arXiv:2302.01619v1 [eess.SP] 3 Feb 2023

面向通感一体化的联合散射环境感知与信道估计

Wenkang Xu、Yongbo Xiao、An Liu 和 Minjian Zhao 信息科学与电子工程学院，浙江大学

摘要—**本文研究一种通感一体化系统，其中部分雷达目标同时充当通信散射体。基于散射环境中目标和散射体的位置，提出了一种位置域信道建模方法，由此得到的雷达与通信信道呈现部分共同稀疏性。利用这一特性，提出一种散射环境感知与信道估计联合方案，以同时提升目标/散射体定位和信道估计性能。具体而言，基站（BS）首先发送下行导频，以感知散射环境中的目标。随后，用户发送上行导频，以估计通信信道。最后，基站基于反射下行导频信号和接收上行导频信号，执行联合散射环境感知与信道估计。通过结合 Turbo 方法和期望最大化方法，设计了一种基于消息传递的算法。仿真结果验证了所提方法的优势。**

索引词—**通感一体化、位置域、散射环境感知、信道估计。**

I. 引言

数十年来，雷达感知与无线通信系统一直独立发展，通常也是分别设计的。然而，感知系统与通信系统之间存在许多相似之处，例如信号处理算法、硬件架构和信道特性 [1], [2]。通过利用这些相似之处，感知与通信功能有望相互协助。

我们重点研究大规模多输入多输出（MIMO）正交频分复用（OFDM）通感一体化（ISAC）系统中的散射环境，这体现了雷达感知与通信在信道特性方面一个有趣的相似之处。散射环境包含两个子集，即雷达目标和通信散射体。然而，在许多情况下，一些雷达目标也会充当通信散射体。例如，在车辆网络的通感一体化场景中，基站需要定位道路上的车辆和障碍物，并向每辆车广播感知数据，以实现自动避障和路径规划。在这种情况下，一些车辆和障碍物也会对邻近车辆的通信路径产生影响。由于雷达目标与通信散射体部分重叠，雷达与通信信道在某些稀疏域中会呈现部分共同稀疏性。

近期，一些相关研究也利用了这种相似性，以实现一体化感知与通信系统中的目标感知和信道估计。在 [3], 中，基于目标也可作为通信信号散射体这一假设，作者提出了一种新颖的目标感知和信道估计方案。然而，目标感知和信道估计是彼此独立进行的。在 [4], 中，作者基于雷达目标与通信散射体部分重叠这一假设，将目标感知和信道估计整合为一个流程。 [5] 中的作者研究了一体化感知与通信在无人机网络中的应用，其中一架无人机与地面站通信，同时将其他无人机和障碍物视为雷达目标。在 [6], [7], 中，每个雷达目标同时也是一个通信接收器，作者提出了一种两步法来估计目标位置和视距（LoS）信道路径。然而，据我们所知，现有研究尚未考虑 MIMO-OFDM通感一体化系统中的联合散射环境感知与信道估计，其中散射环境感知是指对雷达目标和通信散射体进行联合定位。

本文考虑一种时分双工（TDD）大规模 MIMO-OFDM 一体化感知与通信系统，并提出一种散射环境感知与信道估计联合方案。本文引入一种新颖的雷达与通信信道位置域稀疏表示，适用于对雷达目标和通信散射体进行联合定位。通过利用位置域信道的部分共同稀疏性，可提升目标/散射体定位和信道估计性能。然而，时间偏移和用户定位误差等非理想因素会严重降低感知和估计性能。为减轻其影响，算法设计中考虑了对这些非理想因素进行精确估计。本文设计了一种散射环境感知涡轮稀疏贝叶斯推断（SEA-Turbo-SBI）算法，通过结合 Turbo 方法与期望最大化（EM）方法来解决这一问题。

II. 系统模型

A. 一体化感知与通信系统架构

考虑一个时分双工大规模 MIMO-OFDM 一体化感知与通信系统，其中一台配备 $M \gg 1$ 根天线的基站在感知散射环境的同时，为一名配备单根天线的移动用户提供服务，如图 1 所示。基站发送下行导频以感知散射环境中的目标，随后用户发送上行导频以估计通信信道。假设总共有

K 个目标和 L 个通信散射体。正如上文所述，目标与通信散射体之间可能存在重叠。用户位于二维（2-D）区域 $\mathcal{R}$ 内的 $\boldsymbol{p}_u = [p^x, p^y]^T$ 处。基站位于已知位置 $\boldsymbol{p}_b = [\tilde{p}^x, \tilde{p}^y]^T$。令 $\boldsymbol{p}_k^r = [p_k^{r,x}, p_k^{r,y}]^T$ 和 $\boldsymbol{p}_l^c = [p_l^{c,x}, p_l^{c,y}]^T$ 分别表示第 k 个目标和第 l 个通信散射体的坐标。我们假设基站掌握一些关于用户位置的先验信息，这些信息基于全球定位系统（GPS）或先前的用户定位结果。

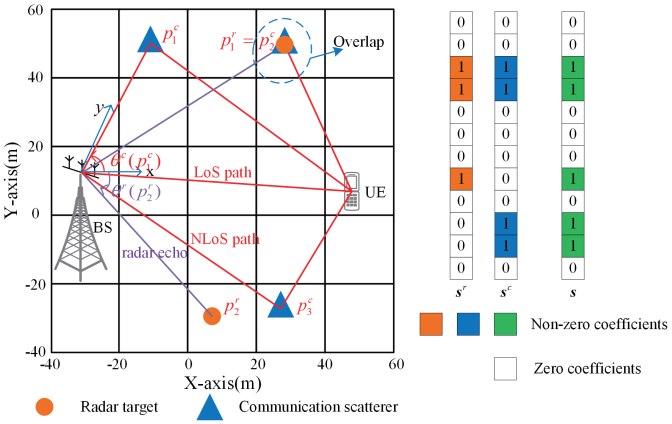

图 1. 雷达与通信信道示意图。

B. 反射下行导频信号

目标感知旨在检测目标是否存在并估计目标位置。为此，在第 n个子载波上，基站发送下行导频信号 $\boldsymbol{v}_n^r \in \mathbb{C}^{M\times 1}$，目标反射的接收信号可表示为

$$\boldsymbol{y}_n^r = \mathbf{H}_n^r \boldsymbol{v}_n^r + \boldsymbol{z}_n^r, \tag{1}$$

其中，$\mathbf{H}_n^r \in \mathbb{C}^{M\times M}$ 表示雷达信道矩阵，$\boldsymbol{z}_n^r$ 为方差为$(\sigma_z^r)^2$ 的加性高斯白噪声（AWGN）。设 $\theta^r(\boldsymbol{p}_k^r)$和 $\tau^r(\boldsymbol{p}_k^r)$分别表示第 k个目标的到达角（AoA）和时延，它们与基站和第 k 个目标的位置有关，具体关系如下：

$$\theta^r(\boldsymbol{p}_k^r) = \arctan\left(\frac{p_k^{r,y} - \tilde{p}^y}{p_k^{r,x} - \tilde{p}^x}\right) + \pi \cdot \mathbb{1}\left(p_k^{r,x} < \tilde{p}^x\right),$$
$$\tau^r(\boldsymbol{p}_k^r) = \frac{2\left\|\boldsymbol{p}_b - \boldsymbol{p}_k^r\right\|}{c},$$

其中，角度相对于x轴逆时针计算，$\mathbf{1}(E)$为指示函数，表示若逻辑表达式 E 为真，则$\mathbf{1}(E) = 1$；$\|\cdot\|$ 表示给定向量的欧几里得范数，c 表示光速。随后，雷达信道矩阵可建模为

$$\mathbf{H}_n^r = \sum_{k=0}^{K} x_k^r e^{-j2\pi n f_0 (\tau^r(\boldsymbol{p}_k^r))} \boldsymbol{a}\left(\theta^r(\boldsymbol{p}_k^r)\right) \boldsymbol{a}^T\left(\theta^r(\boldsymbol{p}_k^r)\right), \tag{2}$$

其中，x_k^r 表示第k个目标的雷达散射截面，f_0 为子载波间隔，$\boldsymbol{a}(\theta) \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 表示基站处的阵列响应向量。对于均匀线性阵列（ULA）这一特殊情况，有

$$\boldsymbol{a}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{M}}\left[1, e^{j\pi\sin\theta}, \ldots, e^{j(M-1)\pi\sin\theta}\right]^T.$$

请注意，在式 (2) 中，我们将用户视为第 0 个目标，并定义$\boldsymbol{p}_0^r \triangleq \boldsymbol{p}_u$。如果基站可以通过雷达回波信号“看到”用户，则有 $x_0^r > 0$。在这种情况下，回波信号还会直接提供一些额外信息，以辅助确定用户的位置。

C. 接收上行导频信号

在第n个子载波上，用户发送上行导频$u_n^c \in \mathbb{C}$，随后基站接收该信号，可表示为

$$\boldsymbol{y}_n^c = \boldsymbol{h}_n^c u_n^c + \boldsymbol{z}_n^c, \tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{h}_n^c \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 表示通信信道向量，$\boldsymbol{z}_n^c$ 是方差为 $(\sigma_z^c)^2$ 的加性高斯白噪声。

假设通信信道有 $(L+1)$ 条路径，即一条视距路径和 L 条非视距（NLoS）路径。为方便起见，我们将视距路径定义为第 0 条信道路径，并将用户视为位置为 $\boldsymbol{p}_0^c \triangleq \boldsymbol{p}_u$ 的第 0 个通信散射体。令 $\theta^c(\boldsymbol{p}_l^c)$ 和 $\tau^c(\boldsymbol{p}_l^c, \boldsymbol{p}_u)$ 分别表示第 l 条信道路径的到达角和相对时延，它们与基站、用户以及第 l 个通信散射体的位置有关，具体关系为

$$\theta^c(\boldsymbol{p}_l^c) = \arctan\left(\frac{p_l^{c,y} - \tilde{p}^y}{p_l^{c,x} - \tilde{p}^x}\right) + \pi \cdot \mathbb{1}\left(p_l^{c,x} < \tilde{p}^x\right),$$
$$\tau^c(\boldsymbol{p}_l^c, \boldsymbol{p}_u) = \frac{\left\|\boldsymbol{p}_b - \boldsymbol{p}_l^c\right\|}{c} + \frac{\left\|\boldsymbol{p}_u - \boldsymbol{p}_l^c\right\|}{c} - \frac{\left\|\boldsymbol{p}_b - \boldsymbol{p}_u\right\|}{c}.$$

于是，通信信道向量可表示为

$$\boldsymbol{h}_n^c = \sum_{l=0}^{L} x_l^c e^{-j2\pi n f_0 (\tau^c(\boldsymbol{p}_l^c, \boldsymbol{p}_u) + \tau_o)} \boldsymbol{a}\left(\theta^c(\boldsymbol{p}_l^c)\right), \tag{4}$$

其中，x_l^c 表示第 l条信道路径的复增益，而 τ_o 表示由基站定时同步误差导致的时间偏移。

时间偏移和用户定位误差这两种非理想因素会导致通信散射体出现定位模糊，并降低通信信道估计的性能。我们将在第四节中详细说明如何基于期望最大化方法估计这些非理想因素。

III. 稀疏贝叶斯推断表述

本节首先在位置域中获得雷达与通信信道的稀疏表示。然后，我们介绍一种稀疏先验模型，以刻画雷达与通信信道的部分共同稀疏性。最后，我们将联合散射环境感知与信道估计问题表述为一个稀疏贝叶斯推断问题。

A. 信道的位置域稀疏表示

通过最大后验估计直接估计目标和通信散射体的位置很困难。

（MAP）方法直接估计目标和通信散射体的位置十分困难，因为该优化问题是非凸的，且存在许多局部最优解。为解决这一问题，我们引入基于网格的解决方案，以获得信道的稀疏表示，从而提升感知和估计性能。具体而言，我们定义了一个包含 $\{\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_Q\}\subseteq\mathcal{R}$ $Q\gg K+L$ 位置的二维均匀网格，如图 1 所示。

实际上，真实位置通常不会恰好落在离散位置网格点 Q 上。为了解决这一问题，一种常见方法是引入动态位置网格，记为 $\boldsymbol{r}=[\boldsymbol{r}_1;\ \ldots;\ \boldsymbol{r}_Q]$，而不是仅使用固定位置网格。在这种情况下，始终存在一个 $\boldsymbol{r}^*$，能够覆盖所有目标和通信散射体的真实位置。通常，算法中会选择均匀网格作为 $\boldsymbol{r}$ 的初始点，这有助于为最大后验估计问题找到近似最优解。

接下来，我们将雷达与通信信道的动态位置网格稀疏基定义为

$$\mathbf{A}\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}_u\right)\triangleq\left[\boldsymbol{a}\left(\theta^r\left(\boldsymbol{p}_u\right)\right),\widetilde{\mathbf{A}}\left(\boldsymbol{r}\right)\right]\in\mathbb{C}^{M\times(Q+1)},$$

其中

$$\widetilde{\mathbf{A}}\left(\boldsymbol{r}\right)\triangleq\left[\boldsymbol{a}\left(\theta^r\left(\boldsymbol{r}_1\right)\right),\ldots,\boldsymbol{a}\left(\theta^r\left(\boldsymbol{r}_Q\right)\right)\right].$$

与式（2）和式（4）对应的第 n 个子载波上的雷达信道矩阵和通信信道向量的稀疏表示分别为

$$\mathbf{H}_n^r=\mathbf{A}\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}_u\right)\mathbf{D}_n^r\mathrm{diag}\left(\boldsymbol{x}^r\right)\mathbf{A}^T\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}_u\right),\tag{5}$$

$$\boldsymbol{h}_n^c=\mathbf{A}\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}_u\right)\mathbf{D}_n^c\boldsymbol{x}^c,\tag{6}$$

其中，$\boldsymbol{x}^r\in\mathbb{C}^{(Q+1)\times1}$ 和 $\boldsymbol{x}^c\in\mathbb{C}^{(Q+1)\times1}$ 分别称为位置域稀疏雷达信道向量和位置域稀疏通信信道向量，$\mathbf{D}_n^r$ 和 $\mathbf{D}_n^c$ 为对角矩阵，其第 0 个对角元素分别为 $e^{-j2\pi nf_0\tau^r(\boldsymbol{p}_u)}$ 和 $e^{-j2\pi nf_0\tau_o}$，第 q 个对角元素分别为 $e^{-j2\pi nf_0\tau^r(\boldsymbol{r}_q)}$ 和 $e^{-j2\pi nf_0(\tau^c(\boldsymbol{r}_q,\boldsymbol{p}_u)+\tau_o)}$，其中 $q=1,\ldots,Q$。$\boldsymbol{x}^r$ 和 $\boldsymbol{x}^c$ 中只有少数非零元素，分别对应目标和通信散射体的位置。具体而言，$\boldsymbol{x}^r$ 的第 q 个元素（记为 x_q^r）表示位于位置 $\boldsymbol{r}_q$ 的目标的复反射系数。$\boldsymbol{x}^c$ 的第 q 个元素（记为 x_q^c）表示对应通信散射体位于位置 $\boldsymbol{r}_q$ 的信道路径的复信道增益。

B. 部分共同稀疏性的稀疏先验模型

我们引入一种稀疏先验模型，用于描述位置域雷达信道和通信信道的部分共同稀疏性。我们分别将雷达信道和通信信道的支撑向量定义为 $\boldsymbol{s}^r\triangleq\left[s_0^r,\ldots,s_Q^r\right]^T$和 $\boldsymbol{s}^c\triangleq\left[s_0^c,\ldots,s_Q^c\right]^T$。若 q位置网格 $\boldsymbol{r}_q$附近存在雷达目标（通信散射体），则有 $s_q^r=1$ $(s_q^c=1)$。否则，有 $s_q^r=0$ $(s_q^c=0)$。注意，$s_0^r=1$ 表示基站能够通过雷达回波信号“看到”移动用户，而 $s_0^c=1$ 表示存在视距路径。

$\boldsymbol{x}^r$ 和 $\boldsymbol{x}^c$ 的各元素在给定支撑向量 $\boldsymbol{s}^r$ 和 $\boldsymbol{s}^c$的条件下相互独立，其条件分布为

$$p\left(x_q^r\mid s_q^r\right)=\left(1-s_q^r\right)\delta\left(x_q^r\right)+s_q^r\mathcal{CN}\left(x_q^r;0,\left(\sigma_q^r\right)^2\right),\tag{7a}$$

$$p\left(x_q^c\mid s_q^c\right)=\left(1-s_q^c\right)\delta\left(x_q^c\right)+s_q^c\mathcal{CN}\left(x_q^c;0,\left(\sigma_q^c\right)^2\right),\tag{7b}$$

其中，$\delta(\cdot)$为狄拉克δ函数，$\left(\sigma_q^r\right)^2$ 和 $\left(\sigma_q^c\right)^2$ 分别表示 x_q^r 和 x_q^c 的条件方差。

接下来，我们引入联合支撑向量 $\boldsymbol{s}\triangleq[s_0,\ldots,s_Q]^T$，其中 $s_q=s_q^r\vee s_q^c$ 用于表示雷达目标与通信散射体的共同位置，$\vee$ 表示逻辑“或”运算符。支撑向量$\boldsymbol{s}^r$、$\boldsymbol{s}^c$ 和 $\boldsymbol{s}$的联合分布可表示为

$$\begin{aligned}p\left(\boldsymbol{s}^r,\boldsymbol{s}^c,\boldsymbol{s}\right)&=p\left(\boldsymbol{s}^r\mid\boldsymbol{s}\right)p\left(\boldsymbol{s}^c\mid\boldsymbol{s}\right)p\left(\boldsymbol{s}\right)\\&=\prod_q p\left(s_q^r\mid s_q\right)\prod_q p\left(s_q^c\mid s_q\right)\prod_q p\left(s_q\right),\end{aligned}\tag{8}$$

其中

$$p\left(s_q^r\mid s_q\right)=\left(1-s_q\right)\delta\left(s_q^r\right)+s_q\left(\rho_r^{s_q^r}\left(1-\rho_r\right)^{1-s_q^r}\right),\tag{9a}$$

$$p\left(s_q^c\mid s_q\right)=\left(1-s_q\right)\delta\left(s_q^c\right)+s_q\left(\rho_c^{s_q^c}\left(1-\rho_c\right)^{1-s_q^c}\right),\tag{9b}$$

$$p\left(s_q\right)=\lambda^{s_q}\left(1-\lambda\right)^{1-s_q},\tag{9c}$$

其中，λ 表示 $\boldsymbol{s}$的稀疏度，ρ_r 和 ρ_c 分别表示在给定$s_q=1$的条件下 $s_q^r=1$ 和 $s_q^c=1$ 的概率，而$(\rho_r+\rho_c-1)$的取值表示目标与通信散射体的重叠程度。

根据上述讨论的稀疏先验模型，所有随机变量的联合分布可表示为

$$\begin{aligned}&p\left(\boldsymbol{s}^r,\boldsymbol{s}^c,\boldsymbol{s},\boldsymbol{x}^r,\boldsymbol{x}^c\right)\\=&p\left(\boldsymbol{s}^r,\boldsymbol{s}^c,\boldsymbol{s}\right)\prod_q p\left(x_q^r\mid s_q^r\right)\prod_q p\left(x_q^c\mid s_q^c\right).\end{aligned}\tag{10}$$

C. 不确定参数下的稀疏贝叶斯推断

利用式（5）和式（6）中雷达信道和通信信道的位置域稀疏表示，所有可用子载波上的反射下行导频信号和接收上行导频信号可表示为

$$\boldsymbol{y}^r=\boldsymbol{\Phi}^r\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}_u\right)\boldsymbol{x}^r+\boldsymbol{z}^r,\tag{11a}$$

$$\boldsymbol{y}^c=\boldsymbol{\Phi}^c\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}_u,\tau_o\right)\boldsymbol{x}^c+\boldsymbol{z}^c,\tag{11b}$$

其中，$\boldsymbol{y}^r$、$\boldsymbol{y}^c$、$\boldsymbol{z}^r$ 和 $\boldsymbol{z}^c$ 分别表示

$$\boldsymbol{y}^r\triangleq\left[\left(\boldsymbol{y}_1^r\right)^T,\ldots,\left(\boldsymbol{y}_N^r\right)^T\right]^T\in\mathbb{C}^{MN\times1},$$

$$\boldsymbol{y}^c\triangleq\left[\left(\boldsymbol{y}_1^c\right)^T,\ldots,\left(\boldsymbol{y}_N^c\right)^T\right]^T\in\mathbb{C}^{MN\times1},$$

$$\boldsymbol{z}^r\triangleq\left[\left(\boldsymbol{z}_1^r\right)^T,\ldots,\left(\boldsymbol{z}_N^r\right)^T\right]^T\in\mathbb{C}^{MN\times1},$$

$$\boldsymbol{z}^c\triangleq\left[\left(\boldsymbol{z}_1^c\right)^T,\ldots,\left(\boldsymbol{z}_N^c\right)^T\right]^T\in\mathbb{C}^{MN\times1},$$

$\boldsymbol{\Phi}^c \in \mathbb{C}^{MN\times(Q+1)}$ 表示通信测量矩阵，其定义为

$$\boldsymbol{\Phi}^c = \begin{bmatrix} u_1^c \mathbf{A}\left(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}_u\right) \mathbf{D}_1^c \\ \cdots \\ u_N^c \mathbf{A}\left(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}_u\right) \mathbf{D}_N^c \end{bmatrix},$$

且 $\boldsymbol{\Phi}^r \in \mathbb{C}^{MN\times(Q+1)}$ 表示雷达测量矩阵，该矩阵由,,( )中 的 (($q-1$ $Q+q$ $\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}^r \in$)) -th 列构成，其中 $\mathbb{C}^{MN\times(Q+1)^2}$ $q=1 \ldots Q+1$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}^r = \begin{bmatrix} \left(\left(v_1^r\right)^T \mathbf{A}\left(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}_u\right)\right) \otimes \left(\mathbf{A}\left(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}_u\right) \mathbf{D}_1^r\right) \\ \cdots \\ \left(\left(v_N^r\right)^T \mathbf{A}\left(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}_u\right)\right) \otimes \left(\mathbf{A}\left(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}_u\right) \mathbf{D}_N^r\right) \end{bmatrix},$$

其中 $\otimes$ 表示克罗内克积算子。为方便起见，我们将 (11a) 和 (11b) 合并为一个线性观测模型，如下所示:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{\xi}\right) \boldsymbol{x} + \boldsymbol{z}, \tag{12}$$

where $\boldsymbol{\xi} \triangleq \{\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}_u, \tau_o\}$ is the collection of sensing parameters, $\boldsymbol{y} \triangleq \left[\left(\boldsymbol{y}^r\right)^T, \left(\boldsymbol{y}^c\right)^T\right]^T$, $\boldsymbol{x} \triangleq \left[\left(\boldsymbol{x}^r\right)^T, \left(\boldsymbol{x}^c\right)^T\right]^T$, $\boldsymbol{z} \triangleq \left[\left(\boldsymbol{z}^r\right)^T, \left(\boldsymbol{z}^c\right)^T\right]^T$, and $\boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{\xi}\right) \triangleq \text{BlockDiag}\left(\boldsymbol{\Phi}^r, \boldsymbol{\Phi}^c\right)$.

令 $p(\boldsymbol{\xi})$ 表示感知参数的已知先验分布（若未知，可假设为均匀分布）。我们的主要目标是根据模型 (12) 中的观测 $\boldsymbol{y}$，估计信道向量$\boldsymbol{x}$、支撑集 $\{\boldsymbol{s}^r, \boldsymbol{s}^c\}$和不确定参数 $\boldsymbol{\xi}$。具体而言，对于给定的 $\boldsymbol{\xi}$，我们旨在计算条件边缘后验分布，即$p\left(x_q^r \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}\right)$, $p\left(x_q^c \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}\right)$, $p\left(s_q^r \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}\right)$, $p\left(s_q^c \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}\right)$, $\forall q$。另一方面，不确定参数 $\boldsymbol{\xi}$ 通过最大后验估计器获得，如下所示:

$$\boldsymbol{\xi}^* = \arg\max_{\boldsymbol{\xi}} \ln p\left(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\xi}\right). \tag{13}$$

获得 $\boldsymbol{\xi}^*$的最大后验估计后，我们可以得到 x_q^r 的最小均方误差（MMSE）估计，即 $x_q^{r*} = \int_{x_q^r} x_q^r p\left(x_q^r \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^*\right)$ 以及 s_q^r 的最大后验估计，即 $s_q^{r*} = \arg\max_{s_q^r} p\left(s_q^r \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^*\right)$。$x_q^c$ 的 MMSE 估计和 s_q^c 的最大后验估计也可以用同样的方法得到。

然而，该概率模型对应的因子图包含环。因此，要精确计算上述条件边缘后验分布极具挑战性。下一节将介绍 SEA-Turbo-SBI算法，该算法采用 Turbo方法计算近似边缘后验分布，并应用期望最大化方法求解式（13）的近似解。

IV. SEA-TURBO-SBI算法

SEA-Turbo-SBI算法的主要目标是针对式 (13) 中的不确定参数 $\boldsymbol{\xi}$，同时最大化 $\ln p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\xi})$，并近似计算条件边缘后验分布。基于期望最大化方法的 SEA-Turbo-SBI算法在以下两个主要步骤之间迭代，直至收敛。

- **SEA-Turbo-SBI-E 步骤：** 基于涡轮方法，计算近似的边缘后验分布，即 $p\left(x_q^r \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^i\right)$、$p\left(x_q^c \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^i\right)$、$p\left(s_q^r \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^i\right)$、$p\left(s_q^c \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^i\right)$、$\forall q$ i，对于第 $\boldsymbol{\xi}^i$次迭代。
- **SEA-Turbo-SBI-M 步骤：** 根据 SEA-Turbo-SBI-E 步骤中得到的近似边缘后验分布 $p\left(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^i\right)$，为 $\ln p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\xi})$ 构造替代函数，然后使用梯度上升法针对 $\boldsymbol{\xi}$最大化该替代函数。

A. SEA-Turbo-SBI-E 步骤

如图 2 所示，SEA-Turbo-SBI-E 步骤包含两个模块。模块 A 根据观测 $\boldsymbol{y}$ 以及来自模块 B 的外信息进行线性最小均方误差（LMMSE）估计，而模块 B 是一个最小均方误差估计器，可处理稀疏先验信息以及来自模块 A 的外信息。两个模块不断迭代，直至收敛。为简洁起见，本小节省略 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\xi})$ 中的 $\boldsymbol{\xi}$，因为在 SEA-Turbo-SBI-E 步骤中 $\boldsymbol{\xi}$ 是固定的。

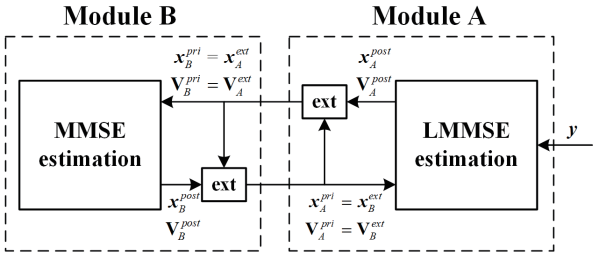

图 2。Turbo方法示意图。

1) 采用 *LMMSE* 估计的模块 *A*：我们假设 $\boldsymbol{x}$ 的先验分布为 $\mathcal{CN}\left(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{x}_A^{pri}, \mathbf{V}_A^{pri}\right)$，其中 $\boldsymbol{x}_A^{pri}$ 和 $\mathbf{V}_A^{pri}$ 分别是来自模块 B 的外信息均值和协方差矩阵。LMMSE 估计的后验均值和协方差矩阵分别为

$$\boldsymbol{x}_A^{post} = \mathbf{V}_A^{post}\left(\left(\mathbf{V}_A^{pri}\right)^{-1} \boldsymbol{x}_A^{pri} + \frac{\boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{y}}{\sigma_z^2}\right), \tag{14}$$

$$\mathbf{V}_A^{post} = \left(\frac{\boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi}}{\sigma_z^2} + \left(\mathbf{V}_A^{pri}\right)^{-1}\right)^{-1}. \tag{15}$$

通过从后验信息中减去先验信息，我们得到来自模块 A 的外信息，如下所示:

$$\boldsymbol{x}_A^{ext} = \mathbf{V}_A^{ext}\left(\left(\overline{\mathbf{V}}_A^{post}\right)^{-1} \boldsymbol{x}_A^{post} - \left(\mathbf{V}_A^{pri}\right)^{-1} \boldsymbol{x}_A^{pri}\right),$$

$$\mathbf{V}_A^{ext} = \left(\left(\overline{\mathbf{V}}_A^{post}\right)^{-1} - \left(\mathbf{V}_A^{pri}\right)^{-1}\right)^{-1}, \tag{16}$$

其中，$\overline{\mathbf{V}}_A^{post}$ 取矩阵 $\mathbf{V}_A^{post}$ 的对角元素，同时将非对角元素设为零。

2）采用消息传递的模块 *B*：在模块 B 中，我们构建因子图，并推导出一种消息传递算法，以实现最小均方误差估计器。首先，我们作出一个基本假设：将模块 A 的外信息均值建模为加性高斯白噪声观测，即

$$\boldsymbol{x}_B^{pri} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}, \tag{17}$$

其中 $\boldsymbol{w} \sim \mathcal{CN}\left(0, \mathbf{V}_B^{pri}\right)$ 为虚拟噪声， $\boldsymbol{x}_B^{pri}$ 而 $\mathbf{V}_B^{pri}$ 分别为模块 A 的外信息均值和协方差矩阵，其表达式分别为

$$\boldsymbol{x}_B^{pri} = \boldsymbol{x}_A^{ext} \triangleq \left[\left(\boldsymbol{x}_B^{r,pri}\right)^T, \left(\boldsymbol{x}_B^{c,pri}\right)^T\right]^T,$$
$$\mathbf{V}_B^{pri} = \mathbf{V}_A^{ext} \triangleq \text{BlockDiag}\left(\mathbf{V}_B^{r,pri}, \mathbf{V}_B^{c,pri}\right).$$

$p\left(\boldsymbol{x}_B^{r,pri}, \boldsymbol{x}_B^{c,pri}, \boldsymbol{x}^r, \boldsymbol{x}^c, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}^r, \boldsymbol{s}^c\right)$的因子图记为 $\mathcal{G}_B$，如图 3 所示，其中因子节点定义如下：

$$\begin{aligned}
&g_q^t \triangleq \mathcal{CN}\left(x_q^t; x_{B,q}^{t,pri}, v_{B,q}^{t,pri}\right), t \in \{r, c\}, \forall q,\\
&f_q^t \triangleq p\left(x_q^t \mid s_q^t\right), t \in \{r, c\}, \forall q,\\
&\eta_q^t \triangleq p\left(s_q^t \mid s_q\right), t \in \{r, c\}, \forall q,\\
&h_q \triangleq p\left(s_q\right), \forall q,
\end{aligned}$$

其中， $x^t_{,B^{pri}_{,q}}$ 表示 $\boldsymbol{x}^t_{,B^{pri}_{,q}}$ 的第 q 个元素，而 $v^t_{,B^{pri}_{,q}}$ 表示$\mathbf{V}^{t\,pri}_{B\,,q}$ 的第 q 个对角元素。

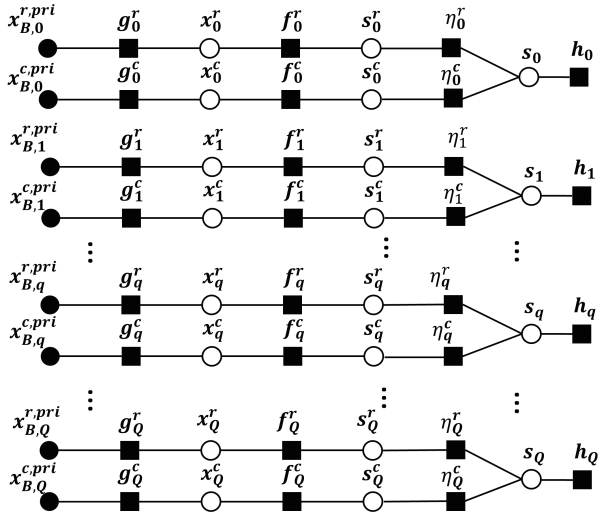

图 3. 所有变量联合分布的因子图。

我们使用和积规则，沿图 3 中的因子图 $\mathcal{G}_B$ 推导消息。由于$\mathcal{G}_B$具有树状结构，所有消息的推导都相对简单（类似于 [4]附录 A 中的消息传递），因此为简洁起见省略推导过程。近似后验分布可计算为

$$\hat{p}\left(x_q^t \mid \boldsymbol{y}\right) \propto \nu_{f_q^t \to x_q^t} \times \nu_{x_q^t \to f_q^t}, t \in \{r, c\}, \forall q, \tag{18}$$
$$\hat{p}\left(s_q^t \mid \boldsymbol{y}\right) \propto \nu_{f_q^t \to s_q^t} \times \nu_{s_q^t \to f_q^t}, t \in \{r, c\}, \forall q, \tag{19}$$

其中，$\nu_{f_q^t \to x_q^t}$ 和$\nu_{f_q^t \to s_q^t}$ 分别表示因子节点f_q^t 发送至变量节点x_q^t 和s_q^t的消息，$\nu_{x_q^t \to f_q^t}$ 和$\nu_{s_q^t \to f_q^t}$ 分别表示变量节点x_q^t 和 s_q^t 发送至因子节点f_q^t的消息。基于后验分布，$\boldsymbol{x}^t$的后验均值和协方差矩阵记为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_B^{t,post} &\triangleq \left[x_{B,0}^{t,post}, \ldots, x_{B,Q}^{t,post}\right]^T,\\
\mathbf{V}_B^{t,post} &\triangleq \text{diag}\left(\left[v_{B,0}^{t,post}, \ldots, v_{B,Q}^{t,post}\right]\right),
\end{aligned}$$

可分别计算为

$$x_{B,q}^{t,post} = \int_{x_q^t} x_q^t \hat{p}\left(x_q^t \mid \boldsymbol{y}\right), \tag{20}$$
$$v_{B,q}^{t,post} = \int_{x_q^t} \left|x_q^t - x_{B,q}^{t,post}\right|^2 \hat{p}\left(x_q^t \mid \boldsymbol{y}\right), \tag{21}$$

对于 $q = 0, \ldots, Q$。然后，来自模块 B 的外信息可计算为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_B^{ext} &= \mathbf{V}_B^{ext}\left(\left(\boldsymbol{V}_B^{post}\right)^{-1}\boldsymbol{x}_B^{post} - \left(\mathbf{V}_A^{pri}\right)^{-1}\boldsymbol{x}_B^{pri}\right),\\
\mathbf{V}_B^{ext} &= \left(\left(\mathbf{V}_B^{post}\right)^{-1} - \left(\mathbf{V}_B^{pri}\right)^{-1}\right)^{-1},
\end{aligned} \tag{22}$$

其中， $\boldsymbol{x}_B^{post}$ 和 $\mathbf{V}_B^{post}$ 分别为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_B^{post} &\triangleq \left[\left(\boldsymbol{x}_B^{r,post}\right)^T, \left(\boldsymbol{x}_B^{c,post}\right)^T\right]^T,\\
\mathbf{V}_B^{post} &\triangleq \text{BlockDiag}\left(\mathbf{V}_B^{r,post}, \mathbf{V}_B^{c,post}\right).
\end{aligned}$$

B. SEA-Turbo-SBI-M 步骤

由于 $\ln\, p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\xi})$ 没有闭式表达式，因此直接求解式（13）中的最大化问题颇具挑战。为解决这一问题，一种常见的方法是构造 $\ln p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\xi})$ 的替代函数，并针对 $\boldsymbol{\xi}$ 最大化该替代函数。具体而言，在第 i 次迭代中，受期望最大化方法启发构造的替代函数为

$$\begin{aligned}
Q\left(\boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{\xi}^i\right) &= \int p\left(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^i\right) \ln \frac{p\left(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{\xi}\right)}{p\left(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{y}; \boldsymbol{\xi}^i\right)} d\boldsymbol{x} + \ln p\left(\boldsymbol{\xi}\right)\\
&= -\left(\sigma_z\right)^{-2}\left[\left\|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{\xi}\right)\boldsymbol{x}^{post}\right\|^2\right.\\
&\quad \left. + \text{tr}\left(\boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{\xi}\right)\mathbf{V}^{post}\boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{\xi}\right)^H\right)\right] + \ln p\left(\boldsymbol{\xi}\right) + C,
\end{aligned} \tag{23}$$

其中，后验均值 $\boldsymbol{x}^{post}$ 和协方差矩阵 $\mathbf{V}^{post}$ 可分别用式（14）和式（15）中的 $\boldsymbol{x}_A^{post}$ 和 $\mathbf{V}_A^{post}$ 近似，且 C 为常数。在当前迭代点 $\boldsymbol{\xi}^i$处，替代函数及其梯度满足以下性质：

$$Q\left(\boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{\xi}^i\right) \le \ln p\left(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\xi}\right), \forall \boldsymbol{\xi}, \tag{24a}$$
$$Q\left(\boldsymbol{\xi}^i; \boldsymbol{\xi}^i\right) = \ln p\left(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\xi}^i\right), \tag{24b}$$
$$\frac{\partial Q\left(\boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{\xi}^i\right)}{\partial \boldsymbol{\xi}}\Big|_{\boldsymbol{\xi}=\boldsymbol{\xi}^i} = \frac{\partial \ln p\left(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\xi}\right)}{\partial \boldsymbol{\xi}}\Big|_{\boldsymbol{\xi}=\boldsymbol{\xi}^i}. \tag{24c}$$

然后，我们需要最大化 $Q\left(\boldsymbol{\xi};\ \boldsymbol{\xi}^i\right)$ 以更新下一个迭代点 $\boldsymbol{\xi}^{i+1}$。然而，由于函数 $Q\left(\boldsymbol{\xi};\ \boldsymbol{\xi}^i\right)$ 是

非凸的，因此难以找到该最大化问题的全局最优解。使用梯度上升法，我们可以简单地得到下一个迭代点 $\boldsymbol{\xi}^{i+1}$，其表达式为

$$\boldsymbol{r}^{i+1} = \boldsymbol{r}^{i} + \varepsilon_r^i \frac{\partial Q\left(\boldsymbol{r}^{i}, \boldsymbol{p}_u^{i}, \tau_o^{i}; \boldsymbol{\xi}^{i}\right)}{\partial \boldsymbol{r}}, \tag{25a}$$

$$\boldsymbol{p}_u^{i+1} = \boldsymbol{p}_u^{i} + \varepsilon_p^i \frac{\partial Q\left(\boldsymbol{r}^{i+1}, \boldsymbol{p}_u^{i}, \tau_o^{i}; \boldsymbol{\xi}^{i}\right)}{\partial \boldsymbol{p}_u}, \tag{25b}$$

$$\tau_o^{i+1} = \tau_o^{i} + \varepsilon_t^i \frac{\partial Q\left(\boldsymbol{r}^{i+1}, \boldsymbol{p}_u^{i+1}, \tau_o^{i}; \boldsymbol{\xi}^{i}\right)}{\partial \tau_o}, \tag{25c}$$

其中，ε_r^i、ε_p^i 和 ε_t^i 是由Armijo规则确定的步长。因此，我们有 ln $p\left(\boldsymbol{y}\ \boldsymbol{\xi}^{i+1}\right) \geq Q\left(\boldsymbol{\xi}^{i+1}\ \boldsymbol{\xi}^{i}\right) \geq$ ，；；$Q\left(\boldsymbol{\xi}^{i}\ \boldsymbol{\xi}^{i}\right) =$ $p\left(\boldsymbol{y}\ \boldsymbol{\xi}^{i}\right)$ ln ，，这表明函数 ln $p(\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{\xi})$ 严格递增，直至达到驻点。

V. 仿真结果

在仿真中，我们考虑一个 100 m $\times$100m 的区域，网格分辨率为 5 m。基站位于坐标 $[-50$ m，0 m]处，移动用户位于坐标 [50 m，0 m] 附近，且位置带有随机偏移。我们假设关于用户位置的先验信息为 $p^x \sim \mathcal{N}\left(50,\ \sigma_p^2/2\right)$ 和$p^y \sim \mathcal{N}\left(0,\ \sigma_p^2/2\right)$，其中 σ_p^2 设为 1。该区域内有 $K = 9$个雷达目标和 $L = 10$ 个通信散射体。正交频分复用子载波数量为 $N = 1024$，子载波间隔为 $f_0 = 30$ kHz。每隔 32 个正交频分复用子载波插入导频符号。基站配备了一个由 $M = 64$ 根天线组成的均匀线性阵列。时间偏移 τ_o 位于$\left[\frac{-2}{B}, \frac{2}{B}\right]$内，其中 $B = Nf_0$表示总带宽。我们比较了基于分离估计的正交匹配追踪（OMP） [8]，基于固定位置网格进行联合估计的Turbo压缩感知（Turbo-CS） [9], [10],基于分离估计的所提方法SEA-Turbo-SBI（即不使用联合支撑向量 $\boldsymbol{s}$），以及基于联合估计的所提方法SEA-Turbo-SBI的性能。

图4展示了目标/散射体定位均方根误差（RMSE）随信噪比（SNR）的变化情况。显然，基于联合估计的所提SEA-Turbo-SBI 在目标和散射体定位方面均优于基线方法。图5展示了雷达/通信信道估计的归一化均方误差（NMSE）随信噪比的变化情况。可以看出，所提 SEA-Turbo-SBI 同样取得了最佳的信道估计性能。基于联合估计的所提 SEA-Turbo-SBI 与分离估计之间的性能增益表明，所提稀疏先验模型能够充分利用位置域雷达与通信信道的部分共同稀疏性。

VI. 结论

我们针对大规模多输入多输出-正交频分复用 ISAC 系统，提出了一种位置域信道建模方法，以及一种联合散射环境感知与信道估计方案。

SEA-Turbo-SBI算法通过结合Turbo方法与期望最大化算法构建，所提出的稀疏先验模型能够利用雷达与通信信道的部分共同稀疏性。仿真结果验证了，与基线方法相比，我们提出的方案在散射环境感知和信道估计方面均表现更优。

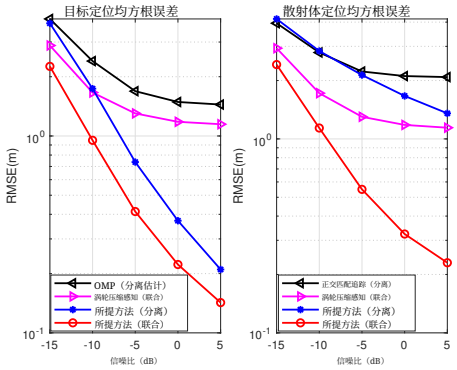

图 4. 目标/散射体定位的 RMSE 与信噪比的关系。

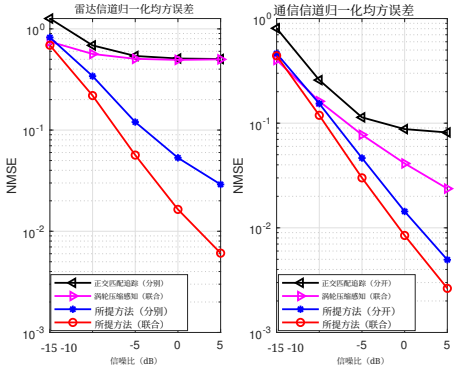

图 5。 雷达/通信信道估计的 NMSE 随信噪比变化。

参考文献

[1] J. A. Zhang、F. Liu、C. Masouros、R. W. Heath、Z. Feng、L. Zheng 和 A. Petropulu，“联合通信与雷达感知的信号处理技术综述”，*IEEE*信号处理精选专题期刊，第15卷，第6期，第1295–1315页，2021年。[2] F. Liu、Y. Cui、C. Masouros、J. Xu、T. X. Han、Y. C. Eldar 和 S. Buzzi，“通感一体化：面向第六代移动通信及未来的双功能无线网络”，*IEEE*通信精选领域期刊，第40卷，第6期，第1728–1767页，2022年。[3] F. Liu、C. Masouros、A. P. Petropulu、H. Griffiths 和 L. Hanzo，“雷达通信联合设计：应用、最新进展与未来方向”，*IEEE*通信汇刊，第68卷，第6期，第3834–3862页，2020年。[4] Z. Huang、K. Wang、A. Liu、Y. Cai、R. Du 和 T. X. Han，“通感一体化系统中的联合导频优化、目标检测与信道估计”，*IEEE*无线通信汇刊，2022年，doi: 10.1109/TWC.2022.3183621。[5] Z. Wan、Z. Gao、S. Tan 和 L. Fang，“面向毫米波大规模多输入多输出无人机网络的联合信道估计与雷达感知”，载于*IEEE*国际无线通信与移动计算会议，2022年，第44–49页。[6] L. Gaudio、M. Kobayashi、G. Caire 和 G. Colavolpe，“基于多输入多输出正交时频空的联合雷达目标检测与参数估计”，载于*IEEE*雷达会议（*RadarConf*）论文集，2020年，第1–6页。[7] L. Gaudio、M. Kobayashi、G. Caire 和 G. Colavolpe，“正交时频空在联合雷达参数估计与通信中的有效性”，*IEEE*无线通信汇刊，第19卷，第9期，第5951–5965页，2020年。[8] J. A. Tropp 和 A. C. Gilbert，“通过正交匹配追踪从随机测量中恢复信号”，*IEEE*信息论汇刊，第53卷，第12期，第4655–4666页，2007年。[9] J. Ma、X. Yuan 和 L. Ping，“采用部分DFT感知矩阵的Turbo压缩感知”，*IEEE*信号处理快报，第22卷，161，2015年2，第158页–。[10] L. Chen、A. Liu 和 X. Yuan，“利用马尔可夫先验进行大规模多输入多输出信道估计的结构化Turbo压缩感知”，*IEEE*车辆技术汇刊，第67卷，第5期，第4635–4639页，2018年。