷积 $b_n = \sum_{n'} c_{n-n'} a_{n'}$，其中$e^{i\varphi(t)} = \sum_k c_k e^{-ik\Omega t}$。图1示意了三元件量子频率处理器的物理硬件，并配有输入和输出复用器以便于表征；迄今的实验主要聚焦于三元件量子频率处理器，但更深层的量子频率处理器电路仍是未来研究的重要方向。具有任意数量元件的理想量子频率处理器的总体效果可概括为一个多端口频率箱干涉仪：

$$b_m = \sum_{m'=0}^{M-1} V_{mm'} a_{m'} . \tag{3}$$

需要注意的是，相位调制的傅里叶级数展开通常在频率上无界；因此，即使输入模式限制在有限数量的 M，干涉仪内部及其之后仍可能有可数无穷多个输出频率箱被占据。事实上，V 正是在这个无限集合上满足酉变换：$\sum_{k=-\infty}^{\infty} V^*_{km} V_{km'} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} V_{mk} V^*_{m'k} = \delta_{mm'}$。尽管这种内在的无限维空间在概念上带来了有趣的挑战，但我们可以通过将其截断至足够大的 M，准确地近似该空间，从而涵盖感兴趣的输入态所激发的所有不可忽略的概率振幅 [13]。在实践中，可以事后验证任何截断 M 是否足够：检查 QFP 电路中每个电光调制器之后，计算所得的概率振幅是否在定义域边缘衰减至零（在所需精度范围内）。

由于量子频率处理器作用于频率模式，而与其中占据这些模式的光子无关，因此它可应用于多种信息处理场景，包括经典光波通信 [25, 28]以及连续变量量子频率梳 [29],；后者已成为量子计算 [30, 31]的一种令人振奋的平台。不过，本文聚焦于离散变量编码；迄今为止，这一直是量子频率处理器表征实验中的主流范式。在这种情况下，每个逻辑基态都对应一个特定的福克态；例如，在双轨编码下，一个量子比特由一个光子编码，该光子占据两个频率箱的叠加态，其中一个定义为 $|0\rangle$，另一个定义为 $|1\rangle$。在实验中，我们始终考虑后选择区间，即输入的所有光子都成功通过系统。因此，任何插入损耗（理想模型中不存在）都会降低通光量，但本身不会损害态保真度。

在海森堡绘景中，具有 N 个光子的固定量子态 $|\psi\rangle$ 可以用输入基或输出基表示：$|\psi\rangle = \sum_{\mathbf{n}} \beta_{\mathbf{n}} |\mathbf{n}\rangle = \sum_{\mathbf{n}'} \alpha_{\mathbf{n}'} |\mathbf{n}'\rangle$，其中每个求和只考虑满足 $\sum_{m=0}^{M-1} n_m = \sum_{m'=0}^{M-1} n'_m = N$ 的项。利用式（1–3）求解 $\beta_{\mathbf{n}}$，即可得到简单的向量表达式 $\beta_{\mathbf{n}} = \sum_{\mathbf{n}'} W_{\mathbf{n}\mathbf{n}'} \alpha_{\mathbf{n}'}$，其中

$$W_{\mathbf{n}\mathbf{n}'} = \frac{1}{\sqrt{\prod_{p=0}^{M-1} n_p! n'_p!}} \sum_{\mathbf{k}' \in \mathrm{perms}(\mathbf{m}')} V_{m_1 k'_1} \cdots V_{m_N k'_N} . \tag{4}$$

这个方程对应于玻色子穿过干涉仪时著名的“积和式”表达式 [32,33]。对于每个福克向量 $\mathbf{n}$ $[\mathbf{n}']$，我们定义一个长度为 N 的模式指派向量 $\mathbf{m} = (m_1, \ldots, m_N)$ $[\mathbf{m}' = (m'_1, \ldots, m'_N)]$，其中列出了每个光子所占据的模式；求和遍历 $N!$ 个 $\mathbf{m}'$ 的排列。尽管多个光子占据同一模式时会产生重复项，但我们发现这种做法在数值计算中很有用，因为它对含有重复索引和不含重复索引的模式向量一视同仁。（删除重复项只会改变阶乘前因子，如 [32] 的表述所示。）

矩阵 W 完整描述了量子频率处理器的运算，可与某个目标 $D \times D'$ 维矩阵 T 进行比较，其元素为 $T_{\mathbf{n}\mathbf{n}'}$，其中 D (D') 表示所关注的输出（输入）子空间的维数。两者均为 D，$D' \le D_{\max}$，其中 $D_{\max} = \binom{N+M-1}{M-1}$表示占据 M 个模式的 N 个光子的希尔伯特空间维数；D 和 D' 在实际应用中通常远小于 $D_{\max}$，因为它们可以仅限于特定问题中所关注的状态。随后，可以通过矩阵保真度将针对同一组状态计算得到的 W 与 T 进行比较

$$\mathcal{F}_W = \frac{1}{\mathcal{P}_W} \left| \frac{\mathrm{Tr}\ W^\dagger T}{\mathrm{Tr}\ T^\dagger T} \right|^2 , \tag{5}$$

描述操作与理想状态的接近程度，并

成功

$$\mathcal{P}_W = \frac{\mathrm{Tr}\ W^\dagger W}{\mathrm{Tr}\ T^\dagger T}, \tag{6}$$

提供所有输入光子从感兴趣的频率箱中输出的概率 [33]。

在此阶段，需要注意的是，福克态变换矩阵 W——因此 $\mathcal{F}_W$ 和 $\mathcal{P}_W$——完全由模式变换矩阵 V [式（4）] 决定。这一假设是量子频率处理器表征中“开放盒”方法的基础，如图 1(b) 所示；如果式（3）成立，就可以通过输入双频箱叠加态并测量输出概率，全面探测量子频率处理器。一种最初在空间域 [34],提出的强大技术，可以通过单频箱测试恢复振幅 $|V_{mm'}|$，同时通过扫描双频箱叠加态之间的相对相位，获得 $\arg(V_{mm'})$。值得注意的是，甚至可以使用经典强相干态，从而完全无需单光子探测 [35, 36]。事实证明，该方法在表征线性光学网络（包括大型玻色子采样电路 [37, 38]）方面非常有效。

这种开放盒视角被用于表征首个实验量子频率处理器 [14] ，此后也得到广泛应用，且与理论符合得非常好：频率 bin 哈达玛变换 [39]的实验保真度最高达到 $\mathcal{F}_W = 1 - 10^{-6}$ 。结合我们对相关物理过程的理解，在大多数情况下，几乎没有理由质疑式（3）的有效性。尽管如此，量子过程理论允许采用更一般的模型，从而可以在内部机制完全任意的情况下对量子频率处理器进行表征。

考虑任意一个 $D' \times D'$ 维混合输入态 ρ'，其 $D \times D$ 输出 ρ 可表示为 [40]

$$\rho = \mathcal{E}(\rho') = \sum_{k=1}^{DD'} A_k \rho' A_k^\dagger, \tag{7}$$

其中，为满足迹保持， $D \times D'$ 克劳斯算符之和为恒等操作 $\sum_k A_k^\dagger A_k = \mathbb{1}_{D' \times D}$——这一条件源于在输出端对 N 光子进行后选择。开放盒图像是该黑盒模型的一个特例，其中 $A_1 \propto W$ 且 $A_{k>1} = 0$。通过制备已知输入态 ρ' 并对输出 ρ进行量子态层析（QST） [41] ，无需参考多端口干涉仪，即可深入了解操作$\mathcal{E}(\cdot)$。对于单个输出 ρ，可以通过态保真度来量化其与理论预期的一致程度

$$\mathcal{F}_\rho = \left(\mathrm{Tr}\ \sqrt{\sqrt{\rho_T}\rho\sqrt{\rho_T}} \right)^2, \tag{8}$$

其中， $\rho_T \propto T\rho' T^\dagger$ 是与理想目标操作相对应的输出。对于整个信道，过程保真度

$$\mathcal{F}_\Phi = \left(\mathrm{Tr}\ \sqrt{\sqrt{\Phi_T}\Phi\sqrt{\Phi_T}} \right)^2 \tag{9}$$

实现这一目的，其中 $DD' \times DD'$ 密度矩阵 Φ (Φ_T) 通过 Choi–Jamio·lkowski 同构获得，并完整表征了测得的（目标）量子信道 [42]。

与开放盒情形不同，我们不定义成功概率 $\mathcal{P}$。这是因为，开放盒映射能够区分目标子空间内的输出状态（成功）与该子空间外的输出状态（失败），而黑盒模型有意忽略除感兴趣的 D 维输出之外的所有子空间。考虑非迹保持操作或许能为成功概率提供有意义的定义，但由于实验上难以区分失败与插入损耗——至少在不引入量子信道所涵盖范围之外的模式的情况下如此——我们将在下文的黑盒示例中着重考察保真度。

图1(c)以频率 bin 哈达玛变换黑盒为例，突出展示了这些概念。将一组输入中的一个状态送入系统并进行测量；在所示示例中，零逻辑输入 $\rho' = |0\rangle\langle 0|$ 产生叠加输出 $\rho = |+\rangle\langle +|$。通过大量此类输入/输出测试，可以重建完整过程；图中展示的是以泡利基表示的理想哈达玛过程矩阵 $\chi\ (\sigma_0,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ \sigma_3) = (I,\ X,\ Y,\ Z)$ ；即 $\mathcal{E}(\rho') = \sum_{j=0}^{3}\sum_{k=0}^{3} \chi_{jk}\sigma_j\rho'\sigma_k$。

总之，本小节中，用于变换频率 bin 编码中福克态的量子频率处理器，可以通过以下任一方式进行表征：(i) 开放盒视角，将系统建模为多端口干涉仪 [Eq. (3)] ；或 (ii) 黑盒视角，将量子频率处理器视为任意量子通道 [Eq. (7)]。这两种方法各有优缺点，在物理洞见与普适性之间有所取舍。在本文余下部分，我们将讨论采用这两种方法开展的量子频率处理器实验的研究结果。

B. 实验装置

图 2 展示了一个典型的桌面式 QFP，由两个电光调制器（EOSpace）和一个脉冲整形器（Finisar Waveshaper 1000S）组成。该装置在实验中被用于实现平衡频率三端口分束器——频率分束器的三维扩展 [14]。除装置中标示的光学元件外，还使用了若干射频元件，包括振荡器、倍频器、功率分配器、放大器、衰减器、移相器和电缆，以合成电光调制器的驱动信号。脉冲整形器的光谱分辨率（通常为 $\gtrsim$10 GHz）决定了频率箱可以排列得多紧密，而射频元件的接收带宽则限制了最大

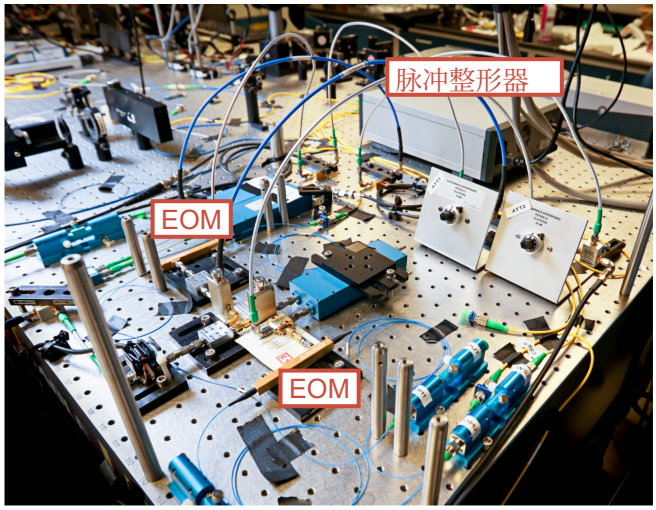

图 2. 用于演示频率箱三端口分束器的量子频率处理器照片 [14]。该装置将一台商用脉冲整形器与两个电光调制器结合使用，每个电光调制器均由两个微波音调的叠加信号驱动。大量的射频电缆和光纤凸显了量子频率处理器中电学和光学方面同等重要。图片来源：Jason Richards，橡树岭国家实验室。

频率间隔。在此示例中，模式间隔选为 $\Omega/2\pi = 18.1$ GHz。我们的频率三端口分束器设计基于电光调制器驱动信号中的基频音 Ω 和二次谐波 2Ω（具体方案见 [14, 16]）。为产生所需的二次谐波，我们将振荡器输出的 18.1 GHz 正弦波分出一部分，并将其频率倍增至 36.2 GHz。随后，我们使用射频放大器、衰减器和移相器，为每个射频音设定合适的振幅和相位，再通过连接到电光调制器的射频功率耦合器将它们重新合并。

通过商用脉冲整形器进行光谱相位调制相对简单——在线对线整形模式下 [43, 44]，，我们可以将目标相位函数编程到脉冲整形器中，而不会造成相位掩模失真。由于电光调制器会自然地将单个输入频率模式耦合到多个输出模式，脉冲整形器必须能够控制比输入更多的模式。对于三端口分束器，脉冲整形器必须整形总计 12 个频率箱才能达到 $\mathcal{F}_W \geq 1 - 10^{-4}$，这仅占其总带宽 40 nm（5 THz）的一小部分。在 [16], 中，我们通过数值结果表明，当 $d-1$ 个射频谐波驱动电光调制器，且脉冲整形器对总计 $\sim 4d$ 个通道施加相移时，同一个三元件（电光调制器/整形器/电光调制器）量子频率处理器可实现维度最高达 d的离散傅里叶变换（DFT）门，并具有接近 1 的保真度；对于此处的频率三端口分束器，$d = 3$ 为 $d = 10$ 。这种方法可扩展地构建高维频率箱量子操作，有助于纠缠验证 [45, 46] 和高维量子密钥分发 [47, 48]等任务。

III. 开放盒表征

A. 纯多端口

图 3 展示了迄今为止在量子频率处理器上实现的三种代表性操作。第一个实验示例中 [图 3(a)], ，量子频率处理器被配置为哈达玛门，也称为平衡频率分束器 [14]。理想变换矩阵在数学上可写为

$$T_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

为了通过开放盒方法表征模式矩阵 V，我们首先在量子频率处理器的 25 GHz 模式间隔下生成电光频率梳，并使用额外的脉冲整形器调节每个频率模式的振幅和相位。这样便能够制备单频率箱态或叠加态。用单个光学频率模式（$|1_{\omega_0} 0_{\omega_1}\rangle$ 或 $|0_{\omega_0} 1_{\omega_1}\rangle$）探测量子频率处理器后，通过测量输出光谱即可获得 V 中每个矩阵元素的模，如第 II 节 A 中所述。为了确定 V 中未知的相位项，我们用两个频率模式的等幅叠加态（$|1_{\omega_0} 0_{\omega_1}\rangle + e^{i\phi} |0_{\omega_0} 1_{\omega_1}\rangle$）探测量子频率处理器，并扫描 $\phi \in [0, 2\pi)$ [78]。我们从一系列光谱中提取特定模式上的功率，并观察其随 ϕ 变化而产生的干涉图样。随后，我们通过将这些图样拟合为正弦曲线，确定未知的相位项。

图3(a)展示了实验获得的分束器模式变换；与理想的 T_H相比，该变换对应于 $\mathcal{P}_W = 0.9739$ 和 $\mathcal{F}_W = 0.9999$ 。为在单光子水平验证准确性，我们将输入态衰减至每个探测门控窗口 ~01个光子，并再次扫描相位 ϕ。在每种设置下，波长选择开关（WSS）将输出模式路由至铟镓砷单光子探测器。图3(a)中由量子比特探针]得到的干涉图样 [呈现出预期的正弦振荡，拟合可见度超过97%，其主要限制因素是探测器噪声。

如第IIB节所述，通过在电光调制器驱动中加入额外的谐波，我们在实验中将量子频率处理器重新配置为三端口分束器，其变换矩阵是一个 $3d$ DFT，由 [14, 16]给出

$$T_{\text{tr}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{2\pi i/3} & e^{4\pi i/3} \\ 1 & e^{4\pi i/3} & e^{2\pi i/3} \end{pmatrix}. \tag{11}$$

我们再次采用基于相干态的门表征技术，此次使用 18.1 GHz 电光频率梳作为探针，并测量了图 3(b) 所示的 3×3模式矩阵 V。其模和相位与 T_{tr} 非常吻合，对应的成功概率为 $\mathcal{P}_W = 0.9731$ ，保真度为 $\mathcal{F}_W = 0.9992$。

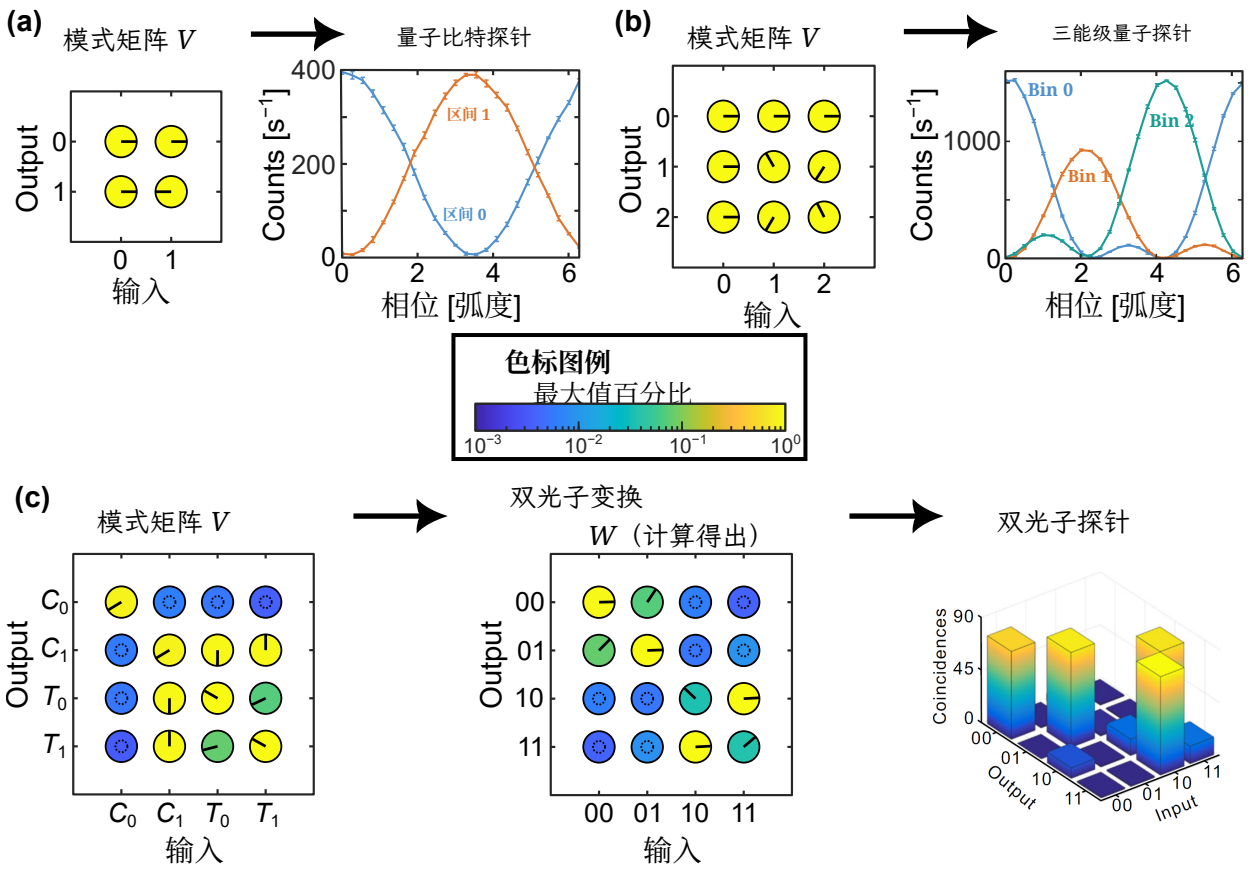

图3. 开放盒量子频率处理器表征结果。每个示例均展示了一个模式矩阵 V，该矩阵由强相干态探针恢复而得，随后给出量子输入的光子计数结果。(a) 频率 bin 哈达玛变换和 (b) 三端口分束器。对于这两个门，希尔伯特空间变换 W 和模式变换 V 相等。(c) 符合基CNOT门。此处，双光子变换 W 根据实验测得的 V计算得出，显示出按设计实现的条件比特翻转。对于 (a–c) 中的所有矩阵图，每个圆的颜色表示相关元素的振幅，径向线表示其相位；未定义的相位（由于振幅较低）以虚线圆表示。(a、b) 中的干涉图经许可转载自[14]。 (c) 中的图像改编自 [18] ，依据知识共享署名4.0国际许可协议。

同样，为了深入了解单光子态的三端口分束器，我们将三模式叠加态（$|1_{\omega_0}0_{\omega_1}0_{\omega_2}\rangle + e^{-i\phi}|0_{\omega_0}1_{\omega_1}0_{\omega_2}\rangle + e^{-2i\phi}|0_{\omega_0}0_{\omega_1}1_{\omega_2}\rangle$）衰减至单光子水平，并测量了输出端频率箱 0、1 和 2 中的计数。干涉图样现在呈现为两个正弦波之和，其峰值分别位于 $\phi \in \{0, 2\pi/3, 4\pi/3\}$，可见度再次超过 97%，表现出色。频率箱 1 中光通量降低，主要是因为模式间隔（18.1 GHz）与波长选择开关上的 12.5 GHz 通带不匹配。

前面的两个示例都是单光子门，对于这类门，模式 V 和希尔伯特空间 W 的变换是相同的；式（4）简化为只有一个因子的单项。通用量子计算还需要双量子比特门 [49]，根据 KLM [3]，，这类门可以通过量子干涉和单光子探测实现。受控相位门（CPhase）和受控非门（CNOT）最初是在偏振/空间编码中利用空间分束器网络演示的 [50–52]，，其中门的成功通过所需输出端口之间的符合事件进行后选择从所需输出端口之间的符合事件中获得。在数学上，理想的 CNOT 可以在计算基中表示为

$$T_{\mathrm{CNOT}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{12}$$

若控制量子比特处于状态 $|1\rangle$，则翻转目标量子比特的状态。类似地，这种符合基CNOT门可通过频谱域中的QFP [18]实现。通过数值计算，我们为三元件量子频率处理器确定了一组电光调制器/整形器调制函数，其理论保真度为 $\mathcal{F}_W = 0.9999$，成功概率为 $\mathcal{P}_W = 0.0445$ [18]；由于电路深度受到实验条件限制，该成功概率接近但略低于符合基CNOT门的最优成功概率 $\mathcal{P}_W = 1/9$ [50, 51] 。在此解中，逻辑频率箱的索引如下：$(C_0, C_1, T_0, T_1) = (0, 6, 7, 8)$，其中我们用符号 C_0 (T_0)和 C_1 (T_1)表示

控制（目标）量子比特的逻辑零态和逻辑一态模式对应的频率槽索引 m 。因此，四个逻辑态可在福克基底中定义为 $|00\rangle \equiv |1_{C_0}0_{C_1}1_{T_0}0_{T_1}\rangle$、$|01\rangle \equiv |1_{C_0}0_{C_1}0_{T_0}1_{T_1}\rangle$、$|10\rangle \equiv |0_{C_0}1_{C_1}1_{T_0}0_{T_1}\rangle$和 $|11\rangle \equiv |0_{C_0}1_{C_1}0_{T_0}1_{T_1}\rangle$。

表征光子 CNOT 门的标准流程通常包括制备一组能够张成整个双光子态空间的输入态，然后对这些状态在输出端逐一进行量子态层析 [53], 这超出了我们在实验当时可用的资源（电光调制器和脉冲整形器的数量）。虽然在上述表征流程中使用高通量相干态无法揭示 CNOT 门所依赖的双光子干涉效应，但仍有助于表征模式变换 V。实验中，我们将量子频率处理器配置为实现频率槽 CNOT 门，并测量了图 3(c) 所示的模式矩阵 V。与设计预期一致，模式 C_0 与$\{C_1, T_0, T_1\}$ 之间的耦合可以忽略不计，因为 C_0 与目标模式在光谱上隔离（以便在模式 C_0中存在光子时保持目标态不变）。相反，频率箱 C_1 靠近两个目标频率箱，因此能够以相同强度与 T_0 和 T_1 强耦合。利用模式变换 V，我们根据公式 (4) 计算出等效的双光子态变换 W；结果显示， W 的四个较大元素均同相，且与理论结果吻合良好。我们计算得到推断的保真度为$\mathcal{F}_W^{(\mathrm{inf})} = 0.995$，符合基成功概率为 $\mathcal{P}_W^{(\mathrm{inf})} = 0.0460$——这一间接估算表明，我们的频率槽 CNOT 门运行正常。

为了用真正的量子态测试我们的门，我们通过连续波钛蓝宝石激光器泵浦周期性极化铌酸锂（PPLN）波导，并用标准具滤除宽带发射以产生频率箱，从而生成了双光子频率梳——即跨越离散的相位相干、能量匹配梳齿对的纠缠光子。随后，我们将泵浦频率调至四个不同值，并使用额外的整形器（位于量子频率处理器之前）滤除特定模式，制备了全部四种计算基态。门操作完成后，对输出光子进行频率解复用，并对输入/输出态的全部 16 种组合测量 600 秒的符合计数 [结果绘于图 3(c)], ，显示出总共四个明显且显著的峰值，以及若干较小的柱条。当输入光子处于模式C_0时，量子态保持不变；而当光子处于模式 C_1时，目标量子比特会翻转。

B. 基于物理动机的噪声模型

在受控非门表征中，例如图 3(c) 所示的情况，逻辑基测量只能揭示态变换 W 的振幅；若要获取 W 中的相位信息，则需要进行叠加态输入测量（例如，$(|0\rangle - |1\rangle) \otimes |0\rangle$）至关重要 [52]。然而，我们发现，通过构建同时考虑单探测器事件和符合计数的物理模型，逻辑基测量能够提供比通常认为的更多信息。换言之，在开放盒视角下，若在多端口模型中加入基于物理原理的噪声过程，就能够仅凭量子数据估计变换 W，而无需参考图 3(c) 中的经典表征。

具体而言，我们考虑了图4(a)所示的模型：逻辑输入光子态 $|kl\rangle$ $(k, l \in \{0, 1\})$ 经过一个线性光学频率多端口处理，该多端口由模式矩阵 V 完整描述（因此属于开放盒范畴），并由探测器 A 和 B 分别记录输出模式 C_r 与 T_s $(r, s \in \{0, 1\})$ 之间的符合计数。我们的模型还考虑了非理想效应，包括从光子对产生到探测器 A (B) 的路径效率 η_A (η_B)，以及暗计数概率 d_A (d_B)。对于每组 $\{k, l, r, s\}$，我们推导了探测器 A 或 B 发生点击的边缘概率，分别记为 p_A 和 p_B；这些概率定义在一个探测时间窗 τ 内（$\sim$1，本例中为 0.5 ns）。点击既可能由纠缠对中的光子（光子对产生概率为 μ）到达受监测的输出模式所引起，也可能由随机背景或暗计数噪声（d_A 和 d_B）引起；在假设 μ，η_A，η_B，d_A，$d_B \ll 1$ 的情况下，我们发现边缘概率就是光子对贡献与暗计数贡献之和（详细推导见 [18]）。

探测器 A 与B 之间的符合概率（p_{AB}）也包含两项——来自同一纠缠光子对中两个光子的相关符合计数，以及探测时间窗 τ内两个随机点击产生的偶然符合。后一项由 $2p_Ap_B$ [54, 55]表示，涵盖了多对发射产生的噪声符合计数，或光子与暗计数之间的噪声符合计数。综合这些方程可知，探测到单个光子的概率（p_A 和p_B）仅由 V 矩阵中各元素的模决定，而符合概率（p_{AB}）还取决于这些矩阵元素的相对相位。因此，我们的目标是设计一种方法，根据图 3(c) 中的测量数据集估算感兴趣的模型参数 $\beta = \{V, \mu, \eta_A, \eta_B\}$。

作为现代量子层析成像中的主流方法，最大似然估计（MLE）通常用于求得一组单一 β 值，使似然函数 [41, 56] 最大。然而，我们采用贝叶斯推断，从完整的后验分布 $P(\beta|\boldsymbol{\mathcal{D}})$ 中抽样；该分布表示参数 β 在给定观测数据 $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ 条件下的概率密度。虽然贝叶斯方法比最大似然估计需要更多计算，但其优势在于能够自动量化不确定性，而且贝叶斯均值估计量可使平均平方误差达到最小值 [57]。尽管详细的讨论尚未完——

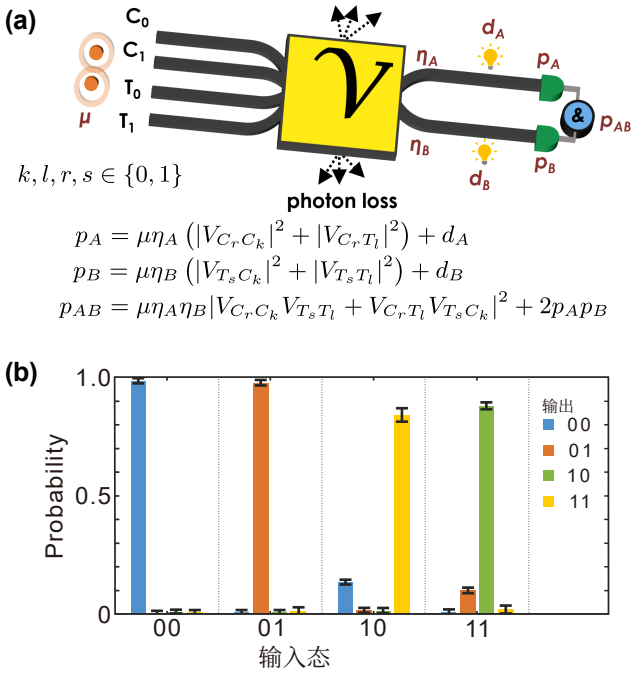

图4. 将噪声纳入开放盒CNOT模型。(a) 单次探测和符合探测概率的各项贡献，包括概率性对生成（μ）、非单位效率（η_A, η_B）、背景/暗计数（d_A, d_B）以及非相关事件（$2p_Ap_B$）等效应。(b) 利用图3(c)中的双光子结果，通过对该模型进行贝叶斯推断所恢复的跃迁概率。面板(b)转载自 [18]，采用知识共享署名4.0国际许可协议。

关于贝叶斯技术的讨论超出了本综述的范围，我们建议感兴趣的读者参阅 Blume-Kohout [58], 提出贝叶斯量子态层析的方案及其动机，以及数篇介绍具体贝叶斯层析模型和算法的论文 [59–67]。

对于所研究的CNOT实验，我们采用了称为切片抽样的马尔可夫链蒙特卡罗（MCMC）算法 [63, 68]，以数值方式获取贝叶斯样本，最终得到保真度估计值 $\mathcal{F}_W = 0.91 \pm 0.01$。图4(b)展示了这一结果 $\mathcal{F}_W$ 如何转化为逻辑基输入对应的输出态概率。值得注意的是，这些结果展现了开放盒QFP视角的强大信息能力：将式(3)与合理的噪声模型相结合，仅凭真值表测量 [图3(c)] 实际上就足以估计矩阵 V的相位。

IV. 黑盒表征

在上一节中，我们讨论了采用开放盒方法表征量子频率处理器的实验示例。采用黑盒方法时，不再假设式（3、4）成立。相反，实验者有意只获得输入和输出端口的访问权限，而不对量子频率处理器的作用作任何假设。通过制备已知的输入态，并在操作后测量输出态，对多个不同输入态在多个基底下重复这一过程后，便可完整确定量子过程。

本节将重点介绍一类典型的量子频率处理器操作，即可调频率箱分束器。此前在 [15, 17], 中，我们发现，只需调节量子频率处理器整形器在频率箱 ω_0 和 ω_1 之间施加的相移 α 的深度，同时用调制指数固定为 Θ、相位移为 π的正弦波驱动电光调制器，三元件量子频率处理器便能合成可调频率分束器。从数学上看，量子比特希尔伯特空间上的 2×2 变换矩阵是可调相位跳变 α 的函数：

$$W = \begin{pmatrix} W_{00}(\alpha) & W_{01}(\alpha) \\ W_{10}(\alpha) & W_{11}(\alpha) \end{pmatrix}, \tag{13}$$

其中，矩阵的各个元素为

$$\begin{aligned} W_{10}(\alpha) &= W_{01}(\alpha) = (1 - e^{i\alpha}) \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\Theta) J_{k-1}(\Theta) \\ W_{00}(\alpha) &= J_0^2(\Theta) + (1 + e^{i\alpha}) \frac{1 - J_0^2(\Theta)}{2} \\ W_{11}(\alpha) &= e^{i\alpha} J_0^2(\Theta) + (1 + e^{i\alpha}) \frac{1 - J_0^2(\Theta)}{2}, \end{aligned} \tag{14}$$

其中，$J_k(\Theta)$为第一类贝塞尔函数。当 $\alpha = 0$时，可观察到恒等操作，因为两个相位移为π的正弦波相互抵消。此外，当 $\alpha = \pi$时，反射率 $\mathcal{R} \equiv |W_{01}|^2 = |W_{10}|^2$和透射率 $\mathcal{T} \equiv |W_{00}|^2 = |W_{11}|^2$ 近似相等；各元素 $\{W_{00}, W_{01}, W_{10}\}$ 均为实数且为正，而 W_{11} 为实数且为负。这便实现了哈达玛操作，其理论保真度为 $\mathcal{F}_W = 1 - 10^{-7}$。因此，所设计的量子过程会将任意量子比特输入 ρ' 变换为输出$\rho_T \propto W\rho' W^\dagger$。需要强调的是，以下表征实验并未假设这一公式，而是用它来计算理想输出 ρ_T和过程 Φ_T，并以此与实验结果进行比较。

A. 量子态层析（QST）

作为首次对量子频率处理器黑盒表征进行实验探索，我们研究了将固定输入频率仓量子比特转换为目标输出态时的门性能，包括任意单量子比特酉变换，以及本文关注的可调分束器 [15]。我们对输出光子进行量子态层析，并根据公式 (8) 将重建态 ρ 与目标态 ρ_T 进行比较。具体而言，我们制备了固定的单频输入$|0\rangle \equiv |1_{\omega_0} 0_{\omega_1}\rangle$，并使用可调分束器将该态从布洛赫球北极处转换，

为沿预定义轨迹 [的一系列态，即图 5(a) 中的虚线]；在此实现中，我们均匀采样了总计 21 个 $\alpha \in [0, 2\pi)$ 。

为了对单个量子比特执行量子态层析，我们测量了投影到泡利基本征向量上的投影——即 $|0\rangle$、$|1\rangle \equiv |0_{\omega_0} 1_{\omega_1}\rangle$、$|\pm\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm |1\rangle)$ 和$|\pm i\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm i\,|1\rangle)$ 。这些泡利测量等价于先应用特定的量子门——对 Z应用$\mathbb{1}$ ，对 X应用H ，以及对 Y应用 $HS^\dagger$ ——随后在计算基中进行测量，其中$\mathbb{1}$ 是恒等操作， H 是哈达玛门，而 $S = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{smallmatrix}\right)$ 。对于 X 和 Y 测量中都需要的 H 门，我们选择了固有概率性的单电光调制器版本 [69, 70] ，它比量子频率处理器哈达玛门 [14]更简单。该方法的理论保真度为 $\mathcal{F}_W = 1$ ，成功率为$\mathcal{P}_W \approx 0.6$）。$S^\dagger$ 门相当于两个频率模式之间的相移，可通过使用额外的脉冲整形器来实现；该整形器还会阻挡单量子比特空间之外可能因量子频率处理器操作成功率不为1而产生的任何残余光子。对于全部三种泡利测量的最后一步，我们使用波长选择开关按颜色对光子进行解复用，并利用超导纳米线单光子探测器（SNSPDs）记录1秒内的计数，从而获得所有基态的完整计数数据集。

与第 IIIB 节中的受控非门一样，我们采用贝叶斯推断来估计每种分束器设置下的量子输出态，这次使用了预条件克兰克–尼科尔森马尔可夫链蒙特卡罗采样 [71] ，方法参照 [64]。图 5(a) 绘出了所得状态，其中每个点簇由贝叶斯后验分布中的 1024 个样本组成。图 5(b) 中的保真度计算从定量上证实了所得结果与预期轨迹高度吻合，其均值均超过 0.985。

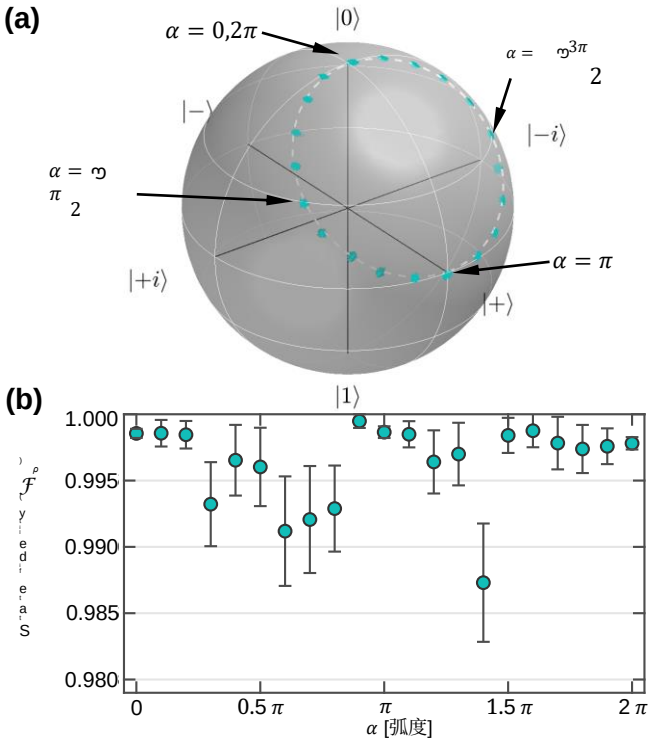

图 5. 可调频率分束器的黑盒量子态层析结果。(a) 固定逻辑输入态 $|0\rangle$时，各分束器设置 α 对应的测量密度矩阵 ρ 。布洛赫球上的每个“云团”由 1024 个离散样本组成，这些样本通过贝叶斯推断获得，用于量化不确定性。(b) 相对于理想输出的态保真度 $\mathcal{F}_\rho$ 。经许可转载自 [15]。

B. 量子过程层析 (QPT)

上述量子态层析结果是真正的“黑盒”结果，因为它们没有涉及量子频率处理器的内部工作原理。然而，严格来说，这些结果只能确认可调分束器在单个输入态下的理想运行——即 $\rho' = |0\rangle\langle 0|$。要全面表征量子过程，就必须对多种输入态重复上述步骤，其中包括频率箱叠加态；制备这些叠加态需要额外的电光调制器和脉冲整形器，而我们在最初进行量子态层析实验时并没有这些设备 [15]。不过，如今我们已拥有足够数量的设备，

继续对可调分束器进行完整的量子过程层析（QPT）——这是首次针对频率梳量子门开展的 QPT 实验。

在标准量子过程层析中，共有 d^2 个态可构成一个信息完备基，用于表征任意 d维量子过程 [24, 49]。单量子比特量子过程层析（$d = 2$）的一种典型方法是制备 $\{|0\rangle, |1\rangle, |\pm\rangle\}$，并对每个态的输出态进行量子态层析。在我们的频率箱量子过程层析实验中，我们考虑一组过完备的输入态，具体而言，是第四节 A 中定义的泡利本征态：$\{|0\rangle, |1\rangle, |\pm\rangle, |\pm i\rangle\}$。

图 6 展示了实验装置示意图。由于使用了四个电光调制器，因此需要精确设置三个射频延迟；与此前使用手动移相器的实验不同，我们在此通过电子方式控制这些延迟：前两个脉冲整形器上施加线性相位来调节其中两个，第三个则通过设置射频源 2 相对于射频源 1 的相位来调节。为了制备输入态，我们再次使用态制备脉冲整形器，对 25 GHz 电光频率梳进行振幅与相位滤波。在进入量子频率处理器之前，我们用光衰减器将输入光子通量降至每秒约 10^6 个计数（约为探测器饱和水平的十分之一），以模拟输入端具有类似光通量的真实单光子情形。

中央的量子频率处理器配置为实现可调频率分束器，在本例中，其反射率 $\mathcal{R} \in \{0, 0.123, 0.373, 0.5\}$ 对应于式 (14) 中的 $\alpha \in \{0, \pi/3, 2\pi/3, \pi\}$ 。我们继续采用单电光调制器方案进行层析投影，但做了两处细微修改：（i）使用双路波长选择开关（Finisar）阻挡计算空间之外的光子

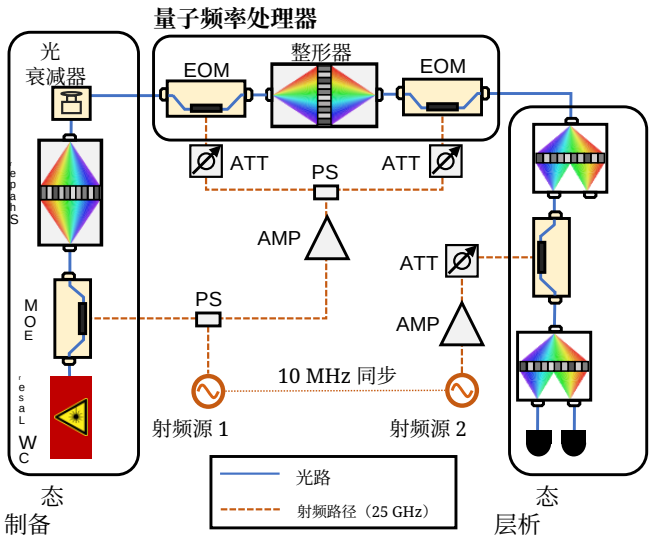

图 6. 可调谐频率 bin 分束器的实验量子过程层析设置。单光子级输入经过量子频率处理器，随后通过一个波长选择开关（阻挡计算空间之外的频率箱）、一个电光调制器（使频率箱发生干涉），再通过最后一个波长选择开关，将计算频率箱分离以供探测。所有手动射频移相器均已由电控选项取代，包括脉冲整形器引起的延迟，以及直接编程射频源 2 相对于射频源 1 的相位。射频组件标签：放大器（放大器）、衰减器（衰减器）、功率分配器（功率分配器）。

在量子频率处理器之后，并在超导纳米线单光子探测器之前对光子进行频率解复用；（ii）通过精确调整状态层析电光调制器的时序来实现 $S^\dagger$ 操作，利用线性光谱相位与延迟之间的等效关系。最后，我们以 1 秒的积分时间计数输出端的光子，且不扣除暗计数。因此，每种量子频率处理器设置对应的完整数据集包含 36 个数值：六种输入态各自对应的六种输出投影计数。

对于推断，我们再次采用贝叶斯范式，遵循[67] 中介绍的量子过程层析流程，该流程将全部 36 个数汇总为一个似然函数，并基于近期提出的 Kraus 算符参数化 [40]采用均匀先验。贝叶斯平均过程矩阵 χ 的实部和虚部见图 7，为方便起见，使用泡利基表示。对于 $\mathcal{R} = 0$ （$\alpha = 0$）的过程，其结果符合预期，与恒等操作相匹配，过程保真度为$\mathcal{F}_\Phi = 0.9925 \pm 0.0002$；而对于 $\mathcal{R} = 0.5$ （$\alpha = \pi$）的过程，则与哈达玛门一致，$\mathcal{F}_\Phi = 0.9946 \pm 0.0002$。中间情形清晰地展现了两个极端之间的过渡：恒等操作对应单个非零分量（$\mathcal{R} = 0$），而 X/Z子空间中有四个相等分量（$\mathcal{R} = 0.5$），与理论预期高度一致： $\mathcal{R} = 0.123$对应 $\mathcal{F}_\Phi = 0.9775 \pm 0.0009$，$\mathcal{R} = 0.373$对应 $\mathcal{F}_\Phi = 0.9878 \pm 0.0009$。

V. 讨论

对于量子频率处理器表征，开放盒方法与黑盒方法在互补方面各有优劣，因此针对具体实验所选择的方法可能有所不同。从设计角度来看，量子频率处理器通过时域和光谱相位调制的连续操作，实现了某个所需的模式变换矩阵。由于这种多端口干涉仪适用于任何光学输入，开放盒方法能够利用明亮的相干态作为探针，从而实现极其精确的表征，同时避免使用易受统计噪声和背景光影响的量子探针所带来的额外复杂性。因此，开放盒量子频率处理器表征能够最准确地揭示量子频率处理器的内部工作机制，非常适合量子门合成的工程阶段，在这一阶段需要调节每个器件的可调参数，例如电光调制器电压和脉冲整形器相位。

另一方面，开放盒形式所绕过的噪声效应在量子领域中不容忽视。因此，在量子频率处理器完成调谐并准备好执行特定量子信息处理任务后，应优先采用更通用的黑盒表征方法；理想情况下，应在目标应用所用的光通量和统计特性条件下进行表征。量子过程层析纳入了系统中存在的所有非理想因素，从而最全面地呈现最终量子频率处理器操作的情况。

在量子频率处理器（QFP）发展历程的短短时间里，开放盒表征已被证明非常成功，这可归因于这样一个事实：采用商用电光调制器和脉冲整形器的实验实现已近乎理想，甚至超出了我们最初的预期。但随着量子频率处理器进入新的应用领域，这种情况很可能发生显著变化。例如，与台式版本相比，完全片上量子频率处理器有望实现更低的损耗、更小的频率槽间隔和更低的成本，但片上组件往往偏离理想的逐线脉冲整形器和线性电光调制器模型。正如 [27], 所探讨的，基于微环的脉冲整形器会导致矩阵变换 V随频率槽内的频谱位置而变化，而标准硅相位调制器则存在相位相关损耗。类似地，在多个站点之间对量子频率处理器进行时间同步——这是将量子频率处理器应用于分布式量子网络所必需的——至少会受到一定程度的抖动影响；抖动的严重程度可能导致变换 V 随时间出现明显漂移。归根结底，只有黑盒视角具备足够的普适性，能够将所有这类缺陷纳入统一的信道描述；在我们看来，这凸显了量子态层析和量子过程层析在下一代量子频率处理器实验中的重要性日益增加。

最后，尽管迄今为止已有多种实验表征演示，因此我们重点关注量子频率处理器（QFP），但本文所述技术也可直接应用于其他频率槽量子

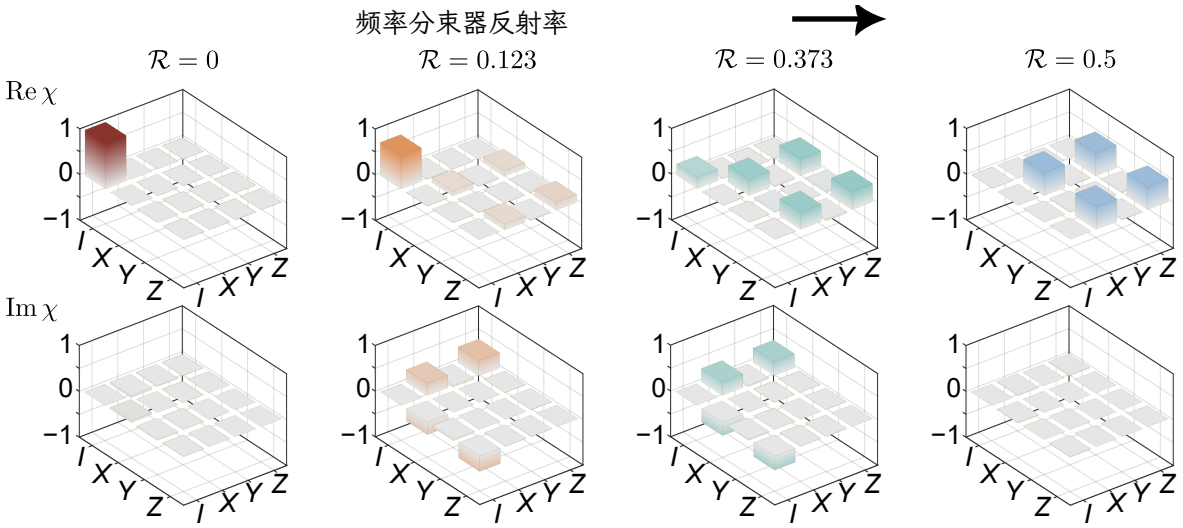

图 7. 具有不同反射率 $\mathcal{R}$ 的可调谐频率槽分束器的实验量子过程层析结果。图中绘制了泡利基中的贝叶斯平均过程矩阵 χ。随着 $\mathcal{R}$ 增大，最初占主导地位的恒等分量逐渐减小，而哈达玛门的理想 X 和 Z 贡献逐渐增大。相对于所设计分束器的过程保真度 $\mathcal{F}_\Phi$（从左到右）分别为： 0.9925 ± 0.0002、 0.9775 ± 0.009、 0.9878 ± 0.0009 和 0.9946 ± 0.0002。

操作。例如，频率分束器 [72] 已在 $\chi^{(2)}$ [73, 74] 和 $\chi^{(3)}$ [75, 76] 非线性材料中通过经典泵浦脉冲实现，也已在耦合由电光调制控制的集成微环中实现 [77]。尽管这些实验频率箱门与单光子信号兼容，但无论是在开盒多端口图景中，还是在黑盒量子过程图景中，它们都尚未得到充分表征。因此，未来将本文所述技术用于非 QFP 的频率箱操作，将有助于更全面、更深入地理解这一不断扩展的领域，这将很有意义

频率 bin 量子信息工具包。

致谢

我们感谢 P. Imany、D. E. Leaird、P. Lougovski、O. D. Odele、E. M. Simmerman 和 B. P. Williams，他们为本文总结的既往出版物作出了贡献 [14, 15, 18]。我们感谢 M. Alshowkan 协助设置时间标记电子设备。本研究部分在橡树岭国家实验室开展；该实验室由 UT-Battelle, LLC 代表美国能源部管理，合同编号为 DE-AC05-00OR22725。

[1] E. Agrell, M. Karlsson, A. R. Chraplyvy, D. J. Richard- son, P. M. Krummrich, P. Winzer, K. Roberts, J. K. Fischer, S. J. Savory, B. J. Eggleton, M. Secondini, F. R. Kschischang, A. Lord, J. Prat, I. Tomkos, J. E. Bowers, S. Srinivasan, M. Brandt-Pearce, 和 N. Gisin, 《光通信路线图》, *J. Opt.*, 第18卷, 第6期, 页码063002, 2016年。[2] A. E. Willner、S. Khaleghi、M. R. Chitgarha 和 O. F. Yilmaz, 《全光信号处理》, *J. Light. Tech-* , 卷号。*nol.* 32, 4, 660 680, 2014 期号。页码–。[3] E. Knill、R. Laflamme 和 G. J. Milburn, 《利用线性光学实现高效量子计算的方案》, *Nature*, 第409卷, 第6816期, 页码46–52, 2001年。[4] P. Kok、W. J. Munro、K. Nemoto、T. C. Ralph、J. P. Dowling 和 G. J. Milburn, 《利用光子量子比特进行线性光学量子计算》, *Rev. Mod. Phys.*, 第79卷, 第1期, 页码135–174, 2007年。[5] M. A. Nielsen, 《使用簇态进行光学量子计算》, *Phys. Rev. Lett.*, 第93卷, 第4期, 页码040503, 2004年.[6] N. C. Menicucci、P. van Loock、M. Gu、C. Weedbrook、T. C. Ralph 和 M. A. Nielsen, “利用连续变量簇态实现通用量子计算”, *Phys. Rev. Lett.*, 第 97 卷, 第 11 期, 第 110501 页, 2006 年。[7] T. Rudolph, “我为何看好硅光子量子计算路线”, *APL Photon.*, 第 2 卷, 第 3 期, 第 030901 页, 2017 年。[8] K. Azuma、K. Tamaki 和 H.-K. Lo, “全光子量子中继器”, *Nat. Commun.*, 第 6 卷, 6787, 2015 年, 第 。[9] W. J. Munro、K. Azuma、K. Tamaki 和 K. Nemoto, “量子中继器内部原理”, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* , 第 21, 3, 78 90, 2015 卷, 第 页, – 。[10] M. Pant 、 H. Krovi 、 D. Englund 和 S. Guha, “全光量子中继器的速率—距离权衡与资源成本”, *Phys. Rev. A*, 第 95 卷, 第 012304 页, 2017 年 1 月。[11] P. C. Humphreys、B. J. Metcalf、J. B. Spring、M. Moore,

X.-M. Jin、M. Barbieri、W. S. Kolthammer 和 I. A. Walmsley，“单一空间模式中的线性光量子计算”， *Phys. Rev. Lett.*，第 111 卷，第 150501 页，2013 年。[12] B. Brecht、D. V. Reddy、C. Silberhorn 和 M. G. Raymer，“光子时间模式：量子信息科学的完整框架”， *Phys. Rev. X*，第 5 卷，第 041017 页，2015 年。[13] J. M. Lukens 和 P. Lougovski，“用于可扩展量子信息处理的频率编码光子量子比特”， *Optica*，第 4 卷，第 1 期，第 8–16 页，2017 年。[14] H.-H. Lu、J. M. Lukens、N. A. Peters、O. D. Odele、D. E. Leaird、A. M. Weiner 和 P. Lougovski，“用于高保真度光子量子信息处理的电光频率分束器和三分束器”，*Phys. Rev. Lett.*，第 120 卷，第 3 期，第 030502 页，2018 年。[15] H.-H. Lu、E. M. Simmerman、P. Lougovski、A. M. Weiner 和 J. M. Lukens，“对频率仓量子比特的完全任意控制”， *Phys. Rev. Lett.*，第 125 卷，第 12 期，第 120503 页，2020 年。[16] H.-H. Lu、N. B. Lingaraju、D. E. Leaird、A. M. Weiner 和 J. M. Lukens，“利用量子频率处理器实现高维离散傅里叶变换门”，*Opt. Express*，第 30 卷，第 6 期，第 10 126–10 134 页，2022 年。[17] H.-H. Lu、J. M. Lukens、N. A. Peters、B. P. Williams、A. M. Weiner 和 P. Lougovski，“频率格量子比特的量子干涉与关联控制”， *Optica*，第 5 卷，第 11 期，第 1455–1460 页，2018 年。[18] H.-H. Lu、J. M. Lukens、B. P. Williams、P. Imany、N. A. Peters、A. M. Weiner 和 P. Lougovski，“频率格量子比特的受控非门”， *npj Quantum Inf.*，第 5 卷，第 24 页，2019 年。[19] N. B. Lingaraju、H.-H. Lu、D. E. Leaird、S. Estrella、J. M. Lukens 和 A. M. Weiner，“光谱不同光子的贝尔态分析仪”， *Optica*，第 9 卷，第 3 期，第 280–283 页，2022 年。[20] M. Kues、C. Reimer、J. M. Lukens、W. J. Munro、A. M. Weiner、D. J. Moss 和 R. Morandotti，“量子光学微梳”，*Nat. Photonics*，第 13 卷，第 3 期，第 170–179 页，2019 年。[21] H.-H. Lu、A. M. Weiner、P. Lougovski 和 J. M. Lukens，“利用频率梳量子多能级系统进行量子信息处理”，*IEEE Photon. Technol. Lett.*，第 31 卷，第 23 期，第 1858–1861 页，2019 年。[22] T. Ostrand，“白盒测试”，载于 *Encyclopedia of Software Engineering* 2002（J. J. Marciniak，编）Wiley，。[23] T. Ostrand，“黑盒测试”，载于 *Encyclopedia of Software Engineering* 2002（J. J. Marciniak，编）Wiley，。[24] I. L. Chuang 和 M. A. Nielsen，“量子黑箱动力学实验测定方案”， *J. Mod. Opt.*，第 44 卷，第 2455–2467 页，1997 年。[25] H.-H. Lu、B. Qi、B. P. Williams、P. Lougovski、A. M. Weiner 和 J. M. Lukens，“用于密集波分复用通信的灵活频率变换”， *Opt. Express*，第 28 卷，20 390，2020 年 14，第 20 379 页，第 期，–。[26] G. Moody、V. J. Sorger、D. J. Blumenthal、P. W. Juodawlkis、W. Loh、C. Sorace-Agaskar、A. E. Jones、K. C. Balram、J. C. F. Matthews、A. Laing、M. Da-vanco、L. Chang、J. E. Bowers、N. Quack、C. Gal-land、I. Aharonovich、M. A. Wolff、C. Schuck、N. Sin-clair、M. Lonˇcar、T. Komljenovic、D. Weld、S. Mookher-jea、S. Buckley、M. Radulaski、S. Reitzenstein、B. Pin-gault、B. Machielse、D. Mukhopadhyay、A. Akimov、A. Zheltikov、G. S. Agarwal、K. Srinivasan、J. Lu、H. X. Tang、W. Jiang、T. P. McKenna、A. H. Safavi-Naeini、S. Steinhauer、A. W. Elshaari、V. Zwiller、P. S. Davids、N. Martinez、M. Gehl、J. Chiaverini、K. K. Mehta、J. Romero、N. B. Lingaraju、A. M. Weiner、D. Peace、R. Cernansky、M. Lobino、E. Diamanti、L. T. Vidarte、and R. M. Camacho，《集成量子光子学2022年路线图》，*JPhys Photonics* 4， 1， 012501，，卷号、期号、2022 页码。[27] B. E. Nussbaum、A. J. Pizzimenti、N. B. Lingaraju、H.- H. Lu、and J. M. Lukens，《集成量子频率处理器的设计方法》，*J. Light. Tech-nol.* 40， 23， 7648 7657，2022 页码。[28] J. M. Lukens、H.-H. Lu、B. Qi、P. Lougovski、A. M. Weiner、and B. P. Williams，《用于网络应用的全光频率处理器》，*J. Lightwave Tech-nol.* 38， 7， 1678 1687，2020 页码。[29] A. J. Pizzimenti、J. M. Lukens、H.-H. Lu、N. A. Peters、S. Guha、and C. N. Gagatsos，《利用量子频率处理器进行非高斯光子态工程》， *Phys. Rev. A*，第104卷，第6期，页码062437，2021年。[30] J. Roslund、R. Medeiros de Ara´ujo、S. Jiang、C. Fabre、and N. Treps，《利用超快频率梳构建波长复用量子网络》， *Nat. Photonics*，第8卷，页码109–112，2014年。[31] O. Pfister，《量子光学频率梳中的连续变量量子计算》，*J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 53， 1， 012001，2020 卷号、期号、页码。[32] J. Skaar、J. C. Garc´ıa Escart´ın、and H. Landro，《线性光学的量子力学描述》，*Am. J. Phys.* 72， 11， 1385 1391，2004 页码。[33] D. B. Uskov、L. Kaplan、A. M. Smith、S. D. Huver、and J. P. Dowling，《线性光学量子门的最大成功概率》， *Phys. Rev. A*，第79卷，第4期，页码042326，2009年。[34] S. Rahimi-Keshari、M. A. Broo me、R. Fickler、A. Fedrizzi、T. C. Ralph、and A. G. White，《线性光学网络的直接表征》， *Opt. Express*，第21卷，第11期，页码13 450–13 458，2013年。[35] A. Peruzzo、A. Laing、A. Politi、T. Rudolph、and J. L. O’Brien，《多端口集成器件中的多模量子干涉》， *Nat. Commun.*，第2卷，页码1224，2011年。[36] N. Spagnolo、C. Vitelli、L. Aparo、P. Mataloni、F. Sciar- rino、A. Crespi、R. Ramponi、and R. Osellame，《集成三端口分束器中的三光子玻色子聚束》，*Nat. Commun.* 4， 1606，2013 卷号、页码。[37] H. Wang、J. Qin、X. Ding、M.-C. Chen、S. Chen、X. You、Y.-M. He、X. Jiang、L. You、Z. Wang、C. Schneider、J. J. Renema、S. H¨ofling、C.-Y. Lu、and J.-W. Pan，《在 10^{14} 间中，利用20个输入光子和60模式干涉仪进行玻色子采样》，，第123卷，第25期，页码250503，2019年。[38] H.-S. Zhong、H. Wang、Y.-H. Deng、M.-C. Chen、L.-C. Peng、Y.-H. Luo、J. Qin、D. Wu、X. Ding、Y. Hu、P. Hu、X.-Y. Yang、W.-J. Zhang、H. Li、Y. Li、X. Jiang、L. Gan、G. Yang、L. You、Z. Wang、L. Li、N.-L. Liu、C.-Y. Lu、and J.-W. Pan，《利用光子实现量子计算优势》，*Science* 370， 6523， 1460 1463，，卷号、期号、2020 页码。[39] H.-H. Lu、N. Klco、J. M. Lukens、T. D. Morris、A. Bansal、A. Ekstr¨om、G. Hagen、T. Papenbrock、A. M. Weiner、M. J. Savage，《利用量子频率处理器模拟亚原子多体物理》，*Phys. Rev. A* 100， 1， 012320，2019 卷号、页码。

[40] R. Kukulski, I. Nechita, Ł. Pawela, Z. Puchała, and K. Życzkowski, 《生成随机量子信道》, *J. Math. Phys.*, 第62卷, 第6期, 页码062201, 2021年。[41] D. F. V. James, P. G. Kwiat, W. J. Munro, and A. G. White, 《量子比特的测量》, *Phys. Rev. A*, 第64卷, 第5期, 页码052312, 2001年。[42] A. Gilchrist, N. K. Langford, and M. A. Nielsen, 《比较实际与理想量子过程的距离度量》, *Phys. Rev. A*, 第71卷, 第6期, 页码062310, 2005年。[43] S. T. Cundiff and A. M. Weiner, 《光学任意波形生成》, *Nat. Photon.*, 第4卷, 第11期, 页码760–766, 2010年。[44] A. M. Weiner, 《超快光脉冲整形：教程式综述》, *Opt. Commun.*, 第284卷, 3692, 2011年15, 3669, 第期、页码。[45] C. Spengler, M. Huber, S. Brierley, T. Adaktylos, and B. C. Hiesmayr, 《利用互为无偏基检测纠缠》, *Phys. Rev. A*, 第86卷, 022311, 2012年2, 第期、页码。[46] P. J. Coles, M. Berta, M. Tomamichel, and S. Wehner, 《熵不确定关系及其应用》, *Rev. Mod. Phys.*, 第89卷, 第1期, 页码015002, 2017年。[47] L. Sheridan and V. Scarani, 《使用量子态系统进行量子密钥分发的安全性证明》, *Phys. Rev.*, 第82卷, *A* 第3期, 页码030301, 2010年。[48] N. T. Islam, C. C. W. Lim, C. Cahall, J. Kim, and D. J. Gauthier, 《利用时间箱量子态实现可证明安全的高速率量子密钥分发》, *Sci. Adv.*, 第3卷, 第11期, 页码e1701491, 2017年。[49] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*。剑桥大学出版社, 2000年。[50] H. F. Hofmann and S. Takeuchi, 《仅使用分束器和后选择实现光子量子比特的量子相位门》, *Phys. Rev. A*, 第66卷, 第2期, 页码024308, 2002年。[51] T. C. Ralph, N. K. Langford, T. B. Bell, and A. G. White, 《符合基中的线性光学受控非门》, *Phys. Rev. A*, 第65卷, 第6期, 页码062324, 2002年。[52] J. L. O'Brien, G. J. Pryde, A. G. White, T. C. Ralph, and D. Branning, 《全光量子受控非门的演示》, *Nature*, 第426卷, 第6964期, 页码264–267, 2003年。[53] J. L. O'Brien, G. J. Pryde, A. Gilchrist, D. F. V. James, N. K. Langford, T. C. Ralph, and A. G. White, 《受控非门的量子过程层析》, *Phys. Rev. Lett.*, 第93卷, 第8期, 页码080502, 2004年。[54] C. Eckart and F. R. Shonka, 《计数器电路中的偶然符合》, *Phys. Rev.*, 第53卷, 756, 1938年9, 752, 第期、页码。[55] B. J. Pearson and D. P. Jackson, 《面向本科生的单光子与量子力学实践入门》, *Am. J. Phys.*, 第78卷, 484, 2010年5, 471, 第期、页码。[56] Z. Hradil, 《量子态估计》, *Phys. Rev. A*, 第55卷, 第3期, 页码R1561–R1564, 1997年。[57] C. P. Robert and G. Casella, *Monte Carlo Statistical Methods* 1999。施普林格。[58] R. Blume-Kohout, 《量子态的最优可靠估计》, *New J. Phys.*, 第12卷, 第4期, 页码043034, 2010年。[59] J. DiGuglielmo, C. Messenger, J. Fiur´ašek, B. Hage, A. Samblowski, T. Schmidt, and R. Schnabel, 《利用马尔可夫链蒙特卡罗估计量子态》, *Phys. Rev. A* 79, 3, 032114, 2009 卷号、页码。[60] Y.-L. Seah、J. Shang、H. K. Ng、D. J. Nott 和 B.-G. Englert, "从量子态空间进行蒙特卡洛抽样。II", *New J. Phys.*, 第 17 卷, 第 4 期, 043018 页, 2015年。[61] C. Granade、J. Combes 和 D. G. Cory, "实用贝叶斯层析", *New J. Phys.*, 第 18 卷, 第 3 期, 033024 页, 2016 年。[62] T. T. Mai 和 P. Alquier, "具有秩自适应的伪贝叶斯量子层析", *J. Stat. Plan. Infer-ence* 184, 62 76, 2017 第 – 页。[63] B. P. Williams 和 P. Lougovski, "量子比特丢失时的量子态估计：一种不遗漏数据的方法", *New J. Phys.*, 第 19 卷, 第 4 期, 043003 页, 2017年。[64] J. M. Lukens、K. J. H. Law、A. Jasra 和 P. Lougovski, "一种实用且高效的贝叶斯量子态估计方法", *New J. Phys.*, 第 22 卷, 063038 页, 2020年。[65] J. C. Chapman、J. M. Lukens、B. Qi、R. C. Pooser 和 N. A. Peters, "贝叶斯零差与外差层析", *Opt. Express*, 第 30 卷, 第 9 期, 第 15 184–15 200 页, 2022年。[66] H.-H. Lu、K. V. Myilswamy、R. S. Bennink、S. Seshadri、M. S. Alshaykh、J. Liu、T. J. Kippenberg、D. E. Leaird、A. M. Weiner 和 J. M. Lukens, "利用随机测量对高维片上双光子频率梳进行贝叶斯层析", *Nat. Commun.*, 第 13 卷, 4338 页, 2022年。[67] J. C. Chapman、J. M. Lukens、M. Alshowkan、N. Rao、B. T. Kirby 和 N. A. Peters, "利用频谱分辨贝叶斯量子过程层析对共存量子信道进行表征", *arXiv:2208.14514*, 2022年。[68] R. M. Neal, "切片抽样", *Ann. Stat.*, 第 31 卷, 第 3 期, 第 705–767 页, 2003年。[69] P. Imany、O. D. Odele、M. S. Alshaykh、H.-H. Lu、D. E. Leaird 和 A. M. Weiner, "利用线性光学实现频域 Hong–Ou–Mandel 干涉", *Opt. Lett.*, 第 43 卷, 第 12 期, 第 2760–2763 页, 2018年。[70] S. Seshadri、H.-H. Lu、D. E. Leaird、A. M. Weiner 和 J. M. Lukens, "完备的频率-bin 贝尔基综合器", *Phys. Rev. Lett.*, 第 129 卷, 230505 页, 2022年 12月。[71] S. L. Cotter、G. O. Roberts、A. M. Stuart 和 D. White, "函数的马尔可夫链蒙特卡洛方法：改进旧算法以提高速度", *Statist. Sci.*, 第 28 卷, 第 3 期, 第 424–446 页, 2013年。[72] M. Raymer、S. van Enk、C. McKinstrie 和 H. McGuinness, "不同颜色的两个光子之间的干涉", *Opt. Commun.* 283, 5, 747 752, 2010 第 期, 第 – 页。[73] T. Kobayashi、R. Ikuta、S. Yasui、S. Miki、T. Yamashita、H. Terai、T. Yamamoto、M. Koashi 和 N. Imoto, "频域 Hong–Ou–Mandel 干涉", *Nat. Photon.*, 第 10 卷, 第 7 期, 第 441–444 页, 2016 年。[74] T. Kobayashi、D. Yamazaki、K. Matsuki、R. Ikuta、S. Miki、T. Yamashita、H. Terai、T. Yamamoto、M. Koashi 和 N. Imoto, "使用频域分束器的马赫-曾德尔干涉仪", *Opt. Express*, 第 25 卷, 第 10 期, 第 12 052–12 060 页, 2017年。[75] S. Clemmen、A. Farsi、S. Ramelow 和 A. L. Gaeta, "单光子的拉姆齐干涉", *Phys. Rev. Lett.* 第 117 卷, 第 22 期, 223601 页, 2016 年。[76] C. Joshi、A. Farsi、A. Dutt、B. Y. Kim、X. Ji、Y. Zhao、A. M. Bishop、M. Lipson 和 A. L. Gaeta, "集成微谐振腔产生的关联光子的频域量子干涉", *Phys. Rev. Lett.*, 第 124 卷, 第 14 期, 143601 页, 2020年。[77] Y. Hu、M. Yu、D. Zhu、N. Sinclair、A. Shams-Ansari,

L. Shao、J. Holzgrafe、E. Puma、M. Zhang 和 M.Lonˇ car，“片上电光频移器和分束器”，*Nature* 599, 7886, 587 593, , 第 卷, 2021 第 – 页。[78] 尽管用于提取 V 的探针很强，

相干态 [34], 其数学表达式与将每个光子视为独立福克态时相同。为简化记号，我们将明亮态和单光子级态都描述为 $N = 1$ 福克态。