通过设计训练数据实现无线信道估计神经网络的鲁棒泛化

Dianxin Luan，*IEEE* 学生会员，John Thompson，*IEEE* 会士

数字通信研究所，工程学院，爱丁堡大学，爱丁堡，*EH9 3JL*，英国电子邮箱：Dianxin.Luan@ed.ac.uk, john.thompson@ed.ac.uk

arXiv:2302.02302v1 [eess.SP] 5 Feb 2023

摘要——**本文提出一种训练数据设计方法，使训练后的神经网络能够对未见信道实现鲁棒泛化。本文阐述并分析了这种能够提升泛化能力的设计。该方法无需针对先前未见的信道进行在线训练，因为在线训练会大量消耗内存和处理资源，对于由电池供电的移动终端而言尤其如此。为验证所提方法的有效性，我们采用不同标准建模的信道和衰落建模进行仿真。我们还采用基于注意力的结构和卷积神经网络来评估所实现的泛化效果。仿真结果表明，训练后的神经网络在未见信道上仍能保持几乎相同的性能。**

索引词—**信道估计、泛化、注意力机制、深度学习、正交频分复用（OFDM）。**

I. 引言

对于未来的通信系统，人工智能（AI）有助于提升无线通信中的信道估计任务。研究已证明，ChannelNet [1] 和 [2] 中提出的未训练估计器优于传统方法，因此吸引了当前大量研究关注。然而，数据驱动算法在未见信道上的性能往往会显著下降。这使神经网络难以在现实世界中部署，因为它们在实际信道上的稳定性不足。在线训练可以弥补这种性能下降，但需要额外消耗时延和内存。这不可避免地会对低时延特性和低复杂度实现造成挑战。此外，由于无法获得完整数据包中用于训练的无噪声信道矩阵，在线训练的神经网络难以准确预测数据符号处的信道增益。这促使我们研究如何实现用于信道估计的通用神经网络的鲁棒泛化。然而，近期研究仅能略微提升有限范围神经网络应用的泛化能力 [3] [4]。

本文提出了一种为无线信道估计神经网络设计训练数据的方法。据作者所知，这是首项通过设计无线信道估计神经网络的训练数据来实现鲁棒泛化的工作。训练后的神经网络能够对所提方法约束下的适用信道实现鲁棒泛化。这提高了人工智能辅助信道估计实现的可靠性。因此，通过使用完整的信道矩阵作为训练标签，训练后的神经网络能够在时域和频域进行精确插值，这是其相较于传统方法的关键优势。我们采用一个包含 9,442 个参数的低复杂度神经网络（InterpolateNet [5]）和一种融入注意力机制的方案（HA 02 [6]）进行测试。此外，我们还在时延扩展各异的 3GPP TR 38.901 信道上仿真离线训练的 InterpolateNet 和 HA02，以展示其在真实信道下的鲁棒性。为支持结果复现，可从 https://github.com/dianixn/ICC 2023 下载 MATLAB 代码。

第 II 节介绍基于 5G新空口（NR）标准的正交频分复用（OFDM）基带和帧结构，以及传播信道。第 III 节介绍传统的信道估计方法，并描述 InterpolateNet 和 HA02 神经网络。第 IV 节提出数据生成的设计方法。第 V 节展示关键仿真结果。第 VI 节总结本文的主要发现。

II. 系统架构

A. 基带架构

本文研究 OFDM 蜂窝系统的下行无线信道估计。源信号经正交相移键控（QPSK）调制器处理。QPSK 调制信号被分配到图 1 所示的数据子载波上。默认和备选的解调参考信号（DM-RS）模式在 3GPP TS 38.211 中定义，其中包含 N_f 个子载波、 N_s 个 OFDM 符号和 N_{pilot}个导频符号。导频符号中的导频子载波和空置子载波分别设为已知值和 0。快速傅里叶逆变换将 OFDM 符号转换为时域信号。随后，在每个符号前添加循环前缀（CP，时长为 T_{CP}）。每个时隙分配一个新的信道实现，并假设该信道为多径衰落信道。信道的每条路径时延 τ_m均满足 $\forall \tau_m \in [0, T_{CP}]$。在单天线接收机处，移除循环前缀，并将接收到的数据转换

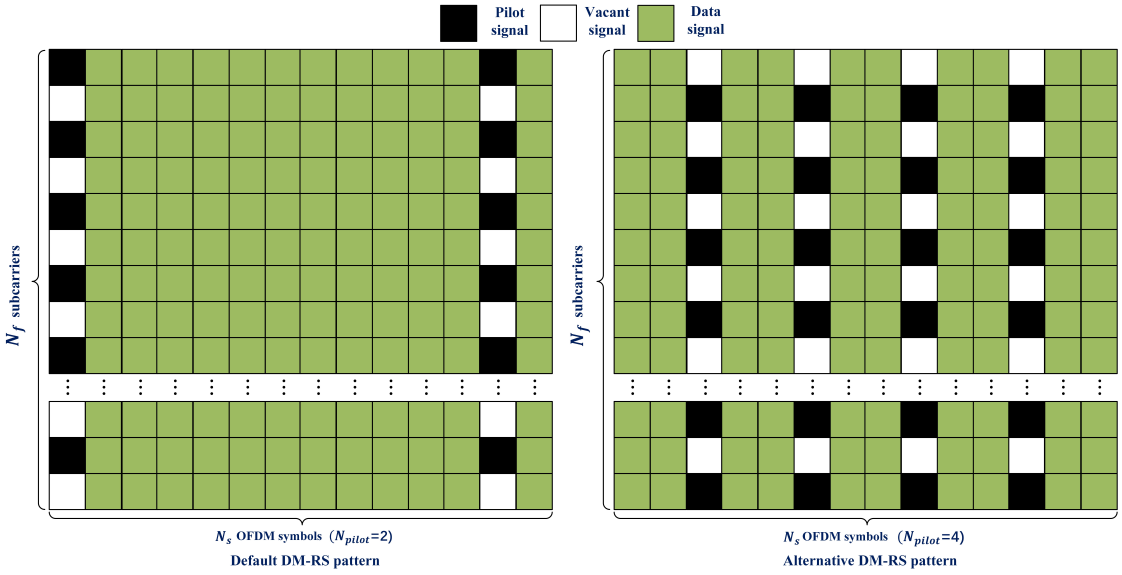

图1. DM-RS模式

为频域信号，所用操作为快速傅里叶变换。在第 k^{th} 个子载波和第 l^{th}个 OFDM 符号处接收到的信号 $Y(k,\ l)$ 为

$$Y(k,l) = H(k,l)X(k,l) + W(k,l), \tag{1}$$

其中， $H(k,\ l)$、 $X(k,\ l)$和 $W(k,\ l)$分别表示信道矩阵、频域OFDM信号以及 k^{th} 子载波和 l^{th} OFDM符号处的加性高斯白噪声。提取接收到的导频信号，为整个数据包提供信道参考。

B. 信道模型

我们考虑工作在 2.1 GHz、频率间隔为 15 kHz 的单输入单输出下行链路场景，其中循环前缀的持续时间为 L_{CP} 个采样点，另加 7 个采样点的实现延迟。3GPP TS 36.101 中定义的扩展行人A模型（EPA）、扩展车载A模型（EVA）和扩展典型城市模型（ETU）信道，以及表 I 中提供的具有功率时延分布（PDP）的定制信道，均采用广义精确多普勒扩展法 [7] 进行建模仿真，最大多普勒频率为 97 Hz。簇延迟线（CDL）信道被建模为代表真实信道的链路级衰落场景，其均方根时延扩展（DS）可变。CDL-A、CDL-B 和 CDL-C 也进行了实现，它们按照 3GPP TR 38.901 构建为非视距信道。在该标准中，时延可以按以下方式缩放

$$\tau_{\mathrm{n,scaled}} = \tau_{\mathrm{n,model}}\mathrm{DS}_{\mathrm{desired}}, \tag{2}$$

其中，$\tau_{\mathrm{n,scaled}}$ 是 n^{th} 簇的缩放时延值，$\tau_{\mathrm{n,model}}$是对应的归一化模型时延，$\mathrm{DS}_{\mathrm{desired}}$是所需的时延扩展。对于 2.1 GHz 载波频率，范围从 20ns（短时延配置，室内办公环境）到 1148ns

表 I 定制信道

平坦衰落信道	
路径时延	0 ns
平均路径增益	0.0 dB
定义信道1 (DC1)	
路径时延	[0 50 100 200 400]纳秒
平均路径增益	[0.0 -2.0 -4.0 -8.0 -16.0] dB
定义信道 2 (DC2)	
路径时延	[0 30 200 300 500 1500 2500 5000] 纳秒
平均路径增益	[-7.0 0 0 -1.0 -2.0 -1.0 -1.0 -5.5] dB
定义信道 3 (DC3)	
路径时延	[0 50 120 200 230 500 1600 2300 5000 7000] 纳秒
平均路径增益	[0.0 -1.0 -1.0 -1.0 -1.0 -1.5 -1.5 -1.5 -3.0 -5.0]dB
双径衰落信道	
路径时延	[50 5000]纳秒
平均路径增益	[-3.0 -3.0] dB

（长时延配置，城市宏蜂窝）涵盖了 3GPP TS 38.901 表 7.7.3-2 中的所有 $\mathrm{DS}_{\mathrm{desired}}$值。

III. 用于仿真的传统信道估计方法和神经网络

A. 最小二乘（*LS*）方法

通过最小化导频位置处 Y与 $H \circ X$ 之间的均方误差（MSE）（其中 $\circ$ 表示 Hadamard积），频域 LS 估计为

$$\hat{H}_{LS} = \frac{Y_{Pilot}}{X_{Pilot}}, \tag{3}$$

其中， Y_{Pilot}， $X_{Pilot} \in \mathbb{C}^{\frac{N_f}{2} \times N_{pilot}}$分别表示接收和发送的导频信号，数学除法运算按元素进行。随后对估计值 $\hat{H}_{LS}$ 进行双线性插值，以估计完整的信道矩阵 $\in \mathbb{C}^{N_f \times N_s}$。

B. 最小均方误差（*MMSE*）方法

为最小化 H 与 H_{LS}之间的距离，即在导频位置处使 $\text{argmin}_H \|H - \hat{H}_{LS}\|_2^2$，频域 MMSE 估计值 $\hat{H}_{MMSE} \in \mathbb{C}^{N_f \times N_{pilot}}$ 表示为

$$\hat{H}_{MMSE}(u) = R_{HH_p}(u)\left(R_{H_pH_p}(u) + \frac{\sigma_N^2}{\sigma_X^2}I\right)^{-1}\hat{H}_{LS}(u), \tag{4}$$

其中，u 表示导频 OFDM 符号的索引。$H(u) \in \mathbb{C}^{N_f}$ 表示第 u^{th} 个导频 OFDM 符号的信道增益向量，$H_p(u) \in \mathbb{C}^{N_f}{}_2$ 表示对应导频符号及子载波的信道增益向量。比值 (σ_N^2/σ_X^2) 是信噪比（SNR）的数值倒数，I 是单位矩阵。矩阵 $R_{HH_p}(u = E\{H_p\ u\ H_p\ u\ ^H\})$ $= E\{H()H_p()^H\}$和 $R_{H_pH_p}()()()$ 是相应的相关矩阵。采用双线性方法对数据位置处的信道增益进行插值。

C. 用于仿真的神经网络

InterpolateNet [5] 是一种低复杂度神经网络（9,442 个参数），通过双线性插值调整处理中间特征的尺寸。HA02 [6]是一种编码器-解码器架构，分别采用 Transformer 编码器 [8]作为编码器、残差卷积架构作为解码器。HA02 利用自注意力机制对最小二乘估计进行预处理，并聚焦于关键特征。此外，InterpolateNet 和 HA02 的输出均为$\hat{H} \in \mathbb{R}^{N_f \times N_s \times 2}$，用于预测整个时隙的信道矩阵，以实现时频插值。

IV. 为实现鲁棒泛化而设计训练数据

神经网络的原理难以用数学方式解释。论文 [9] 尝试解释卷积神经网络的原理，但神经网络的整体可解释性仍然不足。在研究无线信道估计的泛化时，我们探究了训练数据的一些内在特性对神经网络泛化性能的影响。

研究证明，选择足够的秩和信道相关性 [10] 会影响 MMSE 滤波器对信道统计特性变化的鲁棒性，使 MMSE 信道估计器能够泛化到这些失配信道。平均信道自相关函数 R_{HH} 的特征值分解表示为

$$R_{HH} = E\{HH^H\} = U\Lambda U^H, \tag{5}$$

其中，U 包含特征向量，Λ 是一个包含特征值 λ的对角矩阵，这些特征值包含正交信道 [10]的功率。λ的前几个元素预计包含主要功率，从而确保在使用某些失配的信道统计特性对设计的估计器进行仿真时，性能损失较小。此外，对于固定的有限冲激响应估计器，据称针对最坏相关性进行设计能够实现对失配的鲁棒性 [11]。这提示我们，可以通过设计一个信道来生成合适的训练数据集，从而提高训练后神经网络的泛化能力，使其能够抵抗信道失配。对于该设计信道，相应主要特征值的数量和幅值预计都大于测试信道的。由此可形成高秩且特征值较大的情形（ [10] [11]也提出了这一点）。

因此，本文研究路径增益及其对应时延的影响，以构造所需的信道并生成训练样本。由于每条路径的相位服从均匀分布，且与对应功率不相关，我们在训练时仅设计信道的功率延迟分布。我们关注前 L_{CP} 个特征值，因为时延超过循环前缀时长的路径，其路径增益应当可以忽略。这也表明，本文考虑的最大秩为 L_{CP}。此外，所提方法适用于一般的神经网络，因为它不要求特定的神经网络架构。

为了设计用于生成训练数据集的信道，我们假设设计信道 h_D 是一种瑞利衰落信道模型，由 [7] 建模，其功率延迟分布固定，起始时延约为 0ns，功率约为 0dB，并且通常随时延增加而衰减。该设计功率延迟分布为 $\sum_{i=0}^{N_D-1}\theta_D(i)\,\delta[n-\tau_D(i)]$，其中 $\tau_D(i)$ 是第 i 条路径的时延，$\theta_D(\tau_D(i))$ 是相应的路径增益，N_D 表示独立路径的数量。θ_A、τ_A 和 N_A 表示适用信道的相应路径增益和时延 h_A（通过 h_T 训练的神经网络能够泛化到该信道）。相应的功率延迟分布为 $\sum_{j=0}^{N_A-1}\theta_A(j)\ \delta[n-\tau_A(j)]$。通过对功率延迟分布中每两个相邻功率时延对之间进行线性插值，可得到 h_D 的连续函数 $\Theta_D(\tau)$。对于图2所示的相邻功率时延对 $(\tau_D(m)\ \ \theta_D(m))$ 和 $(\tau_D(n)\ \ \theta_D(n))$ 之间的任意 τ，这两点之间 $\Theta_D(\tau)$ 的值为

$$\frac{\Theta_D(\tau)-\theta_D(n)}{\tau-\tau_D(n)} = \frac{\theta_D(m)-\theta_D(n)}{\tau_D(m)-\tau_D(n)}. \tag{6}$$

$\Theta_A(\tau)$的计算方式与 $\Theta_D(\tau)$相同。适用的信道需满足以下条件

$$\forall\tau \in [\tau_A(0), \tau_A(N_A-1)],\ \Theta_A(\tau) \le \Theta_D(\tau). \tag{7}$$

$$\tau_A(N_A-1) \le \tau_D(N_D-1),\quad N_A \le N_D. \tag{8}$$

这应会形成较差的相关性场景，而具有更多独立路径的 h_D 的秩会高于 h_A。设计信道的信噪比范围为 5dB 至 25dB，最大多普勒频移为 0Hz 至 97Hz。InterpolateNet 和 HA02 的训练参数均列于表II。由于正则化能够防止过拟合，并略微提升泛化能力，因此将 L2 正则化设为一个非常小的值，以减弱这种正面作用。

V. 仿真结果

公式（9）定义的均方误差（MSE）性能指标为

$$\text{MSE}(\hat{H}, H) = \frac{1}{N_f N_s}\sum_{k=1}^{N_f}\sum_{l=1}^{N_s}\left\|\hat{H}_{kl} - H_{kl}\right\|_2^2, \tag{9}$$

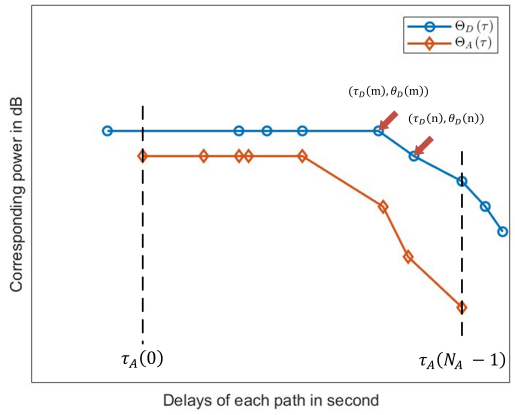

图2。为适用信道h_A（红色所示）设计的 h_D 功率延迟分布（蓝色所示）（红色所示）

表II 训练参数

优化器	Adam
最大训练轮数	100
初始学习率	2e-3
学习率衰减周期	每 20 次
学习率衰减因子	5e-1
小批量大小	128
L2正则化	1e-7

其中， H_{kl} 是第 k个子载波和正交频分复用（OFDM）第l个符号处的真实信道， H_{kl} 是对应的估计值。本文设定 $N_f = 72$、$N_s = 14$、导频值为（1+i），并设定 $L_{CP} = 9$用于仿真。**除第 V-B 节外，InterpolateNet 和 HA02 均仅在一个设计信道上进行训练** h_d，该信道的路径时延为 [0, 30, 200, 300, 500, 1500, 2500, 5000,7000, 9000] 纳秒，平均路径增益为 [0, 0, 0, 0, 0, 0, -1、-1、-2、-4] 分贝。**该信道遵循所提出的方法，从而确保训练后的 InterpolateNet 和 HA02 能够泛化到具有正常时延扩展的 EPA、EVA、ETU、定制信道和 CDL 信道**。训练数据集包含 125,000 个样本，其中 95% 用于训练，5% 用于验证。InterpolateNet 的损失函数为均方误差损失，HA02 的损失函数为公式（10）中定义的 Huber 损失。为平均掉蒙特卡洛效应，仿真曲线中的每个样本均使用 5,000 个独立的信道实现进行测试。

$$L(a) = \begin{cases} \frac{1}{2}a^2 & \text{if } |a| \le 1 \\ |a| - \frac{1}{2} & \text{otherwise} \end{cases} \tag{10}$$

A. 训练后神经网络的泛化能力

为展示所实现的泛化能力对适用信道的效果，我们使用扩展的信噪比范围（0 dB 至 30 dB）和最大多普勒频移（0 Hz 至 97 Hz），对由 [7] 建模的信道进行仿真，以测试训练后的神经网络。

图 3 和图 4 分别比较了经过训练的 InterpolateNet 和 HA02 在适用信道上、扩展信噪比范围内的均方误差结果。从图 3 可以看出，**经过训练的 Interpo-**

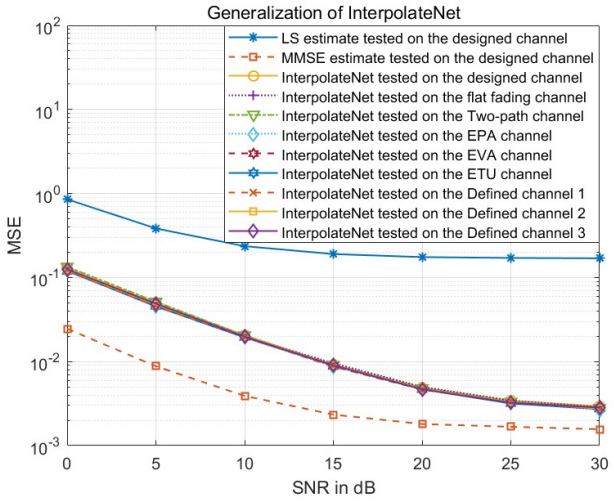

图 3. 经过训练的 InterpolateNet 的泛化

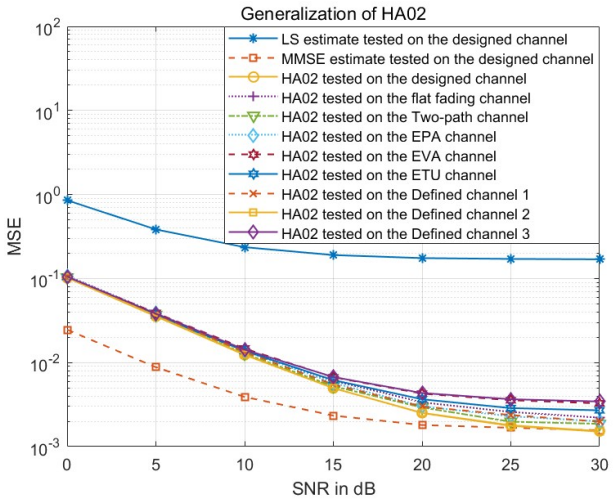

图 4. 经过训练的 HA02 的泛化

lateNet 在这些信道上的性能几乎相同，在 30dB 信噪比下，均方误差范围为 0.0028 至 0.0030。对于训练后的 HA02，在图 4 中，它在信噪比 $\le$ 15dB 下也实现了鲁棒泛化。然而，训练后的 HA02 在高信噪比范围内的泛化能力略有下降，因为基于注意力的编码器会对最小二乘估计进行预处理，使神经网络解码器聚焦于关键元素。信道内在属性不匹配会导致性能下降，尤其是在低噪声范围内，因为信道噪声起到了正则化作用。因此，随着噪声功率降低，性能差异会显现出来；在 30dB 信噪比下，均方误差范围为 0.0009 至 0.0037。此外，在 DC2 信道上，当信噪比范围为 20dB 至 30dB 时，HA02 的性能优于最小均方误差方法，因为它保留了时间插值能力。

B. 所提方法的验证

为验证所提出的方法，我们在不同信道上训练 InterpolateNet 和 HA02。信道条件与设计信道相同。图 5 展示了不同信道的自相关矩阵特征值。根据第 IV 节的论述，在前 L_{CP}=8 个元素上具有较大特征值的信道上训练的神经网络，应能很好地泛化到特征值较低的信道上。因此，例如，在设计信道上训练的网络应能很好地泛化到图中所示的所有其他信道。

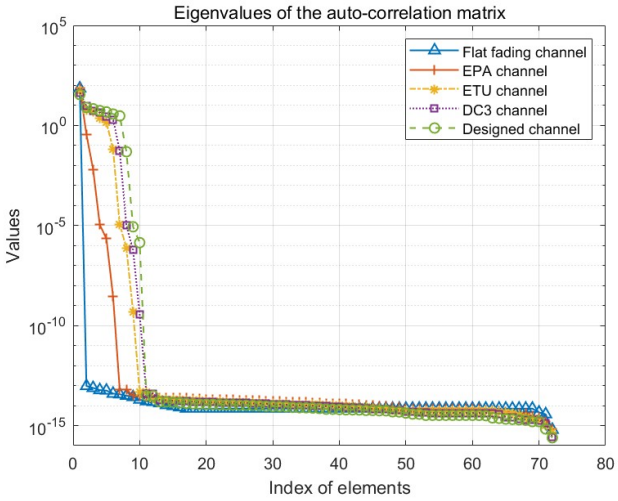

图 5. 各信道自相关矩阵的特征值

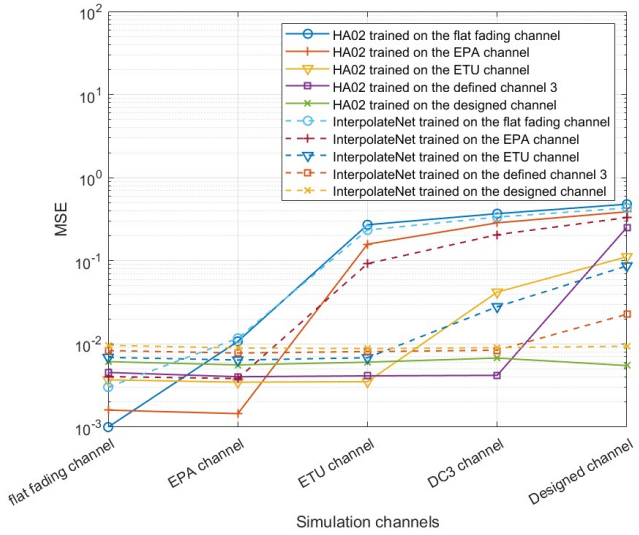

图 6. 均方误差 在不同信道上训练的 InterpolateNet 和 HA02 的结果 道

图 6 比较了训练后的 InterpolateNet 和 HA02 在这些信道上的均方误差结果。测试时信噪比固定为 15 dB，最大多普勒频移与第 V-A 节相同。使用设计信道训练的 InterpolateNet 和 HA02 的均方误差值分别为 0.0088 至 0.0096 和 0.0056 至 0.0068，证明它们在这些信道上实现了鲁棒泛化。对于在 DC3 信道上训练的 InterpolateNet 和 HA02，当测试信道从 DC3 信道切换到设计信道时，InterpolateNet 的均方误差值从 0.0084 增至 0.0228，而 HA02 的均方误差值则从 0.0042 增至 0.2524。此外，训练后的 InterpolateNet 和 HA02 在平坦衰落、EPA 和 ETU 信道上的均方误差表现几乎相同。还可以观察到，在 ETU 信道上训练的 InterpolateNet 和 HA02 均只能很好地泛化到 EPA 和平坦衰落信道。在 EPA 信道上训练的 InterpolateNet 和 HA02 只能泛化到平坦衰落信道，而平坦衰落信道提供的泛化能力有限。这些结果与提出的假设相符。

C. 对真实信道的泛化

为证明其对真实信道的泛化能力，在图 7 中，将训练好的 InterpolateNet 和 HA02 应用于 CDL-A、CDL-B 和 CDL-C 信道进行仿真，并将 $\mathrm{DS}_{\mathrm{desired}}$ 设为 30ns，信道条件与第 V-A 节相同。为通过改变 $\mathrm{DS}_{\mathrm{desired}}$ 来调整相应的 PDP，从而模拟真实场景，在图 8 中，使用固定信噪比 20dB 对训练好的 InterpolateNet 和 HA02 在这些 C DL 信道上进行测试，最大多普勒频移与第 V-A 节相同。

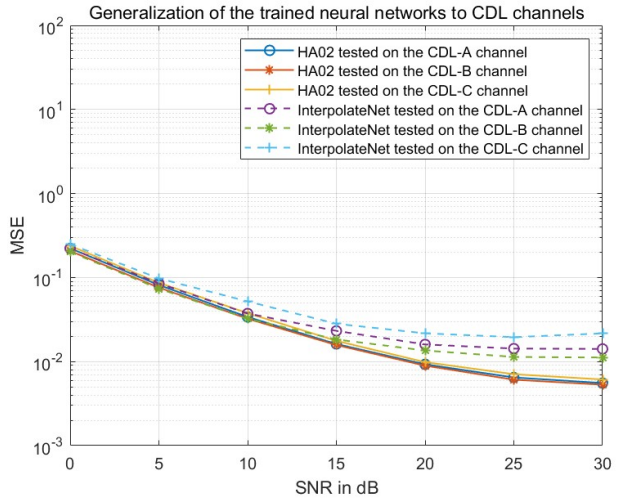

图 7. 在 $\mathrm{DS}_{\mathrm{desired}}$ 为 30ns 的 CDL 信道上测试得到的均方误差结果

图 7 展示了训练后的 InterpolateNet 和 HA02 的均方误差结果。与图 3 和图 4 相比，在克服设计信道与 CDL 信道之间的信道建模失配时，这两个训练后的神经网络的性能都有轻微下降。此外，训练后的 HA02 在默认 DM-RS 模式下的性能下降较为明显。不过，训练后的 InterpolateNet 在 CDL-A、CDL-B 和 CDL-C 信道上进行测试时仍表现稳健。在信噪比为 30 dB 时，训练后的 InterpolateNet 变化很小，均方误差范围为 0.0057 至 0.0066；而训练后的 HA02 变化则更为显著

（均方误差从 0.011 到 0.021）。由于 HA02 对最小二乘估计进行预处理以利用输入稀疏性，因此与 InterpolateNet 相比，它对仿真场景的变化更为敏感。

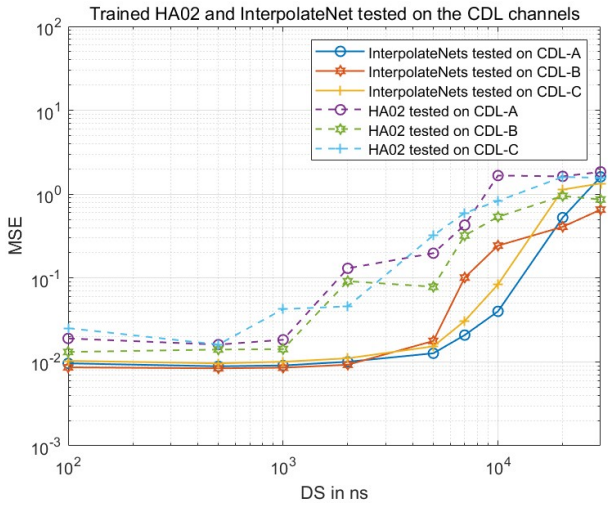

图 8. 在不同 $DS_{desired}$下测试 CDL 信道的均方误差结果

图 8 给出了时延扩展 $DS_{desired}$从 100ns 变化到 30,000ns 时的均方误差结果。对于训练好的 InterpolateNet，当 $DS_{desired}$ 为 100ns 至 5,000ns 时，均方误差值几乎相同（从 0.0085 到 0.0151）。对于所有 CDL 信道，当 $DS_{desired}$ 超过 9,000ns 时，这些均方误差曲线都会迅速上升，这是合理的，因为相应的时延扩展显著超过了循环前缀的持续时间。此外，训练好的 HA02 仅在 $DS_{desired}$ 为 100ns 至 1,000ns 时保持相近的性能，而在 $DS_{desired}$ 超过 1,100ns 时性能显著下降。**因此，训练好的 InterpolateNet 对这些 3GPP TS38.901 $DS_{desired}$ 值实现了鲁棒泛化，而训练好的 HA02 在该时延扩展范围内保持了可靠的性能**。

D. 适配其他 *DM-RS* 模式

为展示对不同 DM-RS 模式的适配能力，由于其他 DM-RS 模式的导频位置发生了变化，因此在 h_d 上训练 InterpolateNet 和 HA02，然后采用与图 8 相同的设置进行仿真，以研究时延扩展变化的影响$_{desired}$。

从图 9 可以看出，训练后的 InterpolateNet 仍具有相同的性能，当时延扩展$_{desired}$ 从 100 ns 增至 1,200 ns 时，均方误差值为 0.0100 至 0.0163；随着时延扩展增加，其性能有所下降$_{desired}$。此外，在较低时延扩展$_{desired}$为 100 ns 至 700 ns 时，训练后的 HA02 略优于训练后的 InterpolateNet。因此，替换为不同 DM-RS 模式所造成的影响并不显著。

VI. 结论

我们提出了一种设计神经网络训练样本的方法，以实现无线信道估计的鲁棒泛化。该方法基于最坏情况功率时延剖面设计，并确保训练后的神经网络在适用信道上保持

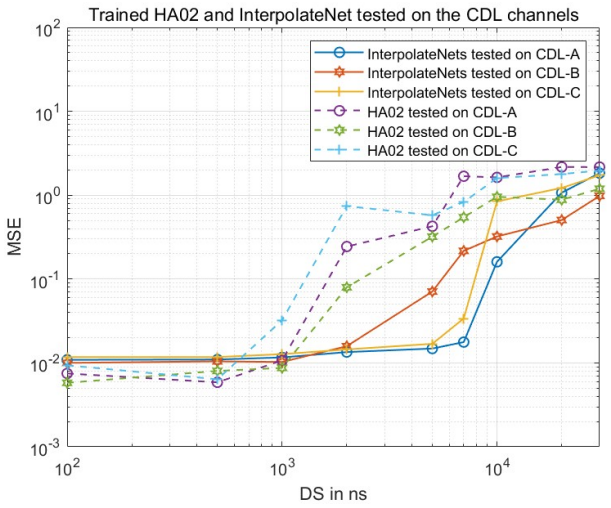

图 9. 在时延扩展$_{desired}$ 变化的簇延迟线信道上测试的均方误差结果（其他 DM-RS 模式）

几乎一致的性能。仿真结果表明，训练后的 InterpolateNet 和 HA02 能够稳健地泛化到测试信道。结果还表明，训练后的 InterpolateNet 和 HA02 也能泛化到实际信道，且均方误差仅略有增加。该方法无需通过在线训练过程调整神经网络解的参数。按照所提出的方法训练神经网络后，训练好的神经网络仍能在实际环境中准确预测完整的信道矩阵。

参考文献

[1] M. Soltani、V. Pourahmadi、A. Mirzaei 和 H. Sheikhzadeh，《基于深度学习的信道估计》，*IEEE* 通信快报，第 23 卷，第 4 期，第 652–655 页，2019 年。[2] E. Balevi、A. Doshi 和 J. G. Andrews，《使用未训练深度神经网络进行大规模 MIMO 信道估计》，*IEEE* 无线通信汇刊，第 19 卷，第 3 期，第 2079–2090 页，2020 年。[3] C.-L. Zhang、J.-H. Luo、X.-S. Wei 和 J. Wu，《为视觉表征迁移中的全连接层辩护》，载于太平洋多媒体会议。Springer，2017 年，第 807–817 页。[4] H. Wang 等，《高频分量有助于解释卷积神经网络的泛化》，载于*IEEE/CVF CVPR* 会议论文集，2020 年，第 8684–8694 页。[5] D. Luan 和 J. Thompson，《基于神经网络方案的低复杂度信道估计》，载于*ITG WSA 2021*。VDE，2021 年，第 1–6 页。[6] ——，《用于无线信道估计的基于注意力的神经网络》，载于*IEEE* 第 *95* 届 *VTC*（春季）会议，2022 年，第 1–5 页。[7] M. Patzold 等，《两种基于正弦波叠加的新方法：高效生成多个不相关的瑞利衰落波形》，*IEEE* 无线通信汇刊，第 8 卷，第 6 期，第 3122–3131 页，2009 年。[8] A. Vaswani 等，《注意力机制就是一切》，神经信息处理系统进展，第 30 卷，2017 年。[9] K. H. R. Chan 等，《Redunet：基于最大化速率约简原理构建的白盒深度网络》，机器学习研究杂志，第 23 卷，第 1–103 页，2022 年。[10] O. Edfors 等，《通过奇异值分解进行 OFDM 信道估计》，*IEEE* 通信汇刊，第 46 卷，第 7 期，第 931–939 页，1998 年。[11] J. K. Cavers，《瑞利衰落信道（移动无线电）中的导频符号辅助调制分析》，*IEEE* 车辆技术汇刊，第 40 卷，第 4 期，第 686–693 页，1991 年。