BSA-OMP：用于太赫兹信道估计的波束分裂感知正交匹配追踪

Ahmet M. Elbir，IEEE高级会员；Symeon Chatzinotas，IEEE会士

arXiv:2302.02332v1 [eess.SP] 5 Feb 2023

摘要——得益于超宽带宽和极窄的波束宽度，太赫兹频段已被视为第六代无线网络的潜在技术。然而，太赫兹频段传输面临若干独特挑战，其中之一便是波束分裂。由于采用与子载波无关的模拟波束成形器，不同子载波上生成的波束会发生分裂，并指向不同方向。与以往通过采用额外复杂硬件组件（如时延网络）来处理波束分裂的研究不同，本文提出一种波束分裂感知正交匹配追踪（BSA-OMP）方法，无需额外硬件即可高效估计太赫兹信道并进行波束成形器设计。具体而言，我们设计了一种BSA字典，其中包含波束分裂校正导向向量，这些向量内在地包含了波束分裂的影响，因此，所提出的BSA-OMP方案能够自动得到经过波束分裂校正的物理信道方向。数值结果表明，与现有最先进技术相比，BSA-OMP方法具有更优的性能。

索引词——太赫兹、波束分裂、信道估计、正交匹配追踪、支撑集恢复。

I. 引言

由于可用带宽丰富，太赫兹频段有望成为第六代（6G）无线蜂窝网络的关键组成部分。尤其是，太赫兹赋能系统有望在数据速率（> 100Gb/s）、时延（< 1ms）和可靠性（99.999%）方面实现革命性提升 [1]。

尽管展现了上述优势，太赫兹频段的信号处理仍面临若干太赫兹特有的挑战，需要相应地加以考虑。这些挑战包括但不限于：由扩散损耗和分子吸收导致的严重路径损耗、极稀疏路径模型、极短的传输距离以及波束分裂（完整列表见 [2, 3]）。为应对其中一些挑战，例如路径损耗，受毫米波（mm-Wave）系统中的大规模多输入多输出（MIMO）阵列 [4]，启发，人们提出了超大规模 MIMO 架构，其中采用子载波无关模拟波束成形器。因此，不同子载波上生成的波束方向各不相同，并指向不同方向，从而导致波束分裂现象，因为模拟波束成形器只能针对单个子载波 [5] 进行设计。然而，在毫米波频段（$0.03 - 0.3$ 太赫兹），子载波频率之间的间隔相对较小，因此通常用波束偏斜来描述同一现象 [6, 7]。相比之下，与最低和最高子载波对应的阵列增益主瓣会完全分离、互不重叠，而偏斜波束仍能覆盖整个带宽 [8]。例如，对于正侧向目标（参见图 1），在 0.3 太赫兹、带宽为 30 GHz 的情况下，波束分裂量约为 6°；在 60 GHz、带宽为 1 GHz 的情况下，波束分裂量约为0.4° [2]。

现有的波束分裂缓解方案可分为两类：基于硬件的方法 [5, 9] 和算法方法 [8, 10–13]。第一类方案主要考虑采用额外的硬件组件，例如与用于缓解波束斜视的相关研究 [6] 类似的时延网络（TDN）。TDN 可生成虚拟波束方向图，从而实现子载波相关模拟波束成形器，消除波束分裂的影响。先前关于 TDN 的研究包括将其应用于信道估计 [9]和混合预编码器/合并器 [5, 9] 设计问题。另一方面，第二类方案采用先进的信号处理技术，例如波束分裂模式检测（BSPD） [10], 、机器学习（ML） [11] 和稀疏贝叶斯学习（SBL） [12]。相比之下，基于时延网络的方法成本较高：单个时延器（TD）的功耗约为 100 mW，高于太赫兹系统中移相器（40 mW）的功耗 [2]。此外，算法技术还存在支撑集估计不准确 [10, 11], 、角度精度低 [8, 10] 以及计算复杂度高 [8, 12,13]等问题。

本文提出一种基于正交匹配追踪（OMP）的方法，用于联合进行太赫兹信道估计和波束分裂估计。该方法无需额外的硬件架构（如时延网络），因此具有优势；同时，它能自动减轻波束分裂的影响，计算效率高，故称为波束分裂感知正交匹配追踪（BSA-OMP）。在所提出的方法中，受 [12], 启发，我们将波束分裂视为一种阵列缺陷，并将受波束分裂影响的阵列数据变换为无波束分裂导向矢量。利用阵列缺陷模型，我们构建了一种新颖的 BSA 字典，其中固有地包含了波束分裂的影响。BSA-OMP 技术的核心思想是：在太赫兹信道估计任务开始前，波束分裂的程度与某一已知量成正比，而波束分裂本身取决于未知的用户位置。基于这一观察，我们将波束分裂校正后的导向矢量集构建为 BSA 字典，以生成准确的波束空间谱。因此，所提出的 BSA 方法可自动减

本研究部分得到了HORIZON项目TERRAMETA和ERC项目AGNOSTIC的支持。A. M. Elbir任职于卢森堡大学卢森堡的安全、可靠性与信任跨学科中心（SnT），以及土耳其杜兹杰的杜兹杰大学（电子邮箱：ahmetmelbir@gmail.com）。S. Chatzinotas任职于卢森堡大学卢森堡的SnT（电子邮箱：symeon.chatzinotas@uni.lu）。

轻波束分裂对信道估计和波束成形的影响。此前，已有研究针对毫米波探索了类似的阵列变换方法 [8, 13]。[8] 提出了一种角度-时延旋转（ADR）方法，但由于使用了完整的离散傅里叶变换（DFT）矩阵，该方法存在波束分裂估计粗糙、训练开销高的问题。此外， [13], 考虑了一种基于子空间的方法，该方法需要大量训练数据快拍；当接收路径高度相关时，该方法未必适用于太赫兹信道。与先前工作 [8, 10, 13], 相比，BSA-OMP 在准确减轻波束分裂影响的同时，具有更低的计算复杂度和信道开销。

II. 宽带太赫兹 MIMO 收发器模型

考虑一种采用混合模拟/数字波束成形、在 M 个子载波上工作的宽带太赫兹 MIMO 架构。假设基站（BS）配备 N 根天线和 N_{RF} 条射频（RF）链路，用于服务配备 K N 根天线的用户。令 $\mathbf{s}[m] = [s_1[m], \cdots, s_K[m]]^{\mathsf{T}}$ 为数据信号符号向量，其中 $\mathbb{E}\{\mathbf{s}[m]\mathbf{s}^{\mathsf{H}}[m]\} = \frac{\rho}{K}\mathbf{I}_K$，平均功率为 ρ，且 $m \in \mathcal{M} = \{1, \cdots, M\}$。随后，数据信号符号经由子载波相关基带波束成形器 $\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m] = [\mathbf{f}_{\mathrm{BB}_1}[m], \cdots, \mathbf{f}_{\mathrm{BB}_K}[m]]$ 进行处理。为使生成的波束指向用户，采用子载波无关模拟波束成形器 $\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}$ ($N_{\mathrm{RF}} = K < N$)。由于模拟波束成形器由移相器实现，因此其满足恒模约束，即 $|[\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}]_{i,j}| = 1/\sqrt{N}$ as $i = 1, \cdots, N_{\mathrm{RF}}$ 和 $j = 1, \cdots, N$。随后，发射信号 $\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m]\mathbf{s}[m]$ 被第 k 个用户接收为

$$\tilde{\mathbf{y}}_k[m] = \mathbf{w}_{\mathrm{RF},k}^{\mathsf{H}}\mathbf{H}_k[m]\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m]\mathbf{s}[m] + \mathbf{w}_{\mathrm{RF},k}^{\mathsf{H}}\mathbf{e}_k[m], \quad (1)$$

其中，$\mathbf{e}_k \in \mathbb{C}^{\bar{N}}$ 是复加性高斯白噪声（AWGN）向量，$\mathbf{e}_k[m] \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \bar{N}\sigma_e^2\mathbf{I}_{\bar{N}})$。$\mathbf{w}_{\mathrm{RF},k} \in \mathbb{C}^{\bar{N}}$ 表示接收机处的模拟波束成形器，其中 $|[\mathbf{w}_{\mathrm{RF},k}]_n| = 1/\sqrt{N}$ 适用于 $n \in \{1, \cdots, \bar{N}\}$。

由于反射路径分量有限且散射可忽略，太赫兹信道通常构建为一条视距路径与少数辅助非视距路径的叠加 [3, 5, 7]。此外，多径信道模型也得到广泛应用，尤其是在室内应用中 [3, 14]。因此，我们考虑一种一般场景，其中 $N \times N$ 信道矩阵由 L 条路径组合而成，这些路径具有物理到达方向（DOA）和离开方向（DOD）角度 $\phi_{k,l} = \sin\phi_{k,l}$ 以及 $\varphi_{k,l} = \sin\tilde{\varphi}_{k,l}$ $(\phi_{k,l}, \tilde{\varphi}_{k,l} \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}])$，分别对应 [3]。由于采用宽带处理，会发生波束分裂，物理方向 $(\phi_{k,l}, \varphi_{k,l})$ 在空间域中发生偏移 $(\theta_{k,m,l}, \vartheta_{k,m,l})$。我们将相应的、依赖于子载波的空间方向明确定义为

$$\theta_{k,m,l} = \frac{f_m}{f_c}\phi_{k,l} = \eta_m\phi_{k,l}, \vartheta_{k,m,l} = \frac{f_m}{f_c}\varphi_{k,l} = \eta_m\varphi_{k,l}, \quad (2)$$

其中，对于 f_c，$f_m = f_c + \frac{B}{M}(m - 1 - \frac{M-1}{2})$；$B$ 分别为载波频率和带宽。$\eta_m = \frac{f_m}{f_c}$， c_0 为光速，$d = \frac{c_0}{2f_c}$ 为阵元间距。现在，我们可以将 $N \times N$ 信道矩阵表示为

$$\mathbf{H}_k[m] = \zeta\sum_{l=1}^{L}\alpha_k\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})\mathbf{a}^{\mathsf{H}}(\vartheta_{k,m,l})e^{-j2\pi\tau_{k,l}f_m}, \quad (3)$$

其中，$\zeta = \sqrt{N\bar{N}/L}$ $\alpha_k \in \mathbb{C}$ 为复路径增益，$\tau_{k,l}$ 表示对应于阵列原点的第 l条路径的时延。 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l}) \in \mathbb{C}^{\bar{N}}$ 和 $\mathbf{a}(\vartheta_{k,m,l}) \in \mathbb{C}^{N}$是对应于空间到达角/离开角、受波束分裂影响的子载波相关实际阵列导向矢量。特别地，根据式（2），对于均匀线性阵列（ULA）， $\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})$可根据物理到达方向$\phi_{k,l}$ 定义为

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l}) = [1, e^{-j\pi\eta_m\phi_{k,l}}, \cdots, e^{-j\pi(\bar{N}-1)\eta_m\phi_{k,l}}]^{\mathsf{T}}, \quad (4)$$

对于该阵列，我们也可以根据$\varphi_{k,l}$类似地定义 $\mathbf{a}(\vartheta_{k,m,l})$。

III. 所提方法

在毫米波系统中，各子载波的频率彼此接近，即 $f_{m_1} \approx f_{m_2}$ $\forall m_1 m_2 \in \mathcal{M}$，因此可以采用单一工作波长，即 $\lambda_1 = \cdots = \lambda_M = \frac{c_0}{f_c}$ [4, , 用 6, 15] 于设计模拟波束成形器。然而，这会导致生成的波束方向发生偏移，尤其是在边缘子载波处。尽管在毫米波中这种偏差可能可以容忍 [4,l5], , 但在太赫兹频段，带宽非常宽，因此模拟波束成形无法采用单波长假设，这会导致物理方向分裂，并在波束空间中表现为空间方向。

A. 波束分裂模型

利用式（2）和式（4），我们首先将受波束分裂影响的导向矢量 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})$ 的第 n 个元素改写为

$$[\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})]_n = e^{-j\pi(n-1)\theta_{k,m,l}} = e^{-j\pi(n-1)\eta_m\phi_{k,l}}, \quad (5)$$

而无波束分裂导向矢量的元素表示为 $[\bar{\mathbf{a}}(\phi_{k,l})]_n = e^{-j\pi(n-1)\phi_{k,l}}$，并定义

$$\Delta_{k,l}[m] = \theta_{k,m,l} - \phi_{k,l} = (\eta_m - 1)\phi_{k,l}, \quad (6)$$

作为下文设计 BSA 字典时的波束分裂。

命题 1。设 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})$ 和 $\bar{\mathbf{a}}(\phi_{k,l})$ 分别为对应于空间到达方向和物理到达方向的导向矢量。那么，线性变换

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l}) = \mathbf{\Gamma}(\theta_{k,m,l})\bar{\mathbf{a}}(\phi_{k,l}), \quad (7)$$

对 $\mathbf{\Gamma}(\theta_{k,m,l}) = \mathrm{diag}\{\boldsymbol{\gamma}(\theta_{k,m,l})\} \in \mathbb{C}^{\bar{N}\times\bar{N}}$ 成立，其中$\boldsymbol{\gamma}(\theta_{k,m,l}) = [\gamma_1(\theta_{k,m,l}) \cdots, \gamma_{\bar{N}}(\theta_{k,m,l})]^{\mathsf{T}}$且 $\gamma_n(\theta_{k,m,l}) = e^{-j\pi(n-1)\Delta_{k,l}[m]}$。

证明： nth 个元素 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})$ 和 $\bar{\mathbf{a}}(\phi_{k,l})$ 可分别写为 $[\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})]_n = e^{-j\pi(n-1)\theta_{k,m,l}}$ $[\bar{\mathbf{a}}(\phi_{k,l})]_n = \mathbf{a}(:,)$,和 $\mathbf{a}(:,)$。利用 $e^{-j\pi(n-1)\phi_{k,l}}$ $\gamma_n(\theta_{k,m,l})$ 6 $\gamma_n(\theta_{k,m,l})$ $\gamma_n(\theta_{k,m,l}) =$ 式 ( ), 可由 $e^{-j\pi(n-1)(\theta_{k,m,l}-\phi_{k,l})} = e^{-j\pi(n-1)\Delta_{k,l}[m]}$ ■ $(\theta_{k,:})$ $= [\mathbf{a}(\theta_{k,m,l})]_n \mathbf{a}(:)$得到 $(:)$，即 $(\theta_{k,:}))$。

请注意，对于 $\mathbf{a}(\varphi)$ 也可以进行上述分析，而 $\mathbf{\Gamma}_m(\phi_{k,l})$ 的结构使我们能够如下面所述估算第 m 个子载波处的波束分裂。

推论 1. 给定 $\mathbf{\Gamma}_m(\phi_{k,l})$，可以通过 *[12]* 唯一确定第 m 个子载波处引入的波束分裂。

$$\Delta_{k,l}[m] = \frac{1}{\bar{N}-1}\sum_{n=2}^{\bar{N}} \frac{\angle\{[\boldsymbol{\gamma}(\theta_{k,m,l})]_n\}}{\pi(n-1)}. \tag{8}$$

证明：$\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})$的第 n个元素为$[\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})]_n = e^{-j\pi(n-1)\theta_{k,m,l}}$，其角度计算为$\Omega_{k,l,n}[m] = \angle[\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})]_n = -\pi(n-1)\theta_{k,m,l}$，其中$n = 1,\cdots,N$。接下来，我们计算展开后的角度$\Omega_{k,l}[m] = \text{unwrap}\{[\Omega_{k,l,1}[m], \cdots, \Omega_{k,l,\bar{N}}[m]]^{\mathsf{T}}\}$[1]。利用$\Omega_k[m]$，$\bar{\mathbf{a}}(\phi_{k,l})$的第 n个元素变为$[\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})]_n = e^{-j\frac{\Omega_{k,l,n}[m]}{\eta_m}}$。将 $[\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})]_n$ 代入(7)，得到 $\gamma_n(\theta_{k,m,l}) = \frac{[\bar{\mathbf{a}}(\theta_{k,m,l})]_n}{[\bar{\mathbf{a}}(\phi_{k,l})]_n}$，于是得到

$$\begin{aligned}\angle\{\gamma_n(\theta_{k,m,l})\} &= \Omega_{k,l,n}[m] - \frac{\Omega_{k,l,n}[m]}{\eta_m} = \Omega_{k,l,n}[m]\frac{\eta_m-1}{\eta_m} \\ &= \pi(n-1)\theta_{k,m,l}\left(\frac{\theta_{k,m,l}-\phi_{k,l}}{\theta_{k,m,l}}\right) = \pi(n-1)\Delta_{k,l}[m]. \end{aligned} \tag{9}$$

对 $\angle\{\gamma_n(\theta_{k,m,l})\}$ 关于 $n = 2,\cdots,N$取平均，得到

$$\frac{1}{\bar{N}-1}\sum_{n=2}^{\bar{N}} \angle\{\gamma_n(\theta_{k,m,l})\} = \pi(n-1)\Delta_{k,l}[m]. \tag{10}$$

将式（10）两边除以$\pi(n-1)$，得到 $\Delta_{k,l}[m]$。 ■

B. BSA字典设计

我们设计一种BSA字典，其列根据受波束分裂影响的方向构造。因此，对于任意物理方向 $\phi_{k,l},\varphi_{k,l} \in [-1,1]$，我们可以轻松计算出空间方向 $\eta_m\phi_{k,l},\eta_m\varphi_{k,l}$。利用这一观察，我们设计了由导向矢量 $\mathbf{c}(\cdot)$, $\mathbf{c}(\cdot)$ 组成的BSA字典$\bar{\mathbf{C}}_m$ $\mathcal{C}_m$ $\theta_m \in \mathbb{C}^{\bar{N}}$，$\vartheta_m \in \mathbb{C}^N$ 如下所示

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{C}}_m &= \{\bar{\mathbf{c}}(\theta_m)|\bar{\mathbf{c}}(\theta_m) \triangleq \mathbf{\Gamma}(\theta_m)\bar{\mathbf{a}}(\phi), \theta_m \in [-\eta_m,\eta_m]\}, \\ \mathcal{C}_m &= \{\mathbf{c}(\vartheta_m)|\mathbf{c}(\vartheta_m) \triangleq \mathbf{\Gamma}(\vartheta_m)\mathbf{a}(\varphi), \vartheta_m \in [-\eta_m,\eta_m]\}.\end{aligned}$$

利用BSA字典，可以轻松得到物理方向 $\phi = \theta_m/\eta_m$ 和 $\varphi = \vartheta_m/\eta_m, \forall m \in \mathcal{M}$。

C. 信道估计

在下行链路中，所有用户在信道训练期间同时执行信道估计阶段。由于基站采用混合波束成形架构，因此在信道获取期间，每次信道使用仅启用一条射频链来传输导频信号 [4, 15]。因此，基站使用 $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1 \cdots \mathbf{f}_P] \in \mathbb{C}^{N\times P}$ 波束成形向量 $\mathbf{F}$，$|\mathbf{f}_p| = 1/\sqrt{N}$，$\mathbf{f}(\mathbf{f})$ 发送正交导频信号，$\tilde{\mathbf{S}} = \text{diag}\{\tilde{s}_1,\cdots,\tilde{s}_P\} \in \mathbb{C}^{P\times P}$。对于每个导频，用户在每次信道使用中使用 $\bar{P}$ 合并向量 $\tilde{\mathbf{W}} = [\tilde{\mathbf{w}}_1, \cdots, \tilde{\mathbf{w}}_{\bar{P}}] \in \mathbb{C}^{\bar{N}\times\bar{P}}(|\tilde{\mathbf{w}}_p| = 1/\sqrt{\bar{N}})$。因此，处理所有导频所需的信道使用总数为 $\bar{P}$。然后，导频信号由 k号接收机收集，并构成一个 $P\times P$ 矩阵：

$$\mathbf{Y}_k[m] = \tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{H}}\mathbf{H}_k[m]\tilde{\mathbf{F}}\tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{E}}_k[m], \tag{11}$$

其中 $\tilde{\mathbf{E}}_k[m] = \tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{H}}\mathbf{E}_k[m]$ 为有效噪声项。假设 $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{I}_P$，可得 $\mathbf{Y}_k[m] = \tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{H}}\mathbf{H}_k[m]\tilde{\mathbf{F}}[m] + \tilde{\mathbf{E}}_k[m]$，其向量形式可写为

$$\mathbf{y}_k[m] = \mathbf{G}\mathbf{h}_k[m] + \tilde{\mathbf{e}}_k[m], \tag{12}$$

其中 $\mathbf{y}_k[m] = \{\mathbf{Y}_k[m]\} = \tilde{\mathbf{F}}^{\mathsf{T}} \otimes \tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{H}} \in \mathbb{C}^{\bar{P}P\times\bar{N}N}$，$\mathbf{h}_k[m] = \{\mathbf{H}_k[m]\}$，$\tilde{\mathbf{e}}_k[m] = \{\tilde{\mathbf{E}}_k[m]\} = \text{vec}\,\mathbf{Y}_k[m]\} \in \mathbb{C}^{\bar{P}\bar{P}}$，$\mathbf{G} \triangleq \mathbf{F}\,\mathbf{W}$，$\mathbf{h} \triangleq \text{vec}\,\mathbf{H}$，$\mathbf{e} \triangleq \text{vec}\,\mathbf{E}$，$\otimes$ 表示克罗内克积。利用太赫兹信道稀疏性，可将式 (12) 重写为

$$\mathbf{y}_k[m] = \mathbf{\Psi}_m\mathbf{x}_k[m] + \tilde{\mathbf{e}}_k[m], \tag{13}$$

其中 $\mathbf{\Psi}_m = (\tilde{\mathbf{F}}^{\mathsf{T}}\mathbf{C}_m^*) \otimes (\tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{H}}\bar{\mathbf{C}}_m) \in \mathbb{C}^{\bar{P}P\times Q^2}$，其中 $\mathbf{C}_m = [\bar{\mathbf{c}}(\theta_m,1) \cdots, \bar{\mathbf{c}}(\theta_m,Q)]$ 和 $\mathbf{C}_m = [\mathbf{c}(\vartheta_m,1) \cdots, \mathbf{c}(\vartheta_m,Q)]$ 分别为覆盖空间域的 $N\times Q$ 和 $N\times Q$ 字典矩阵，其中 $\theta_m, \vartheta_m \in [-\eta_m,\eta_m]$ $(\phi,\varphi \in [-1,1])$，$q = 1, \cdots, Q$ 的定义见第 III-B 节。$\mathbf{x}_k[m] \in \mathbb{C}^{Q^2}$ 是一个 L 稀疏向量，其非零元素对应集合 $\{z_{k,l}[m]|z_{k,l}[m] \triangleq \zeta\alpha_k e^{-j2\pi\tau_k, l f_m}, l = 1, \cdots, L\}$。

利用BSA字典，我们可以采用正交匹配追踪算法联合估计太赫兹信道支撑集和波束分裂 [9, 10]。所提出的BSA-OMP技术如算法1所示，其中，物理角度和波束分裂 $m \in \mathcal{M}$ 是在步骤 $3-11$中获得的。随后，根据物理到达方向的导向矢量集合构建估计的$\hat{}$太赫兹信道$\mathbf{H}_k[m]$ （步骤 $12-17$）。

算法1 BSA-OMP用于信道估计

输入：$\mathbf{Y}_k[m]$、$\mathbf{G}_m$ 和 η_m、$\forall m \in \mathcal{M}$。
输出：信道估计值 $\hat{\mathbf{H}}_k[m]$，波束分裂 $\hat{\Delta}_{k,l}[m]$。

1: 对于 $k \in \mathcal{K}$
2: $l = 1, \bar{\mathcal{I}}_{l-1} = \mathcal{I}_{l-1} = \emptyset, \mathbf{r}_{l-1}[m] = \mathbf{y}_k[m], \forall m \in \mathcal{M}$。
3: 当 $l \le L$ 时
4: $\{\bar{q}^\star, q^\star\} = \text{取 argmax}_{q,q} \sum_{m=1}^{M} |\boldsymbol{\psi}_{\bar{q},q}^{\mathsf{H}}[m]\mathbf{r}_{l-1}[m]|$，
其中 $\boldsymbol{\psi}_{\bar{q},q}[m] = (\tilde{\mathbf{F}}^{\mathsf{T}}\mathbf{c}^*(\theta_{m,q})) \otimes (\tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{H}}\bar{\mathbf{c}}(\vartheta_{m,\bar{q}}))$.
5: $\hat{\mathcal{I}}_l = \mathcal{I}_{l-1} \bigcup \{\bar{q}^\star\}, \hat{\phi}_{k,l} = \frac{\theta_{m,\bar{q}^\star}}{\eta_m}$.
6: $\mathcal{I}_l = \mathcal{I}_{l-1} \bigcup \{q^\star\}, \hat{\varphi}_{k,l} = \frac{\vartheta_{m,q^\star}}{\eta_m}$.
7: $\Delta_{k,l}[m] = \hat{\theta}_{m,\bar{q}^\star} - \hat{\phi}_{k,l}, \forall m \in \mathcal{M}$。
8: $\mathbf{\Psi}_m(\mathcal{I}_l) = (\tilde{\mathbf{F}}^{\mathsf{T}}\mathbf{C}_m(\mathcal{I}_l)) \otimes (\tilde{\mathbf{W}}^{\mathsf{H}}\bar{\mathbf{C}}(\bar{\mathcal{I}}_l))$。
9: $\mathbf{r}_l[m] = \left(\mathbf{I}_{\bar{P}P} - \mathbf{\Psi}_m(\mathcal{I}_l)\mathbf{\Psi}_m^{\dagger}(\mathcal{I}_l)\right)\mathbf{y}_k[m]$.
10: $l = l + 1$。
11: 结束 while
12: $\bar{\mathbf{\Xi}}_k = [\bar{\mathbf{a}}(\hat{\phi}_{k,1}) \cdots, \bar{\mathbf{a}}(\hat{\phi}_{k,L})]$。$\mathbf{\Xi}_k = [\mathbf{a}(\hat{\varphi}_{k,1}) \cdots, \mathbf{a}(\hat{\varphi}_{k,L})]$.
13: 对于 $m \in \mathcal{M}$
14: $\hat{\mathbf{z}}_k[m] = \mathbf{\Psi}_m^{\dagger}(\mathcal{I}_{l-1})\mathbf{y}_k[m]$.
15: $\hat{\mathbf{H}}_k[m] = \bar{\mathbf{\Xi}}_k\text{diag}\{\hat{\mathbf{z}}_k[m]\}\mathbf{\Xi}_k^{\mathsf{H}}$.
16: 结束循环
17: 结束循环

D. 波束成形器设计

信道估计完成后，将其用于设计混合波束成形器 $\mathbf{F}_{\text{RF}}$、$\mathbf{F}_{\text{BB}}[m]$ 和 $\mathbf{W}_{\text{RF}}$ =

[1]解缠绕操作对于确保不会因指数函数的 $[-\pi,\pi]$ 周期性而丢失信息是必要的（即，$|(n-1)\theta_{k,m,l}| > 1$），而先前的工作 [8, 13]忽略了这一点。

$[\mathbf{W}_{\mathrm{RF},\,1},\ \cdots,\ \mathbf{W}_{\mathrm{RF},\,K}]$，使整体频谱效率最大化。该设计问题等价于最大化 $\sum_{m=1}^{M}|\mathbf{u}_{q,\,\bar{q}}^{\mathsf{H}}[m]\mathbf{v}_k[m]|$，即混合波束成形器与无约束波束成形器 $\mathbf{F}_{\mathrm{opt}}[m]\in\mathbb{C}^{N\times K}$ 和 $\mathbf{W}_{\mathrm{opt}}[m]\in\mathbb{C}^{\bar{N}\times K}$ [4] 之间的相关代价。此处，$\mathbf{u}_{q,\,\bar{q}}[m]$ 表示 BSA 字典列，即 $\mathbf{u}_{q,\,\bar{q}}[m]=[\mathbf{C}_m]_q^*\otimes[\bar{\mathbf{C}}_m]_{\bar{q}}\in\mathbb{C}^{\bar{N}N}$；$\mathbf{v}_k[m]=\mathbf{f}_{\mathrm{opt},\,k}^*[m]\otimes\mathbf{w}_{\mathrm{opt},\,k}[m]\in\mathbb{C}^{\bar{N}N}$ 表示无约束波束成形器，其中 $\mathbf{f}_{\mathrm{opt},\,k}[m]$ 可通过对 $\mathbf{H}_k[m]$ [4] 进行奇异值分解（SVD）得到，而 $\mathbf{w}_{\mathrm{opt},\,k}[m]=\frac{1}{\rho}\big(\mathbf{H}_{\mathrm{opt},\,k}^{\mathsf{H}}[m]\mathbf{H}_{k}^{\mathsf{H}}[m]\mathbf{H}_{k}[m]\mathbf{H}_{\mathrm{opt},\,k}[m]+\mathbf{f}_{\mathrm{opt},\,k}^{\mathsf{H}}[m]\mathbf{f}_{\mathrm{opt},\,k}[m]\big)^{-1}\mathbf{H}_{\mathrm{opt},\,k}^{\mathsf{H}}[m]\mathbf{f}_{k}[m]$，$\mathbf{f}_k$，$\mathbf{H}_k$。接下来，我们从模拟波束成形器中找到第 k 个列

$$\{q^\star,\bar{q}^\star\}=\underset{q,\bar{q}}{\operatorname{argmax}}\sum_{m=1}^{M}|\mathbf{u}_{q,\bar{q}}^{\mathsf{H}}[m]\mathbf{v}_k[m]|,\tag{14}$$

其中，$\{q^\star,\bar{q}^\star\}$ 表示选定的波束成形器索引。随后，从与物理方向相对应的导向矢量中选取 $\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}$ 和 $\mathbf{W}_{\mathrm{RF}}$ 的第 k 列，分别作为 $\mathbf{a}(\phi_{q^\star})$ 和 $\bar{\mathbf{a}}(\varphi_{\bar{q}^\star})$。为减轻用户间干扰，基带波束成形器由 $K\times K$ 等效信道矩阵求得，该矩阵的第 k 列为 $[\mathbf{H}_{\mathrm{eff}}[m]]_k=\mathbf{w}_{\mathrm{RF},\,k}^{\mathsf{H}}\mathbf{H}_k[m]\mathbf{F}_{\mathrm{RF}},\ k\in\mathcal{K}$，基带波束成形器则计算为 $\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m]=\mathbf{H}_{\mathrm{eff}}[m]^\dagger$。所提出的用于波束成形器设计的 BSA-OMP 方法的算法步骤见算法 2。

用于混合波束成形的 BSA-OMP

输入：$\bar{\mathbf{C}}_m,\mathbf{C}_m,\mathbf{F}_{\mathrm{opt}}[m],\mathbf{W}_{\mathrm{opt}}[m],\eta_m,\ m\in\mathcal{M}$.
输出：$\mathbf{F}_{\mathrm{RF}},\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m],\mathbf{W}_{\mathrm{RF}}$。
1：$\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}=\emptyset,\mathbf{F}_{\mathrm{r}}[m]=\mathbf{F}_{\mathrm{opt}}[m]$，
$\mathbf{W}_{\mathrm{RF}}=\emptyset,\mathbf{W}_{\mathrm{r}}[m]=\mathbf{W}_{\mathrm{opt}}[m]$。
2: 对于 $k=1,\cdots,N_{\mathrm{RF}}$，执行
3: $\mathbf{v}_k[m]=\mathbf{f}_{\mathrm{r},\,k}^*[m]\otimes\mathbf{w}_{\mathrm{r},\,k}[m],\ m\in\mathcal{M}$。
4: $\{q^\star,\bar{q}^\star\}=\operatorname{argmax}_{q,\bar{q}}\sum_{m=1}^{M}|\mathbf{u}_{q,\,\bar{q}}^{\mathsf{H}}[m]\mathbf{v}_k[m]|$。
5: $\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}=[\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}|\mathbf{a}(\phi_{q^\star})],\mathbf{W}_{\mathrm{RF}}=[\mathbf{W}_{\mathrm{RF}}|\bar{\mathbf{a}}(\varphi_{\bar{q}^\star})]$。
6: 结束循环
7: $[\mathbf{H}_{\mathrm{eff}}[m]]_k=\mathbf{w}_{\mathrm{RF},\,k}^{\mathsf{H}}\mathbf{H}_k[m]\mathbf{F}_{\mathrm{RF}},\quad k\in\mathcal{K}$。
8: $\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m]=\mathbf{H}_{\mathrm{eff}}[m]^\dagger,\ m\in\mathcal{M}$。
9: $[\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m]]_k=[\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m]]_k/\|\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}[m]\|_{\mathcal{F}},\quad k\in\mathcal{K}$。

E. 复杂度与训练开销

所提出的 BSA-OMP 方法的计算复杂度与传统 OMP 技术相同 [4]。具体而言，算法 1 中用于信道估计的 BSA-OMP 方法，其复杂度主要来自步骤 4 中的矩阵乘法（$O(M(3P\bar{P}+PN^2+\bar{P}\bar{N}^2))$）、步骤 8（$O(2P\bar{P}L)$）以及步骤 14（$O(P^3\bar{P}^3+LP^2P^2+LP\bar{P})$）。所提出的 BSA-OMP 方法的信道训练复杂度仅需 PP 次信道使用（低 16 倍，见第 IV 节）进行导频信号传输；而传统方法，例如最小二乘、最小均方误差和 ADR [8], ，至少需要 NN 次信道使用。

算法 2 中所提出的波束成形方法的复杂度主要来自步骤 $3-4$ with 中的运算，其总复杂度为 $O(K(N+N)+MNN))$。此外，与以往采用时延网络的工作 [5, 6, 9]不同，所提出的方法不需要额外的硬件组件。

IV. 数值实验

在整个仿真过程中（除非另有说明），式（3）中的信号模型采用 $f_c=300$ GHz、$B=30$ GHz、$M=128$、$N=256$、$N=16$、$P=P=16$、$N_{\mathrm{RF}}=8$、$L=3$、$K=8$、$Q=8N$ [3, 5] 生成。波束成形器矩阵 F 和 W 采用随机相位建模，即 $[\mathbf{F}]_{i,\,j}\frac{1}{\sqrt{N}}e^{j\psi_F}$、$[\ ]_{i\,j}\frac{1}{\sqrt{N}}e^{j\psi_W}$ $\psi_F\ \psi_W\sim$ $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ W, , 其中，均匀。

图 1 展示了单用户场景下阵列增益随物理到达方向的变化。在图 1(a)-(b) 中，当 $M=15$ 时，分别针对用户的物理到达方向为 30° 和 60° 的情况，计算所有子载波的阵列增益。可以看到，由于波束分裂，波束空间中出现了显著偏差，约为 3° (6°)

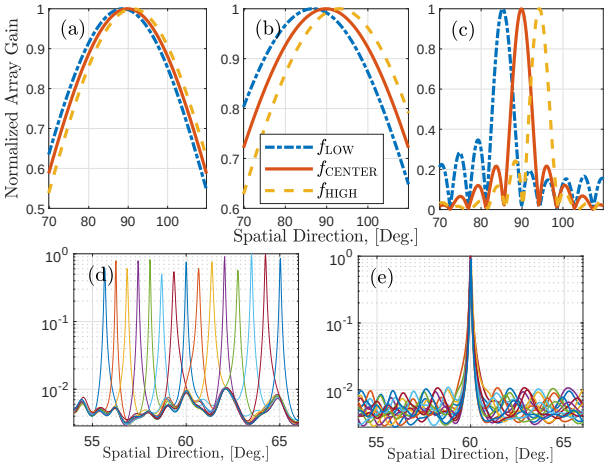


图 1. (a) $f_c=3.5$ GHz、$B=0.1$ GHz；(b) $f_c=28$ GHz、$B=2$ GHz；以及 (c) $f_c=300$ GHz、$B=30$ GHz 下，低频端、中频和高频端子载波对应的空间方向阵列增益。受波束分裂影响时所有子载波对应的阵列增益 (d)，以及使用 BSA-OMP 进行波束分裂校正后的阵列增益 (e)。

分别对应物理到达方向 30° (60°)。图 1(c)-(d) 还分别给出了采用所提出的 BSA 方法计算得到的阵列增益。如图所示，所提出的 BSA 方法有效减轻了波束分裂的影响，使所有子载波的频谱都朝同一（物理信道）方向对齐。

图 2 对比了所提出的 BSA-OMP 方法与多种先进技术在不同信噪比（SNR）下的太赫兹信道估计性能，并以信道的归一化均方误差（NMSE）作为评价指标：NMSE $=\mathbb{E}\{\|\mathbf{h}_{k[m]}-\hat{\mathbf{h}}\|_{k[m]}\|_2^2/\|\mathbf{h}_{k[m]}\|_2^2\}$。对比方法包括正交匹配追踪（OMP）、最小二乘（LS）、预言机最小二乘（OLS）、最小均方误差（MMSE）、~~广义同时正交~~匹配追踪（GSOMP） [9]，ADR [8],BSPD [10], 。请注意，MMSE 估计器依赖真实协方差矩阵，并且针对每个子载波单独计算，因此在本文中被视为基准方法。从图 2 可以看出，传统方法（如 OMP、LS 和 OLS）未考虑波束分裂的影响，因此性能较差。尽管

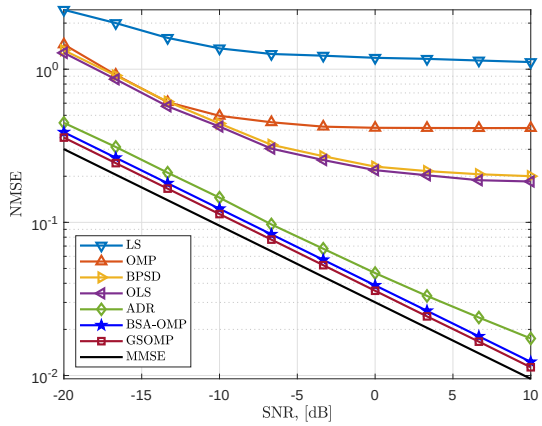


图2. 太赫兹宽带信道估计，归一化均方误差与信噪比的关系。

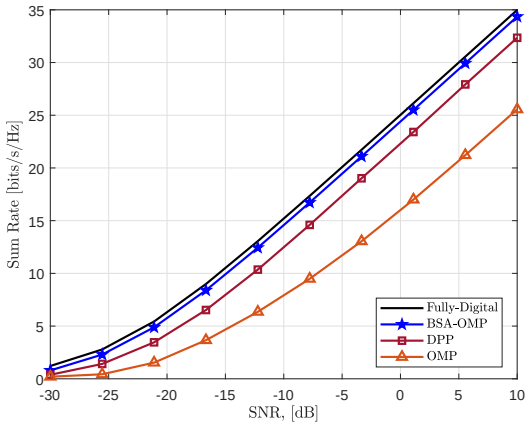


图 3. 太赫兹宽带混合波束成形的和速率与信噪比的关系。

ADR 采用角度旋转来缓解波束分裂，但由于使用了较粗略的波束分裂估计和低分辨率傅里叶字典，在高信噪比区域会出现误差平台。类似地，BSPD 使用波束分裂检测机制，但无法准确恢复信道支撑集。另一方面，与上述技术相比，所提出的 BSA-OMP 方法性能显著更优，并且接近采用额外硬件组件（即 TDN）的 MMSE 和 GSOMP 的性能；这些组件用于缓解波束分裂。相比之下，我们的 BSA-OMP 方法无需 TDN，因此在保持足够 NMSE 性能的同时，硬件效率更高。

图3展示了以和速率衡量的混合波束成形性能，其中采用无约束波束成形器，即 $\mathbf{F}_{\text{opt}}[m]$、$\mathbf{W}_{\text{opt}}[m]$，作为全数字波束成形器的基准。将所提 BSA 方法应用于传统正交匹配追踪技术 [4]，（该技术未考虑波束分裂的影响）后，性能显著提升。所提方法也优于时延相位预编码（DPP）方法 [16],；该方法采用时延网络实现频率相关模拟波束成形器，而 BSA-OMP 无需此类配置。

V. 总结

在本研究中，我们提出了一种 BSA-OMP 方法，以有效减轻波束分裂对太赫兹信道估计和波束成形的影响。与先前的研究相比，所提方法具有优势，因为它无需额外的硬件组件（例如时延网络），同时能够保持接近最小均方误差（全数字）信道估计（波束成形）的性能。此外，BSA-OMP 的复杂度较低，与传统正交匹配追踪技术相同。

参考文献

[1] T. S. Rappaport、Y. Xing、O. Kanhere、S. Ju、A. Madanayake、S. Mandal、A. Alkhateeb 和 G. C. Trichopoulos，“100 GHz 以上的无线通信与应用：6G 及未来的机遇与挑战”，IEEE Access，第 7 卷，第 78 729–78 757 页，2019年6月。

[2] A. M. Elbir、K. V. Mishra、S. Chatzinotas 和 M. Bennis，“太赫兹频段集成感知与通信：挑战与机遇”，arXiv 预印本 arXiv:2208.01235，2022年8月。[3] H. Sarieddeen、M.-S. Alouini 和 T. Y. Al-Naffouri，“太赫兹通信信号处理技术概述”，Proceedings of the IEEE，第 109 卷，第 10 期，第 1628–1665 页，2021年。[4] R. W. Heath、N. Gonz´ alez-Prelcic、S. Rangan、W. Roh 和 A. M. Sayeed，“毫米波MIMO系统信号处理技术概述”，IEEE J. Sel. Top. Signal Process.，第 10 卷，第 3 期，第 436–453 页，2016年2月。[5] J. Tan 和 L. Dai，“《太赫兹大规模MIMO系统中的宽带波束跟踪》”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第 39 卷，第 6 期，第 1693–1710 页，2021年4月。[6] B. Wang、M. Jian、F. Gao、G. Y. Li 和 H. Lin，“《宽带毫米波大规模MIMO-OFDM系统中的波束斜视与信道估计》”，IEEE Trans. Signal Process.，第 67 卷，第 23 期，第 5893–5908 页，2019年10月。[7] A. M. Elbir、K. V. Mishra 和 S. Chatzinotas，“太赫兹频段联合超大规模MIMO雷达通信：基于模型与无模型的混合波束成形”，IEEE J. Sel. Top. Signal Process.，第 15 卷，第 6 期，第 1468–1483 页，2021年10月。[8] B. Wang、F. Gao、S. Jin、H. Lin 和 G. Y. Li，“毫米波大规模MIMO系统中的空间与频率宽带效应”，IEEE Trans. Signal Process.，第 66 卷，第 13 期，第 3393–3406 页，2018年5月。[9] K. Dovelos、M. Matthaiou、H. Q. Ngo 和 B. Bellalta，“宽带太赫兹大规模MIMO系统的信道估计与混合合并”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第 39 卷，第 6 期，第 1604–1620 页，2021年4月。[10] J. Tan 和 L. Dai，“太赫兹大规模MIMO的宽带信道估计”，China Co mmun.，第 18 卷，第 5 期，第 66–80 页，2021年5月。[11] A. M. Elbir、W. Shi、K. V. Mishra 和 S. Chatzinotas，“用于太赫兹宽带信道和到达方向估计的联邦多任务学习”，arXiv 预印本 arXiv:2207.06017，2022年7月。[12] A. M. Elbir、W. Shi、A. K. Papazafeiropoulos、P. Kourtessis 和 S. Chatzinotas，“基于阵列扰动模型的太赫兹频段信道与波束分裂估计”，arXiv 预印本 arXiv:2208.03683，2022年8月。[13] J. P. Gonz´alez-Co ma、P. Su´arez-Casal、P. M. Castro 和 L. Castedo，“宽带大规模MIMO系统中基于协方差估计的FDD信道估计”，Sensors，第 20 卷，第 3 期，第 930 页，2020年2月。[14] S. Tarboush、H. Sarieddeen、H. Chen、M. H. Loukil、H. Jemaa、M. S. Alouini 和 T. Y. Al-Naffouri，“TeraMIMO：用于宽带超大规模MIMO太赫兹通信的信道仿真器”，arXiv，2021年4月。[15] J. Rodr´iguez-Fern´andez、N. Gonz´alez-Prelcic、K. Venugopal 和 R. W. Heath，“频率选择性混合毫米波MIMO系统的频域压缩信道估计”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 17 卷，第 5 期，第 2946–2960 页，2018年3月。[16] L. Dai、J. Tan、Z. Chen 和 H. V. Poor，“《宽带太赫兹大规模MIMO的时延相位预编码》”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 1 页，2022年3月。