面向协同过滤的个性化图信号处理

Jiahao Liu*计算机科学学院 复旦大学 中国上海 jiahaoliu21 @m.fudan.edu.cn

Dongsheng Li 微软亚洲研究院 中国上海 dongshengli @fudan.edu.cn

Hansu Gu†美国 西雅图 hansug@acm.org

Tun Lu*†计算机科学学院 复旦大学 中国上海 lutun@fudan.edu.cn

Peng Zhang*计算机科学学院 复旦大学 中国上海 zhangpeng_ @fudan.edu.cn

Li Shang*计算机科学学院 复旦大学 中国上海 lishang @fudan.edu.cn

Ning Gu*计算机科学学院 复旦大学 中国上海 ninggu @fudan.edu.cn

arXiv:2302.02113v1 [cs.IR] 4 Feb 2023

摘要

仅使用用户-项目交互信息的协同过滤（CF）问题可以通过图信号处理（GSP）解决。图信号处理使用低通滤波器在相似度图上平滑观测交互信号，从而获得预测信号。然而，交互信号可能不足以准确刻画用户兴趣，并且低通滤波器可能忽略观测信号中高频分量所包含的有用信息，导致准确率不佳。为此，我们提出了一种用于协同过滤的个性化图信号处理（PGSP）方法。首先，我们设计了包含更丰富用户信息的个性化图信号，并构建包含更多图拓扑信息的增强相似图，以更有效地刻画用户兴趣。其次，我们通过结合在全局范围内平滑信号的理想低通滤波器与在局部范围内平滑信号的线性低通滤波器，设计了一种混合频率图滤波器，以引入观测信号高频分量中的有用信息。最后，我们提出了一个由预处理、图卷积和后处理三个关键步骤组成的流水线，将个性化图信号、增强相似图和混合频率图滤波器结合起来。大量实验表明，与当前最先进的方法相比，PGSP能够实现更高的准确率与协同过滤方法相比，PGSP 作为一种非参数方法，具有极高的训练效率。

CCS 概念

• **信息系统** →**个性化**。

关键词

推荐、协同过滤、图信号处理

ACM 参考格式：

Jiahao Liu、Dongsheng Li、Hansu Gu、Tun Lu、Peng Zhang、Li Shang 和 Ning Gu。2023。面向协同过滤的个性化图信号处理。载于《*ACM Web Conference 2023*（*WWW '23*）论文集》，*2023*年*5*月*1*日至*5*日，美国得克萨斯州奥斯汀。ACM，纽约州纽约市，9页。https: //doi.org/10.1145/3543507.3583466

1 引言

协同过滤（CF）是推荐系统中最受欢迎的技术之一，它通过交互历史 [11–13, 15, 25, 26]预测用户与物品之间发生交互的可能性。近年来，图信号处理（GSP）已应用于协同过滤任务 [4, 18, 21, 22, 27, 31], ，可通过图傅里叶变换（GFT）将交互信号从空间域转换到谱域，从而捕捉整个相似度图的结构信息。通常，基于图信号处理的协同过滤方法会先构建物品之间的相似度图，再使用定义在相似度图上的低通滤波器对用户的交互信号进行平滑，以获得预测信号。近期的若干研究 [14, 23, 27]表明，这些方法与基于邻域的协同过滤方法 [13, 26]和基于图卷积网络的协同过滤方法 [11]均有关联。

现有的基于图信号处理的协同过滤方法依赖以下两个假设：1）用户的个性化偏好完全由其交互历史表征；2）交互信号中的低频信息足以预测用户

*同时隶属于中国上海复旦大学上海市数据科学重点实验室。

†通讯作者。

允许免费为个人或课堂使用而制作本作品的全部或部分数字版或纸质副本，但前提是不得为盈利或商业利益而制作或分发副本，且副本首页须附上此声明及完整引文。对于本作品中由作者以外的其他人拥有版权的部分，必须尊重其版权。注明出处后可以摘录。以其他方式复制、重新出版、发布到服务器或分发至列表，均须事先获得明确许可和/或支付费用。请通过 permissions@acm.org 申请许可。*WWW '23，2023*年*5*月*1*日至*5*日，美国得克萨斯州奥斯汀 © 2023 版权所有归所有者/作者所有。出版权已授权给 ACM。ACM ISBN 978-1-4503-9416-1/23/04...$15.00 https://doi.org/10.1145/3543507.3583466

偏好。然而，由于许多推荐系统都存在数据稀疏性问题，稀疏的历史交互可能不足以准确描述用户偏好。此外，只使用包含共同用户兴趣的低频信息，可能无法充分实现个性化，因为这会忽略包含独特用户兴趣的有用高频信息。

本文提出个性化图信号，这是一种包含更丰富用户信息的信号，可更准确地描述用户。个性化图信号不仅利用用户的交互信息，还利用用户与物品之间以及用户与用户之间的相似性信息来描述用户。此外，我们构建了增强相似图，以更有效地利用这些信号。增强相似图不仅包含物品之间的相似性信息，还包含用户与物品之间以及用户与用户之间的相似性信息。借助个性化图信号和增强相似图，与目标用户相似的用户可以增强其交互过的物品的信号，而这些物品往往包含目标用户的潜在兴趣。我们从随机游走的角度构建相似关系，这与 Node2Vec [8] 的部分动机相同。

在现实世界中，每个用户的观测交互信号都是由以低频信息为主的真实偏好信号和以高频信息为主的噪声信号混合而成。具体而言，每个用户的真实偏好由两类信号构成：反映用户总体偏好的全局平滑信号，以及反映个性化用户偏好的局部平滑但全局粗糙信号。为了获得这两类信号，我们提出了一种混合频率图滤波器，它由能够在全局范围内平滑信号的理想低通滤波器，以及能够在局部范围内平滑信号的线性低通滤波器组合而成。通过控制这两类信号的占比，我们可以获得比仅使用理想低通图滤波器更准确的推荐结果。

最后，我们提出个性化图信号处理（PGSP）方法，通过设计一个流水线，将个性化图信号、增强相似图和混合频率图滤波器结合起来，以实现更高的准确率。PGSP 包含三个关键步骤：*1*）预处理，将用户相似性信息与用户-项目交互信号拼接，构建个性化图信号；*2*）图卷积，使用所提出的混合频率图滤波器，获得全局平滑信号和局部平滑但全局粗糙信号；以及*3*）后处理，恢复预测交互信号。大量实验表明，PGSP 在预测准确率方面表现出色。同时，我们分析了混合频率图滤波器的作用，并表明作为一种非参数方法，PGSP 具有很高的训练效率。

本研究的主要贡献总结如下：

- 我们提出了个性化图信号和增强相似度图，用于基于图信号处理的协同过滤，从而能够更有效地表征用户兴趣，并实现更加个性化的推荐。
- 我们揭示了高频分量在观测信号中的有效性，并发现控制其比例通过所提出的混合频率图滤波器，将全局平滑信号转换为局部平滑信号，可以进一步提高准确率。
- 我们提出个性化图信号处理（PGSP）方法，将个性化图信号、增强的相似度图和混合频率图滤波器结合起来。实验表明，与最先进的协同过滤方法相比，PGSP 能够取得更高的准确率。

2 相关工作

图信号处理旨在开发用于处理定义在非规则图域上的数据的工具，包括采样、滤波和图学习 [24]。接下来，我们简要总结基于图信号处理的协同过滤相关工作。

大多数基于图信号处理的方法都将协同过滤问题视为图信号重建 [1]。Narang 等人 [21] 通过将输入信号投影到合适的带限图信号空间中，获得插值信号。随后，Narang 等人 [22] 将先前的工作扩展为一种迭代方法，该方法计算效率更高，并考虑了相对于已知信号的重建误差。Wang 等人 [31] 通过对不同顶点的采样残差重新加权，或在各自的局部集合中传播采样残差，来重建图信号。Chen 等人 [4] 将图信号恢复表述为一个优化问题，并通过交替方向乘子法提供了一种通用解法。Ma 等人 [18] 将通过低通滤波操作平滑信号解释为温度扩散，并证明扩散信号对于底层网络中的扰动具有稳定性。

一些协同过滤方法将图信号处理引入神经网络。SpectralCF [37] 构建了一个用于学习谱域表示的深度模型，并利用丰富的连接信息缓解冷启动问题。Zhang 等人 [36] 通过 FP-Growth [9], 直接挖掘目标用户与目标物品之间的关联规则，对 SpectralCF 进行了扩展，进而解决冷启动和数据稀疏性问题。AGE [6]提出了一种属性图嵌入框架，由精心设计的拉普拉斯平滑滤波器和自适应编码器组成。Yu 和 Qin [35] 提出了一种低通图滤波器，以无损的方式去除噪声并降低图卷积的复杂度。AGCN [7] 进一步利用切比雪夫多项式图滤波器降低了复杂度。

近期，一些研究表明，基于图信号处理的协同过滤方法与其他协同过滤方法之间存在密切联系 [17, 34]。Huang 等人 [14] 证明，基于邻域的方法可以建模为一种特定的带阻图滤波器，而低秩矩阵补全可以视为带限插值算法。Nt 和 Maehara [23] 发现，图神经网络只对特征向量进行低通滤波，并不具备非线性流形学习特性，这意味着图结构仅提供了一种对数据去噪的手段。Wu 等人 [32] 通过逐步移除非线性函数并合并连续层之间的权重矩阵，降低了图卷积网络的复杂度，并证明得到的线性模型对应一个固定的低通滤波器。GF-CF [27] 提出了一个用于协同过滤的统一图卷积框架，并证明许多现有的协同过滤方法都是该框架的特例，对应于图信号处理中的不同低通滤波器。

3 预备知识

本节介绍图信号处理的背景知识，以及在协同过滤任务中使用图信号处理的动机。

3.1 图信号处理

给定一个图 $G = \{V, E\}$，其中 $V = \{v_1, v_2, \ldots\ldots v_n\}$ 是包含 n 个节点的顶点集，E 是边集。图 G 的拓扑结构可表示为加权邻接矩阵 $W = \{w_{ij}\} \in \mathbb{R}^{n\times n}$，其中 $w_{ij} > 0$ 若 $(v_i, v_j) \in E$，则表示 v_i 与 v_j 之间的相似性，否则 $w_{ij} = 0$。$D = diag(d_1, d_2, \ldots\ldots d_n) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 表示 W 的度矩阵，其中 $d_i = \sum_{v_j\in V} w_{ij}$ 是节点 v_i 的度。图拉普拉斯矩阵定义为 $L = D - W$。

节点 v_i 上的信号定义为一个映射 $x_i: V \to \mathbb{R}$。我们可以将 $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ 视为图信号，其中每个节点都被赋予一个标量。图信号的能量定义为 $E(\boldsymbol{x}) = ||\boldsymbol{x}||^2$。图信号的平滑性可以通过总变差来衡量，如下所示：

$$TV(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^T L\boldsymbol{x} = \sum_{(v_i,v_j)\in\mathcal{E}} w_{ij}(x_i - x_j)^2.$$

$\boldsymbol{x}$ 的归一化总变差可以通过瑞利商计算，如下所示：

$$Ray(\boldsymbol{x}) = \frac{TV(\boldsymbol{x})}{E(\boldsymbol{x})} = \frac{\boldsymbol{x}^T L\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}} = \frac{\sum_{(v_i,v_j)\in\mathcal{E}} w_{ij}(x_i - x_j)^2}{\sum_{v_i\in V} x_i^2}.$$

由于 L 是实对称矩阵，其特征分解为 $L = U\Lambda U^T$ 其中 $\Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_n)$ $\lambda_1 \le \lambda_2 \le \ldots \le \lambda_n$，且 $U = (\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \ldots\ldots, \boldsymbol{u}_n)$，其中 $\boldsymbol{u}_i \in \mathbb{R}^n$ 是特征值 λ_i 对应的特征向量。我们称 $\tilde{\boldsymbol{x}} = U^T\boldsymbol{x}$ 为图信号 $\boldsymbol{x}$ 的图傅里叶变换，其逆变换为 $\boldsymbol{x} = U\tilde{\boldsymbol{x}}$。

图傅里叶变换将图信号从空间域转换到谱域。瑞利商可以转换到谱域，如下所示：

$$Ray(\boldsymbol{x}) = \frac{\boldsymbol{x}^T L\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{x}^T U\Lambda U^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^T UU^T\boldsymbol{x}} = \frac{\tilde{\boldsymbol{x}}^T\Lambda\tilde{\boldsymbol{x}}}{\tilde{\boldsymbol{x}}^T\tilde{\boldsymbol{x}}} = \frac{\sum_{v_i\in V}\lambda_i\tilde{x}_i^2}{\sum_{v_i\in V}\tilde{x}_i^2}. \quad (1)$$

图滤波器 H 定义如下：

$$\mathcal{H} = Udiag(h(\lambda_1), h(\lambda_2)..., h(\lambda_n))U^T, \quad (2)$$

其中 $h(\cdot)$ 是频率响应函数。输入信号 $\boldsymbol{x}$ 与滤波器 H 的图卷积定义如下：

$$\boldsymbol{y} = \mathcal{H}\boldsymbol{x} = Udiag(h(\lambda_1), h(\lambda_2)..., h(\lambda_n))U^T\boldsymbol{x}.$$

总而言之，原始图信号 $\boldsymbol{x}$ 首先通过傅里叶基 U^T 变换到傅里叶空间，然后由滤波器 $h(\cdot)$ 处理谱域信号，最后通过 U 逆变换到空间域。

3.2 使用 GSPinCF 的动机

协同过滤任务旨在根据观测交互矩阵预测真实偏好矩阵。如果我们构建了正确的物品间相似度矩阵，且输入信号是表示用户对每个物品偏好的用户真实偏好信号，那么可以分两种情况讨论图信号的总变差：1）如果两个物品 i 和 $j (i \ne j)$ 相似，即 w_{ij} 较大，那么用户对这两个物品的偏好也会相似，这意味着 $(x_i - x_j)^2$ 应当较小。这种情况不会导致过大的 $TV(\boldsymbol{x})$；2）如果两个物品 i 和 $j (i \ne j)$ 不相似，

	1	2	3	4	5
1	0.8	0.9	0.4	0.1	0.2
2	0.7	0.8	0.8	0.9	0.1
3	0.1	0.2	0.8	0.9	0.3
4	0.8	0.3	0.8	0.1	0.9

(a) 真实偏好矩阵

	1	2	3	4	5
1	0.8	0.9	0.4	0.1	x
2	x	0.8	0.8	0.9	0.1
3	0.1	x	x	0.9	0.3
4	x	0.3	0.8	0.1	0.9

(b) 含有曝光噪声

	1	2	3	4	5
1	1	1	1	0	0
2	0	1	1	1	0
3	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	1

(c) 含有量化噪声

图 1：考虑噪声时真实偏好矩阵与观测偏好矩阵之间的关系。

即 w_{ij} 较小，那么用户通常对这两个物品有不同的偏好，这意味着 $(x_i - x_j)^2$ 应当较大。这也不会导致 $TV(\boldsymbol{x})$ 过大，因为它们的相似性 w_{ij} 较小。总之，如果使用真实偏好信号作为输入，总变差应当较小。

然而，由于观测交互矩阵 [35], 中存在曝光噪声和量化噪声，当输入信号为观测到的用户交互信号时，总变差会变大。图 1(a) 展示了真实偏好矩阵，其中每一行都是一个用户的偏好信号。曝光噪声是指用户无法接触到所有物品，只能接触到其中一部分。这些未向用户展示的物品，用户可能喜欢，也可能不喜欢。图 1(b) 展示了曝光噪声导致观测到的用户偏好矩阵发生的变化。用户会根据自己的偏好，决定是否与展示给自己的物品进行交互。最后，由于量化噪声，我们观测到的用户-物品评分是二元变量，不再是真实的偏好值。图 1(c) 展示了我们观测到的用户偏好矩阵因量化噪声而发生的变化，也就是最终观测到的交互矩阵。

从谱域的角度来看，真实偏好信号是低频信号，而两类噪声都是高频信号。观测交互信号是低频信号与高频信号的融合。我们可以通过图卷积有效解决协同过滤问题，其关键在于设计一个由频率响应函数确定的图滤波器。对于公式 (1)，取 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{u}_i$，可得 $Ray(\boldsymbol{u}_i) = \lambda_i$，这表明对应于较小特征值的特征向量更平滑，而这种平滑是整个图意义上的平滑，即全局平滑。将谱域信号还原到空间域时，如果只使用较平滑的特征向量作为基向量，那么重建的空间信号在整个图的意义上频率会更低。

图 2(i) 展示了以往研究中使用的物品相似度图。我们用 1 表示较强的节点信号，用 0 表示较弱的节点信号。输入图信号为 (1，0，0)，这使得物品 1 具有较强的节点信号，如图 2(ii) 所示。经过图卷积后，图信号变得平滑，也就是说，相似物品具有相似的图信号。这增强了物品 2 的信号，随后将其推荐给用户 a，如图 2(iii) 所示。

然而，我们认为，真实的用户偏好与这两类噪声无法仅凭频率在谱域中简单地区分。具体而言，全局平滑信号主要体现一般偏好，可能不足以捕捉个性化偏好。因此，有必要引入

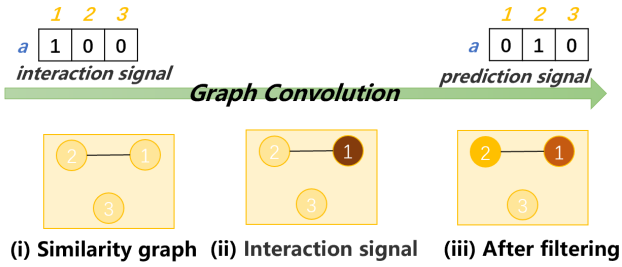


图2：先前的基于图信号处理的协同过滤方法。交互信号直接输入相似度图。

局部平滑但全局粗糙信号来捕捉个性化偏好，从而提升推荐质量。

4 THEPGSP 方法

本节提出个性化图信号处理（PGSP）方法，该方法由三个关键组件构成：

- 个性化图信号，它包含更丰富的用户个性化信息，能够更准确地描述用户；
- 增强相似图，它包含更多图拓扑信息，从而能够更有效地利用个性化图信号；
- 混合频率图滤波器，它允许反映一般用户偏好的全局平滑信号，以及反映个性化用户偏好的局部平滑但全局粗糙信号通过。

我们结合上述三个组成部分，提出了*PGSP*流程，该流程由预处理、图卷积和后处理组成，以实现更高的准确率。在接下来的讨论中，我们假设有 m 个用户和 n 个物品，其交互矩阵为 $R \in \{0, 1\}^{m \times n}$，其中 $R_{ij} = 1$ 表示用户 i 与物品 j 发生了交互。

4.1 个性化图信号与增强相似图

本节首先从随机游走的角度介绍仅依赖图结构构建相似度矩阵的方法，然后提出个性化图信号和增强相似图。

4.1.1 相似度图的构建。仅考虑图拓扑时，根据*Node2Vec* [8]的设计，我们得出两个节点的相似性由三个因素决定：1）两个节点之间的路径数量；2）路径长度；3）组成每条路径的节点的度。在随机游走中，相似度较高的两个节点之间通常存在大量较短的路径，而组成这些路径的节点的度不应过大（否则，沿每条路径行走的概率会很低）。

对于仅包含用户-物品交互信息的协同过滤问题，我们所拥有的只有交互图的结构，因此在构建相似度图时，应将这三个因素作为先验知识加以考虑。用户-物品交互图是一个二部图，这意味着用户与物品直接相连，而两个用户/物品之间的路径必须经过中间物品/用户。因此，对于用户-用户相似度、物品-物品相似度和用户-物品相似度，我们需要同时考虑用户节点和物品节点的度。

交互矩阵表示用户节点与物品节点之间存在一条长度为 1 的路径。原始交互矩阵 R 无法用于描述用户与物品之间的相似性，因为它没有考虑节点度。我们将节点的度纳入考虑，得到归一化交互矩阵，可用于表示用户与物品之间的相似性，如下所示：

$$S_{UI} = (D_U)^{-1/2} R (D_I)^{-1/2}. \tag{3}$$

D_U D_I $D_{U\ ii} = \sum_{j=1}^{n} R_{ij}$ $i =$和 1 … m … n

是对角矩阵，其中 ( ),,,和 $(D_I)_{jj} = \sum_{i=1}^{m} R_{ij}, j = 1,,,$。从随机游走的角度来看，一条边的权重完全取决于与该边相连节点的度。用户交互过的物品越多，单个物品描述该用户的能力就越弱，用户与这些物品之间的相似性也越低。从物品的角度来看也是如此。

基于归一化交互矩阵，我们可以分别计算用户-用户相似度矩阵和物品-物品相似度矩阵，如下所示：

$$S_U = S_{UI} S_{UI}^T, \quad S_I = S_{UI}^T S_{UI}. \tag{4}$$

从随机游走的角度来看，S_U 的构造模拟了一个两步游走过程：从用户节点转移到物品节点（由 S_{UI} 表示），然后再转移到用户节点（由 S_{UI}^T 表示）。两个用户节点之间长度为 2 的路径越多，且这些路径的权重越高，就表明这两个用户节点之间的相似性越高。物品-物品相似度矩阵 S_I 也有类似的结论。

我们强调，在此场景中，共现关系和余弦相似度并不适用于计算相似度。具体而言，它们的计算方式如下：

$$S_U^{co} = RR^T, \quad S_U^{cos} = D_U^{-1/2} RR^T D_U^{-1/2}.$$
$$S_I^{co} = R^T R, \quad S_I^{cos} = D_I^{-1/2} R^T R D_I^{-1/2}.$$

显然，这两种方法都没有充分考虑节点度对随机游走的影响。

4.1.2 个性化图信号的构造。由于许多推荐系统存在数据稀疏问题，稀疏的历史交互可能不足以准确描述用户偏好。对于每个用户，除了与物品的直接交互外，还与其他用户存在协作关系，这是一种间接关系。我们将这两类信息结合起来，以更准确地描述用户。

对于每个用户，我们将其与其他用户的相似度与其交互信号拼接，得到个性化图信号，如下所示：

$$\tilde{R} = S_U || R, \tag{5}$$

其中，|| 表示拼接操作。

4.1.3 增强相似图的构建。交互矩阵是用户行为的直接体现，描述了用户与物品之间的关系。相似度矩阵是

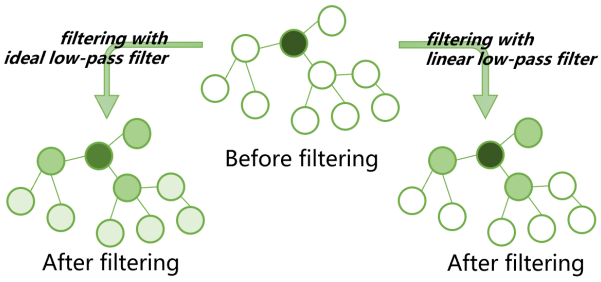


图 3：理想低通滤波器使信号在全局范围内平滑，而线性低通滤波器使信号在局部范围内平滑、但在全局范围内粗糙。

对交互信息的压缩，用于描述物品之间和用户之间的关系。构建增强相似图有两个动机。首先，所有这些关系对于基于图信号处理的协同过滤方法都很有用。利用用户—物品关系，用户节点的信号可以直接影响物品节点的信号；而物品之间和用户之间关系的存在，使物品节点或用户节点之间的信号能够相互作用。其次，个性化图信号是一个$m+n$维向量，因此需要一个能够容纳更多节点信号的相似度图。

我们构建增强相似图，其中包含上述所有三种关系，具体如下：

$$A = \begin{bmatrix} S_U & S_{UI} \\ S_{UI}^T & S_I \end{bmatrix}. \tag{6}$$

总体而言，我们的方法在以下方面有益于协同过滤：1）采用从随机游走角度构建的、更合理的相似度矩阵来描述用户与物品、用户与用户以及物品与物品之间的关系；2）采用信息更丰富的个性化图信号，更准确地描述用户；3）采用包含更多拓扑信息的增强相似度矩阵，更有效地处理个性化图信号。

4.2 混合频率图滤波器

在本节中，我们提出一种混合频率图滤波器，可同时捕捉全局平滑信号和局部平滑但全局粗糙的信号。

根据增强相似图的定义，我们可以定义相应的拉普拉斯矩阵 $L = I - A$，其中 I 是单位矩阵。理想低通滤波器的频率响应函数为：若满足 $\lambda \le \lambda_k$，则 $h(\lambda) = 1$；否则为 $h(\lambda) = 0$。其中，λ_k 是低通滤波器的截止频率。将其代入式（2），即可得到如下理想低通滤波器：

$$\mathcal{H}_{ideal} = U diag(\overbrace{1, ..., 1}^{k}, \overbrace{0, ..., 0}^{m+n-k}) U^T = U_k U_k^T,$$

其中，U是由 L的特征向量组成的矩阵，U_k是 U中对应于较小特征值的前 k列。这表明，构造理想低通滤波器不需要对矩阵进行完整的特征分解，只需计算对应于较小特征值的特征向量。

理想低通滤波器仅使用低频傅里叶基来重构空间信号。由于这些傅里叶基从整个图的角度来看是低频信号，这意味着经过理想低通滤波器滤波后的信号，从整个图的角度来看也是平滑信号。图 3 中的左箭头描述了这种全局平滑。滤波后，节点信号会扩散到整个图中。

然而，由于数据稀疏，交互信号可能没有足够的信息通过这种全局平滑来还原完整的真实偏好。相反，仅使用低频信号会过度消耗交互信号的表达能力，因为滤波后的信号只包含一般偏好信息，从而损害个性化信息。

为了解决上述问题，我们实现了一种混合频率图滤波器，它是一种低通滤波器。从空间域的角度来看，与增强相似矩阵 A 相乘的结果是邻域聚合，从而实现局部平滑。图 3 中的右箭头描述了这种局部平滑：经过滤波后，节点信号只会扩散到直接相连的节点。定理 1 表明，A 是一种线性低通滤波器，其频率响应函数为 $h(\lambda) = 1-\lambda$，这意味着滤波后的信号并非全局平滑，因为它允许信号中的部分高频分量通过。

定理 1. 增广相似度矩阵 A 是一个低通滤波器，其频率响应函数为 $h(\lambda) = 1 - \lambda$。

证明。首先，我们有：

$$L = U\Lambda U^T = U diag(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_{m+n}) U^T,$$

这意味着 L 是一个频率响应函数为 $h(\lambda) = \lambda$的图滤波器。

接下来，我们有：

$$L = I - A.$$

假设 $\boldsymbol{u}_i$是 L对应于 λ_i的特征向量，推导如下：

$$L\boldsymbol{u}_i = \lambda_i \boldsymbol{u}_i = (I - A)\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{u}_i - A\boldsymbol{u}_i.$$

因此，我们有：

$$A\boldsymbol{u}_i = (1 - \lambda_i)\boldsymbol{u}_i,$$

这意味着 A 和 L 具有相同的特征向量，且对应的特征值满足以下关系：

$$(\lambda_A)_i = 1 - \lambda_i,$$

其中，$(\lambda_A)_i$是 A的第 i大特征值。Supp ose:

$$\Lambda_A = diag((\lambda_A)_1, (\lambda_A)_2, ..., (\lambda_A)_{m+n}).$$

因此，我们有：

$$A = U\Lambda_A U^T = U diag(1 - \lambda_1, 1 - \lambda_2, ..., 1 - \lambda_{m+n}) U^T,$$

这意味着 A 是一个低通滤波器，其频率响应函数为 $h(\lambda) = 1 - \lambda$。□

为了同时考虑一般用户偏好和个性化用户偏好，我们按一定比例将用于局部平滑信号的线性低通滤波器与用于全局平滑信号的理想低通滤波器叠加，如下所示：

$$\mathcal{H} = (1 - \phi)\mathcal{H}_{ideal} + \phi A, \tag{7}$$

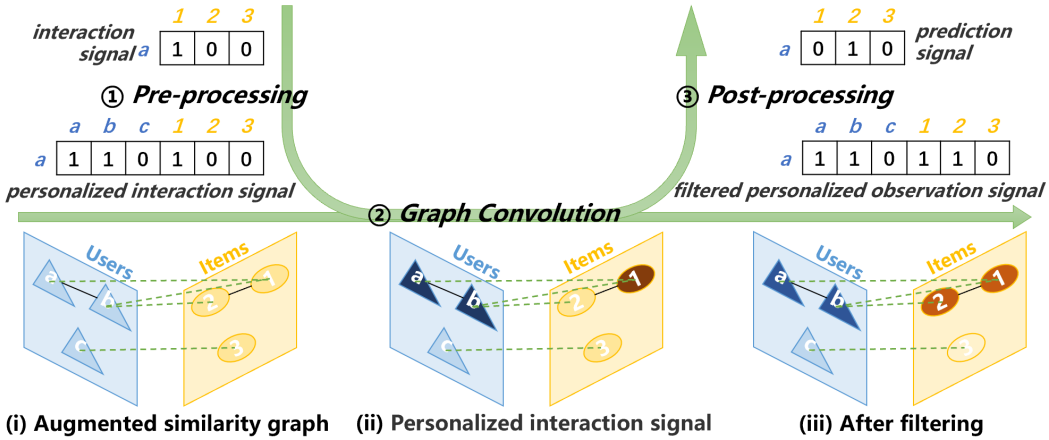


图 4：提出的 PGSP 方法。个性化图信号在预处理步骤中构建，并输入到增强后的相似性图中，从而促进用户的潜在兴趣。

表 1：实验数据统计。

数据集	#用户	#项目	#交互	密度
Gowalla	29,858	40,981	1,027,370	0.084%
Yelp2018	31,668	38,048	1,561,406	0.130%
Amazon-Book	52,643	91,599	2,984,108	0.062%

其中 ϕ 是一个超参数，用于控制全局平滑信号与局部平滑信号的比例。

4.3 PGSP 流程

在本节中，我们提出一种名为个性化图信号处理（Personalized Graph Signal Processing）的流程，将个性化图信号、增强相似图和混合频率图滤波器结合起来。该流程由预处理、图卷积和后处理组成。

1) 预处理步骤。我们首先根据式（5）得到个性化交互矩阵，然后对其进行归一化，得到归一化个性化交互矩阵，如下所示：

$$\tilde{R}_{norm} = \tilde{R}\tilde{D}^{\beta}, \tag{8}$$

其中，$D_{jj} = \sum_{i=1}^{m} R_{ij}$是一个对角矩阵，$\beta \leq 0$是一个超参数。式（8）意味着，与某个项目发生交互的用户越多，该项目就越可能是热门项目，其表达用户个性化偏好的能力也越弱。

2) 图卷积步骤。我们使用所提出的混合频率图滤波器对归一化个性化图信号进行滤波，从而得到滤波后的个性化图信号：

$$\hat{\tilde{R}}_{norm} = \tilde{R}_{norm}\mathcal{H}. \tag{9}$$

3) 后处理步骤。我们通过乘以 $\tilde{D}^{-\beta}$来还原预测的个性化交互矩阵，然后截取最后的 n 列作为预测的用户偏好矩阵：

$$\hat{R} = (\hat{\tilde{R}}_{norm}\tilde{D}^{-\beta})_{:,-n:}, \tag{10}$$

其中：$-n$ 表示取矩阵的所有行和最后 n 列 .

我们通过图 4 所示的示例说明 PGSP 方法的工作原理。为简单起见，我们用 1 表示强节点信号，用 0 表示弱节点信号。假设用户 a与物品 1 发生了交互，用户 b 与物品 1 和 2 发生了交互，用户c 与物品 3 发生了交互，而用户 a 是目标用户。两个相连节点之间具有较强的相似性。用户 a 与用户 b 相似，因为他们都与物品 1 发生过交互。物品 1 与物品 2 相似，因为它们都与用户 b发生过交互。我们首先构建图 4(i) 所示的增强相似图，其中不仅包含用户-用户相似度（蓝色部分）和物品间相似图（黄色部分），还包含用户-物品交互信息（虚线）。在预处理中，将原始交互信号 (1，0，0)（表示用户 a 仅与物品 1 发生过交互）与相似度信号 (1，1，0)（表示用户 a 与用户 b 及其自身相似，但与用户 c不相似）拼接，得到 (1，1，0，1，0，0)（用户 a的个性化图信号）。个性化图信号被输入图 4(ii) 所示的增强相似图。在图卷积过程中，使用所提出的混合频率图滤波器，我们得到预测信号，它由图 4(iii) 所示的全局平滑信号和局部平滑信号构成。在这一过程中，一方面，在物品间相似图上，物品 1 的强信号会传递到物品 2，从而增强物品 2 的信号。另一方面，在用户-物品相似图上，与用户 a 相似的用户 b 具有强信号，这会提高物品 2 的信号强度。与用户 a 不相似的用户 c 具有弱信号，这会降低物品 3 的信号强度。我们的方法使用户喜欢的物品具有比用户不喜欢的物品更高的信号强度。最后，预测信号为 (0，1，0)，这意味着模型会向用户 a推荐物品 2；它可能是用户 a 的潜在兴趣，因为与用户 a 相似的用户 b 曾与其发生过交互。

4.4 与 GF-CF 的比较

作为一种基于图信号处理的协同过滤方法，GF-CF [27]与 PGSP 非常相似，并且在推荐任务中取得了出色的效果。然而，GF-CF 仅使用用户交互信号

表2：与近两年最先进的协同过滤方法的性能比较。相对提升**表示 PGSP 与相应方法之间的相对提升。**

数据集	Gowalla		Yelp2018		Amazon-Book		报告值	平均相对提升	
方法	召回率	ndcg	召回率	ndcg	召回率	ndcg	by	召回率	ndcg
LR-GCCF [3]	0.1519	0.1285	0.0561	0.0343	0.0335	0.0265	[19]	54.88%	71.75%
ENMF [2]	0.1523	0.1315	0.0624	0.0515	0.0359	0.0281	[19]	45.79%	47.70%
NIA-GCN [29]	0.1726	0.1358	0.0599	0.0491	0.0369	0.0287	[29] [28]	40.65%	46.80%
LightGCN [11]	0.1830	0.1554	0.0649	0.0530	0.0411	0.0315	[11]	28.95%	32.89%
DGCF [30]	0.1842	0.1561	0.0654	0.0534	0.0422	0.0324	[30]	26.94%	30.75%
NGAT4Rec [28]	-	-	0.0675	0.0554	0.0457	0.0358	[28]	30.27%	34.18%
SGL-ED [33]	-	-	0.0675	0.0555	0.0478	0.0379	[33]	26.86%	29.57%
DGCF [16]	0.1891	0.1602	0.0703	0.0575	0.0476	0.0369	[16]	17.16%	19.95%
MF-CCL [19]	0.1837	0.1493	0.0698	0.0572	0.0559	0.0447	[19]	11.01%	13.36%
SimpleX [19]	0.1872	0.1557	0.0701	0.0575	0.0583	0.0468	[19]	8.47%	9.75%
UltraGCN [20]	0.1862	0.1580	0.0683	0.0561	0.0681	0.0556	[20]	3.70%	3.51%
GF-CF [27]	0.1849	0.1518	0.0697	0.0571	0.0710	0.0584	[27]	1.83%	2.61%
PGSP（我们的方法）	**0.1916**	**0.1605**	**0.0710**	**0.0583**	**0.0712**	**0.0587**		-	-

作为输入信号。此外，GF-CF 将各种协同过滤方法归类为具有不同频率响应函数的滤波器，但没有分析观测信号中高频分量的作用。相比之下，PGSP 通过包含更丰富用户信息的个性化图信号，更准确地描述用户兴趣，并构建包含更多图拓扑信息的增强相似图，从而更有效地刻画用户兴趣。我们不仅通过结合理想低通滤波器和线性低通滤波器，提出了一种混合频率图滤波器，将观测信号中高频分量的有用信息引入其中，还对高频信息对推荐准确率的影响进行了实验分析。

5 实验

我们进行了大量实验来评估我们的方法。具体而言，我们评估了 PGSP 方法的准确率，并分析了个性化图信号、增强相似图和混合频率图滤波器的影响。

5.1 实验设置

5.1.1 数据集。 我们使用三个公开数据集评估所提出方法的推荐准确率，包括 LightGCN 工作发布的 *Gowalla*、*Yelp2018* 和 *Amazon-Book* [11]。实验数据的统计信息如表 1 所示。对于每个数据集，我们随机选取每位用户 80% 的历史交互作为训练集，其余部分作为测试集。从训练集中随机选取 10% 的交互作为验证集，用于调整超参数。

5.1.2 指标。 我们采用两种常用的 Top-N 推荐评估协议 [11]: *Recall@K* 和 *NDCG@K*，其中 $K = 20$。

5.1.3 基线方法。 我们将所提出的 PGSP 方法与近年来三类最先进的方法进行比较，具体如下：

- 基于矩阵分解的方法，其基本思想是用潜在向量将用户和物品表示在同一潜在空间中，并使用点积衡量用户与物品之间可能发生的交互强度，包括 ENMF [2], MF-CCL [19] 和 SimpleX [19]。
- 基于图神经网络的方法，其基本思路是通过消息传递将用户和物品嵌入到空间中。每个用户和物品都有一个嵌入向量，并使用点积表示不同用户和物品之间发生交互的可能性。包括 LR-GCCF [3], NIA-GCN[29], LightGCN [11], DGCF [30], NGAT4Rec [28], SGL-ED [33], UltraGCN [20] 和 DGCF [16]。
- 基于图信号处理的 GF-CF 方法 [27], 将不同的协同过滤方法（包括基于邻域、矩阵分解和图神经网络的方法）统一为具有不同频率响应函数的低通滤波器。

由于篇幅限制，我们仅使用这些最新研究进行比较，未纳入经典基线方法。

5.2 性能比较

表2报告了各项指标的性能比较结果及相对提升。由于所有对比基线方法的数据集划分和评估指标均与我们的方法一致，我们直接呈现这些方法报告的结果，从而确保在公平比较的前提下展示各种方法的最佳性能。所有基线方法的实验设置见 https://openbenchmark.github.io/BARS [38]。根据结果，我们有以下观察：

- 与近两年的最先进方法相比，我们的方法取得了显著提升，尤其是在归一化折损累计增益方面。这表明我们的方法不仅优化了召回率，还优化了排序。
- 作为一种非参数方法，PGSP 的表现远优于近期提出的参数方法，尤其是在稀疏数据集 *Amazon-Book* 上。这可能是由协同过滤中的稀疏数据导致的，在这种情况下，数据驱动方法可能无法很好地发挥作用。
- 我们的方法优于同样基于图信号处理的 GF-CF。这是因为与 GF-CF 相比，我们的方法使用了

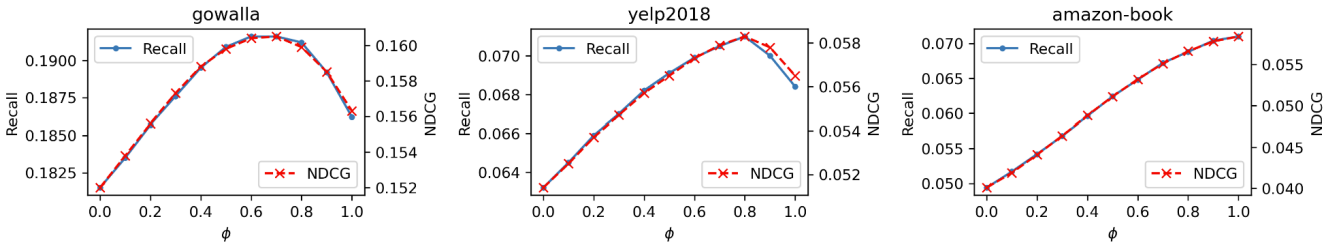


图5：高频信号在三个数据集上的有效性。 x轴为 ϕ，用于控制预测信号中高频（局部平滑但全局粗糙）信息的权重。可以看出，高频信号有助于提升所有三个数据集上的准确率。

增强的相似性矩阵和个性化图信号，并考虑了高频信息和归一化矩阵的作用。

5.3 高频信号的有效性

通过控制ϕ来改变全局平滑信号（反映一般用户偏好）与局部平滑但全局粗糙信号（反映个性化用户偏好）的比例，从而构建不同的混合频率图滤波器。结果如图5所示。我们发现，仅由理想低通滤波器（$\phi = 0$）滤出的全局平滑信号并非最优。按一定比例叠加由线性低通滤波器滤出的局部平滑信号，可以提升准确率。具体而言，在*Gowalla*和*Yelp2018*上，随着局部平滑信号增加，准确率先升高后降低；而在*Amazon-Book*上，局部平滑信号越多，准确率就持续提升。

数据集的密度与引入高频（局部平滑但全局粗糙）信号所带来的相对性能提升有关。如前所述，稀疏交互信号的表达能力较弱，因此我们引入了高频信号。根据这一观点，在更稀疏的数据集上，引入高频信号应能带来更高的性能提升。为了得出更有说服力的结论，我们开展了一项新实验，并加入了一个数据集 *ML-1M* [10]。数据集的密度关系如下：*Amazon-Book* (0.062%) < *Gowalla* (0.084%) < *Yelp2018* (0.130%) < *ML-1M* (4.845%)。同时，我们进行了 5 折交叉验证，并报告平均结果，以避免数据集划分造成的偏差。我们观察到，与仅使用低频信号相比，高频信号带来的相对提升如下：*Amazon-Book* (81.25%) > *Gowalla* (17.89%) > *Yelp2018* (4.47%) > *ML-1M* (0.79%)，这从经验上证实了我们的观点。由于在大多数现实场景中，推荐系统数据集都较为稀疏，因此我们认为引入高频信号十分重要。

5.4 训练时间比较

与基于矩阵分解（MF）和图神经网络（GNN）的方法不同，PGSP 是一种非参数方法，无需进行参数学习，因此能够实现极高的训练效率。我们将 PGSP 与基于 MF 和 GNN 的协同过滤方法，以及另一种基于图信号处理的方法 GF-CF [27] 进行比较

表 3：三类方法在 Gowalla 数据集上的训练时间比较。对于 ENMF 和 LightGCN，我们展示一个 epoch 的训练时间，而它们在训练过程中需要多个 epoch。对于 PGSP 和 GF-CF，我们展示完成模型训练所需的总时间。

方法	PGSP	ENMF	LightGCN	GF-CF
运行时间	8分42秒	11分5秒	69分40秒	5分31秒
需要多个训练轮次	✗	✓	✓	✗

表3。需要指出的是，基于矩阵分解和图神经网络的方法需要经过多个训练轮次才能得到训练好的模型。对于 ENMF 和 LightGCN，我们仅展示一个训练轮次的耗时，而它们需要训练多个轮次直至收敛。对于 PGSP 和 GF-CF，我们展示完成模型训练所需的总时间。可以看出，训练 PGSP 所需的总时间甚至少于矩阵分解和基于图神经网络的协同过滤方法完成一个训练轮次所需的时间，这证实了 PGSP 的高效性。由于引入了额外信息，PGSP 的运行时间略长于纯基于图信号处理的 GF-CF 方法。

6 结论

在这项工作中，我们进一步提升了图信号处理在协同过滤任务中的性能。我们从随机游走的角度建立了相似性关系。基于所提出的相似性，我们提出了一种包含更多个性化信息的个性化图信号，以更准确地描述用户；同时构建了一个包含更多拓扑信息的增强型相似性图，以更有效地利用该信号。我们揭示了观测信号中高频信号的重要性，并构建了一种混合频率图滤波器，以同时利用全局平滑信号和局部平滑信号。最后，我们通过在三个公开数据集上进行全面实验，分析了所提方法的有效性。

致谢

本研究得到国家自然科学基金委员会（NSFC）项目（批准号：62172106和61932007）的资助。

参考文献

[1] 陈超、Dongsheng Li、严俊驰、黄翰驰和杨小康。2021。通过图信号学习实现可扩展且可解释的1比特矩阵补全。载于*AAAI*人工智能会议论文集，第35卷。7011–7019。

[2] Chong Chen、Min Zhang、Yongfeng Zhang、Yiqun Liu和Shaoping Ma。2020。无需采样的高效神经矩阵分解推荐。ACM信息系统汇刊（TOIS）38，2（2020），1–28。[3] Lei Chen、Le Wu、Richang Hong、Kun Zhang和Meng Wang。2020。重新审视基于图的协同过滤：一种线性残差图卷积网络方法。载于AAAI人工智能会议论文集，第34卷。27–34。[4] Siheng Chen、Aliaksei Sandryhaila、José MF Moura和Jelena Kovačević。2015。图上的信号恢复：变差最小化。IEEE信号处理汇刊63，17（2015），4609–4624。[5] Fan RK Chung和Fan Chung Graham。1997。谱图论。第92号。美国数学学会。[6] Ganqu Cui、Jie Zhou、Cheng Yang和Zhiyuan Liu。2020。用于属性图嵌入的自适应图编码器。载于第26届ACM SIGKDD知识发现与数据挖掘国际会议论文集。976–985。[7] Chenyuan Feng、Zuozhu Liu、Shaowei Lin和Tony QS Quek。2019。用于推荐系统的注意力图卷积网络。载于ICASSP 2019-2019 IEEE国际声学、语音与信号处理会议（ICASSP）。IEEE，7560–7564。[8] Aditya Grover和Jure Leskovec。2016。Node2Vec：面向网络的可扩展特征学习。载于第22届ACM SIGKDD知识发现与数据挖掘国际会议论文集。855–864。[9] Jiawei Han、Jian Pei和Yiwen Yin。2000。无需候选项生成的频繁模式挖掘。ACM SIGMOD记录29，2（2000），1–12。[10] F Maxwell Harper和Joseph A Konstan。2015。MovieLens数据集：历史与背景。ACM交互式智能系统汇刊（TIIS）5，4（2015），1–19。[11] Xiangnan He、Kuan Deng、Xiang Wang、Yan Li、Yongdong Zhang和Meng Wang。2020。LightGCN：简化并增强用于推荐的图卷积网络。载于第43届国际ACM SIGIR信息检索研究与发展会议论文集。639–648。[12] Xiangnan He、Lizi Liao、Hanwang Zhang、Liqiang Nie、Xia Hu和Tat-Seng Chua。2017。神经协同过滤。载于第26届万维网国际会议论文集。173–182。[13] Jonathan L Herlocker、Joseph A Konstan、Al Borchers和John Riedl。1999。用于执行协同过滤的算法框架。载于第22届年度国际ACM SIGIR信息检索研究与发展会议论文集。230–237。[14] Weiyu Huang、Antonio G Marques和Alejandro R Ribeiro。2018。基于图信号处理的评分预测。IEEE信号处理汇刊66，19（2018），5066–5081。[15] Yehuda Koren、Robert Bell和Chris Volinsky。2009。推荐系统中的矩阵分解技术。Computer 42，8（2009），30–37。[16] Haodong Liu、Bo Yang和Dongsheng Li。2021。基于双消息传播机制的图协同过滤。IEEE控制论汇刊（2021）。[17] Jiahao Liu、Dongsheng Li、Hansu Gu、Tun Lu、Peng Zhang和Ning Gu。2022。用于链接预测的无参数动态图嵌入。arXiv预印本arXiv:2210.08189（2022）。[18] Jeremy Ma、Weiyu Huang、Santiago Segarra和Alejandro Ribeiro。2016。图信号的扩散滤波及其在推荐系统中的应用。载于2016 IEEE国际声学、语音与信号处理会议（ICASSP）。IEEE，4563–4567。[19] Kelong Mao、Jieming Zhu、Jinpeng Wang、Quanyu Dai、Zhenhua Dong、Xi Xiao和Xiuqiang He。2021。SimpleX：一种简单而强大的协同过滤基线。载于第30届ACM信息与知识管理国际会议论文集。1243–1252。[20] Kelong Mao、Jieming Zhu、Xi Xiao、Biao Lu、Zhaowei Wang和Xiuqiang He。2021。UltraGCN：对用于推荐的图卷积网络进行极简化。载于第30届ACM信息与知识管理国际会议论文集。1253–1262。[21] Sunil K Narang、Akshay Gadde和Antonio Ortega。2013。图结构数据插值的信号处理技术。载于2013 IEEE国际声学、语音与信号处理会议。IEEE，5445–5449。[22] Sunil K Narang、Akshay Gadde、Eduard Sanou和Antonio Ortega。2013。图结构数据插值的局部迭代方法。载于2013 IEEE全球信号与信息处理会议。IEEE，491–494。[23] Hoang Nt和Takanori Maehara。2019。重新审视图神经网络：我们拥有的只有低通滤波器。arXiv预印本 arXiv:1905.09550（2019）。[24] Antonio Ortega、Pascal Frossard、Jelena Kovačević、José MF Moura和Pierre Vandergheynst。2018。图信号处理：概述、挑战与应用。《IEEE学报》106，5（2018），808–828。[25] Badrul Sarwar、George Karypis、Joseph Konstan和John Riedl。2000。在推荐系统中应用降维——案例研究。技术报告。明尼苏达大学明尼阿波利斯分校计算机科学系。[26] Badrul Sarwar、George Karypis、Joseph Konstan和John Riedl。2001。基于物品的协同过滤推荐算法。载于第10届万维网国际会议论文集。285–295。[27] Yifei Shen、Yongji Wu、Yao Zhang、Caihua Shan、Jun Zhang、B Khaled Letaief 和 Dongsheng Li。2021。图卷积在推荐中的能力有多强？载于第*30*届*ACM*信息与知识管理国际会议论文集。1619–1629。[28] Jinbo Song、Chao Chang、Fei Sun、Xinbo Song 和 Peng Jiang。2020。NGAT4Rec：面向推荐的邻居感知图注意力网络。*arXiv*预印本 *arXiv:2010.12256*（2020）。[29] Jianing Sun、Yingxue Zhang、Wei Guo、Huifeng Guo、Ruiming Tang、Xiuqiang He、Chen Ma 和 Mark Coates。2020。用于推荐的邻居交互感知图卷积网络。载于第*43*届国际*ACM SIGIR*信息检索研究与发展会议论文集。1289–1298。[30] Xiang Wang、Hongye Jin、An Zhang、Xiangnan He、Tong Xu 和 Tat-Seng Chua。2020。解耦图协同过滤。载于第*43*届国际*ACM SIGIR*信息检索研究与发展会议论文集。1001–1010。[31] Xiaohan Wang、Pengfei Liu 和 Yuantao Gu。2015。基于局部集合的图信号重构。*IEEE*信号处理汇刊 63卷，第9期（2015），2432–2444。[32] Felix Wu、Amauri Souza、Tianyi Zhang、Christopher Fifty、Tao Yu 和 Kilian Weinberger。2019。简化图卷积网络。载于国际机器学习会议。PMLR，6861–6871。[33] Jiancan Wu、Xiang Wang、Fuli Feng、Xiangnan He、Liang Chen、Jianxun Lian 和 Xing Xie。2021。用于推荐的自监督图学习。载于第*44*届国际*ACM SIGIR*信息检索研究与发展会议论文集。726–735。[34] Jiafeng Xia、Dongsheng Li、Hansu Gu、Jiahao Liu、Tun Lu 和 Ning Gu。2022。FIRE：结合图信号处理的快速增量推荐。载于*ACM Web*会议*2022*论文集。2360–2369。[35] Wenhui Yu 和 Zheng Qin。2020。使用低通协同滤波器进行推荐的图卷积网络。载于国际机器学习会议。PMLR，10936–10945。[36] HuaXin Zhang、Yu Liu 和 KeYin Cao。2019。将 Spectral-CF 与 FP-Growth 相结合以实现推荐。载于 *2019* 年第 *2* 届电子商务、信息管理与计算机科学国际会议论文集。1–7。[37] Lei Zheng、Chun-Ta Lu、Fei Jiang、Jiawei Zhang 和 Philip S Yu。2018。谱协同过滤。载于第*12*届*ACM*推荐系统会议论文集。311–319。[38] Jieming Zhu、Quanyu Dai、Liangcai Su、Rong Ma、Jinyang Liu、Guohao Cai、Xi Xiao 和 Rui Zhang。2022。Bars：迈向推荐系统开放基准测试。载于第*45*届国际*ACM SIGIR*信息检索研究与发展会议论文集。2912–2923。