无线声学传感器网络扩展的闭式解

Kashyap Patel、Anton Kovalyov 和 Issa Panahi

本研究提出一种闭式解，用于相对于无线声学传感器网络（WASN）对声学传感器节点进行定位和同步。其目的是通过单独校准新加入的传感器节点，而非重新校准整个阵列，从而实现 WASN 的高效扩展。一项关键贡献在于，待校准的传感器无需配备内置发射器。该方法利用空间分布式声源发出的信号，计算现有 WASN 与新传感器之间的到达时间差（TDOA）测量值。随后，将问题建模为一组多变量非线性 TDOA 方程。通过简单的变换，可将非线性 TDOA 方程转化为线性方程组。接着，采用加权最小二乘（WLS）来准确估计校准参数。信号源既可以是现有 WASN 中已知的发射器，也可以是环境中的任意声源，因此该方法可灵活适用于主动和被动校准场景。不同条件下的仿真结果表明，该方法在联合定位与同步方面表现优异，性能通常接近克拉美-罗下界（CRLB）。

索引词—**校准，　　无线声学传感器网络、定位、同步、到达时间差、加权最小二乘**　　.

arXiv:2302.01505v1 [eess.SP] 3 Feb 2023

I. 引言

无线声学传感器网络（WASN）可用于确定声场的时空构成。本文将 WASN 描述为一种临时组建的阵列，其中空间分布的声学传感器节点通过无线介质互连；每个节点都配备处理器、无线收发器和声音传感器，并可选配声发射器。WASN 用于声源定位 [1], 目标跟踪 [2], 和波束形成应用 [3]。这些应用通常需要准确估计传感器位置（即校准），还需要估计传感器相对于某个中央时间基准的时钟偏差（即同步）[1]。在本研究中，我们尤其关注针对已完成校准的 WASN，推导一个不含内置发射器的传感器节点的联合定位与同步闭式解。我们的目标既是为新传感器加入网络时扩展 WASN 提供一种高效方法，也是为添加可能不含内置发射器的独立传感器提供一种方法。

相关研究包括 [6]–[19]。在 [6], 中，Haddad 等人提出了一种稳健的到达时间（TOA）估计算法，以及一种最小二乘法误差最小化技术，用于在混响环境中定位声学传感器。然而，他们的方法要求由部署在已知战略位置的同步执行器发射受控信号，这使其仅适用于少数实际场景。在研究的早期阶段，声学传感器定位问题也被交替称为无线声学传感器网络校准 [7], [8]。关于无线声学传感器网络校准的文献很多。所提出的方法可分为两类：主动式 和 被动式。

在较为常用的主动方法中，无线声学传感器网络（WASN）的每个节点都包含一个发射器设备，在执行网络校准时生成专用信号。相关研究包括 [9]–[14]。Peng等人提出的“BeepBeep”系统 [9], 提供了一种估计两个异步设备之间距离的方法。每个设备都包含一个传感器和一个发射器。设备依次发出特殊的“Beep”信号；随后，利用传感器测得的到达时间（TOA）估计值来估算设备之间的距离。之后，Cobos等人 [10] 扩展了BeepBeep系统，使网络节点能够同时发射Beep信号，然后通过多维尺度分析（MDS）将距离估计值转换为节点的绝对位置。Raykar等人[11] 提出了一种方法，通过估计每个节点内传感器和发射器的位置，进一步改进节点定位。Pertila等人 [12]将每个节点视为一个包含多个同步传感器和一个发射器的设备。他们的校准过程与BeepBeep类似，不同之处在于，该方法利用节点内传感器网络几何结构的额外信息，改善各个传感器和发射器的定位结果。Wang等人 [14] 考虑了位于已知位置的独立发射器节点，以及位于未知位置的传感器阵列节点。他们的方法先估计发射器节点与传感器阵列节点之间的到达方向（DOA）测量值，再应用人工蜂群算法（ABC）优化来确定传感器的位置。最近，Kovalyov 等人 [13] 提出了一种对两组传感器与发射器阵列进行联合定位与同步的方法：收集各传感器与发射器之间的TOA测量值，然后应用粒子群优化（PSO），求得一组阵列相对于另一组阵列的方位、平移和同步参数。主动校准方法通常能取得较高的性能。然而，每个节点都配备专用发射器会增加系统成本。此外，在某些应用中，发射校准信号可能造成过多干扰。

本研究相关专利正在申请中。作者供职于美国德克萨斯大学达拉斯分校电气与计算机工程系，地址为美国德克萨斯州理查森市，邮编 75080。通讯作者：Kashyap Patel：patelkashyap@utdallas.edu；Anton Kovalyov：anton.kovalyov@utdallas.edu；Issa Panahi：imp015000@utdallas.edu[1]时钟漂移校正也是涉及节点间时钟同步的系统中不可或缺的组成部分。著名的解决方案包括网络时间协议（NTP）和全球定位系统（GPS）。针对无线声学传感器网络的其他解决方案见 [4], [5]

相反，被动方法利用环境中的任意信号对无线声学传感器网络（WASN）进行校准。相关研究包括[15]–[19]。McCowan等人 [15] 提出了一种在弥散噪声环境中对同步传感器进行定位的方法。该方法首先通过拟合测得的噪声相干性与其理论模型，估计传感器两两距离；随后利用多维尺度分析（MDS）确定传感器的绝对位置。另一方面， [16], [17]中的研究使用任意声源发出的信号。Chen等人 [16] 根据信号能量测量值，同时估计传感器和任意发射源的位置。Wozniak和Kowalczyk [17] 为分布式系统提出了一种两步校准方法，其中每个节点本身都是一个传感器阵列。该方法首先利用各节点独立观测到的DOA测量值估计分布式系统的几何结构。随后，将这一估计结果与节点间的到达时间差（TDOA）测量值结合起来，对各传感器及相关发射器进行定位，并确定节点间的同步偏移量。需要指出的是，尽管从实际应用角度看，被动校准方法更受青睐，但与主动校准方法相比，其性能通常不够稳健。

涉及无线声学传感器网络的应用通常需要大量已校准传感器才能取得良好性能。实际应用中，应用开始时可能并非所有传感器都可用。此外，在某些场景下，传感器节点可能随时加入或离开，或者其位置可能发生变化。我们考虑一个已正确校准的无线声学传感器网络。添加新传感器时，需要估计其相对于该无线声学传感器网络的位置和同步偏移。一种解决方案是采用前文所述的方法之一，对包括新传感器在内的整个网络重新校准。然而，当新传感器加入无线声学传感器网络时，重新校准整个网络不仅会增加计算负担，还可能引入新的误差，因为原有无线声学传感器网络被假定已经正确校准。在这种情况下，最好只估计新传感器的校准参数和同步参数，从而不改变已有的网络几何结构知识以及节点间的同步偏移量。

为解决上述问题，我们提出一种高效的闭式解，通过对新加入网络的传感器节点分别进行联合校准与同步，实现无线声学传感器网络的扩展。该方法利用空间分布式声源发出的声学信号，获取现有无线声学传感器网络与新传感器之间的到达时间差测量值；其中，到达时间差可通过采用任意传统到达时间差估计方法获得，例如 [20]–[22]。结合这些到达时间差测量值、网络几何结构以及发射器位置，可估计新传感器相对于无线声学传感器网络的位置和同步偏移。该估计问题被建模为求解一组多变量非线性到达时间差方程的闭式解。通过简单变换，可将非线性到达时间差方程转化为线性方程组。随后，采用加权最小二乘法来估计解，使其对各类测量误差均具有鲁棒性，即到达时间差估计、传感器位置估计和发射器位置估计。本文还推导了克拉美-罗下界（CRLB），用于分析。在各种仿真条件下进行评估时，结果表明，所提方法能够实现高性能的联合定位与同步，且其性能通常与克拉美-罗下界相当。

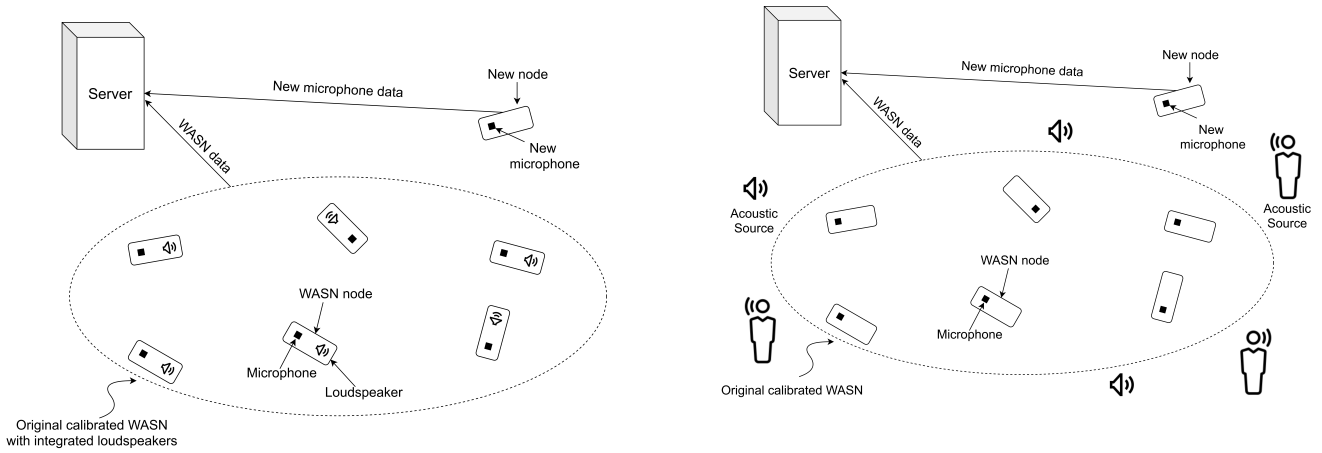
需要注意的是，我们假设原有无线声学传感器网络已正确校准，因此网络几何结构是已知的。另一方面，发射器位置的获取方式有两种：（1）发射器位置是先验已知的，即发射器是内置于已校准传感器节点中的设备（见图1（a））；（2）发射器是环境中的任意声源（见图1（b）），其位置由原有无线声学传感器网络采用被动声源定位方法估计[2] [23]–[25]。因此，所提出的方法既可用于主动校准场景，也可用于被动校准场景。

下面考虑所提出方法在现实中的一种应用场景，例如配备内置无线声学传感器网络（WASN）且已正确校准的智能会议室。WASN 支持多通道信号处理应用，例如噪声与干扰抑制、语音增强，以及音视频会议中的声源定位、识别、跟踪和目标指向。在这一场景中，可将配备麦克风和无线发射器的个人数字助理（PDA），如智能手机、笔记本电脑、平板电脑或智能手表，集成到现有的WASN中：将其音频输入信号传输至无线声学传感器网络服务器，以提升上述应用的性能。随后，可如图1中的两个示例所示，采用主动或被动校准方法，利用所提出的方法对PDA麦克风传感器与WASN进行校准和同步。

本文结构如下。第二节详细描述传感器校准问题。第三节给出基于加权最小二乘（WLS）的闭式解，并推导克拉美-罗下界（CRLB）。第四节报告仿真结果。最后，第五节总结全文。

按照惯例，本文中的向量均为列向量，以小写粗体字母/符号表示。矩阵以大写粗体字母/符号表示。$\mathbf{A}[i,j]$ 表示矩阵$\mathbf{A}$中第 i^{th} 行、第 j^{th} 列对应的元素。 $[\cdot]_{N\times M}$定义一个大小为 $N\times M$的向量/矩阵。$\mathbf{I}_N$表示大小为 $N\times N$的单位矩阵。$\mathbf{0}$ 表示由零组成的向量/矩阵。$(\cdot)^T$ 表示转置。$(\cdot)^{-1}$ 表示逆矩阵。 $\mathbb{E}[\cdot]$表示期望。 $||\mathbf{x}||$ 表示$\mathbf{x}$的欧几里得范数。$\mathbf{tr(X)}$表示$\mathbf{X}$的迹。$\mathbf{blkdiag}$ $\{[\cdot],\ldots,[\cdot]\}$ 表示由向量/矩阵列表构成的分块对角矩阵$\tilde{}$。$\hat{(\cdot)}$表示已知估计值。重音符号$\bar{(\cdot)}$表示需要求得的未知估计值。 $\Delta(\cdot)$表示建模为零均值随机变量的加性噪声。 $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma})$表示均值为 $\boldsymbol{\mu}$ 、协方差为 $\boldsymbol{\Sigma}$的正态分布。最后， $\mathcal{U}(a,b)$表示取值范围为区间 $[a,b]$ 的均匀分布。

[2]实际应用中，为避免源不匹配相关的问题，应使用用于定位声源的同一信号来测量网络与新传感器之间的到达时间差。



(a) 主动校准　　(b) 被动校准

图 1. 通过联合定位并同步新加入的声学传感器节点，对无线声学传感器网络进行扩展。(a) 主动校准：已校准无线声学传感器网络节点中的内置发射器播放专用校准信号。(b) 被动校准：利用周围环境中任意声源产生的信号校准传感器，例如人声。

II. 问题表述

设$\mathbf{s}_1, ..., \mathbf{s}_M$为属于一个经过校准的无线声学传感器网络（WASN）的传感器M 的位置向量，维度为 D。同理，设$\mathbf{u}_1, ..., \mathbf{u}_N$为发射器 N的位置向量，维度为 D。传感器和发射器位置的已知估计值建模为

$$\tilde{\mathbf{s}}_i = \mathbf{s}_i + \Delta\mathbf{s}_i \ , \quad i = 1, \ldots, M \tag{1}$$

and

$$\tilde{\mathbf{u}}_j = \mathbf{u}_j + \Delta\mathbf{u}_j \ , \quad j = 1, \ldots, N \ . \tag{2}$$

分别。考虑向无线声学传感器网络中添加一个新传感器。令 $\mathbf{p}$ 表示新传感器的 D维位置。令τ_p 表示新传感器与已校准无线声学传感器网络之间的同步偏移。由于新传感器与原有无线声学传感器网络不同步，当信号$\mathbf{u}j$ 到达对应于$\mathbf{s}_i$ 和$\mathbf{p}$的传感器时，其无噪声到达时间差为

$$\tau_{ij} = \frac{||\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i|| - ||\mathbf{u}_j - \mathbf{p}||}{c} + \tau_p \ , \tag{3}$$

其中， c 表示已知的信号传播速度。注意，与声源定位中的到达时间差建模 [24], [25], 相比，后者假设传感器已同步，并通过两个不同传感器位置作为焦点的双曲线交点确定感兴趣的声源位置参数，式 (3) 的参数化方式有所不同：由于此处感兴趣的参数是未校准传感器的位置和同步偏移，因此同步假设和相对于这些参数的双曲几何不再适用。为便于数学处理，将式 (3) 两边乘以 c，得到

$$r_{ij} = ||\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i|| - ||\mathbf{u}_j - \mathbf{p}|| + r_p \ , \tag{4}$$

其中 $r_{ij} = c\tau_{ij}$ 和 $r_p = c\tau_p$。在实践中，由于多种原因，式 (4) 的估计可能会受到干扰，例如已校准传感器的内部时钟与全局参考时钟之间的同步抖动、采样分辨率较低以及混响。在本文中，已知的式 (4) 估计建模为

$$\tilde{r}_{ij} = r_{ij} + \Delta r_{ij} \ . \tag{5}$$

因此，已知式 (1)、(2) 和 (5) 中的含噪项，以及加性零均值噪声变量 $\Delta\mathbf{s}_i$、 $\Delta\mathbf{u}j$ 和 Δr_{ij} 的二阶统计量后，目标是推导出一个闭式解，以便准确地将新传感器与原有无线声学传感器网络进行校准，即求出 τ_p 和$\mathbf{p}$ 的良好估计值。

III. 闭式解

式 (4) 中的方程组关于$\mathbf{p}$是非线性的，因此难以直接求解。因此，我们将采用一系列变换来简化问题。重新排列式 (4) 中的方程并将两边平方，可得

$$(r_{ij} - ||\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i|| - r_p)^2 = ||\mathbf{u}_j - \mathbf{p}||^2 \ . \tag{6}$$

令

$$\beta_{ij} = r_{ij} - ||\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i|| \ , \tag{7}$$

然后展开等式两边的平方，得到以下方程组

$$\beta_{ij}^2 - 2\beta_{ij} r_p + r_p^2 = \mathbf{u}_j^T\mathbf{u}_j - 2\mathbf{u}_j^T\mathbf{p} + \mathbf{p}^T\mathbf{p} \ . \tag{8}$$

接着，对于 $i = 1, ..., M$，从式 (8) 中减去对应 $j = N$ 的项，得到

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}\left[\beta_{ij}^2 - \beta_{iN}^2 - \mathbf{u}_j^T\mathbf{u}_j + \mathbf{u}_N^T\mathbf{u}_N\right] \\ &= (-\mathbf{u}_j + \mathbf{u}_N)^T\mathbf{p} + (\beta_{ij} - \beta_{iN})r_p \ , \\ &\qquad j = 1, \ldots, N-1 \ . \end{aligned} \tag{9}$$

现在这是一个关于未知变量的线性方程组，因此可以推知，必须满足约束条件 $M \geq 1$ 和$N \geq D + 2$，估计才有可能进行。当 $M = 1$ 和 $N = D$+2时，我们有一个包含 D+1的线性方程组

个方程和 $D+1$ 个未知量，可以直接求解。但即使在低噪声条件下，结果也不会令人满意。相反，允许使用冗余测量可以显著提高估计性能。因此，鉴于存在冗余测量，我们提出应用加权最小二乘来解决该问题。

由于只能获得含噪测量值，因此应重写（9）以构造误差向量。为便于数学推导，我们先定义

$$\tilde{\beta}_{ij} = \tilde{r}_{ij} - ||\tilde{\mathbf{u}}_j - \tilde{\mathbf{s}}_i|| \,. \tag{10}$$

˜注意到， β_{ij} 本身也是一个含噪测量值，也可以表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_{ij} &= \beta_{ij} + \Delta\beta_{ij} \\ &= \beta_{ij} + \Delta r_{ij} - \Delta\eta_{ij} \,, \end{aligned} \tag{11}$$

其中， $\Delta\eta_{ij}$ 表示 $\Delta\eta_{ij}$ 中的加性噪声

$$||\tilde{\mathbf{u}}_j - \tilde{\mathbf{s}}_i|| = ||\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i|| + \Delta\eta_{ij} \,. \tag{12}$$

附录A中推导了 $\Delta\eta_{ij}$ 的一个近似，其表达式为

$$\Delta\eta_{ij} \approx \frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i)^T(\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_j - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_i)}{||\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i||} \,. \tag{13}$$

然后，在（9）中用含噪对应量替换$\mathbf{u}^j$ 和 β_{ij} 后，可以构造误差向量

$$\boldsymbol{\psi} = \tilde{\mathbf{h}} - \tilde{\mathbf{G}}\boldsymbol{\gamma} \,, \tag{14}$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{h}} &= \frac{1}{2}\begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{h}}_1^T & \cdots & \tilde{\mathbf{h}}_M^T\end{bmatrix}^T \\ \tilde{\mathbf{h}}_i &= \begin{bmatrix} \tilde{\beta}_{i1}^2 - \tilde{\beta}_{iN}^2 - \tilde{\mathbf{u}}_1^T\tilde{\mathbf{u}}_1 + \tilde{\mathbf{u}}_N^T\tilde{\mathbf{u}}_N \\ \vdots \\ \tilde{\beta}_{iN-1}^2 - \tilde{\beta}_{iN}^2 - \tilde{\mathbf{u}}_{N-1}^T\tilde{\mathbf{u}}_{N-1}^T + \tilde{\mathbf{u}}_N^T\tilde{\mathbf{u}}_N \end{bmatrix} \,, \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{G}} &= \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{G}}_1^T & \cdots & \tilde{\mathbf{G}}_M^T\end{bmatrix}^T \\ \tilde{\mathbf{G}}_i &= \begin{bmatrix} (-\tilde{\mathbf{u}}_1 + \tilde{\mathbf{u}}_N)^T & \tilde{\beta}_{i1} - \tilde{\beta}_{iN} \\ \vdots & \vdots \\ (-\tilde{\mathbf{u}}_{N-1} + \tilde{\mathbf{u}}_N)^T & \tilde{\beta}_{iN-1} - \tilde{\beta}_{iN} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{16}$$

并且 $\boldsymbol{\gamma}$将未知的校准参数归纳为

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix}\mathbf{p}^T & r_p\end{bmatrix}^T \,. \tag{17}$$

在零均值高斯噪声的假设下，应用加权最小二乘， $\boldsymbol{\gamma}$ 的估计可转化为以下最小化问题:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}} = \arg\min_{\boldsymbol{\gamma}}\{(\tilde{\mathbf{h}} - \tilde{\mathbf{G}}\boldsymbol{\gamma})^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}(\tilde{\mathbf{h}} - \tilde{\mathbf{G}}\boldsymbol{\gamma})\} \,, \tag{18}$$

其中 $\boldsymbol{\Psi} = \mathbb{E}[\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}^T]$。然后，对 (18) 右侧关于 $\boldsymbol{\gamma}$ 求导并令结果为零，可得线性估计器:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}} = (\tilde{\mathbf{G}}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\tilde{\mathbf{G}})^{-1}\tilde{\mathbf{G}}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\tilde{\mathbf{h}} \,. \tag{19}$$

假设已知二阶噪声统计特性，一旦将 $\boldsymbol{\psi}$ 重构为噪声项的加权和，就可以直接求得 $\boldsymbol{\Psi}$ ，其模型可表示为

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{W}_r\boldsymbol{\Delta}\mathbf{r} + \mathbf{W}_u\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u} + \mathbf{W}_s\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s} + \mathbf{W}_\kappa\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\kappa} \,, \tag{20}$$

其中 $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{r}$、 $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}$、 $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}$ 是将线性噪声项归纳成的向量:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Delta}\mathbf{r} &= \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{r}_1^T & \cdots & \boldsymbol{\Delta}\mathbf{r}_M^T\end{bmatrix}^T \\ \boldsymbol{\Delta}\mathbf{r}_i &= \begin{bmatrix}\Delta r_{i1} & \cdots & \Delta r_{iN}\end{bmatrix}^T \,, \end{aligned} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_1^T & \cdots & \boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_N^T\end{bmatrix}^T \,, \tag{22}$$

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_1^T & \cdots & \boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_M^T\end{bmatrix}^T \,, \tag{23}$$

$\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\kappa}$ 是将二阶噪声项归纳成的向量，而$\mathbf{W}_r$、$\mathbf{W}_u$、$\mathbf{W}_s$ 和$\mathbf{W}_\kappa$ 是噪声权重矩阵。

将式 (14) 中的含噪测量值替换为式 (2) 和 (11) 中相应的右端等价项，即可求出式 (20) 中未定义的变量。然后，应用式 (13) 中的近似并化简，可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\kappa} &= \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\kappa}_1^T & \cdots & \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\kappa}_M^T\end{bmatrix}^T \\ \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\kappa}_i &= \begin{bmatrix} \Delta\beta_{i1}^2 - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_1^T\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \Delta\beta_{iN}^2 - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_N^T\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_N \end{bmatrix} \,, \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_r &= \text{blkdiag}\{\mathbf{A}_1, \ldots, \mathbf{A}_M\} \\ \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} a_1 & & -a_N \\ & \ddots & \vdots \\ & a_{N-1} & -a_N \end{bmatrix} \\ a_j &= -||\mathbf{u}_j - \mathbf{p}|| \,, \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_u &= \begin{bmatrix}\mathbf{A}_1^T & \cdots & \mathbf{A}_M^T\end{bmatrix}^T \\ \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{i1}^T & & -\mathbf{a}_{iN}^T \\ & \ddots & \vdots \\ & \mathbf{a}_{iN-1}^T & -\mathbf{a}_{iN}^T \end{bmatrix} \\ \mathbf{a}_{ij} &= \frac{||\mathbf{u}_j - \mathbf{p}||(\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i)}{||\mathbf{u}_j - \mathbf{s_i}||} - (\mathbf{u}_j - \mathbf{p}) \,, \end{aligned} \tag{26}$$

$\mathbf{W}_s =$分块对角矩阵$\{\mathbf{A}_1, \ldots, \mathbf{A}_M\}$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix}\mathbf{a}_{i1} - \mathbf{a}_{iN} & \cdots & \mathbf{a}_{iN-1} - \mathbf{a}_{iN}\end{bmatrix}^T \\ \mathbf{a}_{ij} &= -\frac{||\mathbf{u}_j - \mathbf{p}||(\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i)}{||\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i||} \end{aligned} \tag{27}$$

and

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_\kappa &= \text{blkdiag}\{\mathbf{A}_1, \ldots, \mathbf{A}_M\} \\ \mathbf{A}_i &= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & & -1 \\ & \ddots & \vdots \\ & 1 & -1 \end{bmatrix}_{N-1\times N} \,. \end{aligned} \tag{28}$$

设$\mathbf{Q}_r = \mathbb{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{r}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{r}^T]$, $\mathbf{Q}_u = \mathbb{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}^T]$, $\mathbf{Q}_s = \mathbb{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}^T]$ 为已知的噪声协方差矩阵。此外，设$\mathbf{Q}_{ru} = \mathbb{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{r}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}^T]$, $\mathbf{Q}_{rs} = \mathbb{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{r}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}^T]$,$\mathbf{Q}_{us} = \mathbb{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}^T]$ 为已知的噪声交叉协方差矩阵。那么，忽略式 (20) 中由$\boldsymbol{\Delta\kappa}$ 归并的二阶项后，可得 $\boldsymbol{\Psi}$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Psi} = \mathbb{E}[\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}^T] &= \boldsymbol{\Psi}_r + \boldsymbol{\Psi}_u + \boldsymbol{\Psi}_s + \boldsymbol{\Psi}_{ru} + \boldsymbol{\Psi}_{rs} + \boldsymbol{\Psi}_{us} \\
\boldsymbol{\Psi}_r &= \mathbf{W}_r\mathbf{Q}_r\mathbf{W}_r^T \\
\boldsymbol{\Psi}_u &= \mathbf{W}_u\mathbf{Q}_u\mathbf{W}_u^T \\
\boldsymbol{\Psi}_s &= \mathbf{W}_s\mathbf{Q}_s\mathbf{W}_s^T \\
\boldsymbol{\Psi}_{ru} &= \mathbf{W}_r\mathbf{Q}_{ru}\mathbf{W}_u^T + \mathbf{W}_u\mathbf{Q}_{ru}^T\mathbf{W}_r^T \\
\boldsymbol{\Psi}_{rs} &= \mathbf{W}_r\mathbf{Q}_{rs}\mathbf{W}_s^T + \mathbf{W}_s\mathbf{Q}_{rs}^T\mathbf{W}_r^T \\
\boldsymbol{\Psi}_{us} &= \mathbf{W}_u\mathbf{Q}_{us}\mathbf{W}_s^T + \mathbf{W}_s\mathbf{Q}_{us}^T\mathbf{W}_u^T \,.
\end{aligned} \tag{29}$$

请注意，构造 $\boldsymbol{\Psi}$ 需要预先知道$\mathbf{s}_i$、$\mathbf{u}_j$和$\mathbf{p}$ ，如式 (25)–(27) 所示。在实践中，$\mathbf{s}_i$ 和$\mathbf{u}_j$ 可以用相应的估计值近似。另一方面，由于无法获得$\mathbf{p}$ 的估计值，可以通过最小二乘法（LS）估计找到一个较好的初始猜测，如下所示

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}} = (\tilde{\mathbf{G}}^T\tilde{\mathbf{G}})^{-1}\tilde{\mathbf{G}}^T\tilde{\mathbf{h}} \,. \tag{30}$$

然后，可以迭代应用式 (19) 中的加权最小二乘估计器，以进一步改进估计。尽管如此，仿真结果表明，通常只需应用一次式 (19)，便足以获得较好的 $\boldsymbol{\gamma}$最终估计值。

A. 估计器方差

采用扰动方法求得所提出的加权最小二乘估计器的方差˜。令$\mathbf{G} = \mathbf{G} + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{G}$、$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{h} + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{h}$ 和ˆ$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\Delta\gamma}$。代入式 (19) 并整理可得

$$\begin{aligned}
&(\mathbf{G} + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{G})^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}(\mathbf{G} + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{G})(\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\Delta\gamma}) \\
&\qquad = (\mathbf{G} + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{G})^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}(\mathbf{h} + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{h}) \,.
\end{aligned} \tag{31}$$

接着忽略非线性误差项并再次整理，得到

$$\begin{aligned}
&\mathbf{G}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\mathbf{G}\boldsymbol{\Delta\gamma} \\
&= \mathbf{G}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}[(\mathbf{h} - \mathbf{G}\boldsymbol{\gamma}) + (\boldsymbol{\Delta}\mathbf{h} - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{G}\boldsymbol{\gamma})] \\
&\qquad + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{G}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}(\mathbf{h} - \mathbf{G}\boldsymbol{\gamma}) \,.
\end{aligned} \tag{32}$$

注意到$\mathbf{h} = \mathbf{G}\boldsymbol{\gamma}$ 且 $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\Delta}\mathbf{h} - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{G}\boldsymbol{\gamma}$ ，可将式 (32) 简化为

$$\boldsymbol{\Delta\gamma} = (\mathbf{G}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{\psi} \,. \tag{33}$$

因此，ˆ$\boldsymbol{\gamma}$ 的协方差矩阵为

$$\mathrm{cov}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}) = \mathbb{E}[\boldsymbol{\Delta\gamma}\boldsymbol{\Delta\gamma}^T] = (\mathbf{G}^T\boldsymbol{\Psi}^{-1}\mathbf{G})^{-1} \,, \tag{34}$$

其中使用了定义 $\boldsymbol{\Psi} = \mathbb{E}[\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}^T]$ 。

B. 克拉美-罗下界（*CRLB*）

克拉美-罗下界为无偏估计器的方差设定了下界 [26]。比较我们的估计器方差与理论最优值很有意义。克拉美-罗下界可通过费 Fisher 信息矩阵的逆求得。费 Fisher 信息矩阵为

$$\boldsymbol{\mathcal{I}}(\boldsymbol{\theta}) = -\mathbb{E}\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\theta}\partial\boldsymbol{\theta}^T}\right], \tag{35}$$

其中， $\boldsymbol{\theta}$ 是由未知参数组成的向量，$\mathbf{v}$ 是由测量值组成的向量，而 $p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})$是$\mathbf{v}$ 在给定 $\boldsymbol{\theta}$条件下的概率密度函数（PDF）。

在我们的情境中，测量向量为

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{r}}^T & \tilde{\mathbf{u}}^T & \tilde{\mathbf{s}}^T\end{bmatrix}^T. \tag{36}$$

其中

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{r}} &= \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{r}}_1^T & \cdots & \tilde{\mathbf{r}}_M^T\end{bmatrix}^T \\
\tilde{\mathbf{r}}_i &= \begin{bmatrix}\tilde{r}_{i1} & \cdots & \tilde{r}_{iN}\end{bmatrix}^T,
\end{aligned} \tag{37}$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{u}}_1^T & \cdots & \tilde{\mathbf{u}}_N^T\end{bmatrix}^T \tag{38}$$

and

$$\tilde{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{s}}_1^T & \cdots & \tilde{\mathbf{s}}_M^T\end{bmatrix}^T. \tag{39}$$

另一方面，未知参数向量为

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\gamma}^T & \mathbf{u}^T & \mathbf{s}^T\end{bmatrix}^T. \tag{40}$$

请注意，由于发射器和传感器位置的真实值未知，为了计算准确的下界，必须将它们纳入 (40) 的 $\boldsymbol{\theta}$ 中。

鉴于问题的复杂性，很难以解析方式推导出关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的 $\mathbf{v}$ 的概率密度函数。为简单起见，我们假设 ˜$\mathbf{r}$、˜$\mathbf{u}$ 和 ˜$\mathbf{s}$ 分别是 $\mathcal{N}(\mathbf{r}, \mathbf{Q}_r)$、 $\mathcal{N}(\mathbf{u}, \mathbf{Q}_u)$ 和 $\mathcal{N}(\mathbf{s}, \mathbf{Q}_s)$ 中的相互独立的随机变量。因此，概率密度函数为

$$p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta}) = p(\tilde{\mathbf{r}}|\boldsymbol{\theta})p(\tilde{\mathbf{u}}|\boldsymbol{\theta})p(\tilde{\mathbf{s}}|\boldsymbol{\theta}) \,. \tag{41}$$

对 (41) 取自然对数，得到

$$\begin{aligned}
\ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta}) = -\frac{1}{2}[&(\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r})^T\mathbf{Q}_r^{-1}(\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}) + \\
&(\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u})^T\mathbf{Q}_u^{-1}(\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}) + \\
&(\tilde{\mathbf{s}} - \mathbf{s})^T\mathbf{Q}_s^{-1}(\tilde{\mathbf{s}} - \mathbf{s})] + C \,,
\end{aligned} \tag{42}$$

其中 C 为常数项。因此，克拉美-罗下界可推导为

$$\begin{aligned}
&\mathrm{CRLB} = \boldsymbol{\mathcal{I}}^{-1}(\theta) = \\
&\left\{-\mathbb{E}\begin{bmatrix}
\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\gamma}\partial\boldsymbol{\gamma}^T} & \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\gamma}\partial\mathbf{u}^T} & \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\gamma}\partial\mathbf{s}^T} \\
\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{u}\partial\boldsymbol{\gamma}^T} & \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{u}\partial\mathbf{u}^T} & \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{u}\partial\mathbf{s}^T} \\
\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{s}\partial\boldsymbol{\gamma}^T} & \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{s}\partial\mathbf{u}^T} & \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{s}\partial\mathbf{s}^T}
\end{bmatrix}\right\}^{-1},
\end{aligned} \tag{43}$$

其中，对角线上的值表示 $\boldsymbol{\theta}$中各参数方差的下界。具体而言，前四个对角线值对应ˆ$\boldsymbol{\gamma}$中方差的下界。(43) 中偏导数项的解可在附录 B 中找到。

IV. 仿真实验

我们进行了八组实验，每组均包含大量蒙特卡罗（MC）仿真，以验证所提方法在不同条件下的性能。在所有实验中，我们考虑了一个包含 M 个传感器和 N 个发射器、覆盖三维空间的无线声学传感器网络。传感器和发射器随机放置在距原点 $\mathcal{U}(0, A)$ m 的位置，其中 A 定义为无线声学传感器网络及发射器的孔径 。另一方面，需要校准的新传感器随机放置在距原点 $\mathcal{U}(0, R)$ m 的位置，其中 R 定义为新传感器的距离 。所有元素的方位角和俯仰角分别从 $\mathcal{U}(0, 2\pi)$ 和 $\mathcal{U}(-\pi/2, \pi/2)$ 弧度的范围内随机抽取。所有元素之间的距离均限制为至少 5 cm。新传感器与无线声学传感器网络之间的同步偏移从 $\mathcal{U}(0,1)$ s 的范围内随机抽取。(3) 中的声速常数 c 设为 343 m/s。

在所有实验中，我们通过使用标准差（SD）分别为 σ_s 和 σ_u 的零均值加性高斯白噪声（AWGN）扰动真实坐标值，模拟了式（1）中的三维传感器位置和式（2）中的三维发射器位置的含噪估计。同样，在前七个实验中，我们通过使用标准差为 σ_r 的 AWGN 扰动式（4）中的真实值，模拟了式（5）中的到达时间差估计。因此，我们令 $\mathbf{Q}_r = \sigma_r^2\mathbf{I}_{NM}$，$\mathbf{Q}_u = \sigma_u^2\mathbf{I}_{3N}$，$\mathbf{Q}_s = \sigma_s^2\mathbf{I}_{3M}$，$\mathbf{Q}_{ru} = \mathbf{0}_{NM\times 3N}$，$\mathbf{Q}_{rs} = \mathbf{0}_{NM\times 3M}$ 和 $\mathbf{Q}_{us} = \mathbf{0}_{3N\times 3M}$。

在所有实验中，我们考虑了 N_s 种不同的无线声学传感器网络（WASN）、发射器和新传感器的几何配置。对于每种几何配置，均对噪声进行了 N_i 次自助抽样。将所提出的加权最小二乘法的两个变体，即 WLS-1 和加权最小二乘法-5，与式（30）中的最小二乘法、第三-A节推导出的估计量协方差（称为理论加权最小二乘法（WLS-T））以及第三-B节推导出的克拉美-罗下界进行了比较。WLS-1 和加权最小二乘法-5 中连字符后的数字表示式（19）的迭代次数。每种方法的性能均通过定位和同步均方根误差（RMSE）来衡量。最小二乘法、WLS-1 和加权最小二乘法-5 对应的定位均方根误差（RMSE_{loc}）和同步均方根误差（RMSE^{syn}）定义为

$$\text{RMSE}_{\text{loc}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_s}\sum_{j=1}^{N_i}\frac{\|\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_{ij}\|^2}{N_s N_i}} \ \text{(m)} \tag{44}$$

and

$$\text{RMSE}_{\text{syn}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_s}\sum_{j=1}^{N_i}\frac{(\tau_{pi} - \hat{\tau}_{pij})^2}{N_s N_i}} \ \text{(s)}\,, \tag{45}$$

其中，下标 i 表示第 i个几何配置，下标 ij 表示第 i个几何配置的第 j次自助抽样噪声试验。WLS-T 和克拉美-罗下界的相应性能指标定义为

$$\text{RMSE}_{\text{loc}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_s}\sum_{d=1}^{3}\frac{\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_i)[d,d]}{N_s}} \ \text{(m)} \tag{46}$$

and

$$\text{RMSE}_{\text{syn}} = c^{-1}\sqrt{\sum_{i=1}^{N_s}\frac{\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_i)[4,4]}{N_s}} \ \text{(s)}\,, \tag{47}$$

其中，$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_i)$是第 i 个几何配置的估计协方差；对于 WLS-T，它由式 (34) 给出；对于克拉美-罗下界，它由式 (43) 给出。

除非另有说明，所有实验中的参数均定义如下。传感器数量 M 和发射器数量 N 均设为 10。无线声学传感器网络的孔径 A 和新传感器范围 R 均设为 1 m。传感器位置噪声 σ_s、发射器位置噪声 σ_u 以及到达时间差测量噪声 σ_r 的标准差通过令 $10\log_{10}(\sigma_s) = 10\log_{10}(\sigma_u) = 10\log_{10}(\sigma_r) = -30$ 来设定。几何配置数量 N_s 设为 32。最后，每种几何配置下对噪声进行自助抽样的次数 N_i 设为 10^3。

在第一个实验中，我们评估了各方法在改变 $[-50, -10]$ 中的 $10\log_{10}(\sigma_r)$、同时保持其他所有参数不变时的性能。图 2(a) 和 (b) 中的结果表明，WLS-1 和 WLS-5 的定位与同步性能相当。此外，结果显示，在低至中等噪声条件下，WLS-1、WLS-5、WLS-T 和克拉美-罗下界的表现趋于相近，且均显著优于最小二乘法。然而，噪声增大时，所提方法的均方根误差开始偏离其理论估计值和克拉美-罗下界。在其余实验中，我们发现，不同方法在定位和同步均方根误差方面的相对表现相似。因此，为简洁起见，后文主要展示并讨论定位均方根误差。

在第二和第三个实验中，我们分别在 $[-50, -10]$ 中单独改变 $10\log_{10}(\sigma_u)$ 和 $10\log_{10}(\sigma_s)$，同时保持所有其他参数不变。图 2 (c) 和 (d) 的结果显示，其模式与第一个实验的结果略为相似；但不同之处在于，在噪声较大时，所提方法与其理论估计值及克拉美-罗下界之间的差距显著扩大。这一明显差距归因于式 (12) 中的低噪声假设，该假设是在附录A中推导式 (13) 的近似过程中作出的。比较前三个实验的结果还可以明显看出，与 σ_u 和 σ_s 相比，σ_r 的影响更为显著。因此，可靠的 TDOA 估计方法对于实现令人满意的校准性能至关重要。

令 σ_{r1} 表示仅由第一个传感器引起的到达时间差测量中的加性高斯白噪声标准差，即 σ_{r1} 表示式（5）中 Δr_{11}、.....、Δr_{1N} 的标准差。在第四次实验中，我们令 $\mathbf{Q}_r =$ 为分块对角矩阵 $\left\{\sigma_{r1}^2\mathbf{I}_N,\ \sigma_r^2\mathbf{I}_{N(M-1)}\right\}$，并验证了在保持 $[-50, -10]$ 中的 $10\log_{10}(\sigma_{r1})$ 变化、同时将 $10\log_{10}(\sigma_r)$ 固定为 -30 时不同方法的性能。本实验的主要目的是验证加权最小二乘在测量噪声不均匀情况下的性能。图 2(e) 显示，改变 σ_{r1} 对加权最小二乘和克拉美-罗下界的结果没有影响，这可归因于大量可靠的到达时间差测量值以及对噪声二阶统计量的准确了解。其性能

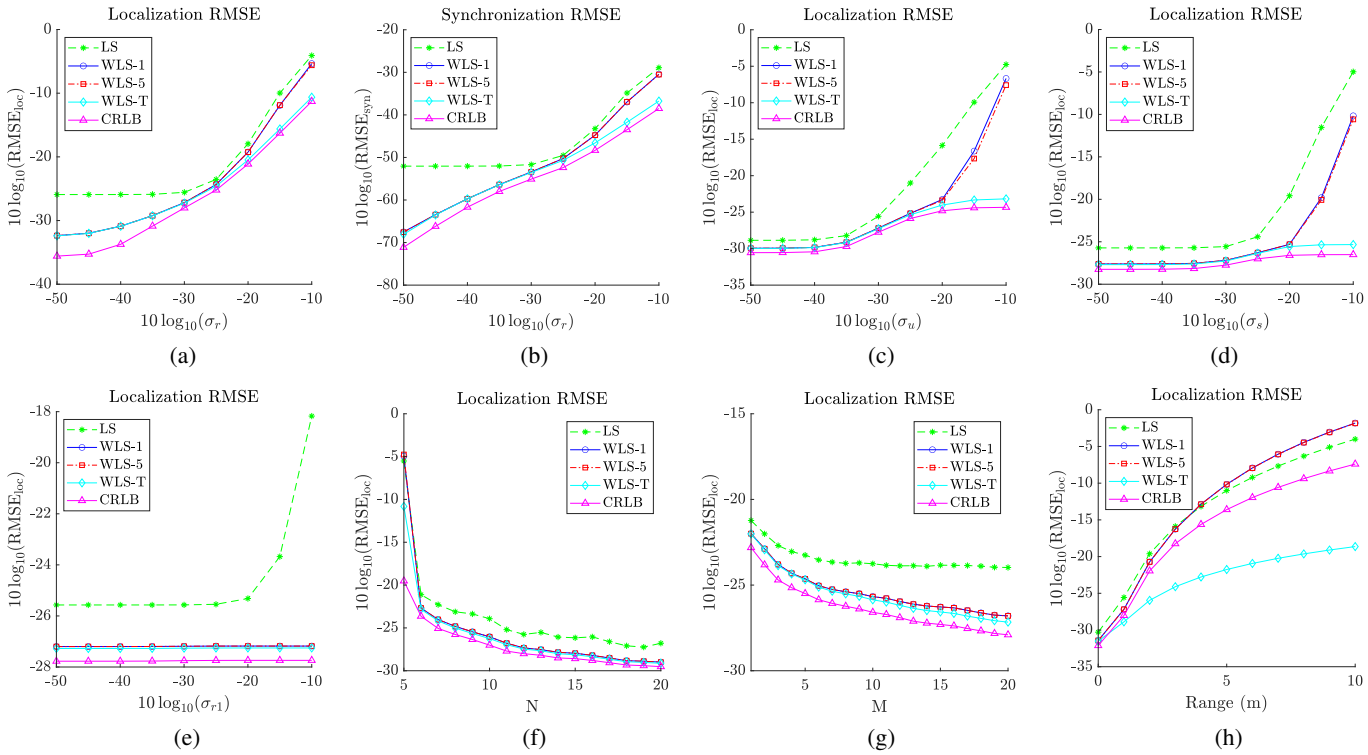


图2. 实验1-7。不同校准场景下，最小二乘法、WLS-1、加权最小二乘法-5、加权最小二乘法-T 和克拉美-罗下界的性能。(a) 随到达时间差测量噪声标准差变化的定位均方根误差；(b) 随到达时间差测量噪声标准差变化的同步均方根误差。(c) 随发射器三维位置估计噪声标准差变化的定位均方根误差。(d) 随传感器三维位置估计噪声标准差变化的定位均方根误差。(e) 仅由第一个传感器引起的到达时间差测量噪声标准差变化时的定位均方根误差。(f) 发射器数量 N 变化时的定位均方根误差。(g) 传感器数量 M 变化时的定位均方根误差。(h) 新传感器相对于无线声学传感器网络和发射器的距离 R 变化时的定位均方根误差。

另一方面，最小二乘法在 σ_{r1} 值较高时性能明显下降，这与预期一致。

第五个实验评估了在 $[5, 20]$ 中发射器数量 N 变化时各方法的性能。图2(f)显示，当 N 超过最低要求的发射器数量5时，加权最小二乘法优于最小二乘法，且性能与克拉美-罗下界相当。反之，当 $N = 5$ 时，克拉美-罗下界与其余方法之间的差距非常大。类似地，第六个实验评估了在 $[1, 20]$ 中传感器数量 M 变化时各方法的性能。图2(g)的结果表明，即使在 $M = 1$ 的情况下，也能够实现可靠的定位性能。此外，再次可以明显看出，加权最小二乘法优于最小二乘法，且性能与克拉美-罗下界相当。

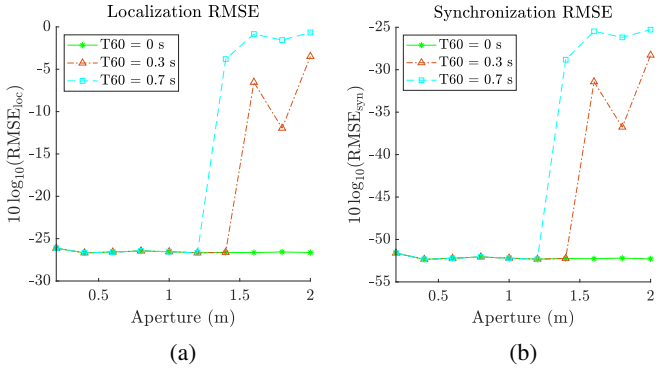


图3. 实验8。声学仿真。(a) WLS-1 在无线声学传感器网络和发射器的混响时间及孔径变化时的定位均方根误差，以及 (b) 同步均方根误差。

在第七个实验中，我们评估了待校准传感器的距离 R 在 $[0, 10]$ (m) 中变化时不同方法的性能。本实验旨在观察新传感器相对于无线声学传感器网络（WASN）和发射器的位置从近场变为远场时，对校准性能的影响。图2（h）的结果表明，当 R 开始超过无线声学传感器网络和发射器的孔径 A 时，所有方法的性能都会显著下降，而 WLS-T 的结果变得不可靠。性能下降的原因是，在远场场景中，校准性能极易受到到达时间差测量中的噪声影响。这也是基于到达时间差的声源定位中的一个问题，众所周知在远场场景下，可靠的定位并不完全可行，因此通常更关注 DOA[27]。后者的原因可归结为推导（34）时所作的大量近似，这些近似未能考虑远场场景的影响。

第八个也是最后一个实验由一系列声学仿真组成。其目的是分析在不同混响时间（T_{60}）以及 WASN 和发射器孔径条件下，对 WLS-1 校准性能的影响。在该实验中，使用 [28] 中的镜像法对尺寸为 $5 \times 5 \times 3$ m 的房间进行了仿真。WASN、发射器和新传感器均按照前述实验中的相同流程，随机放置在房间中央

。所有元素均被限制在距离墙壁至少 0.5 m 的位置。通过令 $T_{60} \in \{0, 0.3, 0.7\}$ s，考虑了三种不同的混响时间。对于 T_{60} 的每个取值， A和 R 均设置为在 $[0.2, 2]$ m 范围内联合变化。校准信号由持续时间为一秒的白噪声组成，采样率为 $f_s = 48$kHz。通过将校准信号与相应的长度为 1024 个样本的房间脉冲响应（RIR）进行卷积，对各个传感器采集的信号进行了仿真。使用 GCC-PHAT [20] 加二次插值 [29]估计到达时间差。随后，将这些估计值加入给定的 τ_p ，以充分仿真式（3）中的异步到达时间差测量。其余参数 c、 M、 N、 σ_s、 σ_u、 σ_r、 N_s和 N_i均设为此前定义的值（即默认值）。由于缺乏关于使用 GCC-PHAT 计算的到达时间差测量方差估计的相关文献，为简便起见，我们假设标准差为 $\sigma_r = c/f_s \approx 0.71$ cm 的加性高斯白噪声，这相当于一个样本的误差。因此，相应的噪声协方差矩阵按照与前述实验相同的方式定义。

第八次实验的结果绘于图3。可以观察到，当 $T_{60} = 0$时，增大孔径不会对 WLS-1 的校准性能产生负面影响。对于 $T_{60} > 0$ ，同样的观察结果也成立，直至达到使到达时间差估计变得不可靠的阈值。所述阈值在 $T_{60} = 0.3$ s 时为 $A = R = 1.6$ m，在 $T_{60} = 0.7$ s 时为 $A = R = 1.4$ 。因此，可以注意到，随着混响时间增加，能够实现可靠校准性能的最大孔径值会减小。为缓解这一限制，应改用更复杂的混响条件下 TDOA 估计方法。

V. 结论

大量已校准传感器通常是无线声学传感器网络实现最佳性能的必要条件。本研究提出了一种针对无线声学传感器网络，对传感器节点进行联合校准与同步的闭式解，该节点可能不包含内置声发射器。因此，所提出的方法有助于在新传感器可用时高效扩展无线声学传感器网络，并为缺少内置发射器的传感器节点提供校准与同步的途径。该方法利用空间分布式声源的信号，获取现有无线声学传感器网络与新传感器之间的到达时间差测量值。问题被建模为多变量非线性到达时间差方程组，再通过简单变换转换为线性方程组。随后，采用加权最小二乘估计新传感器相对于现有无线声学传感器网络的位置和同步偏移。仿真结果表明，关于所提估计器的性能：仅应用一次加权最小二乘（WLS-1）便足以获得令人满意的结果；在先验已知二阶噪声统计量的情况下，该估计器对各类测量中的噪声均具有鲁棒性；只要测量噪声不过大，其整体性能通常可与克拉美-罗下界相当；随着无线声学传感器网络中传感器和/或发射器数量增加，校准性能往往会有所提升；新传感器最好应置于相对于无线声学传感器网络和发射器的近场；在相对于无线声学传感器网络和发射器的近场；在强混响条件下，采用鲁棒的到达时间差估计方法至关重要，尤其是在传感器和发射器的孔径较大时；否则，结合使用 GCC-PHAT 与二次插值，便足以实现高精度校准。

致谢

本研究得到美国国立卫生研究院（NIH）下属美国国家耳聋与其他交流障碍研究所（NIDCD）项目资助（资助编号：5R01DC015430-05）。本文内容完全由作者负责，不一定代表 NIH 的官方观点。本研究已通过美国专利商标局（USPTO）获得临时专利，序列号：63/301,867。

附录A $\tilde{\eta}$中的误差线性化

Let,

$$\tilde{\eta}_{ij} = ||\tilde{\mathbf{u}}_j - \tilde{\mathbf{s}}_i|| = \eta_{ij} + \Delta\eta_{ij}. \tag{48}$$

应用式 (1) 和式 (2) 可得以下关系

$$\eta_{ij} + \Delta\eta_{ij} = ||(\mathbf{u}_j + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_j) - (\mathbf{s}_i + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_i)||, \tag{49}$$

其中，我们希望将 $\Delta\eta_{ij}$ 表示为$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_j$ 和 $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_i$的线性组合。将式 (49) 两边平方，并忽略右侧的二阶误差项，可得

$$\Delta\eta_{ij}^2 + 2\eta_{ij}\Delta\eta_{ij} - 2(\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i)^T(\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_j - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_i) = 0. \tag{50}$$

解该二次方程可得

$$\Delta\eta_{ij} = -\eta_{ij} \pm \eta_{ij}\sqrt{1 + \frac{2(\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i)^T(\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_j - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_i)}{\eta_{ij}^2}}. \tag{51}$$

现在，假设 $\Delta\eta_{ij} \ll \eta_{ij}$ ，可以忽略带负号的解。此假设还意味着

$$\frac{2(\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i)^T(\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_j - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_i)}{\eta_{ij}^2} \ll 1. \tag{52}$$

因此，对式 (51) 应用麦克劳林级数展开，仅保留线性项，可得以下近似

$$\Delta\eta_{ij} \approx \frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{s}_i)^T(\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}_j - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{s}_i)}{\eta_{ij}}. \tag{53}$$

附录 B 克拉美-罗下界中的偏导数

由于克拉美-罗下界矩阵是对称的，因此只需对下三角部分或

上三角部分的（43）求偏导数解即可。下三角部分的偏导数解为

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\gamma}\partial\boldsymbol{\gamma}^T}\right] &= -\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\boldsymbol{\gamma}}\right)^T \mathbf{Q}_r^{-1}\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\boldsymbol{\gamma}}\right)\\
\mathbb{E}\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\gamma}\partial\mathbf{u}^T}\right] &= -\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\boldsymbol{\gamma}}\right)^T \mathbf{Q}_r^{-1}\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\right)\\
\mathbb{E}\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\gamma}\partial\mathbf{s}^T}\right] &= -\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\boldsymbol{\gamma}}\right)^T \mathbf{Q}_r^{-1}\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{s}}\right)\\
\mathbb{E}\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{u}\partial\mathbf{s}^T}\right] &= -\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\right)^T \mathbf{Q}_r^{-1}\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{s}}\right)\\
\mathbb{E}\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{u}\partial\mathbf{u}^T}\right] &= -\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\right)^T \mathbf{Q}_r^{-1}\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\right) - \mathbf{Q}_u^{-1}\\
\mathbb{E}\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{v}|\boldsymbol{\theta})}{\partial\mathbf{s}\partial\mathbf{s}^T}\right] &= -\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{s}}\right)^T \mathbf{Q}_r^{-1}\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{s}}\right) - \mathbf{Q}_s^{-1},
\end{aligned}
\tag{54}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\boldsymbol{\gamma}} &= \begin{bmatrix}\mathbf{A}_1^T & \cdots & \mathbf{A}_M^T\end{bmatrix}^T\\
\mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix}\frac{(\mathbf{u}_1-\mathbf{p})^T}{||\mathbf{u}_1-\mathbf{p}||} & 1\\ \vdots & \vdots\\ \frac{(\mathbf{u}_N-\mathbf{p})^T}{||\mathbf{u}_N-\mathbf{p}||} & 1\end{bmatrix},
\end{aligned}
\tag{55}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}} &= \begin{bmatrix}\mathbf{A}_1^T & \cdots & \mathbf{A}_M^T\end{bmatrix}^T\\
\mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix}\mathbf{a}_{i1}^T & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{a}_{iN}^T\end{bmatrix}\\
\mathbf{a}_{ij} &= \frac{(\mathbf{u}_j-\mathbf{s}_i)}{||\mathbf{u}_j-\mathbf{s}_i||} - \frac{(\mathbf{u}_j-\mathbf{p})}{||\mathbf{u}_j-\mathbf{p}||},
\end{aligned}
\tag{56}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{s}} &= \begin{bmatrix}\mathbf{A}_1^T & \cdots & \mathbf{A}_M^T\end{bmatrix}^T\\
\mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix}\mathbf{0}_{1\times3(i-1)} & -\frac{(\mathbf{u}_1-\mathbf{s}_i)^T}{||\mathbf{u}_1-\mathbf{s}_i||} & \mathbf{0}_{1\times3(M-i)}\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \mathbf{0}_{1\times3(i-1)} & -\frac{(\mathbf{u}_N-\mathbf{s}_i)^T}{||\mathbf{u}_N-\mathbf{s}_i||} & \mathbf{0}_{1\times3(M-i)}\end{bmatrix}.
\end{aligned}
\tag{57}
$$

参考文献

[1] R. Zekavat 和 R. M. Buehrer，《源定位：算法与分析》，2019年，第59–106页。[2] C.-Y. Chong 和 S. P. Kumar，“传感器网络：演进、机遇与挑战”，《IEEE会刊》，第91卷，第8期，第1247–1256页，2003年。[3] V. M. Tavakoli、J. R. Jensen、M. G. Christensen 和 J. Benesty，“利用自组织麦克风阵列进行语音增强的框架”，IEEE/ACM音频、语音与语言处理汇刊，第24卷，第6期，第1038–1051页，2016年。[4] D. Budnikov、I. Chikalov、I. Kozintsev 和 R. Lienhart，“同步传感器与执行器分布式阵列”，载于《2004年第12届欧洲信号处理会议》，2004年，第2243–2246页。[5] S. Sur、T. Wei 和 X. Zhang，“通过同步智能手机阵列实现自导向音频采集”，载于《第12届移动系统、应用与服务年度国际会议论文集》，2014年，第28–41页。

[6] D. Bechler、K. Kroschel 和 M. Wagner，“移动设备的鲁棒声学自定位”，IEEE移动计算汇刊，第15卷，第4期，第982–995页，2015年。[7] M. Cobos、F. Antonacci、A. Alexandridis、A. Mouchtaris 和 B. Lee，“无线声学传感器网络中的声源定位方法综述”，无线通信与移动计算，2017年，第2017卷。[8] J. M. Barcelo-Ordinas、M. Doudou、J. Garcia-Vidal 和 N. Badache，“传感器网络非受控环境中的自校准方法：参考综述”，自组织网络，第88卷，159，2019年142页。[9] C. Peng、G. Shen、Y. Zhang、Y. Li 和 K. Tan，“BeepBeep：一种使用商用现成移动设备的高精度声学测距系统”，载于第5届嵌入式网络传感器系统国际会议论文集，2007年，第1–14页。[10] M. Cobos、J. J. Perez-Solano、O. Belmonte、G. Ramos 和 A. M. Torres，“非同步无线声学传感器网络中的同时测距与自定位”，IEEE信号处理汇刊，第64卷，第22期，第5993–6004页，2016年。[11] V. C. Raykar、I. V. Kozintsev 和 R. Lienhart，“分布式计算平台中麦克风和扬声器的位置校准”，IEEE语音与音频处理汇刊，第13卷，第1期，第70–83页，2005年。[12] P. Pertil¨a、M. Mieskolainen 和 M. S. H¨am¨al¨ainen，“异步麦克风阵列的闭式自定位”，载于2011年免提语音通信与麦克风阵列联合研讨会，2011年，第139–144页。[13] A. Kovalyov、K. Patel 和 I. Panahi，“使用粒子群优化对两组麦克风和扬声器阵列进行联合校准与同步”，IEEE开放信号处理期刊，第2卷，第535–544页，2021年。[14] R. Wang、Z. Chen 和 F. Yin，“声学传感器网络中基于DOA的三维节点几何校准及其克拉美–罗界和灵敏度分析”，IEEE/ACM音频、语音与语言处理汇刊，第27卷，第9期，第1455–1468页，2019年。[15] I. McCowan、M. Lincoln 和 I. Himawan，“扩散噪声场中的麦克风阵列形状校准”，IEEE音频、语音与语言处理汇刊，第16卷，第3期，第666–670页，2008年。[16] M. Chen、Z. Liu、L. He、P. Chou 和 Z. Zhang，“自组织麦克风阵列中基于能量的麦克风和扬声器位置估计”，载于2007年IEEE音频与声学信号处理应用研讨会，2007年，第22–25页。[17] S. Wo´zniak 和 K. Kowalczyk，“分布式麦克风阵列的被动联合定位与同步”，IEEE信号处理快报，第26卷，第2期，第292–296页，2019年。[18] A. Plinge、G. A. Fink 和 S. Gannot，“声学传感器网络的被动在线几何校准”，IEEE信号处理快报，第24卷，第3期，第324–328页，2017年。[19] F. Jacob、J. Schmalenstroeer 和 R. Haeb-Umbach，“使用圆统计的基于DOA的麦克风阵列位置自校准”，载于2013年IEEE声学、语音与信号处理国际会议。IEEE，2013年，第116–120页。[20] C. Knapp 和 G. Carter，“用于时延估计的广义相关法”，IEEE声学、语音与信号处理汇刊，第24卷，第4期，第320–327页，1976年。[21] J. Scheuing 和 B. Yang，“混响环境中多声源到达时间差估计的消歧”，IEEE音频、语音与语言处理汇刊，第16卷，1489，2008年8，1479期。[22] Z.-Q. Wang、X. Zhang 和 D. Wang，“基于时频掩蔽和深度神经网络的鲁棒到达时间差估计”，载于INTERSPEECH，2018年，第322–326页。[23] J. P. Dmochowski、J. Benesty 和 S. Affes，“一种计算上可行的广义 steered response power 方法，用于声源定位”，IEEE音频、语音与语言处理汇刊，第15卷，第8期，第2510–2526页，2007年。[24] Y. T. Chan 和 K. C. Ho，“一种简单高效的双曲线定位估计器”，IEEE信号处理汇刊，第42卷，第8期，第1905–1915页，1994年。[25] K. Ho、L.-o. Kovavisaruch 和 H. Parikh，“使用位置有误的接收器进行到达时间差声源定位”，载于2004年IEEE电路与系统国际研讨会（IEEE目录编号04CH37512），第3卷。IEEE，2004年，第III–453页。[26] S. M. Kay，“估计理论。”Prentice Hall PTR，1998年，第3章，第27–81页。

[27] Y. Sun、K. C. Ho 和 Q. Wan，“近距离或远距离声源时差定位的闭式解及分析”，IEEE信号处理汇刊，第67卷，第2期，第320–335页，2019年。
[28] E. A. Habets，“房间脉冲响应生成器”，埃因霍温理工大学，技术报告，第2卷，第2.4期，第1页，2006年。[29] I. J. Tashev，“声音采集与处理：实用方法。”约翰·威立父子公司，2009年，第6章，第263–303页。