通过谱隙比最小化优化时移采集设计

Yijun Zhang[1],Ziyi Yin[1],Oscar Lopez[2],Ali Siahkoohi[3],Mathias Louboutin[1], Rajiv Kumar[4], Felix J. Herrmann[11] 佐治亚理工学院， [2] 港湾分部海洋研究所，[3] 莱斯大学， [4] 斯伦贝谢

摘要

现代储层管理和地质碳封存监测日益需要开展成本高昂的时移地震数据采集。本文展示了如何利用图论技术优化采集几何，以低成本开展稀疏四维地震采集。基于中点-偏移距域的连通性论证，所提出的算法可自动生成稀疏、非重复的时移采集几何，从而有利于波场恢复。

引言

时移地震数据采集成本高昂，但对储层管理和地质碳封存监测至关重要。尽管稀疏随机采集地震数据能够显著提高采集效率 [Herrmann 和 Hennenfent，2008年，Hennenfent 和 Herrmann，2008年，Herrmann，2010年，Mosher 等人， 2014], 但除计算成本高昂的基于模拟的研究外，几乎没有系统性的方法用于性能预测。此外，采集优化方法（例如最小化互相干性 [Tang 等人，2008年，Mosher 等人，2014年，Obermeier 和 Martinez-Lorenzo，2017] 或最小化谱隙比 [谱隙比，López 等人，2022年，Zhang 等人， 2022], ）并未应对时移地震数据采集所面临的独特挑战。

为应对这些挑战，我们将采用联合恢复模型 [联合恢复模型，Oghenekohwo 等，2017年，Wason 等人， 2017] 进行反演，并结合由谱隙比最小化驱动的自动二值采样掩码生成方法[Zhang 等人， 2022]。我们选择联合恢复模型，是因为它对基线勘测和监测测线进行联合反演，以求得公共分量（其中包含测线之间共享的信息）以及相对于公共分量的创新分量。由于所有测线都能观测到虚构共同成分，当时移测量包含互补信息时，其重建效果会得到改善。当稀疏测量未被重复采集时 [Oghenekohwo 等，2017年，Wason 等人， 2017] ，或时移数据集包含独立噪声项时 [Tian 等， 2018]，便属于这种情况。在这两种情况下，联合恢复模型无需强制重复采集测线，便能使数据中的时移重复性达到较高水平 [Oghenekohwo 等，2017年，Wason 等人， 2017] ，图像空间中的时移重复性亦然 [Yin 等， 2023]。它还能够提高时移现场数据的可解释性 [Wei 等， 2018]。

如本文所示，在通过最小化 SGR 来优化时移采集时，纳入公共分量能带来额外优势。为此，我们首先解释 SGR 与二值采样掩码所关联图中连通性之间的关系。接着，我们介绍如何通过优化最小化 SGR，提升这种有利于波场重建的连通性。为利用联合恢复模型提升时移数据的反演效果，我们将提出一个新的优化目标函数，其中包含公共分量以及基线/监测调查的 SGR。简要讨论

了如何使用模拟退火最小化该目标函数后，我们在逼真的合成二维数据上对所提出的自动时移二值掩码生成方法进行了数值验证。

优化时移采集

虽然 SGR 已成功用于预测和提升波场重建的性能，但尚未用于优化时移采集。在简要讨论 SGR 和联合恢复模型（JRM）之后，我们将介绍优化时移数据采集的方法。

谱隙比

正如 López 等人所示， [2022], 通过通用矩阵补全进行地震波场重建的成功与否，[Bhojanapalli 和 Jain， 2014] 可以根据二值采样掩码的前两个奇异值之比来预测， $\sigma_2(\mathbf{M})/\sigma_1(\mathbf{M}) \in [0, 1]$ 其中 $\mathbf{M}$ 是一个二值矩阵，数据被采样的位置为 1，其余位置为 0。这个比值称为谱隙比（SGR），是一种计算成本低的定量指标，可用于预测重建质量。SGR 越小，二值采样掩码所张成的图的连通性越好。连通性的提升会带来更好的波场恢复， [López 等人， 2022]。尽管 SGR 很有用，但它本身并不具备构造性，因为它无法生成 SGR 较小的采样掩码。Zhang 等人 [2022] 利用模拟退火提出了一种实用算法，可生成 SGR 较小的采集几何。在本研究中，我们将通过优化时移数据采集的稀疏几何布局来扩展这一方法。

优化采样掩码生成

给定一个初始二值掩码，$\mathbf{M} \in \{0, 1\}^{n_s \times n_r}$，其中有 n_s 个震源和 n_r 个接收器，Zhang 等人 [2022] 提出了一种通过以下方式最小化谱隙比的方法:

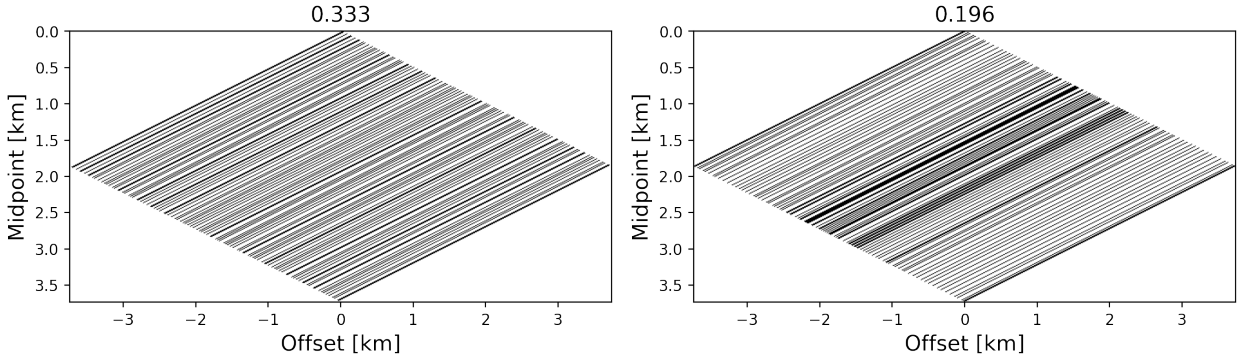
$$\underset{\mathbf{M}}{\text{minimize}} \quad \mathcal{L}(\mathbf{M}) \quad \text{subject to} \quad \mathbf{M} \in \mathcal{C} \,, \tag{1}$$

其目标函数为 $\mathrm{L}(\mathbf{M}) = \sigma_2(\mathbf{M})/\sigma_1(\mathbf{M})$，由谱隙比给出。为确保优化后的二值采样掩码可行，加入约束 $\mathrm{C} = \bigcap \mathrm{C}_i$，该约束由基数约束 $_{i=1}\mathrm{C}_1 = \{\mathrm{M} \mid \#(\mathrm{M}) = \hat{\mathrm{A}} n_s \diamondsuit \rho\hat{\mathrm{E}} \diamondsuit n_r\}$、二值掩码约束 $\mathrm{C}_2 = \{\mathrm{M} \mid \mathrm{M}\ œ\{0, 1\}^{n_s \diamondsuit {}^{n_r}\}$，以及连续样本间最大间隙的约束 $\mathrm{C}_3 = \{\mathrm{M} \mid \mathrm{maxgap(M)}\ Æ\ \}$ 的交集构成，其中 为允许的最大间隙。通过求解方程 1，Zhang 等人 [2022] 生成了二值采样掩码，与随机抖动采样生成的掩码相比，这些掩码改善了波场重建[Hennenfent 和 Herrmann， 2008]。图1对比了中点—偏移距域中的抖动采样与优化采样，使谱隙比从 0.333 降至 0.196。优化掩码增加了近偏移距处的采样，因为这些位置有更多连接至中点的方式，从而有利于波场重建 [López 等人， 2022]。

联合恢复模型

在优化储层管理和保障地质碳封存的地震监测系统设计中，主要挑战是在降低成本的同时确保时移重复性。联合反演稀疏采样的基线数据和监测数据，可以应对这两项挑战。对于仅包含一次监测勘测的时移采集，这意味着需要反演

$$\mathbf{b} = \mathcal{A}(\mathbf{Z}) \quad \text{with} \quad \mathcal{A}(\cdot) = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & \mathcal{A}_1 & 0 \\ \mathcal{A}_2 & 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} (\cdot) \,. \tag{2}$$



(a) (b)

Fi图 1：（a）中点-偏移距域中的抖动采样掩码与（b）优化采样掩码 .

在该联合恢复模型中，线性算子 $\mathcal{A}_j$，$j = 1$，2 表示组合操作：先将单频时移数据从中点偏移距域转换到震源—检波器域，再根据二值采样掩码所定义的采集几何进行道采集，$\mathbf{M}_j$，$j = 1$，2，其中 $j = 1$ 和 $j = 2$ 掩码分别对应基线勘测和监测勘测。根据该模型，时移数据 $\mathbf{b}$（包含基线数据 $\mathbf{b}_1$ 和监测数据 $\mathbf{b}_2$，）与 $\mathbf{Z}$ 呈线性关系；$\mathbf{Z}$ 包含未知的稠密采样公共分量矩阵 $\mathbf{Z}_0$，，以及相对于该公共分量的创新分量 $\mathbf{Z}_j$，$j = 1$，2。与分别重建基线/监测勘测相比，联合恢复模型能够从未重复采集[Oghenekohwo 等，2017，Wason 等，2017，Kumar 等，2017]，、未经校准 [Oghenekohwo 和 Herrmann，2017]，以及含噪 [Tian 等 2018]，时移数据中获得可重复的结果。这些改进得益于虚构共同成分重建效果的提升。

时移优化掩码生成

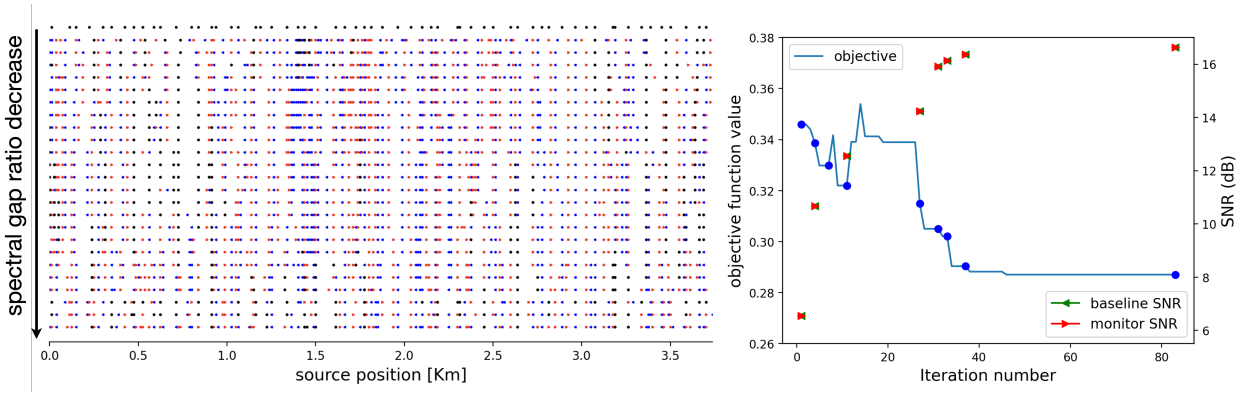
基于联合恢复模型的成功经验，我们进一步推进了最小化谱隙比的思路，对基线勘测/监测勘测中的这一量进行优化。由于 $\mathbf{Z}_0$ 由两次勘测共同观测，采样点集合 $\{\mathbf{M}_0\}$ 等于并集 $\{\mathbf{M}_0\} = \{\mathbf{M}_1\} \mathit{fi} \{\mathbf{M}_2\}$。当勘测重复进行时，$\{\mathbf{M}_0\} = \{\mathbf{M}_1\} = \{\mathbf{M}_2\}$。然而，当基线勘测和监测勘测不重复时，$\mathbf{M}_0$ 会变大，这解释了为什么在勘测不重复时公共分量的恢复效果更好。

方程 1 可为单次勘测生成更优的采样掩码，但没有利用公共分量由所有勘测共同观测这一事实。因此，我们提出一种针对 $\mathbf{M}_1$ 和 $\mathbf{M}_2$ 的优化过程，其目标函数还纳入了公共分量的谱隙比。为避免生成较差的采样掩码，我们采用极小极大原理，最小化公共分量和创新成分的谱隙比中的最大值（即 ℓ_∞-范数）。为补偿勘测不重叠时公共分量的谱隙比可能较小这一情况（$\#\{\mathbf{M}_0\} > \#\{\mathbf{M}_1\}, \#\{\mathbf{M}_2\}$），我们还引入了一个缩放因子。该缩放因子基于如下性质：[见 Bhojanapalli 和 Jain（2014年）、Hoory 等，2006]：d-正则图的第二大奇异值——即每个中点或偏移距具有 d 个非零元素的地震采样掩码——按 $\hat{\mathbf{O}}d$的比例变化。基于这一缩放因子，对于 $j = 1$，我们提出求解以下约束优化问题，2：

$$\underset{\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2}{\text{minimize}} \quad \mathcal{L}(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2) \quad \text{subject to} \quad \{\mathbf{M}_0\} = \{\mathbf{M}_1\} \cup \{\mathbf{M}_2\}, \mathbf{M}_j \in \mathcal{C}_j, \tag{3}$$

其中 $\mathcal{L}(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2) = \left\| \left[\mathcal{L}(\mathbf{M}_0) \sqrt{\frac{\#(\mathbf{M}_1)}{0}} \#(\mathbf{M}) \mathcal{L}(\mathbf{M}_1) \sqrt{\frac{\#(\mathbf{M}_2)}{0}} \#(\mathbf{M}) \mathcal{L}(\mathbf{M}_2) \right] \right\|_\infty$.与之前一样，最小化需满足约束 $\mathcal{C}_j$，$j = 1$,2，这些约束可针对每个时移测量分别选取。

为生成时移采样掩码，我们采用 Zhang 等人 [2022]提出的模拟退火方法，但作了以下调整：*(i)* 针对每次勘测，独立生成随机扰动的掩码；*(ii)* 使用方程 3 中的复合目标函数和约束；*(iii)* 待重新定位的采样点可以比抖动采样过程中移动得更自由，从而更好地探索候选采样掩码。图 2 展示了该算法以复制抖动欠采样（移除 80% 的震源）的采集方案作为初始方案时的迭代过程。从图 2a 可以看出，共址震源位置（以黑点表示）逐渐被基线勘测（蓝点）和监测勘测（红点）中的非重合震源位置取代。尽管方程 3 的目标函数呈非单调下降（见图 2b），但对于选定点，基线勘测和监测勘测的重建信噪比均有所提高。



(a) (b)

图 2：自动生成时移采样掩码。(a) 从抖动的重复采样掩码开始，算法生成的掩码具有更小的 SGR，但不再是重复掩码。(b) 目标函数和重建信噪比并非单调递减；评估点为目标函数下降超过 0.003 的位置。

数值验证

为验证优化采集的优势，我们考虑时移数据；复杂气云使两次数据采集有所差异 [Wason 等，2017年，Jones 等人， 2012]。采用有限差分方法 [Witte 等人，2019年，Louboutin 等人，2022年，2019年，Luporini 等人， 2020], 模拟完全采样的二维基线和监测勘测（分置排列），每次勘测均包含 300 个震源/接收器，采样间距为 12.5 米。使用单个抖动欠采样掩码移除 80% 的震源，得到平均震源采样间距 62.5 米，重叠率为 100%。运行优化后，基线/监测勘测的谱隙比分别从 0.346 降至 0.268 和 0.262。重叠率降至 22%，通过矩阵补全实现的波场恢复效果得到改善 [Kumar 等， 2015, 2017], 基线的信噪比因此从 6.55 dB 提高至 17.03 dB，监测勘测的信噪比则从 6.67 dB 提高至 16.99 dB。根据 Oghenekohwo 等 [2017] 和 Wason 等人 [2017], 的解释，此处未展示时移差异图，因为当采集几何发生相对较小的 (1 – 2米) 随机偏移时，精确重复采集的优势便不复存在。

尽管这些改进令人鼓舞，但所提出的优化方法是近似的，且生成的二值掩码会因初始掩码不同而异。为探究这一影响，我们通过移除 75% 的震源生成了 30 个相互重叠的抖动掩码。将重叠率降至 29% $\pm$ 8% 后，优化后的掩码改善了谱隙比（SGR），如图 4a 的小提琴图所示。与之前一样，谱隙比的降低意味着信噪比（SNR）有所提高，如图 4b 所示。与箱线图相比，小提琴图

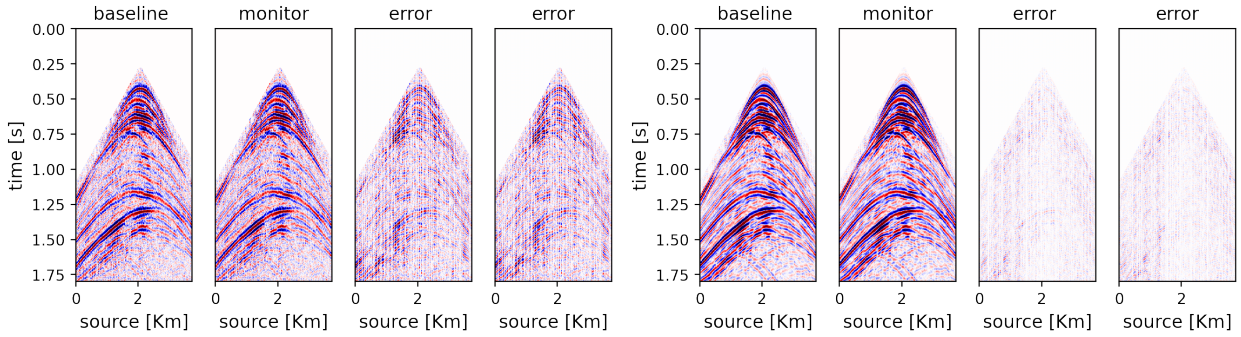


图 3：时域时移波场重建。(a) 基线信噪比为 $= 6.55$ dB、监测信噪比为 $= 6.67$dB 时，采用 80% 抖动欠采样进行波场重建，以及真实值与重建波场之间的误差。(b) 使用优化采样掩码时的相同结果，可提高基线/监测测线的重建效果，信噪比分别为 $= 17.03$，16。99dB。

展示了完整的分布情况，并标出了中位数（长虚线）以及第一和第三四分位数（短虚线）。我们可以得出以下观察结果：（*i*）基线/监测调查的谱隙比显著降低；（*ii*）由于采样震源数量更多，公共分量的谱隙比更小，且分布范围更窄；（*iii*）与初始抖动二值采样掩码的谱隙比分布相比，基线/监测调查的谱隙比分布也较窄；（*iv*）恢复后的基线/监测调查的信噪比显著提高。

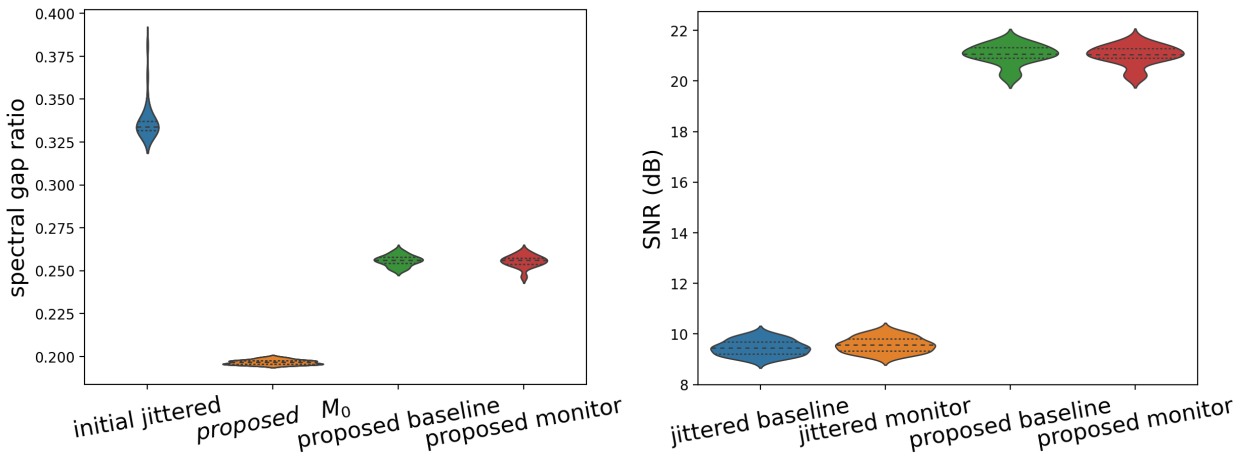


图 4：30 次独立实验的谱隙比 (a) 和重建信噪比 (b) 小提琴图。这些实验表明，优化测线可系统性地降低谱隙比，并显著提高重建信噪比。

尽管上述结果令人鼓舞，也与已发表的报告相一致；这些报告指出联合恢复模型的优势 [Oghenekohwo 等，2017，Wason 等，2017，Yin 等， 2023], 但仍有必要进行进一步审查。为此，我们开展了额外实验，以更好地了解所提方法的稳健性。除了不同初始掩码下可预测的行为（图 4）外，我们还发现，优化后的 SGR

对不同的模拟退火运行以及优化掩码中的随机扰动相对不敏感。第一项观察表明，虽然模拟退火可能产生不同的掩码，但 SGR 仍非常接近，从而得到质量几乎相同的波场重建。第二项观察表明，在最坏情况下，绘图后的误差可能因单个网格点偏移（12.5 米）而抵消优化带来的收益。不过，平均而言，大部分改进仍得以保留，但波动性更高。

所观察到的本文方法的稳健性，与已有研究报告的联合恢复模型行为一致。尽管我们只考虑了网格内情形，但有理由认为，这些改进也适用于网格外情形 [Wason 等人，2017年，Oghenekohwo 和 Herrmann，2017年，López 等人， 2016]。然而，要使这一主张更加有据可依，我们还需将本文方法扩展到无限维情形，这超出了本文的范围。

结论

采集成本是时移地震的一大障碍。为了降低成本，同时确保时移重复性，我们提出了一种新颖的采集优化方案，可生成有利于使用联合恢复模型进行波场重建的二值采样掩码。通过最小化一个新的目标函数，自动生成优化采样掩码；该目标函数由基线/监测调查的谱隙比以及调查间共享的公共分量的谱隙比构成。除能够实现无波动模拟、因而在计算上可行的优化采集设计外，所提出的方法也再次印证了这样一种观点：有意放宽勘测的重复程度，或可提升联合反演勘测的质量。这一主张完全基于与基线/监测调查及公共分量相关的采集几何的连通性论证。由于谱隙比的计算成本极低，因此非常适合扩展至多次监测调查和三维情形。网格外的采集几何也适合通过谱隙比加以改进，但这一扩展将留待未来研究。

参考文献

Srinadh Bhojanapalli 和 Prateek Jain。通用矩阵补全。载于 国际机器学习会议，第1881–1889页。PMLR，2014年。Gilles Hennenfent 和 Felix J Herrmann。简单去噪：通过抖动欠采样进行波场重建。*Geophysics*，73(3)：V19–V28，2008年。Felix J Herrmann。随机采样与稀疏性：从更少的样本中获取更多信息。*Geophysics*，75(6)：WB173–WB187，2010年。Felix J Herrmann 和 Gilles Hennenfent。利用曲波框架进行非参数地震数据重建。《国际地球物理学杂志》，173(1)：233–248，2008年。Shlomo Hoory、Nathan Linial 和 Avi Wigderson。扩展图及其应用。《美国数学会通报》，43(4)：439–561，2006年。CE Jones、JA Edgar、JI Selvage 和 H Crook。构建复杂合成模型，以评估采集几何和速度反演技术。载于*2018*年*EAGE*会议暨展览，第cp–293页，2012年。Rajiv Kumar、Curt Da Silva、Okan Akalin、Aleksandr Y Aravkin、Hassan Mansour、Benjamin Recht 和 Felix J Herrmann。用于地震数据重建的高效矩阵补全。*Geophysics*，80(5)：V97–V114，2015年。

Rajiv Kumar、Haneet Wason、Shashin Sharan 和 Felix J Herrmann。高度可重复的三维全方位拖缆压缩时移采集——大规模数值可行性研究。The Leading Edge，36(8)：677–687，2017年。Oscar López、Rajiv Kumar、Özgür Yılmaz 和 Felix J Herrmann。网格外低秩矩阵恢复与地震数据重建。IEEE信号处理精选主题期刊，10(4)：658–671，2016年。Oscar López、Rajiv Kumar、Nick Moldoveanu 和 Felix Herrmann。基于图谱的地震勘测设计。arXiv预印本 arXiv:2202.04623，2022年。M. Louboutin、M. Lange、F. Luporini、N. Kukreja、P. A. Witte、F. J. Herrmann、P. Velesko 和 G. J. Gorman。Devito（v3.1.0）：用于有限差分和地球物理勘探的嵌入式领域专用语言。Geoscientific Model Development，12(3)：1165–1187，2019年。doi：10.5194/gmd-12-1165-2019。URL https://www.geosci-model-dev.net/12/1165/2019/。M Louboutin、P Witte、Z Yin、H Modzelewski 和 F Herrmann。slimgroup/judi.jl：v3.2.1。2022年12月。doi：10.5281/zenodo.7429592。URL https://doi.org/10.5281/zenodo.7429592。Fabio Luporini、Mathias Louboutin、Michael Lange、Navjot Kukreja、Philipp Witte、Jan Hückelheim、Charles Yount、Paul HJ Kelly、Felix J Herrmann 和 Gerard J Gorman。Devito的架构与性能：一种用于自动化模板计算的系统。ACM数学软件汇刊（TOMS），46（1）：1–28，2020年。Charles Mosher、Chengbo Li、Larry Morley、Yongchang Ji、Frank Janiszewski、Robert Olson 和 Joel Brewer。通过压缩感知提高地震数据采集效率。The Leading Edge，33(4)：386–391，2014年。Richard Obermeier 和 Jose Angel Martinez-Lorenzo。通过最小化互相干性进行感知矩阵设计，用于电磁压缩成像应用。IEEE计算成像汇刊，3(2)：217–229，2017年。Felix Oghenekohwo 和 Felix J Herrmann。采用分布式压缩感知的高度可重复时移地震——减轻校准误差的影响。The Leading Edge，36(8)：688–694，2017年。Felix Oghenekohwo、Haneet Wason、Ernie Esser 和 Felix J Herrmann。采用分布式压缩感知的低成本时移地震——第1部分：利用基线与监测期资料之间的共同信息。Geophysics，82(3)：P1–P13，2017年。Wen Tang、Jianwei Ma 和 Felix J. Herrmann。用于基于曲波的地震数据重建的优化压缩感知。CiteSeer，2008年。Yue Tian、Lei Wei、Chang Li、Shauna Oppert 和 Gilles Hennenfent。用于噪声衰减的联合稀疏恢复。载于2018年SEG国际博览会暨年会。OnePetro，2018年。Haneet Wason、Felix Oghenekohwo 和 Felix J Herrmann。采用分布式压缩感知的低成本时移地震——第2部分：对可重复性的影响。Geophysics，82(3)：P15–P30，2017年。Lei Wei、Yue Tian、Chang Li、Shauna Oppert 和 Gilles Hennenfent。利用联合稀疏恢复提高四维地震可解释性。载于2018年SEG国际博览会暨年会。OnePetro，2018年。Philipp A. Witte、Mathias Louboutin、Navjot Kukreja、Fabio Luporini、Michael Lange、Gerard J. Gorman 和 Felix J. Herrmann。用于在Julia中实现地震反演算法符号化的大规模框架。GEOPHYSICS，84(3)：F57–F71，2019年。Ziyi Yin、Huseyin Tuna Erdinc、Abhinav Prakash Gahlot、Mathias Louboutin 和 Felix J Herrmann。从高分辨率时移地震到可解释泄漏检测，降低地质碳储存风险。The Leading Edge，42(1)：69–76，2023年。

Yijun Zhang、Mathias Louboutin、Ali Siahkoohi、Ziyi Yin、Rajiv Kumar 和 Felix J Herrmann。《通过最大化谱隙实现无需仿真的地震勘测设计》。2022年。