# 铯原子损失：工作波长为532和1064的光学偶极阱

nm

V.V. Tsyganok [1]、D.A. Pershin [1,2]、V.A. Khlebnikov [1]、D.A. Kumpilov[1,3], I. A. Pyrkh[1,4],A.E. Rudnev[1,3], E.A. Fedotova[1,3], D.V. Gaifudinov[1,3], I.S. Cojocaru[1,2], K.A. Khoruzhii[1,3],P.A. Aksentsev[1,4], A.K. Zykova[1] 和 A.V. Akimov[1,2,5]

[1]俄罗斯量子中心，俄罗斯斯科尔科沃，Bolshoy Boulevard 30号，1号楼，邮编143025[2]俄罗斯科学院P. N. 列别捷夫研究所，俄罗斯莫斯科Leninsky Prospekt 53号，邮编119991

[3]俄罗斯莫斯科物理技术学院，俄罗斯莫斯科州多尔戈普鲁德内市Institutskii pereulok 9号，邮编141701

[4]鲍曼莫斯科国立技术大学，俄罗斯莫斯科2-nd Baumanskaya 5号，邮编105005

[5]俄罗斯国立科技大学MISIS，俄罗斯莫斯科Leninsky Prospekt 4号，邮编119049

电子邮箱：a.akimov@rqc.ru

最近，铯已被凝聚成玻色-爱因斯坦凝聚体。研究人员使用机器学习，避免了对所有导致冷却困难的障碍进行详细研究。本文分析了玻色凝聚实验中所用 532 纳米光阱的原子损失机制，并将其与另一种更传统的微米量级光学偶极阱进行比较。我们还测量了铯在 1064 纳米下的标量极化率和张量极化率，结果发现为 原子单位（）和 原子单位（ ）。

$167 \pm 25$

$275 \pm 41 \times 10^{-41}$ · ² F m $-4 \pm 1$ $7 \pm 2 \times 10^{-41}$ · ² F m

## I. 引言

超冷原子领域正蓬勃发展，因为这类系统具有许多有趣的应用和研究价值，包括计时[1–3]、寻找基本常数的漂移 [4,5]，、引力[6,7] 和磁场[8,9]，的传感、旋转测量 [10]，以及量子模拟 [11]。铯可能是

对于实现量子模拟尤其具有吸引力，因为铥在基态具有较大的磁矩（4 个玻尔磁子），有助于实现长程相互作用，并且易于获得低场费什巴赫共振[12,13] ，从而能够控制短程相互作用。最近，研究人员通过蒸发冷却实现了铥的凝聚[14]：他们采用机器学习技术优化蒸发过程。冷却在波长为 532 纳米的光偶极阱（ODT）中进行。这种方法使铥原子得以冷却，而无需分析主要损失机制。另一方面，了解可能的损失机制或许有助于进一步研究冷原子云或凝聚态。通过观测受困原子样品的动力学，可以研究阱的损失机制。

本研究分析了原子从 532 纳米偶极阱中损失的机制，结果表明损失率与辐射损失模型高度吻合。此外，我们还测量了铥在 1064 nm 附近的极化率；尽管此前已有计算结果[15], ，但据我们所知，该结果尚未经过实验验证。我们还测量了 1064 nm 光学偶极阱中的损失。在这种情况下，阱的损失率远高于辐射损失模型的预测值，但其绝对值小于 532 纳米偶极阱的情况。

## II. 532 光学偶极阱中的损失

实验装置的详细信息可参见其他文献 [16–20]。原子先在塞曼减速器和二维光学粘团中预冷，二者均工作于强跃迁，其波长为 410.6 nm，自然线宽为MHz。随后，原子被俘获在工作于较弱跃迁的磁光阱中 ，其波长为 530.7 nm，自然线宽为 kHz [21]。通过增大磁光阱光的失谐量并降低其强度 [19], ，原子被极化至基态的最低磁子能级 [22–25] ，并冷却至约 13 μK。随后，原子被

$$\Gamma = 2\pi\gamma = 2\pi \cdot 345\ 5_{c}$$

$$\left| \quad = 4 \quad _{F} = -4;\ \mathrm{F} \right\rangle$$

装载到光偶极阱中（见图1a、b）[16]。该阱由一束波长为 532.07 nm 的激光束形成，聚焦于束腰处，束腰为 μm，且μm，分别沿 和 方向。沿 方向的束腰约为 2 mm。光束的偏振为线偏振，与 z 方向的夹角为 90 度。该阱 $x_g$ $y_g$ $x_g$

扫频 使用声光调制器增大与磁光阱的重叠，使得 μm [14]。装载到光学偶极阱后，原子云按照 [14] 中所述的强制蒸发冷却序列进行蒸发冷却（见图2a），同时施加恒定的沿 Oz 方向的磁场，大小为 。 蒸发冷却期间，开启第二束“ 垂直”光学偶极阱光束，并将其设为圆偏振 (此处 – 为归一化琼斯矢量)，其束腰为 ， 以增强原子云的束缚，并提高蒸发过程中的碰撞率（见图1b）。

$=170w$ $3.91$

$$\varepsilon = \quad = -0\,95. \qquad u$$

90 mμ

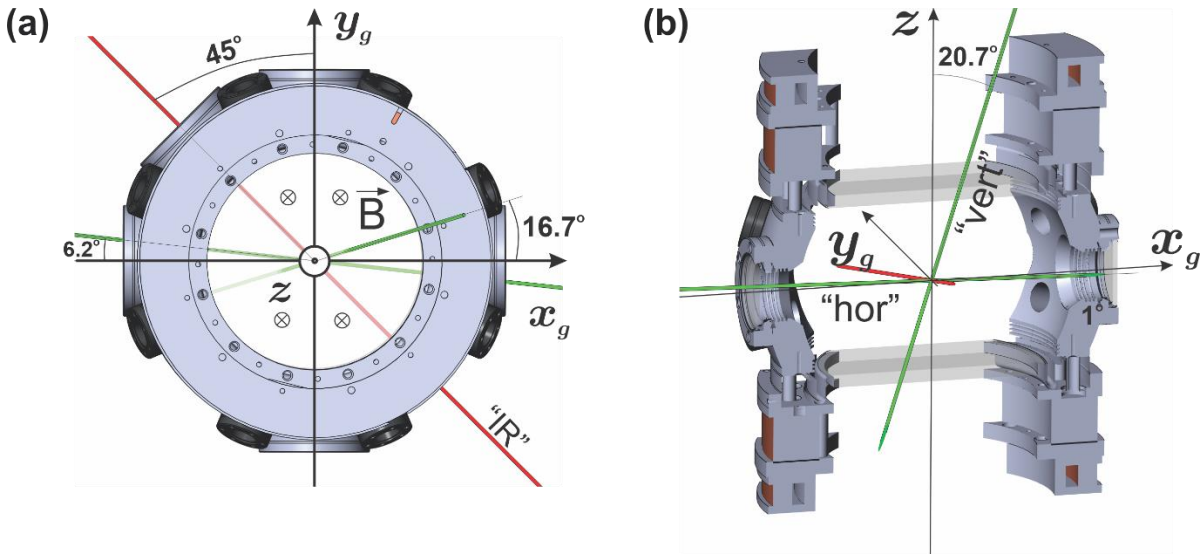



图1。形成偶极阱的光束配置。（a）俯视图，红色光束表示“红外”1064纳米激光器，绿色光束表示532纳米激光器光偶极阱光束，B表示磁场；（b）侧视图，标记了“垂直”（“vert”）和“水平”（“*hor*”）光学偶极阱光束。

为了深入了解阱中原子损失的机制，重要的是尽可能提高阱深与原子温度之比 [26,27]。在这种情况下，原子样品的自发蒸发会显著受到抑制[31]。为此，我们突然提高了两束光偶极阱光束（图2a和图1b中的“Hor.”和“Vert.”）的功率（图2a中约3.1 s处的200 ms功率斜坡），从而将光学偶极阱的频率设为Hz（有关光学偶极阱频率的测量，参见[28] ）。结果发现，经过150 ms的热化时间后，原子的温度为420 nK，而阱深为6.6 μK。需要指出的是，测得的热化时间为22 ms[29]。

$()()$, , $v_x$ v v $= 325\ 85\ 442$ ,

, yz

热化完成后，测量了不同延迟时间下原子的长期损失情况及其温度 （见图2a）。为检测原子数，采用了吸收成像技术，相关说明见[14]。温度的测量方法如下：

$$T = \frac{m_{Th}}{2k_B}\frac{\sigma_i(t)^2}{1/(2\pi\nu_i)^2 + t^2}\ , \tag{1}$$

其中 – 铥原子质量， – 玻尔兹曼常数， – 原子云在 时 秒弹道膨胀后的尺寸（图2c中的蓝点） ，以及采用标准弹道法得到的尺寸（橙点）。图2b绘出了阱中检测到的原子数随时间的变化。可以清楚地看到，在深光学偶极阱中， 的衰减呈 指数形式，衰减常数为。这种衰减伴随着阱中剩余原子的缓慢加热，如图2c所示。加热遵循线性模型 ，其中。谐振阱中原子的平均密度 （图2d）取决于原子数 和温度，因此：

5.2 0.1 秒

174 18 纳开尔文/秒

$$n = N(2\pi)^3(\nu_x\nu_y\nu_z)\left(\frac{m_{th}}{2\pi k_B T}\right)^{3/2}\frac{1}{\sqrt{8}} \tag{2}$$

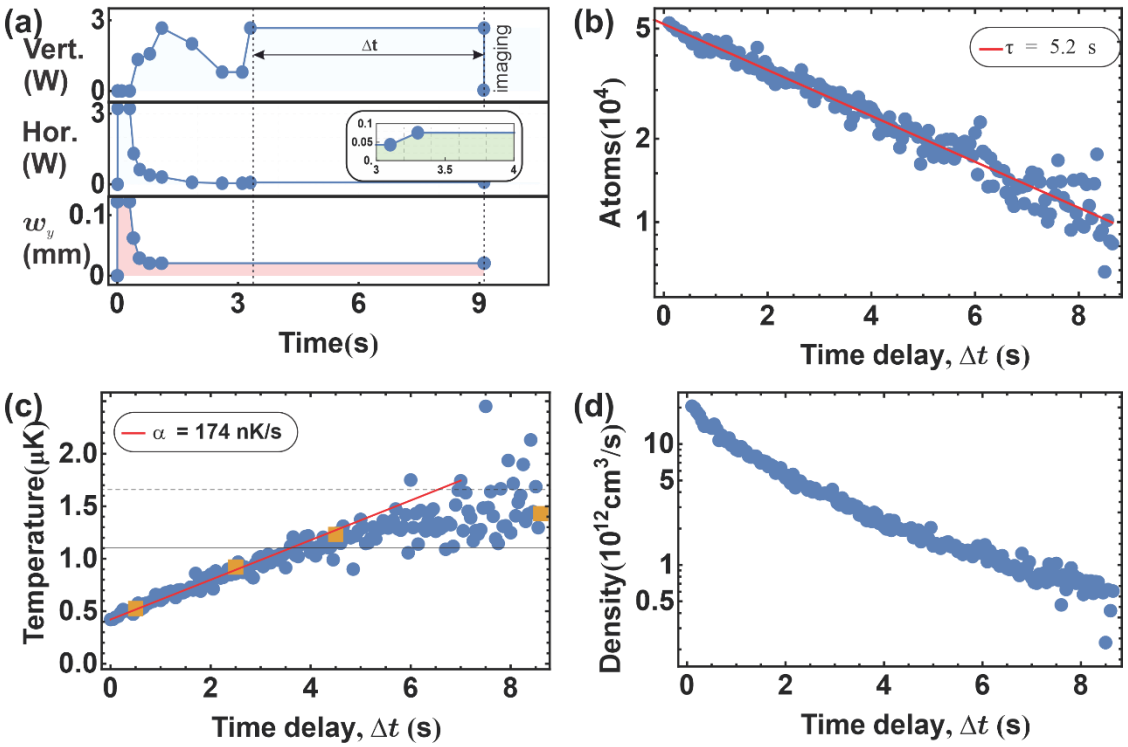



图2. a) 蒸发序列。Vert. 表示垂直光学偶极阱光束的功率，Hor. -- 表示水平光学偶极阱光束的功率， -- 表示水平光束腰斑。原子的初始状态是在 532 纳米下装载到交叉光偶极阱中，并持续 3.1 s。3.1 s 后，交叉光偶极阱的深度增加 1.8 倍。b)、c) 和 d) – 随着深度增加，光学偶极阱中原子系综的原子数、温度和平均密度的变化。b) 中的红线是数据的线性拟合。黑色实线和虚线分别表示光学偶极阱深度与温度之比为 6 和 4 时的温度水平。数据解读仅使用黑线之前（即 4 s 之前）的数据。橙色圆点表示通过原子系综的弹道膨胀测得的温度。蓝色圆点表示根据原子云尺寸粗略估算的温度。c) 中的红线是对 4 s 之前数据的线性拟合。

原子损失的不同机制会导致不同的衰减特征[21,30–35]。通常考虑以下损失机制：与高温背景气体发生弹性碰撞导致单原子损失，和/或蒸发过程——原子与阱中另一个原子发生弹性碰撞、能量和动量再分配后逃离阱；三体非弹性损失；此外，光学偶极阱光束还可能引发光子吸收。光子吸收是一种与加热相关的损失机制，而与缓冲气体的碰撞对加热的贡献可以忽略不计；三体复合则同时导致损失和加热。总体而言，这一过程可[36] 用以下方程表示原子数和温度：

$$N \qquad T$$

$$\frac{dN}{dt} = -\alpha N - \gamma \frac{N^3}{T^3},$$
$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{3} T_{rec} \Gamma_{SC} + \gamma \frac{N^2}{T^3} \frac{\left(T + T_h\right)}{3}, \tag{3}$$

其中 $\alpha$ 分别为一体和三体损失率，$T_{rec} = \frac{\hbar^2 k_{rec}^2}{2k_B m}$ – 反冲温度，$k_{rec}$ – 反冲能量，$\gamma$ – 非共振光子散射率，$\Gamma_{SC}$ – 复合常数，对应于三体复合过程中每个损失原子的加热能量；该现象在高密度且散射长度较大的系统中有所观测[34]。$T_h$

在所讨论的情形中，通过保持阱深温度比,来阻止蒸发冷却，并通过将磁场设定在远离任何 Feshbach 共振的位置来抑制三体损失[13]。$\eta > 6$

观测到的损失可用单指数函数描述（见图2b），而加热随时间呈线性变化（见图2c），因此确实可以排除三体过程的影响。这意味着唯一重要的过程必定是与缓冲气体的碰撞（见图2b），以及由光学偶极阱光吸收导致的加热；后者很可能是由于 532 nm 光学偶极阱光接近 532.7 nm 的原子跃迁所致。在这种情况下，[13], 方程 (3) 可改写为:

$$\dot{N} = \frac{N}{\tau},$$
$$\dot{T} = \frac{1}{3} T_{rec} \Gamma_{SC}, \tag{4}$$

其中 $\tau = 1/\alpha$ – 光学偶极阱的寿命。

加热率可根据先前测得的[28] 极化率虚部估算为[16,37,38]:

$$\Gamma_{SC} = \frac{4\pi a_B^3}{\hbar c} I(r) \left[ \kappa_{sc} + \left| u^* \times u \right| \mathrm{Cos}\theta_k \frac{m_F}{2F} \kappa_{vec} - \right.$$
$$\left. - \frac{3m_F^2 - F(F+1)}{F(2F-1)} \frac{f\left(\theta_k, \theta_p, \left| u^* \times u \right|\right)}{2} \kappa_t \right], \tag{5}$$
$$f\left(\theta_k, \theta_p, \left| u^* \times u \right|\right) = 1 - \frac{3}{2} \left(\mathrm{Sin}\theta_k\right)^2 \left( 1 + \sqrt{1 - \left| u^* \times u \right|^2} \, \mathrm{Cos}\left(2\theta_p\right) \right)$$

其中 为琼斯矢量， 且， 为波矢，，， 分别为标量、矢量和张量极化率的虚部。$\mathbf{P}_k = \chi_k \mathbf{B}$ $\mathbf{P} = \chi \mathbf{E}$ $\kappa_{sc}$ $\kappa_{sc}$ $\kappa_{sc}$

根据实验测得的两束光的功率：76 mW（水平，见图1）和 2.67 W（垂直），，以及，， 和，即： $\theta_{\text{水平}} = 89 \pm 3^\circ$ $\theta_{\text{or}} = 90.0 \pm 0.1^\circ$ $\theta_{\text{垂直}} = 21 \pm 2^\circ$ $\theta_{\text{Photon}} = 79.3 \pm 0.1^\circ$ $\varepsilon_{hor} = 0$ $\varepsilon_{vert} = -0.95$.

$$\Gamma_{SC} = \Gamma_{SC,hor}\left(P_{hor}, \varepsilon_{hor}, \theta_{k,hor}, \theta_{P,hor}\right) + \Gamma_{SC,vert}\left(P_{vert}, \varepsilon_{vert}, \theta_{k,vert}, \theta_{P,vert}\right) \simeq 1.5 \text{ Hz}. \quad (6)$$

测得的 nK/s 加热率对应于 Hz，与理论估算值接近。尽管这些损失不会妨碍通过蒸发冷却达到玻色-爱因斯坦凝聚，但将其与更传统的、波长为 1064 μm 且远离所有原子跃迁的光学偶极阱中的损失进行比较，仍然很有意义。

## III. 1064 纳米附近铥的极化率

实验测量了波长为 1064 nm 时铥原子的微分动态极化率[15]，，但尚未通过实验测得极化率的绝对数值。正如上文所示，了解原子极化率的完整数值对于分析受困原子云的衰减至关重要。因此，在测量该波长下的光学偶极阱寿命之前，先测量了 1064 nm 附近铥的极化率。为研究铥原子系综与 1064 nm 激光束的相互作用，将真空室的一扇窗口更换为另一扇在 1064 nm 处带有增透膜的窗口。真空室另一侧装有一根约 51.5 cm 长的金属套管。较长的距离加上对光束相当紧密的聚焦，可确保不会出现明显反射，因此长金属套管末端的窗口保持原样。

球对称性破缺原子（包括镧系元素）在基态具有非零轨道角动量，因此基态动态极化率实部中的张量部分和矢量部分会产生贡献 在基态[16,37,38]：

$$\alpha_{total}$$

$$\alpha_{total}=\alpha_{sc}+\left|u^{*}\times u\right|\mathrm{Cos}\theta_{k}\frac{m_F}{2F}\alpha_{vec}(\omega)- \\ -\frac{3m_F^2-F(F+1)}{F(2F-1)}\frac{f\left(\theta_k,\theta_p,\left|u^{*}\times u\right|\right)}{2}\alpha_{t}(\omega) \quad (7)$$

为了计算波长为 1064 纳米时的原子极化率，采用了美国国家标准与技术研究院数据库中的所有已知极化率之和 [39]以及 [40] 中的公式（4、5、6）。据此，计算得出的极化率实部和虚部为：

$$\begin{aligned}\alpha_{SC}&=159.6\ \ a.u.\\ \alpha_{TEN}&=-3.2\ \ a.u.\\ \alpha_{VEC}&=-0.2\ \ a.u.\\ \kappa_{SC}&=16.6\times10^{-7}\ \ a.u.\\ \kappa_{TEN}&=-2.6\times10^{-7}\ \ a.u.\\ \kappa_{VEC}&=-0.4\times10^{-7}\ \ a.u.\end{aligned} \quad (8)$$

为求得极化率的实验值，需要用实验测得的参数表示极化率。为此，使用阱频率，其中 是在图 3b 所示的坐标系中。极化率的实部 可用阱频率表示为 [19]：

$\nu_i$ { }, , ∈

i x y z

$\alpha_{tot}$

$$\alpha_{tot}=\pi^{3}\varepsilon_0 c\frac{\nu_y^{2}w_y^{3}w_z m_{Th}}{P}=\pi^{3}\varepsilon_0 c\frac{\nu_z^{2}w_z^{3}w_y m_{Th}}{P}. \quad (9)$$

其中 是原子质量， 是瑞利长度，且 是在 能级处的光束腰斑，是光束功率。 $e^{-2}$

$m_{Th}$ $w_x$ $w_y$ $w_z$ $P$

## IV. 1064 纳米附近的实验测量

在 1064 nm光学偶极阱中制备铥原子系综的方法与在 532 纳米光学偶极阱中的相同。首先，在偏振构型下用磁光阱冷却 $^{169}$Tm 原子云 [19]，使原子制备在 。随后，将原子装载到长宽比为 、沿垂直方向（Oz 轴）扫描的 1064 纳米光偶极阱中，并施加 “保持”磁场 ，其值设定在远离 Feshbach 共振的位置 [13]。通常，扫描光偶极阱中约有 个原子，温度约为 μK。关闭 。

3.91

G–

8 7×10$^{6}$。

经过 光学偶极阱的扫描和 2.5 秒的蒸发冷却后，剩余原子数约为 ，温度约为 μK。为获得更大的阱深温度比，光学偶极阱光束的功率在 秒内线性增大至不同的目标值（见图3a）。

光束腰是一个参数，在公式（9）中以四次方的形式出现（ 方向上有束腰的三次方，另有一个束腰因子位于 方向）。因此，光束腰测量的相对不确定度会使极化率的相对不确定度约增加至四倍。为降低这种不确定度并缩小极化率的误差棒， 在扫描模式下测量束腰，使用较大的 并针对多个目标束腰值进行测量（见图3a）[19]。

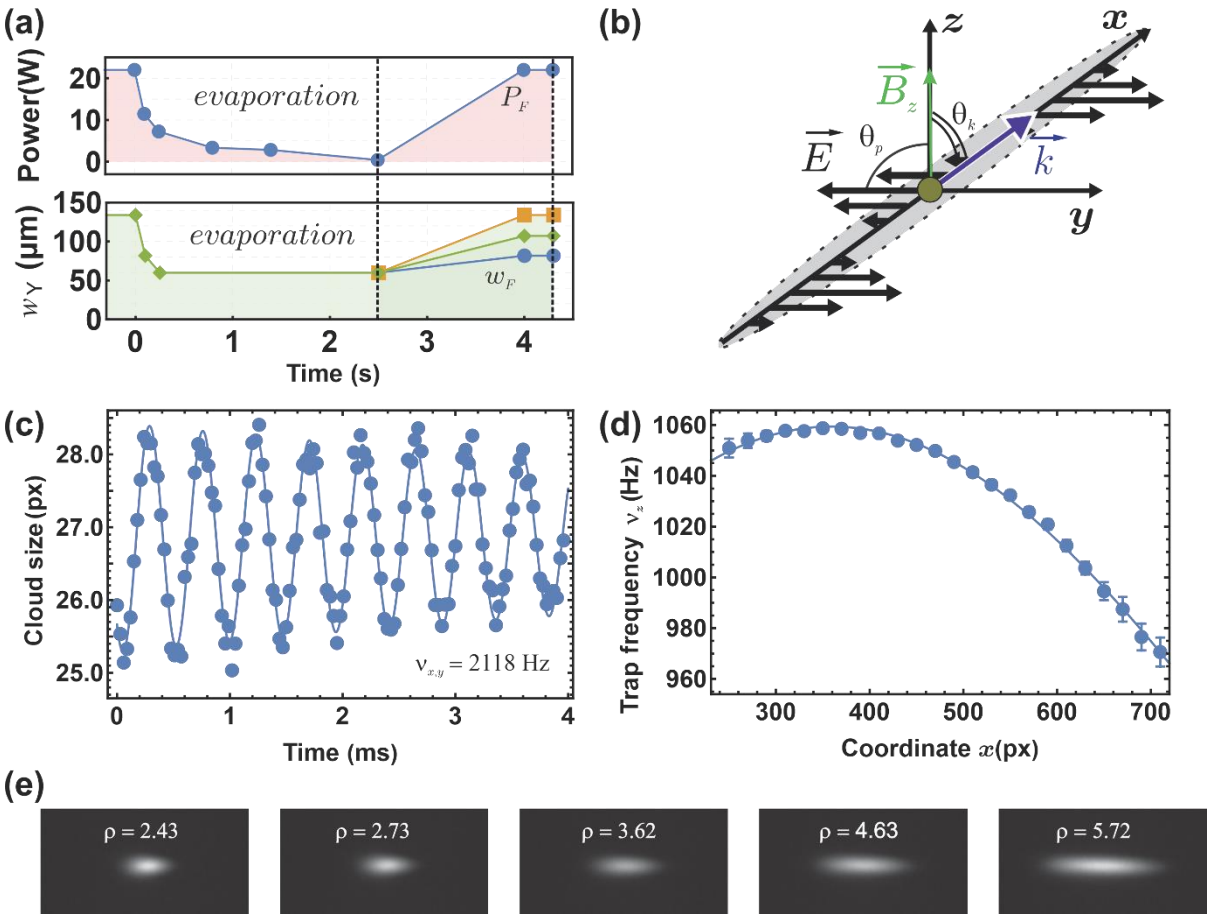



图 3. a）在 1064 nm光学偶极阱中进行蒸发的实验序列及阱频测量。b）利用铯原子极化率的实验几何示意图：沿）取向的极化原子云

磁场 位于沿 x轴 的单束光学偶极阱光束中，光学偶极阱光的线偏振沿 y轴。c）云团尺寸随时间的典型振荡，以及对位于(12)附近位置的一部分被俘获的原子云进行的拟合

*x=370* 像素，来自面板（d）。d）在 xz 平面成像时，拟合频率随沿水平光束的 x 坐标变化的关系。阱频率是原子云尺寸频率的一半。e）不同扫描幅度下，光束在其束腰处的图像。

使用 CCD 相机（Thorlabs DCU223M-GL）测量束腰尺寸。光学偶极阱光束在真空腔体旁被反射镜偏转。相机被放置在光学偶极阱光束的焦点处。所得光束轮廓（见图 3e）用高斯函数近似。根据相机规格，像素尺寸取为 4.65 μm。

随后移除了偏转反射镜。对于每个已知的束腰尺寸，按照我们先前的研究，通过拟合振荡频率并找出其在空间坐标上的最大值，测量了阱在和 方向上的频率[28] （见图 3c、d）。考虑到大 的光束腰已知得很准确（见图3a和图4c中的插图），即可求出z轴上的另一个束腰:

$$w_{yF} \qquad \rho$$

$$w_z = w_{yF}\frac{\nu_z}{\nu_y}, \tag{10}$$

且为 μm。反过来，不采用扫描模式时，可根据频率与功率平方根之间的斜率关系求得（见图4b），其值为μm。所得长宽比与光学偶极阱光束在焦点处高斯拟合得到的束腰进行了比较（见图4c）。

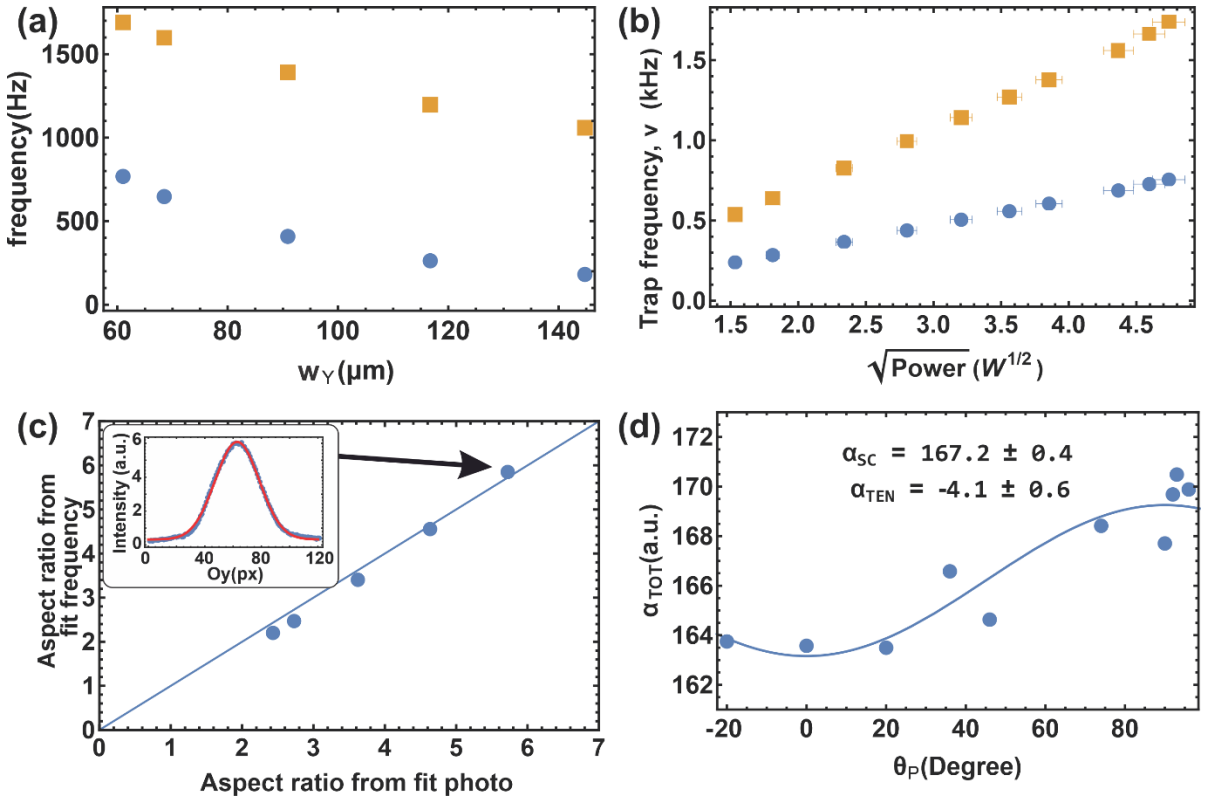



图4. a）y（蓝色圆点）和z（橙色方块）方向的光学偶极阱频率随束腰的变化。 b）y（蓝色圆点）和z（橙色方块）方向的光学偶极阱频率 $w_y$ 方向与功率平方根的关系。c）频率拟合得到的长宽比与光学偶极阱光束照片得到的长宽比的比较。蓝线倾斜45度。插图 – 为扫描模式下长宽比为5.72的光学偶极阱光束在y方向的强度分布及其高斯拟合（红线）。d）铯原子的总极化率与角度 $\theta_P$ 的关系，以及表达式 (11) 的拟合。

如公式（7）所示，当 $\theta_k$ 或 $\varepsilon = 0$，矢量项变为零，总极化率变为：

$$\alpha_{tot} = \alpha_{SC} + \frac{3m_F^2 - F(F+1)}{F(2F-1)} \times \frac{3\cos^2\theta_P - 1}{2} \alpha_{tens}. \qquad (11)$$

为测量张量极化率和标量极化率，使用了线偏振光学偶极阱 。改变 角度 并利用以下公式从阱频测量中提取总极化率（见图4d）：

$$w_z = Ampl\,\mathrm{Cos}\left[2\pi\nu_z t + \phi\right] + w_{z0}, \qquad (12)$$

其中 – 为拟合参数。在这些实验中，磁场保持恒定，取值为 ，方向沿 -轴。光学偶极阱偏振的方向由半波片控制，并通过放置在真空室后的偏振分束器进行测量。利用式（11）和式（9），得到的极化率为：

$$\begin{aligned}\alpha_{SC} &= 167.2 \pm 0.4_{STAT} \pm 24.7_{SYS}\ a.u. \\ \alpha_{TEN} &= -4.1 \pm 0.6_{STAT} \pm 0.6_{SYS}\ a.u.\end{aligned} \quad (13)$$

这些数值与式（8）中的理论预测一致。

理论上，1064 纳米附近的极化率的矢量部分预计非常小（见式（8））。为验证这一点，实验在光学偶极阱中使用了圆偏振光束，其 。原子系综仍在处制备，但这些实验所需的磁场旋转受设备技术限制，因此必须使用较小的磁场。于是，初始制备完成后，将磁场大小减小到，此时仍远离 Feshbach 共振，随后将磁场旋转至与 x轴平行。在这种配置下，矢量极化率对总极化率的贡献最大，见式（5）、（7）。为排除剩余张量极化率的影响，针对两个磁场方向测量了总极化率：和。由于必须反转电流方向，可用的磁场范围受到限制。这两种情况下的总极化率相同，均为 原子单位，与矢量极化率非常小的预期一致。

## V. 1064 nm ODT中的加热

还研究了1064 nm光学偶极阱中的加热率。光学偶极阱的深度约为350 μK；因此，阱深温度比为，蒸发过程得到了可靠抑制。这些实验中，光学偶极阱偏振保持为线偏振。原子损失 如图 5a 所示；其随时间呈单指数行为，并使用式（4）进行拟合。本实验中，原子云的温度呈线性变化（图 5b），其中。图5c、d展示了光学偶极阱的加热率和寿命

与角度的关系。

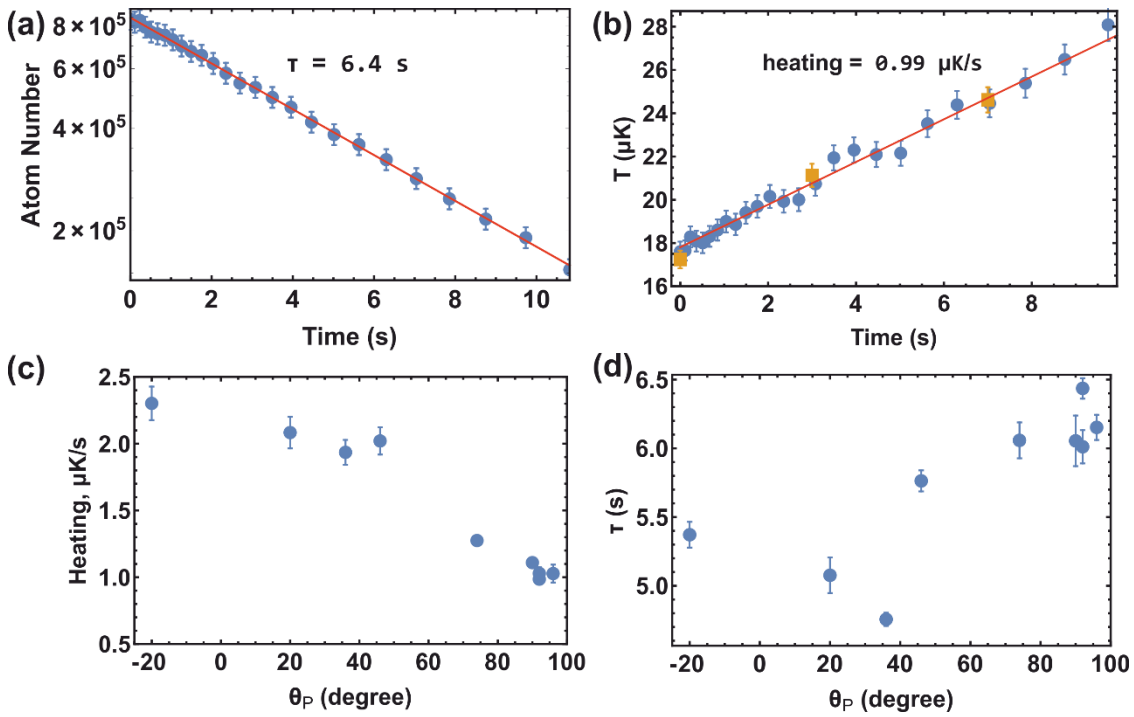



图 5. a) 深层 1064 nm光学偶极阱中的原子损失，其中 $\theta_P = 90^\circ$。势阱深度与温度之比在测量开始时为 21，在结束时为 13。红线为指数拟合。b) 深层 1064 nm光学偶极阱中原子系综在保持时间内的加热。蓝点对应于根据原子云大小对温度进行的粗略估计。橙点对应于通过原子系综的弹道膨胀得到的温度。红线为实验数据的线性拟合。c) 非共振光子散射率与 $\theta_P$ – 光偏振平面和量子化轴（外磁场）之间角度的关系。d) 光学偶极阱寿命与 $\theta_P$

根据公式（8）和（4），本实验中 $\theta_P = 90^\circ$ 的加热率应约为 $\dot{\kappa} = 30$ nK/s。因此，在这种情况下，加热率无法用吸收阱光中的光子来解释。同时，由于加热率呈线性变化，且损失可以很好地用单指数函数描述，因此仍需排除三体机制。由此可见，可能存在尚未确定的加热机制，例如微小的光束振动或激光功率波动 [41–43], 这可能是由技术限制导致的。这些机制尚未得到详细研究。

## VI. 结论

通过使用深光偶极阱，分析了工作于 532 纳米的光偶极阱中的损失机制。由光偶极阱吸收光子导致的加热机制，能够充分解释实验中观察到的光偶极阱损失，因此

被认为是主要的损失机制。相反，在 1064 纳米偶极阱中，阱的损失远高于同一辐射模型的预测值，因此阱寿命的整体改善相当有限，寿命仅从 5.2 秒延长至 6.4 秒。尽管如此，这一寿命仍足以满足实验室未来计划开展的实验需求。我们还通过实验研究了 1064 纳米处铥原子的极化率。测得的极化率值为 原子单位。（）和 原子单位。（），与理论预测的标量，和张量极化率值吻合良好。实验装置的检测限未能测出矢量极化率。

$167 \pm 25$

$275 \pm 41 \times 10^{-41}$ · ² F m $-4 \pm 1$ $7 \pm 2 \times 10^{-41}$ · ² F

m

159.6 . . $\alpha_{SC}$ =au 3.2 . . $\alpha_{TEN}$ = –au

## VII. 致谢

本研究由俄罗斯国家原子能公司在《量子计算路线图》框架下资助（合同编号：868-1.3-15/15-2021，签订日期为2021年10月5日）。

## VIII. 参考文献

[1] T. Bothwell, D. Kedar, E. Oelker, J. M. Robinson, S. L. Bromley, W. L. Tew, J. Ye 和 C. J. Kennedy，具有 2.*0* × *10*-18 不确定度的 JILA锶光晶格钟，《计量学》56，065004（2019）。[2] N. Nemitz, T. Ohkubo, M. Takamoto, I. Ushijima, M. Das, N. Ohmae 和 H. Katori，镱钟和锶钟的频率比：在 150 秒平均时间下不确定度为 *5* × *10*-17，《自然·光子学》10，258（2016）。[3] R. Hobson, W. Bowden, A. Vianello, A. Silva, C. F. A. Baynham, H. S. Margolis, P. E. G. Baird, P. Gill 和 I. R. Hill，具有 *1* × *10−17*不确定度的锶光晶格钟及其绝对频率测量，《计量学》57，065026（2020）。[4] N. Leefer, C. T. M. Weber, A. Cingöz, J. R. Torgerson 和 D. Budker，利用镝原子对精细结构常数变化的新限制，《物理评论快报》111，060801（2013）。[5] T. Rosenband 等，Al+ 和 Hg+ 单离子光钟的频率比；小数点后第 17 位的计量学，《科学》（1979）319，1808（2008）。

[6] W. F. McGrew 等，实现厘米以下大地测量的原子钟性能，《自然》564，87（2018）。[7] D. Becker 等，用于精密干涉测量的星载玻色–爱因斯坦凝聚，《自然》2018 562:7727 562，391（2018）。[8] I. K. Kominis, T. W. Kornack, J. C. Allred 和 M. v. Romalis，亚飞特斯拉多通道原子磁力计，《自然》2003 422:6932 422，596（2003）。[9] S. Wildermuth, S. Hofferberth, I. Lesanovsky, E. Haller, L. M. Andersson, S. Groth, I. Bar-Joseph, P. Krüger 和 J. Schmiedmayer，显微磁场成像，《自然》2005 435:7041 435，440（2005）。[10] C. Avinadav, D. Yankelev, M. Shuker, O. Firstenberg 和 N. Davidson，利用点源原子干涉测量实现稳定性提升的旋转传感，《物理评论A》（大学公园版）102，013326（2020）。[11] I. Bloch, J. Dalibard 和 S. Nascimbène，利用超冷量子气体进行量子模拟，《自然·物理》8，267（2012）。[12] V. A. Khlebnikov, V. V. Tsyganok, D. A. Pershin, E. T. Davletov, E. Kuznetsova 和 A. V. Akimov，表征超冷极化铥原子中法诺–费什巴赫共振的温度依赖性，《物理评论A》（大学公园版）103，023306（2021）。[13] V. A. Khlebnikov, D. A. Pershin, V. V. Tsyganok, E. T. Davletov, I. S. Cojocaru, E. S. Fedorova, A. A. Buchachenko 和 A. V. Akimov，冷铥原子的低场法诺–费什巴赫共振中从随机统计到混沌统计的转变，《物理评论快报》123，213402（2019）。[14] E. T. Davletov, V. V. Tsyganok, V. A. Khlebnikov, D. A. Pershin, D. V. Shaykin 和 A. V. Akimov，利用机器学习实现铥原子的玻色-爱因斯坦凝聚，《物理评论A》（大学公园版）102，011302（2020）。[15] A. Golovizin, E. Fedorova, D. Tregubov, D. Sukachev, K. Khabarova, V. Sorokin 和 N. Kolachevsky，原子铥的内壳层钟跃迁及其微小的黑体辐射频移，《自然·通讯》10，（2019）。

[16] V. V. Tsyganok、D. A. Pershin、E. T. Davletov、V. A. Khlebnikov 和 A. V. Akimov，《532纳米偶极阱中铥原子的标量、张量和矢量极化率》，《物理评论A》（大学公园版）100，042502（2019）。[17] E. T. Davletov、V. V. Tsyganok、V. A. Khlebnikov、D. A. Pershin、D. V. Shaykin 和 A. V. Akimov，《利用机器学习实现铥原子的玻色-爱因斯坦凝聚》，《物理评论A》（大学公园版）102，011302（2020）。[18] D. A. Pershin 等，《超冷铥原子的微波相干光谱》，《物理评论A》（大学公园版）102，043114（2020）。[19] V. V. Tsyganok 等，《极化的冷铥原子云》，《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》51，165001（2018）。[20] D. A. Pershin、V. v. Tsyganok、V. v. Yaroshenko、V. A. Khlebnikov、E. T. Davletov、E. L. Svechnikov、V. N. Sorokin、P. v. Kapitanova 和 A. v. Akimov，《超冷铥原子的微波光谱》，《列别捷夫物理研究所通报》45，377（2018）。[21] I. S. Cojocaru 等，《超冷铥原子中的光辅助碰撞》，《物理评论A》（大学公园版）95，012706（2017）。[22] A. Frisch、K. Aikawa、M. Mark、A. Rietzler、J. Schindler、E. Zupanič、R. Grimm 和 F. Ferlaino，《铒的窄线宽磁光阱》，《物理评论A》（大学公园版）85，051401（2012）。[23] T. Maier、H. Kadau、M. Schmitt、A. Griesmaier 和 T. Pfau，《镝原子的窄线宽磁光阱》，《光学快报》（2014）。[24] T. H. Loftus、T. Ido、M. M. Boyd、A. D. Ludlow 和 J. Ye，《窄线宽冷却与动量空间晶体》，《物理评论A》（大学公园版）70，063413（2004）。[25] B. Seo、P. Chen、Z. Chen、W. Yuan、M. Huang、S. Du 和 G.-B. Jo，《通过两阶段减速高效制备窄线宽铒磁光阱》，《物理评论A》（大学公园版）102，013319（2020）。[26] A. J. Olson、R. J. Niffenegger 和 Y. P. Chen，《优化光学偶极阱中蒸发冷却的效率》，《物理评论A》（大学公园版）87，053613（2013）。

[27] O. J. Luiten、M. W. Reynolds 和 J. T. M. Walraven，《囚禁气体蒸发冷却的动力学理论》，《物理评论A》（大学公园版）53，381（1996）。[28] V. V. Tsyganok、D. A. Pershin、E. T. Davletov、V. A. Khlebnikov 和 A. V. Akimov，《532纳米偶极阱中铥原子的标量、张量和矢量极化率》，《物理评论A》（大学公园版）100，042502（2019）。[29] E. T. Davletov、V. v. Tsyganok、V. A. Khlebnikov、D. A. Pershin、D. v. Shaykin 和 A. v. Akimov，《利用机器学习实现铥原子的玻色-爱因斯坦凝聚》，《物理评论A》（大学公园版）102，011302（2020）。[30] A. R. Gorges、N. S. Bingham、M. K. Deangelo、M. S. Hamilton 和 J. L. Roberts，《铷 -85/87 超冷光学阱中的光辅助碰撞损失》，《物理评论 A 》 78，033420（2008）。[31] A. Fuhrmanek、R. Bourgain、Y. R. P. Sortais 和 A. Browaeys，《微观偶极阱中少数冷原子之间的光辅助碰撞》，《物理评论A》（大学公园版）85，062708（2012）。[32] T. Arpornthip、C. A. Sackett 和 K. J. Hughes，《利用磁光阱测量真空压力》，《物理评论A》（大学公园版）85，033420（2012）。[33] J. Wang、J. P. D’Incao 和 C. H. Greene，《具有多个束缚态的系统中三体复合的数值研究》，《物理评论A》（大学公园版）84，052721（2011）。[34] T. Weber、J. Herbig、M. Mark、H. C. Nägerl 和 R. Grimm，《超冷原子气体中大散射长度下的三体复合》，《物理评论快报》91，1（2003）。[35] A. J. Olson、R. J. Niffenegger 和 Y. P. Chen，《优化光学偶极阱中蒸发冷却的效率》，《物理评论A》（大学公园版）87，053613（2013）。[36] R. Grimm、M. Weidemüller 和 Y. B. Ovchinnikov，《中性原子的光学偶极阱》，《原子、分子与光学物理进展》42，95（2000）。[37] J. H. Becher、S. Baier、K. Aikawa、M. Lepers、O. Dulieu、F. Ferlaino、J.-F. Wyart、O. Dulieu 和 F. Ferlaino，《铒原子的各向异性极化率》，《物理评论A》（大学公园版）97，012509（2018）。

[38] W. Kao、Y. Tang、N. Q. Burdick 和 B. L. Lev, 《镝原子741纳米跃迁附近失谐波长的各向异性依赖性》, Opt Express 25, 3411（2017）。[39] A. Kramida、Yu. Ralchenko、J. Reader 和 NIST ASD团队（2018）, NIST原子光谱数据库, NIST原子光谱数据库（第5.6.1版）（2019）。[40] D. Sukachev、S. Fedorov、I. Tolstikhina、D. Tregubov、E. Kalganova、G. Vishnyakova、A. Golovizin、N. Kolachevsky、K. Khabarova 和 V. Sorokin, 《铥原子的内壳层磁偶极跃迁：光晶格钟的候选跃迁》, 《物理评论A》（大学公园版）94, 022512（2016）。[41] E. Lippi, 《用于二维费米锂气体囚禁的大间距光晶格的实现》（2017）。[42] M. E. Gehm、T. A. Savard 和 J. E. Thomas, 《原子阱中噪声诱导加热的动力学》, 58, 3914（1998）。[43] T. A. Savard、K. M. O'Hara 和 J. E. Thomas, 《远失谐光学阱中的激光噪声诱导加热》, 《物理评论A》（大学公园版）56, R1095（1997）。