arXiv:2302.01729v1 [eess.SP] 3 Feb 2023

通信

使用拖曳阵解决水下目标仅方位跟踪中的左右模糊

摘要— **在使用拖曳阵进行仅方位跟踪时，阵列能够感知目标的方位角，但无法辨别目标位于阵列左侧还是右侧。因此，传统跟踪算法会在阵列两侧都生成航迹，这会给拦截任务带来困难。本文提出一种基于测量似然的方法，结合估计器可消除左右模糊并跟踪目标。本文通过案例研究进行验证：目标分别（a）以近似恒定的速度沿直线运动，（b）进行转弯机动，同时观测者进行类似"U"形的机动。将该方法与多种估计器结合应用后，成功消除了模糊并跟踪了目标。此外，还根据位置和速度的均方根误差、偏差范数、航迹丢失百分比以及相对执行时间，对跟踪结果进行了比较。**

索引词—**仅方位跟踪、目标运动分析、高斯滤波器、左右模糊。**

I. 引言

仅方位跟踪（BOT）在水下目标跟踪中有着广泛应用， [1], [2],因为本舰的位置不会暴露给敌方，使其具有战略用途，尤其是在战争期间， [1], [3]其目标是利用含噪声的方位测量值估计目标运动学，即位置和速度。这也称为目标运动分析（TMA）。当仅使用一名观测者对目标进行定位时，这类问题称为自主目标运动分析 [4]。为了仅利用方位测量跟踪非机动目标，本舰必须机动，使系统具有可观测性 [5], [6]。

用于水下目标跟踪的被动声呐可以安装在船舶的舰体上 [7]，也可以借助电缆拖曳在船尾 [8]。舰体安装声呐固定在船舶的舰体上，因此更容易受到自噪声的影响 [9]。使用拖曳阵列声纳可以克服舰体安装声呐的这一缺点。在拖曳阵式传感器中，水听器排列成阵列，安装在一根长软管内，并通过连接电缆与本舰相连。传感器系统的示意图如图1所示。由于拖曳阵传感器位于远离船舶的位置，检测到的自噪声要少得多；而且，由于传感器置于海面下方，也较少受到海面运动的影响。拖曳阵

（通讯作者：*Shreya Das*（电子邮箱：*shreya 2121ee15@iitp.ac.in*））。作者地址：印度理工学院巴特那分校，印度巴特那。

0018-9251 © 2020 IEEE

式传感器还能覆盖挡板，即舰体安装声呐的盲区 [8]。

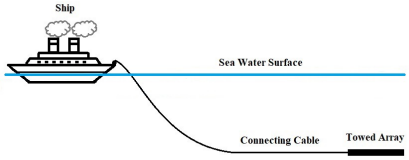


图 1：监视用拖曳电缆阵列传感器系统

被动拖曳阵列声呐只能测量目标所处的角度，无法判断阵列接收到的信号来自其左侧还是右侧。阵列只能检测目标所处的角度。这个问题通常称为左右模糊或左右歧义。为消除这种歧义，文献中提出了几种方法，其中一种是让观测者向左或向右转动，并观察测量角度是增大还是减小 [10]。这种方法较为粗略，而且由于目标位置会随时间变化，因此可能不适用于机动目标。另一种方法是使用双阵列，而非单个阵列 [11][12]。这需要额外布置一个阵列，通常不受用户青睐。在 [10], [13]中，阵列被视为柔性体，会因海浪、涌浪、船舶运动、阻力以及许多其他因素而失去对称性。Felisberto 和 Jesus [13]尝试使用传感器（如罗盘、倾斜仪、加速度计和压力计）估计阵列的非线性形状；Kaouri [10] 则尝试通过对连续体系统进行机械建模来确定阵列形状，从而消除左右歧义。无论采用哪种方法，确定阵列的非线性形态都是一项复杂而困难的任务。因此可见，现有消除左右歧义的方法都需要在船舶或阵列上安装额外的传感器。

本文提出了一种方法，可在对目标进行目标运动分析（TMA）时消除左右歧义。该方法利用测量值的似然，无需额外的传感器。在此方法中，两个估计器并行运行，分别使用来自两侧的测量值。两个滤波器分别赋予权重，最终估计值为二者的加权和。研究发现，经过几步之后，左右歧义便会消除，随后其中一个权重会变为 1。

为验证所提出方法的性能，使用该方法对目标进行跟踪，其中考虑一个遵循匀速转弯（CT）模型和匀速（CV）模型运动的目标。假设我们已知阵列的位置和速度。采用扩展卡尔曼滤波器（EKF） [14], 立方卡尔曼滤波器（CKF）[15], [16], 无迹卡尔曼滤波器（UKF） [17],高斯-埃尔米特滤波器（GHF） [18] 以及移位瑞利滤波器（SRF） [19], 并结合 L-R 分辨策略进行实现。性能比较指标包括均方根误差（RMSE）在位置和速度方面的表现、偏差范数、航迹丢失百分比以及相对执行时间。观察发现，嵌入高斯滤波器的所提出算法能够成功跟踪目标并消除虚假目标。

II. 问题表述

A. 系统模型

如上一节所述，目标由拖曳阵观测。目标状态表示为 $\mathcal{X}_k^t = \begin{bmatrix} x_k^t & y_k^t & \dot{x}_k^t & \dot{y}_k^t \end{bmatrix}'$，其中 x_k^t 和 y_k^t 分别是目标在 k^{th} 时刻的 x 和 y 位置。同样，拖曳阵的状态向量表示为 $\mathcal{X}_k^o = \begin{bmatrix} x_k^o & y_k^o & \dot{x}_k^o & \dot{y}_k^o \end{bmatrix}'$，其中 x_k^o 和 y_k^o 分别是阵列的 x 和 y 位置。拖曳阵是一个扩展目标，因此，拖曳阵的位置指的是拖曳阵的中点。我们还假设，在每个时刻，拖曳阵的位置和速度都是精确已知的。目标的相对动力学可表示为 [4], [20]

$$\mathcal{X}_k = f(\mathcal{X}_{k-1}) + \mu_{k-1} - \mho_{k-1,k}, \tag{1}$$

其中，$\mathcal{X}_k = \mathcal{X}_k^t - \mathcal{X}_k^o = \begin{bmatrix} x_k & y_k & \dot{x}_k & \dot{y}_k \end{bmatrix}'$是目标与观测者之间的相对状态向量。$\mho_{k-1,\,k}$是输入向量，$\mu$ 是过程噪声，假设其为均值为零、协方差为 Q_{k-1} 的高斯白噪声，即 $\mu_{k-1} \sim \mathcal{N}(0,\ Q_{k-1})$，而 $f(.)$ 表示线性或非线性的目标动力学。我们假设目标以以下方式运动：(i) 按照匀速（CV）模型做匀速运动；(ii) 按照匀速转弯（CT）模型转弯。

1. 匀速（*CV*）模型

对于CV模型，目标动力学是线性的，因此$f(\mathcal{X}_{k-1}) = F\mathcal{X}_{k-1}$，其中

$$F = \begin{bmatrix} I_2 & TI_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix}, \tag{2}$$

且 T 是采样时间。$\mho_{k-1,\,k}$ 是按如下方式计算的输入向量：

$$\mho_{k-1,k} = \begin{bmatrix} x_k^o - x_{k-1}^o - T\dot{x}_{k-1}^o \\ y_k^o - y_{k-1}^o - T\dot{y}_{k-1}^o \\ \dot{x}_k^o - \dot{x}_{k-1}^o \\ \dot{y}_k^o - \dot{y}_{k-1}^o \end{bmatrix}. \tag{3}$$

过程噪声协方差，

$$Q_{CV} = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3}I_2 & \frac{T^2}{2}I_2 \\ \frac{T^2}{2}I_2 & TI_2 \end{bmatrix} \bar{q}_1, \tag{4}$$

其中，$\bar{q}_1$ 是过程噪声的强度。

2. 匀速转弯（*CT*）模型

对于匀转模型 [16] 系统矩阵，F 计算如下：

$$F=\begin{bmatrix}1 & 0 & \frac{\sin(\psi T)}{\psi} & -\frac{1-\cos(\psi T)}{\psi} & 0\\ 0 & 1 & \frac{1-\cos(\psi T)}{\psi} & \frac{\sin(\psi T)}{\psi} & 0\\ 0 & 0 & \cos(\psi T) & -\sin(\psi T) & 0\\ 0 & 0 & \sin(\psi T) & \cos(\psi T) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}, \quad (5)$$

输入向量$\upsilon_{k-1,\ k}$ 计算如下：

$$\begin{bmatrix} x_k^o - x_{k-1}^o - \frac{\sin(\psi T)}{\psi}\dot{x}_{k-1}^o + \frac{1-\cos(\psi T)}{\psi}\dot{y}_{k-1}^o \\ y_k^o - y_{k-1}^o - \frac{1-\cos(\psi T)}{\psi}\dot{x}_{k-1}^o - \frac{\sin(\psi T)}{\psi}\dot{y}_{k-1}^o \\ \dot{x}_k^o - \cos(\psi T)\dot{x}_{k-1}^o + \sin(\psi T)\dot{y}_{k-1}^o \\ \dot{y}_k^o - \sin(\psi T)\dot{x}_{k-1}^o - \cos(\psi T)\dot{y}_{k-1}^o \\ 0 \end{bmatrix},$$

其中，ψ 是恒定但未知的转向率。CT模型的过程噪声协方差可按如下方式计算：

$$Q_{CT}=\begin{bmatrix}Q_{CV} & 0_{4\times1}\\ 0_{1\times4} & \bar{q}_2 T\end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 $\bar{q}_2$ 是标量过程噪声强度。

B. 测量模型

拖曳阵测量目标的方位角。由于它通过具有对称性的波束形成进行测量，传感器无法解析左右歧义。目标的方位测量值是相对于真北的。传感器阵列沿图中箭头所示的方向拖曳，如图 2 所示。考虑到目标可能位于阵列的任意一侧，我们会接收到两个方位测量值，θ_t 和 θ_g，分别来自阵列两侧，如图所示。从图中可以看出，$\theta_g = h + \theta_c$，其中 $\theta_c = h - \theta_t$。因此，$\theta_g = 2h - \theta_t$，其中 h 是拖曳阵的航向。因此，接收到的测量值之一遵循以下模型：

$$\mathcal{Y}_k^1 = \gamma(\mathcal{X}_k) + \nu_k, \quad (7)$$

其中 $\gamma(\mathcal{X}_k)$ =$\tan^{-1}(x_k/y_k)$，ν_k 是测量噪声，其服从均值为零的高斯分布，且具有 σ_θ标准差 即 $\nu_k \sim \mathcal{N}(0,\sigma_\theta^2)$。第二个测量值遵循以下模型，

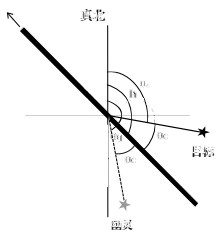


图 2：左右歧义示意图

$$\mathcal{Y}_k^2 = 2h - \gamma(\mathcal{X}_k) - \nu_k. \quad (8)$$

这两个测量值中，一个是有效测量值，另一个是来自虚假目标的错误测量值或杂波。我们的目标是开发一种方法，以便能够跟踪真实目标。

III. 左右歧义的解析

获取阵列中不同传感器接收到的声信号方向的过程称为波束形成。用于波束形成的设备称为波束形成器。在波束方向图中，主瓣形成于波束指向角处。由于存在不指向波束指向角方向的波束，因此会形成旁瓣。如果主瓣与阵列之间的夹角为 θ，那么在波束方向图 [10]中，与之完全相关的旁瓣会出现在 $-\theta$ 角处。这会在波束方向图中造成歧义，称为左右歧义。

因此，拖曳阵传感器能够感知入射信号的方向，但无法消除歧义。因此，每个时间步都有两个测量值，即 $\mathcal{Y}_k^1$和 $\mathcal{Y}_k^2$，其中一个是来自杂波 [21], [22]的虚假测量值。我们正在制定一种技术，以判断哪个测量值来自目标，并利用它进行跟踪，从而消除虚假目标。两个非线性滤波器并行运行，分别以初始方位角 $\mathcal{Y}_1^1$ 和 $\mathcal{Y}_1^2$ 初始化，并且初始时两个滤波器的权重相同，即，$\omega_1^1 = \omega_1^2$ =0.5。利用估计的测量协方差和预测测量值，计算测量似然。随后用这些似然为每个滤波器分配权重，即 ω_k^1 和 ω_k^2，使得 $\omega_k^1 + \omega_k^2 = 1$。后验状态估计通过对两个滤波器的状态估计进行加权平均得到。

第一个滤波器的测量似然计算如下

$$p_k^1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}^1}} exp\Big[-\frac{1}{2}\frac{(\mathcal{Y}_k^1 - \hat{\mathcal{Y}}_{k|k-1}^1)^2}{P_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}^1}\Big]. \quad (9)$$

同样，可以计算另一个滤波器的测量似然，$p_k^2 = \mathcal{N}(\hat{\ }\mathcal{Y}_{k|k-1}^2,\ P_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}^2)$。使用扩展卡尔曼滤波器或任何确定性采样点滤波器，我们都可以轻松获得$\hat{\ }$预测测量值 $\mathcal{Y}_{k|k-1}$、测量协方差 $P_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}$ 并计算似然。权重更新如下

$$\omega_k^1 = \frac{p_k^1\omega_{k-1}^1}{p_k^1\omega_{k-1}^1 + p_k^2\omega_{k-1}^2}, \quad (10)$$

and,

$$\omega_k^2 = \frac{p_k^2\omega_{k-1}^2}{p_k^1\omega_{k-1}^1 + p_k^2\omega_{k-1}^2}. \quad (11)$$

最后，用于跟踪正确目标的后验相对状态估计为

$$\hat{\mathcal{X}}_{k|k} = \omega_k^1\hat{\mathcal{X}}_{k|k}^1 + \omega_k^2\hat{\mathcal{X}}_{k|k}^2, \quad (12)$$

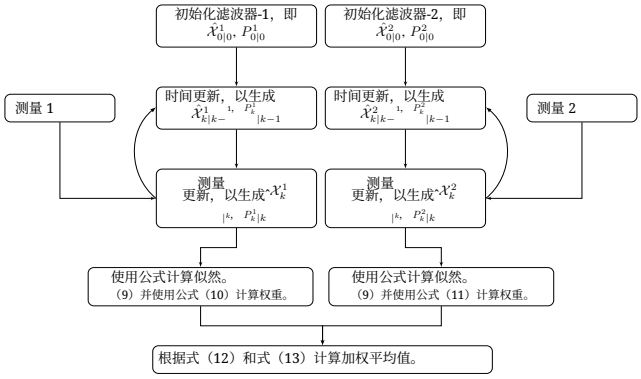


图 3：所提出算法的流程图。

其协方差计算如下

$$P_{k|k} = \omega^1_k(P^1_{k|k} + (\hat{\mathcal{X}}^1_{k|k} - \hat{\mathcal{X}}_{k|k})(\hat{\mathcal{X}}^1_{k|k} - \hat{\mathcal{X}}_{k|k})') + \omega^2_k(P^2_{k|k} + (\hat{\mathcal{X}}^2_{k|k} - \hat{\mathcal{X}}_{k|k})(\hat{\mathcal{X}}^2_{k|k} - \hat{\mathcal{X}}_{k|k})'). \quad (13)$$

经过一段时间后，目标对应的权重变为0，而虚假目标对应的权重变为3。

IV. 使用更新后的权重进行估计

我们提出的用于解决 L-R 模糊问题的技术可与任何高斯滤波器配合使用。每个滤波器均使用各自的初始测量进行初始化。时间更新和测量更新可通过任何非线性估计器完成。在本研究中，我们为此实现了扩展卡尔曼滤波器（EKF） [14] 以及若干确定性采样点滤波器，例如容积卡尔曼滤波器（CKF）[15]，、无迹卡尔曼滤波器（UKF） [17]、高斯-埃尔米特滤波器（GHF） [18] 和移位瑞利滤波器（SRF） [19], [23] 。

最早开发出来、也最为著名的非线性估计器是扩展卡尔曼滤波器 [14] 及其变体 [24]。在扩展卡尔曼滤波器中，使用一阶泰勒级数近似对非线性进行线性化。首先，在时间更新步骤中计算先验均值 $\hat{\mathcal{X}}^1_{k|k-1}$ 和先验协方差 $P^1_{k|k-1}$。然后，使用测量 1 计算测量协方差 $P^1_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}$、测量与状态交叉协方差 $P^1_{\mathcal{X}\mathcal{Y}}$以及预测测量值 $\hat{\mathcal{Y}}^1_{k|k-1}$。接着利用这些量计算卡尔曼增益，并据此计算后验均值和后验协方差。

确定性采样点滤波器 [15], [17], [25],[26]旨在克服 EKF 的缺点，包括性能不稳定、航迹发散严重以及航迹精度较差。这些滤波器利用确定性采样点及其对应的权重来近似概率密度函数。过程方程和测量方程用于更新采样点及其权重。在测量更新步骤中，采用测量模型 1 和 2 分别计算预测测量值 $\hat{\mathcal{Y}}^1_{k|k-1}$ 和 $\hat{\mathcal{Y}}^2_{k|k-1}$，以及测量协方差，并利用测量模型 1 和 2 分别计算测量协方差 $P^1_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}$和 $P^2_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}$。随后利用这些结果计算似然，并据此更新每个滤波器的权重。

[19] 中提出的平方根滤波器已被证明在处理具有线性过程模型的 BOT问题 [27]时效果显著。它是一种矩匹配算法，能够针对给定的方位测量，精确计算条件均值和协方差。这里，我们考虑由非线性过程模型描述的机动目标。为使该算法适用于非线性过程，我们使用确定性采样点更新状态。

在平方根滤波器中，计算后验均值时，不使用测量 $\mathcal{Y}_k$，而使用以 b_k b_k = 为条件的增广测量，其中 sin( ) cos( ) 。因此，平方根滤波器的似然将是一个多元高斯概率密度函数，可表示为，$p^1_k = \frac{1}{\sqrt{|2\pi}}$ ( ) $\gamma^1_k b^1_k - {}^2V^1_k|$ $exp[-\frac{1}{2}(H$ $'$ -1 $-$ $\hat{\mathcal{X}}^1_{k|k-1})$ (V^1_k) $(\gamma^1_k b^1_k - H\hat{\mathcal{X}}^1_{k|k-1})]$,其中 $|.|$表示行列式，$H = [I_2 \quad 0_2]$，$V^1_k = HP_{k|k-1}H' + R^m_k$，使得

$$R^m_k = \sigma^2_\theta \quad x^1_{k|k-1} \quad {}^2 + y^1_{k|k-1} \quad {}^2 + P \quad 1,1 \quad {}^1_{k|k-1} + ((\hat{\ }) (\hat{\ }) ( ) \quad P$$

$(2,2)^1_{k|k-1})$，$\gamma^1_k = (b^1_k)$ $(V^1_k)^{-1} b^1_k + \rho(u^1_k)$，且 $\rho(u^1_k)$是移位瑞利变量 [19]的均值。类似地，p^2_k 也可以计算。

V. 仿真结果

我们在图4 所示的场景 [20], [28] 中实现了所提出的算法，采样时间为$T = 1$ 分钟。我们考虑两种目标运动情况：在情况 I 中，目标按照 CV 模型做直线运动；在情况 II 中，目标按照 CT 模型进行机动。在这两种情况下，本舰的轨迹相同，从13 分钟机动至 17 分钟。两种场景的仿真总时长均为30 分钟。两种场景中，目标速度为4 节，本舰速度为5 节。两种情况下目标的初始航向均为 -140°。对于按照 CT 模型运动的目标，假设其未知恒定转向率为 3^o分钟$^{-1}$ 。初始观测者航向为 140°，最终航向为 20°。过程噪声强度分别为 $\bar{q}_1 = 1.944 \times 10^{-6}$千米^{2}分钟$^{-3}$和 $\bar{q}_2 = 3.78 \times 10^{-7}$分钟$^{-3}$。根据 [20], [28]，使用第一次测量进行初始化。初始化时，初始距离的标准差为 $\sigma_r = 2$ 千米，目标初始速度的标准差为 $\sigma_s = 2$ 节，初始方位角的标准差为 $\sigma_\theta = 1.5^o$ ，初始航向的标准差为$\sigma_c = \pi/\sqrt{12}$。目标与本舰之间的初始真实距离为5 千米。

A. 情况 I：目标采用CV模型运动

在图4 中，针对 CV 模型，绘出了使用 GHF滤波器消除左右歧义后得到的估计轨迹，该轨迹以黄色星号线标示。从图中可以看出，使用所提技术得到的估计航迹与

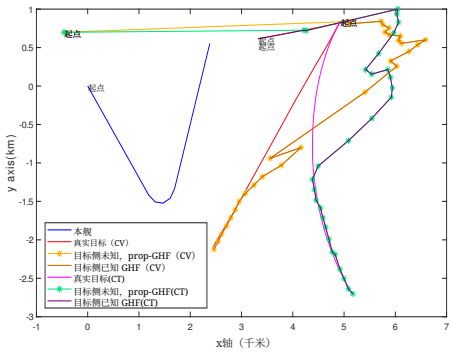
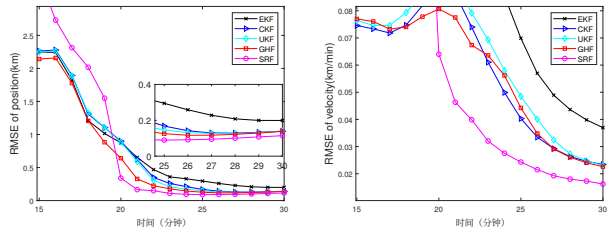


图 4：情况 I 和情况 II 的本舰、目标及估计轨迹。

在已知目标侧时使用 GHF 得到的估计轨迹相吻合。随后，两条估计轨迹都与真实轨迹重合。并行运行的两个滤波器中，其中一个滤波器的权重在几步之后变为 1。这就是所提技术只选择来自目标的测量值的方式。

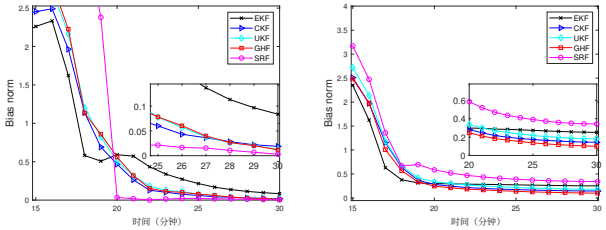


(a) (b)

图 5：情况 I 中消除左右歧义后的 (a) 位置和 (b) 速度的均方根误差。

图 5(a) 和 5(b) 分别显示了考虑左右歧义时情况 I 的位置和速度均方根误差图。均方根误差的计算排除了 500 次蒙特卡罗运行中的发散轨迹。如果目标与本舰之间的距离误差在终止时间步超过航迹界限，则认为该航迹正在发散。此处航迹界限设为 1 千米。从图中可以看出，所有位置均方根误差都收敛至约 0.2 千米。图 6(a) 显示了考虑左右歧义时情况 I 中所有滤波器的偏差范数。偏差范数的计算与 [28]中一样，基于 500 次蒙特卡罗运行。从图中可以看出，所有偏差范数都趋近于 0。

航迹丢失百分比列于表I中，该百分比是基于 50,000 次蒙特卡罗运行计算得出的，航迹界限为1 千米。在这种情况下，利用所提技术消除左右歧义后得到的航迹丢失率，与已知目标侧时使用滤波器得到的航迹丢失率相近。扩展卡尔曼滤波器的航迹发散程度最高，而平方根滤波器则表现出



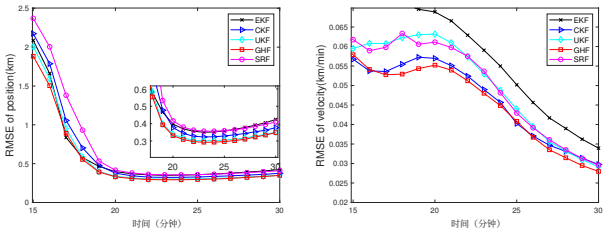
(a) (b)

图 6：消除左右歧义后（a）情况 I 和（b）情况 II 的偏差范数。

最低的航迹发散程度。因此，对于目标跟踪 CV 模型，可以认为平方根滤波器与所提消除左右歧义的技术结合使用时效果最佳。

B. 情况 II：目标机动 CT模型

使用 GHF滤波器消除左右歧义后得到的估计轨迹以图 4中的绿色星号表示。这里同样可以看到，所提技术得到的估计轨迹与已知目标侧时的估计轨迹相吻合。最后，两条估计轨迹均与真实目标重合。与情况 I 类似，一个滤波器的权重在经过几次迭代后变为 1。



(a) (b)

图 7：消除情况 II 的左右歧义后，（a）位置和（b）速度的均方根误差。

图 7（a）和7（b）分别展示了消除左右歧义后情况 II 的位置和速度均方根误差。均方根误差基于 500 次蒙特卡罗运行进行评估，并排除了航迹界限为 1千米的发散轨迹。这里同样可以看到，所提技术使各滤波器的均方根误差收敛。扩展卡尔曼滤波器的均方根误差最高，GHF 的最低。图 6（b）展示了各种滤波器的偏差范数，它们在仿真的最后几步中趋近于零。

与情况 I 类似，使用所提技术消除左右歧义后得到的航迹丢失百分比，与已知目标侧时各滤波器得到的航迹丢失百分比相近。所有滤波器的相对执行时间列于同一张表中。从表中可以看出，消除左右歧义的滤波器所需时间几乎是已知目标侧的滤波器的两倍。

表 I：各类滤波器的航迹丢失率和相对执行时间

滤波器	左右歧义	航迹丢失率		相对执行时间	
		情况 I	情况 II	情况 I	情况 II
EKF	未考虑	5.68	12.25	1	0.88
	已解决	5.68	12.35	1.77	1.88
CKF	未考虑	2.21	7.17	1.02	2.26
	已解决	2.21	7.17	2.07	4.10
UKF	未考虑	1.42	5.90	1.10	2.05
	已解决	1.42	5.90	2.09	4.26
GHF	未考虑	1.23	4.48	1.17	4.29
	已解决	1.23	4.49	2.29	8.56
SRF	未考虑	0.18	5.50	21.86	21.97
	已解决	0.22	5.57	43.47	44.17

VI. 结论

本文提出了一种基于测量似然的技术来解决左右歧义。将所提方法与估计器应用于一个 BOT 问题，其中目标沿直线运动或以恒定但未知的转弯率运动。根据位置和速度的均方根误差、偏差范数、航迹丢失百分比以及相对执行时间，对各种滤波器的结果进行了比较。根据仿真结果，我们得出结论：所开发的方法能够成功消除左右歧义，从而跟踪目标。

Shreya Das Ranjeet Kumar Tiwari Shovan Bhaumik 印度理工学院巴特那分校，印度巴特那

参考文献

[1] R. Karlsson 和 F. Gustafsson，“递归贝叶斯估计：仅方位应用”，*IEE*《雷达、声纳与导航学报》，第 152 卷，第 5 期，第 305–313 页，2005 年。[2] A. Farina，“基于仅方位测量的目标跟踪”，信号处理，第 78 卷，第 1 期，第 61–78 页，1999 年。[3] R. Radhakrishnan、A. K. Singh、S. Bhaumik 和 N. K. Tomar，“用于水下被动仅方位目标跟踪的求积滤波器”，载于*2015* 年国防传感器信号处理（*SSPD*），第 1–5 页，IEEE，2015 年。[4] B. Ristic、S. Arulampalam 和 N. Gordon，超越卡尔曼滤波器：用于跟踪应用的粒子滤波器。Artech House，2003 年。[5] S. C. Nardone 和 V. J. Aidala，“仅方位目标运动分析的可观测性判据”，*IEEE*航空航天与电子系统汇刊，第 2 期，第 162–166 页，1981 年。[6] T. L. Song，“仅距离测量条件下目标跟踪的可观测性”，*IEEE*《海洋工程学报》，第 24 卷，第 3 期，第 383–387 页，1999 年。[7] L. Warren，“舰体安装声纳／舰船设计演进及向低频应用的过渡”，*IEEE*《海洋工程学报》，第 13 卷，第 4 期，第 296–298 页，1988 年。[8] S. G. Lemon，“拖曳阵列历史，1917—2003 年”，*IEEE*《海洋工程学报》，第 29 卷，第 2 期，第 365–373 页，2004 年。[9] P. Mishra，“声纳通信”，国际工程科学与研究技术期刊，第 1 卷，2012 年。[10] K. Kaouri，“拖曳阵列声纳的左右模糊消解”，2000 年。

[11] I. Schurman，“使用双线拖曳阵列抑制混响”，*IEEE*《海洋工程学报》，第 21 卷，第 2 期，第 193–204 页，1996 年。[12] B. M. Nair、J. Rubin、A. Kumar 和 R. Bahl，“使用双阵列的自适应波束形成器左右模糊消解”，载于*OCEANS 2022*-金奈，第 1–8 页，IEEE，2022 年。[13] P. Felisberto 和 S. M. Jesus，“舰船机动期间的拖曳阵列波束形成”，*IEE*《雷达、声纳与导航学报》，第 143 卷，第 3 期，第 210–215 页，1996 年。[14] S. Niazi，“使用扩展卡尔曼滤波器和无迹卡尔曼滤波器算法估计目标跟踪问题中的视线角速率：比较研究”，国际工程期刊，第 28 卷，179，2015 年，第 2 期，第 172 页。[15] S. Bhaumik，“容积求积卡尔曼滤波器”，*IET*信号处理，第 7 卷，第 7 期，第 533–541 页，2013 年。[16] I. Arasaratnam 和 S. Haykin，“容积卡尔曼滤波器”，*IEEE*自动控制汇刊，第 54 卷，第 6 期，第 1254–1269 页，2009 年。[17] S. J. Julier 和 J. K. Uhlmann，“无迹滤波与非线性估计”，*IEEE*会议录，第 92 卷，第 3 期，第 401–422 页，2004 年。[18] G. Chalasani 和 S. Bhaumik，“使用高斯-埃尔米特滤波器进行仅方位跟踪”，载于*2012* 年第 *7* 届 *IEEE* 工业电子与应用会议（*ICIEA*），第 1549–1554 页，IEEE，2012 年。[19] J. Clark、R. Vinter 和 M. Yaqoob，“移位瑞利滤波器：一种用于仅方位跟踪的新算法”，*IEEE*航空航天与电子系统汇刊，第 43 卷，第 4 期，第 1373–1384 页，2007 年。[20] P. H. Leong、S. Arulampalam、T. A. Lamahewa 和 T. D. Abhayapala，“用于仅方位跟踪的基于高斯和的容积卡尔曼滤波器”，*IEEE*航空航天与电子系统汇刊，第 49 卷，第 2 期，第 1161–1176 页，2013 年。[21] T. Kirubarajan 和 Y. Bar-Shalom，“杂波环境下目标跟踪的概率数据关联技术”，*IEEE*会议录，第 92 卷，第 3 期，第 536–557 页，2004 年。[22] Y. Bar-Shalom、T. Kirubarajan 和 X. Lin，“概率数据关联技术及其在声纳、雷达和光电传感器目标跟踪中的应用”，*IEEE*航空航天与电子系统杂志，第 20 卷，第 8 期，第 37–56 页，2005 年。[23] J. Clark、R. Vinter 和 M. Yaqoob，“用于仅方位跟踪的移位瑞利滤波器”，载于*2005* 年第 *7* 届国际信息融合会议，第 1 卷，第 8 页，IEEE，2005 年。[24] T. Song 和 J. Speyer，“改进增益扩展卡尔曼滤波器的随机分析及其在仅方位测量估计中的应用”，*IEEE*自动控制汇刊，第 30 卷，第 10 期，第 940–949 页，1985 年。[25] I. Arasaratnam、S. Haykin 和 R. J. Elliott，“使用高斯-埃尔米特求积的离散时间非线性滤波算法”，*IEEE*会议录，第 95 卷，第 5 期，第 953–977 页，2007 年。[26] S. Bhaumik 和 P. Date，非线性估计：确定性采样点方法及应用。CRC Press，2019 年。[27] S. Arulampalam、M. Clark 和 R. Vinter，“移位瑞利滤波器在单传感器仅方位跟踪中的性能”，载于*2007* 年第 *10* 届国际信息融合会议，第 1–6 页，IEEE，2007 年。[28] K. Kumar、S. Bhaumik 和 P. Date，“使用正交多项式的扩展卡尔曼滤波器”，*IEEEAccess*，第 9 卷，第 59675–59691 页，2021 年。