arXiv:2302.02967v3 [physics.med-ph] 8 Aug 2024

IEEE 版权声明

版权所有 (c) 2023 IEEE

允许个人使用本材料。对于任何其他用途，无论使用何种现有或未来媒体，均须事先获得 IEEE 的许可，包括为广告或宣传目的重印或再版本材料、创作新的汇编作品、转售或再分发至服务器或列表，以及在其他作品中重复使用本作品中受版权保护的任何部分。

发表于：《IEEE辐射与等离子体医学科学汇刊》，2023年5月

数字对象唯一标识符：10.1109/TRPMS.2023.3243735

引用格式：

R. Y. Shopa 等人，“采用逼真的解析系统响应矩阵对全身J-PET进行TOF MLEM适配”，发表于《IEEE辐射与等离子体医学科学汇刊》，第7卷，第5期，第509-520页，2023年5月，数字对象唯一标识符：10.1109/TRPMS.2023.3243735。

BibTeX：

@ARTICLE{10041212, author={Shopa, R.Y. and Baran, J. and Klimaszewski, K. and Krzemień, W. and Raczyński, L. and Wiślicki, W. and Brzeziński, K. and Chug, N. and Coussat, A. and Curceanu, C. and Czerwiński, E. and Dadgar, M. and Dulski, K. and Gajewski, J. and Gajos, A. and Hiesmayr, B. C. and Valsan, E. Kavya and Korcyl, G. and Kozik, T.and Kumar, D.and Kapłon, Ł. and Moskal, G. and Niedźwiecki, S. and Panek, D. and Parzych, S. and Pérez del Rio, E. and Ruciński, A. and Sharma, S. and Shivani, S. and Silarski, M. and Skurzok, M. and Stępień, E. and Ardebili, F. Tayefi and Ardebili, K. Tayefi and Moskal, P.}, journal={《IEEE辐射与等离子体医学科学汇刊》}, title={基于真实解析系统响应矩阵的全身J-PET飞行时间最大似然期望最大化适配}, year={2023}, volume={7}, number={5}, pages={509-520}, doi={10.1109/TRPMS.2023.3243735}}

采用现实解析系统响应矩阵的全身J-PET飞行时间最大似然期望最大化适配

R.Y. Shopa[a],1,*, J. Baran[b,c,d], K. Klimaszewski[a], W. Krzemień[c,d,e], L. Raczyński[a], W. Wiślicki[a], K. Brzeziński[f], N. Chug[b,c,d], A. Coussat[b,c,d], C. Curceanu[g], E. Czerwiński[b,c,d], M. Dadgar[b,c,d], K. Dulski[b,c,d], J. Gajewski[f], A. Gajos[b,c,d], B.C. Hiesmayr[h], E. KavyaValsan[b,c,d], G. Korcyl[b,c,d], T. Kozik[b,c,d], D. Kumar[b,c,d], Ł. Kapłon[b,c,d], G. Moskal[c,d,i], S. Niedźwiecki[b,c,d], D. Panek[b,c,d], S. Parzych[b,c,d], E. Pérez del Rio[b,c,d], A. Ruciński[f], S. Sharma[b,c,d], Shivani[b,c,d], M. Silarski[b,c,d], M. Skurzok[b,c,d], E. Stȩpień[b,c,d], F. TayefiArdebili[b,c,d], K. Tayefi Ardebili[b,c,d], P. Moskal[b,c,d]

[a]国家核研究中心复杂系统系，奥特沃茨克-希维尔克，波兰[b]雅盖隆大学物理、天文学与应用计算机科学学院，克拉科夫，波兰[c]雅盖隆大学全身*Jagiellonian-PET*实验室，克拉科夫，波兰[d]雅盖隆大学诊疗一体化中心，克拉科夫，波兰[e]国家核研究中心高能物理部，奥特沃茨克-希维尔克，波兰[f]波兰科学院核物理研究所，克拉科夫，波兰[g]意大利国家核物理研究所弗拉斯卡蒂国家实验室，弗拉斯卡蒂，意大利[h]维也纳大学物理学院，维也纳，奥地利[i]雅盖隆大学化学学院，克拉科夫，波兰

摘要

本文报告了针对全身（TB）雅盖隆大学正电子发射断层成像（J-PET）扫描仪开发的、基于飞行时间最大似然期望最大化（TOF MLEM）的原始图像重建算法研究。该方法适用于通用的圆柱形或模块化多层布局，并可扩展至多光子成像。系统响应矩阵（SRM）表示为一组解析函数，每个函数都针对用于探测的每一对塑料闪烁体条唯一确定。通过拟合在斜横断面上湮灭光子的蒙特卡罗模拟发射与探测结果，推导出探测器空间中的真实分辨率模型（RM）。嵌入SRM的附加核函数用于考虑飞行时间、视差效应和轴向模糊。我们在24模块双层全身J-PET中，使用GATE模拟了NEMA IEC和静态XCAT体模的数据集，并据此测试该算法。与采用无分辨率模型或平移不变分辨率模型的参考TOF MLEM相比，通过分析图像质量、差异图像和真实值指标，观察到了性能提升。我们还重建了含加性贡献的数据，这些数据经过几何预筛选，并应用了非飞行时间散射校正。尽管性能有所下降，所得结果仍体现了真实分辨率模型的优势，具有更好的边缘

*通讯作者地址：国家核研究中心复杂系统系，05-400 奥特沃茨克-希维尔克，波兰 电话：+48-22-273-13-06；传真：+48-22-273-16-87；电子邮箱：Roman.Shopa@ncbj.gov.pl (R.Y. Shopa) [1]P. Moskal 是资深作者。

保留能力和更优的真实值指标。采用解析SRM的TOF MLEM预期可应用于多光子成像，并可进一步升级，以考虑非共线性、正电子射程及其他因素。

关键词：核医学、医学成像、正电子发射断层成像、全身PET、雅盖隆PET、系统响应矩阵、最大似然期望最大化

本研究未涉及人类受试者或动物。

1. 引言

作为核医学中成熟的诊断工具，正电子发射断层成像（PET）仍是一项快速发展的技术 [1]，涉及一般概念 [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]，、新型探测器材料 [9, 10, 11, 12, 13, 14]，、放射性示踪剂 [15, 16, 17]，、读出方法 [6, 18, 19,20, 21] 以及混合成像 [22, 23]。主要发展趋势之一是开发全身（TB）PET系统，其轴向视野（AFOV）可达2米；凭借更高的灵敏度和飞行时间（TOF）信息，这类系统适用于新的诊断方法 [24]。现代临床全身扫描仪的符合时间分辨率（CRT）达到210 ps，空间分辨率为 ~ 3 mm [7, 25, 26, 27, 28]，；小动物正电子发射断层扫描仪或能考虑相互作用深度的探测器甚至报告了更好的数值 [5, 6, 20]。这些进展对断层图像重建提出了更高要求 [29]。此外，TOF全身PET在采集过程中会产生数TB的数据，并因探测单元数量大幅增加而采用扩展的投影（分箱）空间 [30, 31]。新型深度学习（DL）算法取得了显著成果 [32, 33, 34, 23]，，但也消耗大量计算资源 [35]。与此同时，最大似然期望最大化（MLEM） [36]等经典迭代方法不仅反映了放射性示踪剂的正电子发射断层成像物理模型，也仍是常规设备的一种可靠解决方案 [37]。此外，尽管MLEM作为最简单的迭代方法，可作为测试新型断层扫描仪的良好基准，许多深度学习技术也已成功融入此类算法 [34, 38, 37]。

要为现代全身正电子发射断层扫描仪定义一个公平的系统响应矩阵（SRM）——这是迭代算法的关键要素——必须考虑多个因素：探测器模糊、非共线性、视差效应或正电子射程；在多光子采集模式下尤其如此，因为该模式使用动能谱更宽的同位素 [39, 40, 41, 15]。多光子正电子发射断层成像面临的另一项技术挑战与全身正电子发射断层扫描相似：分箱空间规模庞大却十分稀疏，导致正弦图数据格式效率低下，也难以评估校准、灵敏度和衰减因子。因此，列表模式最大似然期望最大化应运而生；它基于逐事件数据处理，并且易于扩展至多线程处理 [42]。

为雅盖隆PET（J-PET）定义系统响应矩阵是一项相当困难的任务。J-PET是一种创新且经济高效的技术，利用康普顿散射探测电子-正电子（$e^{-}e^{+}$）湮灭光子，也可在多光子模式下运行 [10, 43, 44, 18, 19, 45, 2, 3]。J-PET的一个探测单元由一条轴向排列的塑料闪烁体条和安装在其两端的两个光电倍增管（PM）组成。PM将光学光子（由条内发生的散射产生）转换为时间信号，从而提供击中位置和飞行时间。硅光电倍增管（SiPM）与EJ-230闪烁体相结合，可使一根长2米的闪烁体条实现 $=$ 237 ps的符合时间分辨率 [46]。采用多层模块化布局有助于补偿灵敏度较低和轴向分辨率较差的问题；加装额外的波长位移（WLS）闪烁体阵列可改善这些性能 [47]。可以说，这种复杂的几何结构会产生探测器模糊和额外散射，从而影响系统响应矩阵。早期使用开源CASToR软件中的通用飞行时间最大似然期望最大化算法，得到的图像噪声较大、分辨率较低，不如专为J-PET设计的算法 [31, 48]。

本研究的主要目标是对近期开发的 TOF MLEM 开展全面的模拟研究，该方法为多层 TB J-PET [48] 以解析方式定义 SRM。我们升级了 SRM 模型以考虑视差效应，并使用在模块化 TB J-PET 内通过 GATE 框架模拟的 NEMA IEC 和扩展心脏-躯干（XCAT）模体数据进行测试 [49]。本研究还报告了首次将散射校正应用于 J-PET 的结果。

2. 方法

2.1. 系统响应矩阵及其分解

正电子发射断层成像数据的期望值 $\langle \mathbf{y} \rangle$ 与未知放射性示踪剂分布 $\boldsymbol{\lambda}$ 之间的关系由线性模型定义：

$$\langle \mathbf{y} \rangle = \mathbf{M}\boldsymbol{\lambda} + \hat{\mathbf{b}}, \tag{1}$$

ˆ 其中，$\mathbf{M}$表示正电子发射断层成像系统的系统响应矩阵，$\mathbf{b}$ 为观测误差，由随机符合事件和散射符合事件构成 [50]。$\mathbf{M}$ 是稀疏矩阵，可按照物理现象分解为：

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{sens}}\mathbf{M}_{\text{det.res}}\mathbf{M}_{\text{att}}\mathbf{M}_{\text{geom}}\mathbf{M}_{\text{img.res}}, \tag{2}$$

其中$\mathbf{M}_{\text{sens}}$ 表示灵敏度，$\mathbf{M}_{\text{det.res}}$ – 探测器空间中引入的模糊，$\mathbf{M}_{\text{att}}$ – 衰减因子，$\mathbf{M}^{\text{geom}}$ – 几何投影矩阵，$\mathbf{M}_{\text{img.res}}$ – 图像空间分辨率，例如正电子射程。 $m_{ij} \in \mathbf{M}$ 的元素反映了从某个 j号体素发出的符合辐射被第 i个分箱（对于 511-keV 背靠背湮灭光子的情况，即一对探测器）探测到的条件概率。

假设测量的均值是无偏估计，则可用泊松分布 [36]对数据进行建模。考虑离散光子计数 $\hat{\mathbf{y}} \equiv \{\hat{y}_i\}$ 和未知的放射性示踪剂分布 $\boldsymbol{\lambda} \equiv \{\lambda_j\}$，采用对数似然代价函数。通过最大化获得重建图像 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle$：

$$\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle = \arg\max_{\boldsymbol{\lambda}} L(\boldsymbol{\lambda}, \hat{\mathbf{y}}), \tag{3}$$

$$L(\boldsymbol{\lambda}, \hat{\mathbf{y}}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} (-\langle y_i \rangle + \hat{y}_i \log \langle y_i \rangle), \tag{4}$$

其中，$\langle y_i \rangle \in \langle \mathbf{y} \rangle$ 是第 i 个数据箱的期望值。式（3）的迭代最大似然期望最大化解为 [36, 50]:

$$\lambda_j^{(k+1)} = \frac{\lambda_j^{(k)}}{\sum_{i \in \mathcal{I}} m_{ij}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{m_{ij} \hat{y}_i}{\sum_{j' \in \mathcal{J}} m_{ij'} \lambda_{j'}^{(k)} + \hat{b}_i}, \tag{5}$$

其中，k 是迭代次数，$b_i = \hat{r}_i + \hat{s}_i$ 是误差 $\mathbf{b}$ 的元素（$\hat{r}_i$ 和 $\hat{s}_i$ 分别是随机符合事件和散射符合的贡献）。

实际上，探测器灵敏度 $\mathbf{M}_{\text{sens}}$ 取决于几何因素和校准因素，但对于模拟数据，我们只考虑前者。为方便起见，系统响应矩阵元素采用以下记号：

$$m_{ij} = n_i a_i \chi_{ij}, \tag{6}$$

其中，$n_i \in \mathbf{M}_{\text{sens}}$、$a_i \in \mathbf{M}_{\text{att}}$ 和 χ_{ij} 是移变系统响应矩阵部分，通过组合 $\mathbf{M}_{\text{det.res}}$ 和 $\mathbf{M}^{\text{geom}}$，并将衰减运算 $\mathbf{M}_{\text{att}}$ 移至左侧，以便在探测器分辨率模型之后执行，从而近似原始模型（2）。$\mathbf{M}_{\text{det.res}}$ 和 $\mathbf{M}^{\text{geom}}$ 也以类似方式组合，其中 [51],仅将衰减运算更准确地移至右侧，以便在系统响应矩阵运算之前执行，这符合直方图图像数据分区框架。

按照飞行时间正电子发射断层扫描仪的常见做法，我们采用列表模式最大似然期望最大化，将式（5）中的主要分箱求和替换为对每个测得的符合事件 $\epsilon \in \mathcal{E}$ [42] 求和。结合式（6），我们可以将式（5）改写如下：

$$\lambda_j^{(k+1)} = \frac{\lambda_j^{(k)}}{\sum_{i \in \mathcal{I}} n_i a_i \chi_{ij}} \sum_{\epsilon \in \mathcal{E}} \frac{n_{i_\epsilon} \chi_{(it)_\epsilon, j}}{\sum_{j' \in \mathcal{J}_\epsilon} n_{i_\epsilon} \chi_{(it)_\epsilon, j'} \lambda_{j'}^{(k)} + \hat{b}_{i_\epsilon}^*}. \tag{7}$$

其中 $\hat{b}_{i_\epsilon}^* = (\hat{r}_{i_\epsilon} + \hat{s}_{i_\epsilon})/a_{i_\epsilon}$。飞行时间信息通过时间展宽函数 K_{itj} 的张量形式嵌入系统响应矩阵中，表示为 $\chi_{it,\,j} = \chi_{ij} K_{itj}$ (在条件 $\sum_{t \in \mathcal{T}_i} \chi_{it,\,j} = \chi_{ij}$下) [52]。

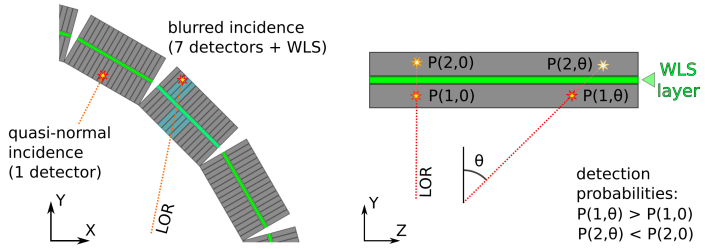

图 1：TB J-PET 中的击中：闪烁体以灰色表示，WLS 以绿色表示 [46]。

2.3. J-PET 的解析 *SRM*

对于多层模块化 TB J-PET 扫描仪，探测器 RM $\mathbf{M}_{\mathrm{det.res}}$ 难以估算，因为光子在发生散射前可能会穿过许多闪烁体（图 1，左）。另一方面，J-PET 条带在轴向上具有连续这一独特特征，因此我们可以假设探测概率随倾斜角 θ 平滑变化（图 1，右）。

基于 [53]，的思路，我们在横向平面上针对 J-PET 扫描仪中的背对背发射和探测进行了若干二维模拟。每次模拟均针对不同的 θ启动，其从 0 开始，以 $\pi/16$ 为步长递增；同时，相应地将衰减系数 $\mu = 0.096\,\mathrm{cm}^{-1}$（针对 EJ-230 闪烁体中的 511 千电子伏光子 [46]）调整为 $\mu/\cos\theta$。因此，每个 θ 的计数不仅反映了探测器模糊，也反映了灵敏度因子中的几何贡献 n_i。

在下一阶段，我们将模拟数据拆分为 J-PET 条带对，从而将分箱空间缩减至 $\mathcal{I} \subset \mathbb{R}^2$。接着，对每个分箱应用现象学拟合函数 $\chi_i(\cdot)$，以替代联合矩阵 χ_{ij} 和 n_i。为完善概率模型，我们使用了另外两个核函数： $H_{\mathrm{TOF}}(\cdot)$——用于考虑飞行时间信息——以及 $H_Z(\cdot)$——用于描述沿 Z 轴扩散的击中位置（闪烁体中的康普顿散射）（图 2，a）。

将笛卡尔体素坐标和击中时间（图 2 中的 t_1 和 t_2 ）用作上述函数的自变量并不实际。因此，我们针对响应线（LOR）定义了新变量——分别为沿响应线方向和法向的横向坐标 $l^{\parallel}$ 和 $l^{\perp}$ 。由此，我们得以采用 5 阶对数多项式作为拟合函数 $\chi_i\left(l^{\parallel}, l^{\perp}, \theta\right)$（图 2b）。完整表达式见附录。TOF 和 Z-核可以用高斯累积分布函数（CDF）表示：cdf(x， μ， σ)，其中 μ为均值， σ 为标准差（SD）：

$$
\begin{aligned}
H_{\mathrm{TOF}}(l^{\parallel}, l_0^{\parallel}) &= \mathrm{cdf}\left[l_{p+1}^{\parallel} - l^{\parallel}, l_0^{\parallel}, \sigma_{\mathrm{TOF}}^{\parallel}\right] - \mathrm{cdf}\left[l_p^{\parallel} - l^{\parallel}, l_0^{\parallel}, \sigma_{\mathrm{TOF}}^{\parallel}\right], \\
H_Z(z, l^{\parallel}) &= \mathrm{cdf}\left[z_{q+1} - z, z(l^{\parallel}), \sigma_Z\right] - \mathrm{cdf}\left[z_q - z, z(l^{\parallel}), \sigma_Z\right],
\end{aligned}
\tag{8}
$$

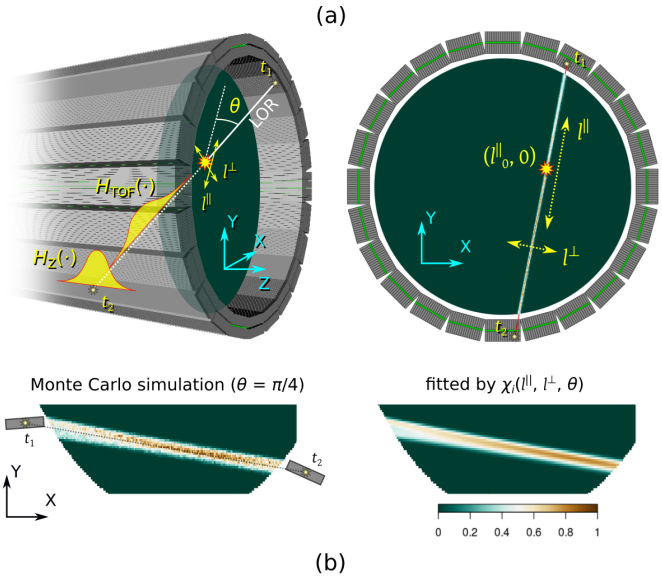

图2：模块化J-PET解析RM中所用变量和核函数的示意图（a）；一个示例分箱的模拟与拟合探测概率分布（b，条带ID为474和666）。点（$l^\parallel = l^\parallel_0$，$l^\perp = 0$）对应湮灭点。

其中，$l^\parallel$ 由 t_1 和 t_2 计算得出，且介于沿响应线分配的飞行时间分箱的横向投影 $l^\parallel_{p+1}$ 和 $l^\parallel_p$ 之间（与 STIR框架类似——见 [52]）；$l^\parallel_0$ 对应估计的 e^-e^+ 湮灭位置，而标准差 $\sigma^\parallel{}_{\text{飞行时间}} = \sigma_{\text{TOF}}\cos\theta$ 取决于符合时间分辨率 [44]。类似地，z 介于体素坐标 z_{q+1} 和 z_q之间，而轴向位置 $z(l^\parallel)$ 表示响应线上与 $l^\parallel$对应的点。请注意，$H_{\text{TOF}}(l^\parallel, l^\parallel_0)$ 是图 2a 所示初始倾斜飞行时间核的横向投影。

具有较大轴向视野的TB扫描仪还需要进行另一种轴向校正，以考虑视差效应 [54]。附加核函数 $H_Z^{\text{prlx}}(z, l^\parallel, i, \theta)$ 同时取决于分箱和体素，对于理想扫描仪而言呈三角形。$H_Z(\cdot)$ 被卷积 $H_Z^{\text{CRT}}(z^\parallel, l) * H_Z^{\text{prlx}}(z^\parallel, l, i, \theta)$ 替代，其中 CRT 表示高斯部分。

最后，式（7）中针对某些事件 ϵ 的概率 $\chi_{(it)_\epsilon, j}$ 替换如下：

$$\chi_{(it)_\epsilon,j} \to \chi_{i_\epsilon}\left(l^\parallel_j, l^\perp_j, \theta_\epsilon\right) \cdot H_{\text{TOF}}\left[l^\parallel_j, (l^\parallel_0)_\epsilon\right] \cdot \left[H_Z^{\text{CRT}}(z_j, l^\parallel_j) * H_Z^{\text{prlx}}(z_j, l^\parallel_j, i_\epsilon, \theta_\epsilon)\right]. \tag{9}$$

由于系统响应矩阵由拟合参数表示，因此其大小相对较小；扫描仪的对称性使其至少可缩小八倍——从 ~ 0.4 Gb 降至 ~ 50 Mb。

表1：两个模体的 GATE 仿真参数

模体	扫描仪长度	CRT	总活度	扫描时间
NEMA IEC	$L = 1400$ 毫米	191皮秒	59兆贝可	35秒，500秒
XCAT	$L = 2000$ 毫米	237皮秒	115 MBq	120 秒

2.4. GATE 仿真设置

24 模 TB J-PET 的模拟几何结构复现了我们先前的研究 [46]，旨在模拟 1.5 米、6 环的 PennPET Explorer 扫描仪（用于 NEMA 模体模拟）以及 2 米的 uEx- plorer（用于 XCAT） [24, 7]。单个模中的探测器排列（见图 1）如下：32 条截面为 30 mm $\times$ 6 mm 的矩形 EJ-230 塑料条，分两层排列，半径分别为 408.1 mm 和 443.1 mm；两层之间夹有一层 3 mm 厚的 WLS 闪烁体中间层。所有图中，EJ-230 均以灰色表示，WLS 均以绿色表示。

在 GATE 中进行了两项模拟：分别针对一个填充了溶解 ^{18}F-FDG 的放射性水、并置于 TB J-PET 扫描仪中心的 NEMA IEC 模体和静态XCAT体模（图 3a）。利用专用软件（见 [55]）定义 XCAT 活度和衰减（μ-）图。仿真参数见表1。NEMA IEC 的总活度和采集时间经过选择，以与我们先前的工作保持一致，即分别匹配 10^7（35秒扫描——见 [31, 56, 48]）或 153×10^6（500秒，与 [46] 中相同的数据集）的真事件数。对于 XCAT，115 MBq 的数值参考了在 uExplorer 中对 25 MBq 模体开展的类似研究 [24, 54], ，假设其灵敏度约比 2 m TB J-PET 高 $4.6\times$（见[46]）。扫描时长为 120 秒，介于针对较小模体所采用的时长之间；同时考虑到更长时间的诊断将需要运动校正。峰值活度浓度约为 22 千贝可/毫升（NEMA IEC）和 12.5 千贝可/毫升（XCAT），接近先前工作中针对不同长度的均匀细长源估算的噪声等效计数率（NECR）最大值 [46]。

2.5. 数据预处理、灵敏度和衰减校正

数据预筛选采用了先前研究中确立的标准：3 ns 符合时间窗，以及通过康普顿散射沉积的最低能量阈值 200 keV[31, 46]。大部分研究仅使用真实符合事件构成的数据。其他研究考虑了加性贡献 $b_i > 0$，并对响应线施加了一些几何限制（必须穿过模体），以及对击中之间的时间差进行限制（$c_0|t_1 - t_2| <$ 响应线长度， c_0 –空气中的光速）。表2展示了此类处理前后各类符合事件的分布情况（NEMA IEC 的 500 秒扫描所得比例与 35 秒扫描相似）。研究发现，几何筛选——与

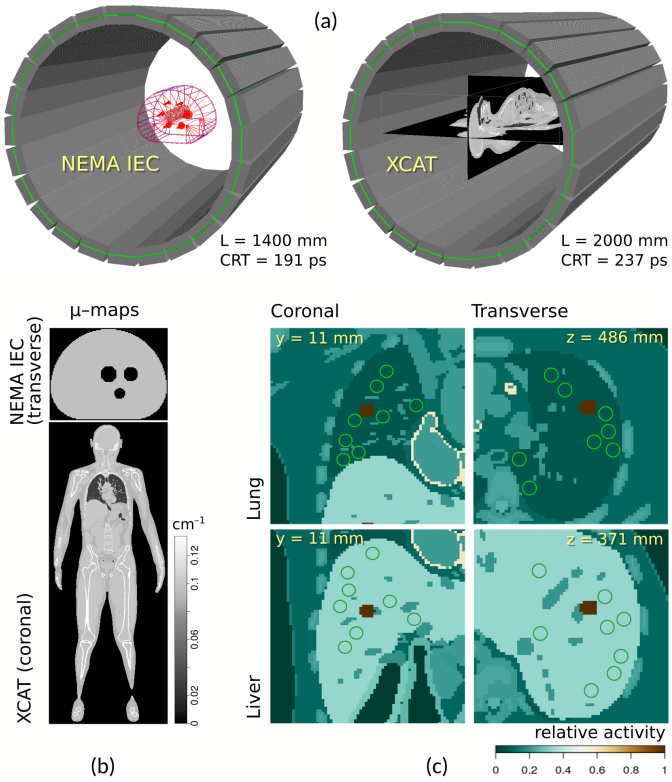

图3：TB J-PET扫描仪内的模拟模体（a）：NEMA IEC（以线框形式显示）和 XCAT（作为 μ-图），衰减图的横截面（b），模拟 XCAT 中 12 mm 球形病灶（实心红圈）的位置以及分配的背景感兴趣区（绿圈）（c）。

文献 [2] 中使用的方法类似——不会破坏真实事件和散射事件的泊松分布，但会剔除大量随机符合事件，尤其是 NEMA IEC 的随机符合事件。

对于列表模式格式，我们优先考虑算法性能而非数据缩减，因此存储了闪烁体标识符、预期的湮灭坐标、倾斜角 θ 以及两个击中的时间差（已按变量 l‖重新缩放）。每个事件约占 40 字节，最大的那个数据集（153×10^6 条记录）最多占用 6.5 Gb。重采样后，数据大小至少可以缩减一半。

J-PET 条带中的击中位置沿 Z 轴进行后处理展宽，采用标准差为 $\sigma_Z = 2.12$ mm 的正态分布，以反映 WLS 分辨率（半峰全宽）FWHM $= 5$ mm [47]。同样，击中时间也经过高斯展宽，展宽程度取决于符合时间分辨率；随着轴向视野增大，符合时间分辨率会降低 [46] （见表1）。

灵敏度和衰减校正（AC）因子合并到分母求和中

表2：GATE 符合统计（$\times 10^6$ 事件）

模体	True	模体散射	探测器散射	随机
NEMA IEC（35秒扫描）				
初始	10.24 (23.2%)	14.67 (33.2%)	4.69 (10.6%)	14.51 (32。9%)
筛选后	10.11 (46.7%)	6.72 (31.0%)	4.29 (19.8%)	0.55 (2.5%)
XCAT				
初始	42.34 (16.1%)	66.72 (25.4%)	12.04 (4.6%)	141.14 (53.9%)
筛选后	41.03 (33.2%)	50.77 (41.1%)	10.98 (8.9%)	20.66 (16.7%)

（7），使用解析 SRM模型（9），并在倾斜角 θ 上进行积分：

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} n_i a_i \chi_{ij} \to \sum_{i\in\mathcal{I}} \int_\theta a_{i,\theta} \cdot \chi_i \left(l_j^{\parallel}, l_j^{\perp}, \theta \right) d\theta. \tag{10}$$

因子 $a_{i,\theta}$ 是使用预定义的 μ- 映射通过加速Siddon投影器 [57] 计算得到的（图 3，b）。我们认为，式 (10) 右侧的函数 $\chi_i(\cdot)$ 已将几何贡献 n_i 嵌入其中。

2.6. 散射校正

为了更好地分析RM模型的影响，我们主要关注包含真符合的子集，以便 $b_{i_\epsilon}^* = 0$。不过，也进行了若干包含加性因子的参考测试（见表2）。目前有一项研究正在专门开展J-PET中随机事件的高级分类，因此我们着重研究模体内部的散射校正。利用STIR重建框架中的单次散射模拟（SSS）脚本 [1] [58, 59], ，为每个模体生成了低分辨率SSS正弦图（48个视角，轴向环差 $\Delta z = 66$ 毫米），并采用与模块化J-PET内半径相匹配的理想圆柱形扫描仪几何结构。列表模式散射贡献$\hat{} s_{i_\epsilon}$ 通过以下方式估算：

[1]使用了 STIR 3.0版。

进行插值，并除以AC因子 a_{i_ϵ}。由于STIR未考虑分箱灵敏度（正确评估加性校正所必需），因此还根据SRM模型（9）对数值进行了归一化，即总和 $\sum_{j\in\mathcal{J}_\epsilon}\chi_{i_\epsilon}(\cdot)H_{\mathrm{TOF}}(\cdot)H_Z(\cdot)$。

2.7. 参考TOF MLEM

将重建得到的活度浓度与采用CASToR框架 [60], 中的列表模式TOF MLEM获得的结果进行了比较。对于多层全身J-PET而言，后者比STIR更易于使用。它使用线投影器计算SRM，且没有为$\mathbf{M}_{\mathrm{det.res}}$设置默认模型。为与AC保持一致，我们选择了加速Siddon投影器。CASToR不具备用于计算探测器归一化因子和散射校正的内部功能。前一个问题通过提供蒙特卡罗模拟灵敏度图（针对两种扫描仪长度）得到解决，随后根据该框架的要求将其转换为列表模式。由于CASToR没有SSS实现，因此仅重建真事件的数据，并将其与我们的结果进行比较。

2.8. 图像质量和真实值指标

根据NEMA，图像质量参数——对比度恢复系数（CRC）和背景变异（BV）——使用预定义的圆形感兴趣区域（ROI），对包围横断位上六个NEMA IEC球体且与其中心相交的区域进行定性描述 [61], 从而反映临床成像条件。在背景区域中，每个球体还绘制了十二个以其为中心的附加ROI，这些ROI与主平面的距离分别为 ±10 mm和 ±20 mm。

直径为 d 的高活度（活度较高）或冷（无活度）球体的对比度恢复系数 $\mathrm{CRC}_{H,d}$ 和 $\mathrm{CRC}_{C,d}$ 按如下方式估算：

$$\mathrm{CRC}_{H,d}=\frac{\frac{\mu_{H,d}}{\mu_{B,d}}-1}{\alpha-1},\quad \mathrm{CRC}_{C,d}=1-\frac{\mu_{C,d}}{\mu_{B,d}}, \tag{11}$$

其中，$\mu_{H,d}$、 $\mu_{C,d}$ 和 $\mu_{B,d}$ 分别是高活度或冷球体周围相应感兴趣区以及背景的平均强度； α 是高活度区域与背景之间的活度比（局部对比度）。

球体的背景变异取决于背景的标准差 $\sigma_{B,d}$：

$$\mathrm{BV}_d=\frac{\sigma_{B,d}}{\mu_{B,d}}, \tag{12}$$

$$\sigma_{B,d}=\sqrt{\frac{1}{N_{\mathrm{ROI}}-1}\sum_{i=1}^{N_{\mathrm{ROI}}}(\mu_{B,d,i}-\mu_{B,d})^2},\ N_{\mathrm{ROI}}=60. \tag{13}$$

在我们的仿真中，NEMA IEC 的四个较小球体（直径分别为 10 mm、13 mm、17 mm 和 22 mm）被设为热区，其活度高于 $4\times$ 背景，而另外两个球体（28 mm、

37 mm）被设为冷区。为模拟 NEMA 要求对多个测量结果中的 (11)–(12) 求平均，我们随机抽取了 30 组背景感兴趣区。

类似地，我们在 XCAT 的肺部和肝脏区域分别模拟了两个球形 12 毫米病灶，位置分别为 $(x,\ y,\ z)$ = (90 mm, 11 mm, 486 mm) 和 $(x,\ y,\ z)$ = (90 mm, 11 mm, 371 mm)（图 3c）。局部对比度分别设为 16 : 1（肺部）和 3 : 1（肝脏），与文献 [54] 的研究类似。为估算对比度恢复系数和背景变异，在病灶周围及附近背景区域绘制了感兴趣区。由于缺少具有均匀活度的区域，感兴趣区数量减少至 8 个（总计 40 个）。为进一步拓展研究，使用两组感兴趣区进行图像质量分析，这些感兴趣区分别绘制在横断位（XY）和冠状位（XZ）平面上（图 3c）。

作为补充指标，我们采用重建图像 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle$ 与初始放射性示踪剂分布 $\boldsymbol{\lambda}^{(\mathrm{GT})}$（真实值，GT）之间的均方根误差（RMSE）和结构相似性指数（SSIM），其定义如下 [62]:

$$\mathrm{RMSE}_{\mathrm{GT}} = \sqrt{\frac{1}{N_{\mathrm{vox}}} \sum_{j=1}^{N_{\mathrm{vox}}} \left(\langle \lambda_j \rangle - \lambda_j^{(\mathrm{GT})} \right)^2}, \tag{14}$$

$$\mathrm{SSIM}_{\mathrm{GT}} = \frac{(2\mu_\lambda \mu_{\mathrm{GT}} + c_1)\,(2\sigma_{\mathrm{cov}} + c_2)}{(\mu_\lambda^2 + \mu_{\mathrm{GT}}^2 + c_1)\,(\sigma_\lambda^2 + \sigma_{\mathrm{GT}}^2 + c_2)}, \tag{15}$$

其中，N_{vox} 为体素总数，$c_1 = (0\ 01L)^2$、$c_2 = (0\ 03L)^2$ 是取决于两幅图像峰值强度 L的常数，μ_λ、μ_{GT} 为平均值，σ_λ^2、σ_{GT}^2 为方差，σ_{cov}为 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle$ 与 $\boldsymbol{\lambda}^{(\mathrm{GT})}$之间的协方差。理想情况下，均方根误差为零，结构相似性指数为一。

2.9. 编程工具与计算资源

模拟和分析使用了带有向量化函数 [63, 64]的 R/Rcpp 库。可执行程序以多线程模式在 CIŚ 集群的 48 个常规节点上运行 [2] (Intel Xeon E5-2680v2，128 GB RAM)。

3. 结果

我们对 SRM 进行建模，并为 2.5 mm × 2.5 mm × 2.5 mm 体素重建数据。核函数（8）的标准差反映了 WLS 的符合时间分辨率和轴向分辨率：$\sigma_{\mathrm{TOF}} = c_0 \cdot$符合时间分辨率/($4\sqrt{2}\log 2$)（较短和较长的 J-PET 分别为 12.2 mm 和 15.1 mm），$\sigma_Z = 2.12$ mm。（8）中的飞行时间分箱差设为低于 σ_{TOF}，即 $l_{p+1}^{\parallel} - l_p^{\parallel} = 5.0$ mm。

每幅重建图像均重新缩放为千贝可/毫升：进行归一化，使其总和与模体的真实活度（表1）一致，随后再除以体素的体积。

我们将使用以下飞行时间最大似然期望最大化表示法：

[2] CIŚ – Świerk信息中心：https://www.cis.gov.pl/

– “无 RM”：CASToR 中的参考算法，不考虑探测器和轴向模糊；– “基于图像的 PSF”：CASToR 的实现，采用图像域平移不变的响应矩阵核 [30, 60]。点扩散函数（PSF）建模为高斯卷积滤波器，其半高全宽分别设为 5.5 mm 和 7.0 mm，对应横向分量和轴向分量——接近专门研究 [46] 中估算的 PSF；– “原始”：我们的算法，采用真实的解析 RM。

3.1. NEMA IEC 模体

图4和图5分别展示了采用不同分辨率模型对35秒和500秒扫描数据进行重建后，NEMA IEC 模体的横断位（$z = 37$ mm）和冠状位（$y = 0$ mm）横截面。原始飞行时间最大似然期望最大化算法的局部对比度略优于 CASToR 的点扩散函数，在第一幅图中尤为明显，表明其分辨率恢复效果更好。未使用分辨率模型会显著增加噪声（图5顶行）；而平移不变点扩散函数在边缘处产生了更明显的伪影（吉布斯过冲），并且随着较大数据集的迭代次数增加而加重，尤其沿轴向更为明显，而我们的实现中未观察到这种情况。

图4（底行）还展示了采用包含所有加性贡献（“所有符合事件”）的数据集并进行散射校正后的结果。对于不含随机事件和探测器散射的数据，所得图像非常相似（见表2），但仍不如仅包含真符合事件的情况——热球体中的活度浓度较低。为区分不同结果，我们检查了用于重建的三种符合事件数据的差异图像：真符合（T）、真符合与模体散射（T +phantom scattered，T + PS）以及所有类型（All）。如图6所示，加性因子主要影响高活度区域（见一维剖面）。中心处可见轻微的轴向不一致性，尤其体现在冠状切片中重建活度之间的差异 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle^{(\mathrm{All})} - \langle \boldsymbol{\lambda} \rangle^{(\mathrm{T})}$。我们发现，这与几何预滤波无关，且无法通过对$\hat{s}_{i_\epsilon}$重新归一化来消除。推测进一步改进单散射模拟方法会有所帮助——可采用能量窗调整（我们使用默认的350 keV–650 keV）、提高正弦图分辨率和/或纳入飞行时间信息。

3.2. 静态*XCAT*体模

图 7 展示了模拟XCAT体模沿 Y 轴的最大强度投影（MIPs）及其各种横截面，这些图像根据飞行时间最大似然期望最大化的设置以及构成数据集的符合事件类型，在第 7 次和第 15 次迭代后重建。与 NEMA IEC 中的情况类似，对于真事件，基于图像的 PSF（CASToR）与我们的方法之间差异细微

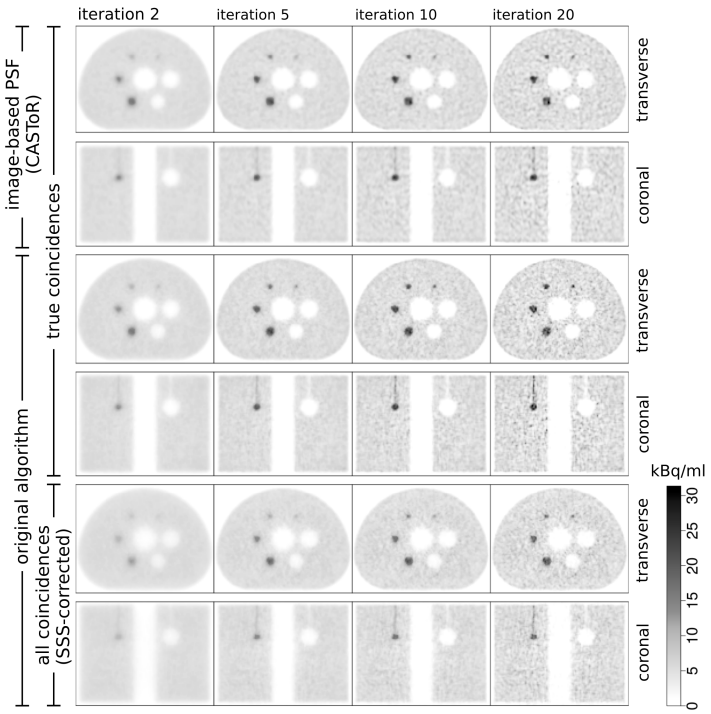

图 4：采用不同的飞行时间最大似然期望最大化实现方式，并使用数据集中包含的不同符合类型，对模拟的 35秒扫描所重建的 NEMA IEC 模体进行选定横截面展示。

这种差异主要出现在病灶周围、脑区（冠状切片）以及远离轴向视野中心的位置（手掌、腿部）。

通过比较重建活度 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle$ 与真实值 – $\boldsymbol{\lambda}^{(\mathrm{GT})}$的差异，可以获得更多细节。观察图 8 上方的躯干区域可见，即使与含有加性成分的数据相比，PSF 校正的边缘保留效果也更差。逼真的系统响应矩阵建模可实现更高的空间分辨率，并更准确地重建远离扫描仪中心的区域。图 8 底部的直方图也显示，我们的方法所得结果更加对称。在存在体模散射事件的情况下（T $+$ PS），单次散射模拟校正后仍残留一些噪声，但远少于未校正图像（右侧）中的噪声，且直方图中的偏差得到校正。值得注意的是，散射校正数据的差异 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle^{(\mathrm{All})} - \boldsymbol{\lambda}^{(\mathrm{GT})}$ 及其直方图与 T $+$ PS 的结果接近，尽管其中存在随机符合事件（未显示）。

3.3. 图像质量

图 9 上方展示了三种 NEMA IEC 球体（两个热球体和一个冷球体）的估计 CRC(BV) 依赖关系。这些结果分别基于 35 秒（左）和 500 秒（右）的扫描，采用了多种飞行时间最大似然期望最大化

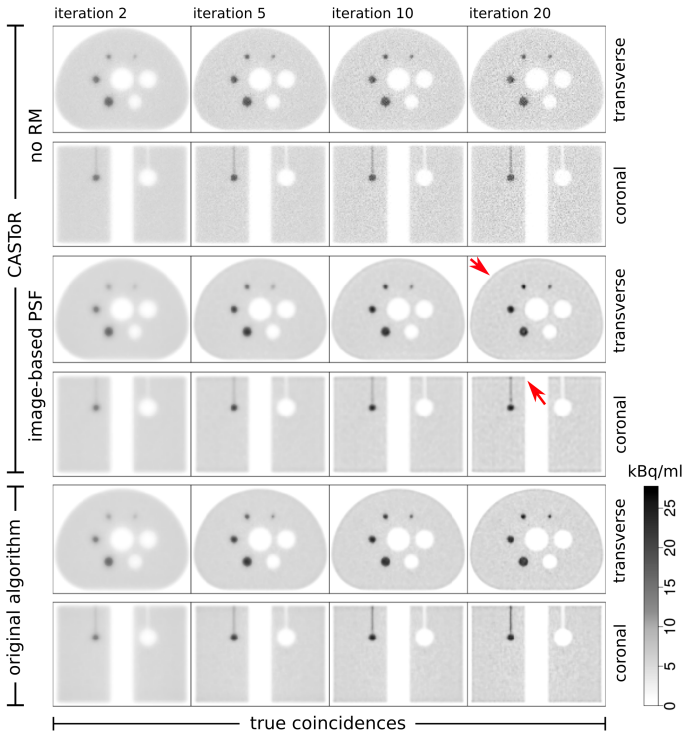

图 5：使用各种飞行时间最大似然期望最大化实现方法，对模拟的 500 秒扫描（仅真事件）重建得到的 NEMA IEC 模体选定横截面。箭头指示了可见吉布斯过冲的位置。

变体。考虑到感兴趣区选择导致的 CRC 方差（以“原始（T）”的带状区域表示），与 CASToR 使用的单个 Siddon 投影器（仅使用真事件）相比，无论是否采用固定的高斯点扩散函数核，真实 RM（9）的曲线都更优，更接近理想点 CRC $= 1$、BV $= 0$。原始算法的收敛速度也更快，但对于 NEMA IEC，其 BV 高于参考方法（采用点扩散函数），尤其是在扫描时间较短时，这表明需要进行正则化。我们还观察到，22 毫米球体（NEMA IEC）和肝脏中的 12 毫米病灶（XCAT）的 CRC 有所下降，这与飞行时间最大似然期望最大化设置和 PET 数据并无直接关系。

正如预期，散射校正数据的局部对比度较差；在存在随机事件和探测器散射事件时，局部对比度会进一步降低（图 9，左上）。不过，对于肝脏 XCAT 区域内的两种感兴趣区分配方法（底部较亮的实心三角形），我们发现存在不一致之处。推测在进行 CRC(BV) 评估时，应采用不同于 [54] 中所提出方法的另一种方法。

尽管我们可以区分各种飞行时间最大似然期望最大化设置的结果，但图像质量评估仍可进一步从感兴趣区的选择和/或 s-

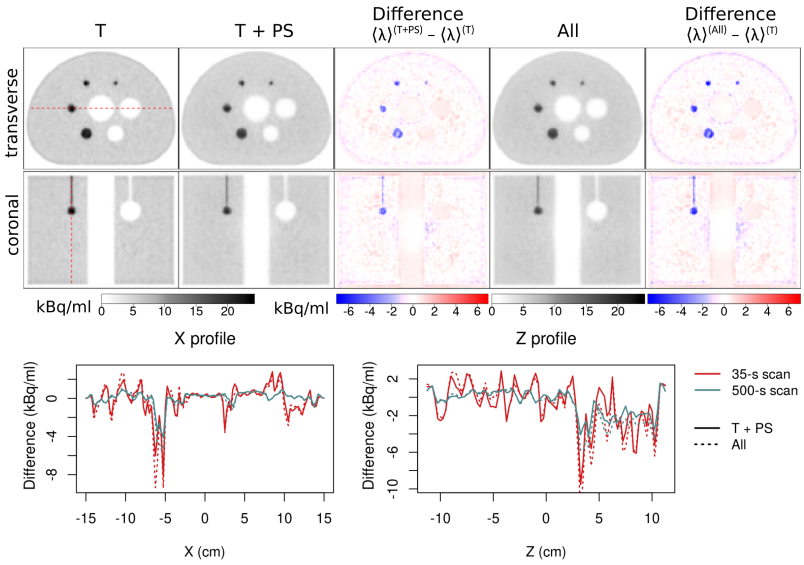

图 6：上：NEMA IEC 活度浓度 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle$ 及差值图像，分别根据真实符合事件（T）、真实 + 体模散射符合事件（T +PS）或所有类型的符合事件（All）重建（第 15 次迭代，500 秒扫描）。下：沿横截面中虚线绘制的一维差值剖面。

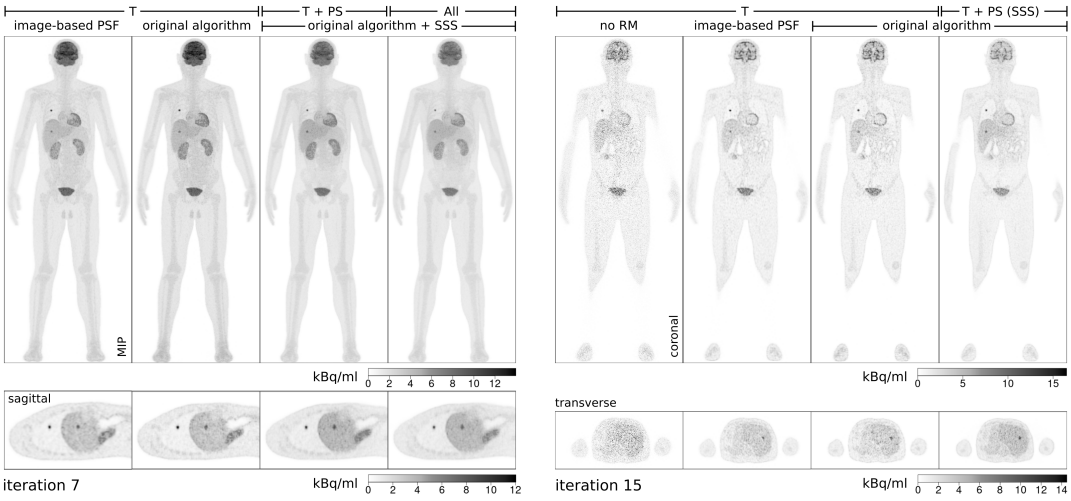

图 7：采用数据集中包含的各种飞行时间最大似然期望最大化实现方式及符合类型重建的 XCAT 部分最大强度投影和横截面。选择这些切片以覆盖 12 毫米病灶：$x = 90$ 毫米（矢状位，躯干部分）、 $y = 11.25$ 毫米（冠状位）和 $z = 371.25$ 毫米（横断位，穿过肝脏）。T – 真实符合事件，T + PS – 真实 + 体模散射符合事件，All – 所有类型的符合事件。

根据 NEMA 的要求，对多次测量/模拟结果取平均等方面加以改进。

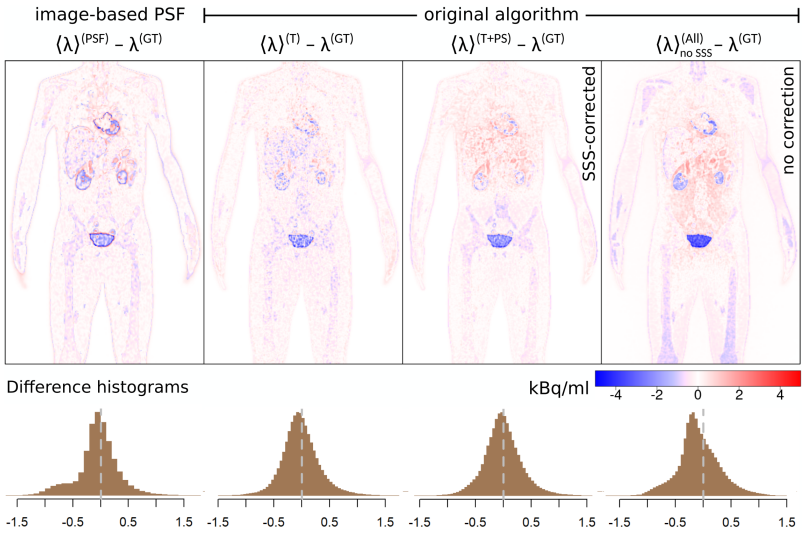

图8：经过第7次迭代后，不同重建 XCAT 活度浓度的 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle - \boldsymbol{\lambda}^{(\mathrm{GT})}$ 差值的部分冠状面横截面（$y = -6.25$ mm，包含手臂），以及在条件 $\boldsymbol{\lambda}^{(\mathrm{GT})} > 0$ 下为体素生成的相应直方图（下）。

3.4. 真实值指标

图10汇总了不同分辨率模型和数据集的 $\mathrm{RMSE}_{\mathrm{GT}}$ 与 $\mathrm{SSIM}_{\mathrm{GT}}$估计结果。缺少 RM模型会导致 GT 指标明显变差（未展示）。一个有趣的观察是，对于 NEMA IEC，采用平移不变点扩散函数得到的 $\mathrm{RMSE}_{\mathrm{GT}}$和 $\mathrm{SSIM}_{\mathrm{GT}}$优于我们的模型（真事件），尤其是在 500 秒扫描中。另一个出乎意料的结果是，由散射校正数据重建的 NEMA IEC（其中包含不完整的加性因子，T + PS）的 $\mathrm{RMSE}_{\mathrm{GT}}$ 低于“仅真实值”情况（$\mathrm{SSIM}_{\mathrm{GT}}$并未出现这种情况）。这两个问题似乎与模体有关，因为在 XCAT 中观察到了相反且更符合逻辑的规律：使用原始 RM模型计算出的指标最佳，而采用 CASToR 的静态点扩散函数卷积时指标最差。

最佳（最小）均方根误差$_{\mathrm{GT}}$ 通常对应较少的迭代次数，而最佳（最大）结构相似性指数$_{\mathrm{GT}}$则对应较多的迭代次数。后者的曲线更加一致（见图10），这证明在衡量自然图像在各种失真 [62]下的质量时，结构相似性指数优于均方根误差。

4. 讨论

目前报告的新型飞行时间最大似然期望最大化方法的结果总体令人鼓舞，但还需要进行更多测试，以明确我们的实现与参考方法之间的差异。因此，我们将

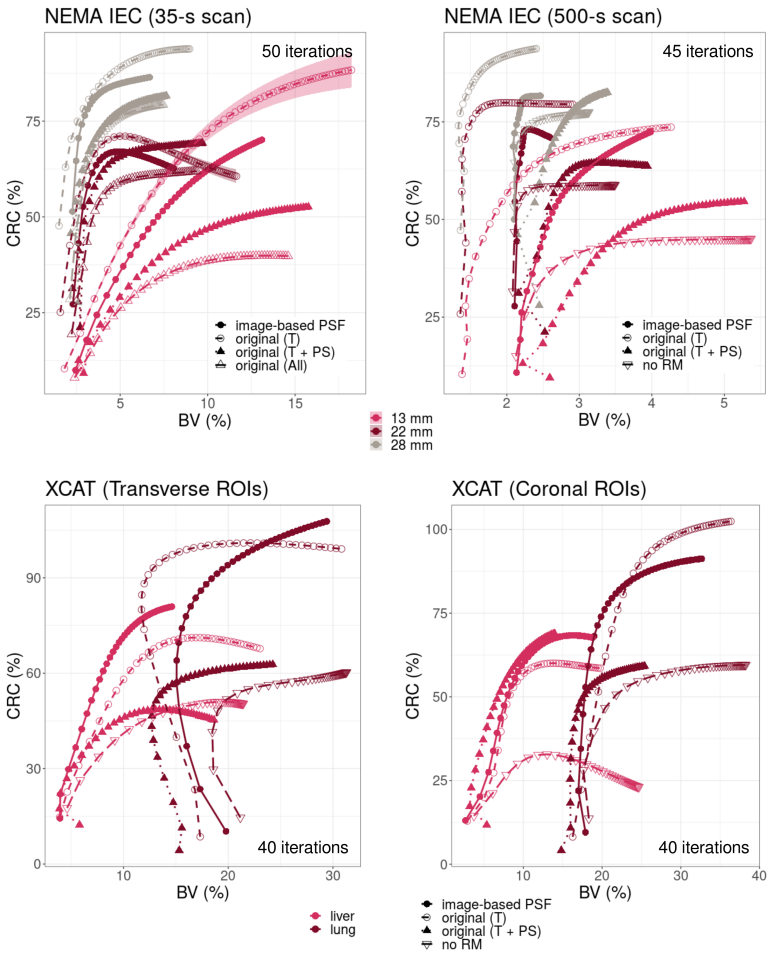

图9：采用飞行时间最大似然期望最大化重建的 NEMA IEC（上）和 XCAT（下）的图像质量参数，具体取决于数据集中的 RM、符合类型和 ROI 定义方法（XCAT）。带状区域表示 CRC 的标准差，反映了 NEMA IEC（左上）中不同 ROI 选择的影响。

讨论模体的影响以及核的作用——卷积点扩散函数，或一维函数 $H_{\mathrm{TOF}}(\cdot)$ 和$H_Z(\cdot)$。

4.1. 模体在均方根误差$_{GT}$ 和结构相似性指数$_{GT}$ 评估中的作用

如图10所示，对于较长的 NEMA IEC 扫描，平移不变点扩散函数校正产生了最佳的均方根误差$_{\mathrm{GT}}$ 和结构相似性指数$_{\mathrm{GT}}$。除非考虑到该模体的具体特征，否则这一结果可能会产生误导——该模体相对较小，且位于轴向视野中心。固定点扩散函数不会增强模糊效应，而 NEMA IEC 体积的大部分区域具有均匀活度，$4\times$ 低于热球体中的活度，因此对这些指标的贡献最大。换言之，“背景

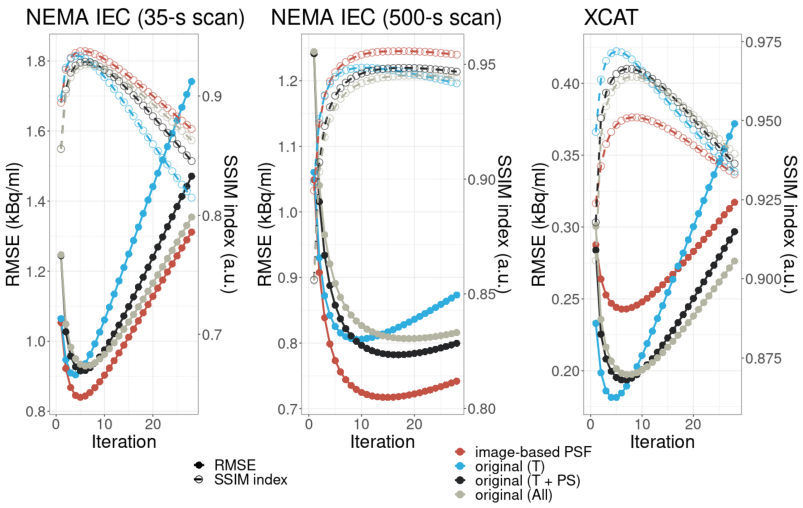

图10：$\mathrm{RMSE}_{\mathrm{GT}}$ 和 $\mathrm{SSIM}_{\mathrm{GT}}$ 在 30 次迭代中的变化，取决于模体、RM、扫描时间以及数据集中的符合类型。

体积”越平滑，我们得到的数值就越好。相比之下，XCAT 中的活度分布更加“多样化”，因此在图10中，各条曲线之间更容易区分。

图10所示的准渐近收敛也可能表明，基于图像的 PSF 起到了正则化作用。如果再应用图像域惩罚技术，新型飞行时间最大似然期望最大化的结果会更好，这一点已在一项专门研究 [48]中探讨。

4.2. 核形状和尺寸

探测到的发射事件数量相对较少或存在加性因子时，可以简化 RM 核，在性能、噪声和图像质量之间进行权衡。首先，值得将多项式拟合函数 $\chi_i\left(l^{\parallel}, l^{\perp}, \theta\right)$（图2，b）改为对数尺度，并排除一些无关项（见附录）。

使用 35 秒的 NEMA IEC数据集，我们还探究了飞行时间以及 Z核的作用，并对卷积 $H_Z^{\mathrm{CRT}}(\cdot) * H_Z^{\mathrm{prlx}}(\cdot)$采用简化模型。图11，a 展示了 $\mathrm{RMSE}_{\mathrm{GT}}$ 和 $\mathrm{SSIM}_{\mathrm{GT}}$的迭代进展；这两项指标分别针对精确计算的 $H_Z^{\mathrm{prlx}}(\cdot)$（“真实”值）以及使用具有相同半高全宽的简化（三角形）核进行估算。虽然差异几乎不可见，但性能仍有所提升 $2\times$。这表明核形状的作用较小，CRC(BV)的依赖关系也证实了这一点，两者同样十分接近（未显示）。

图 11a 展示了三角形模型的另外两条曲线，其中 SDs σ_{TOF}和 σ_Z 被有意放大（“模糊化”）或缩小（“收缩”）了 50%。可以看出，这种调整对结果造成的不利影响，比改变核形状更为显著，如图所示

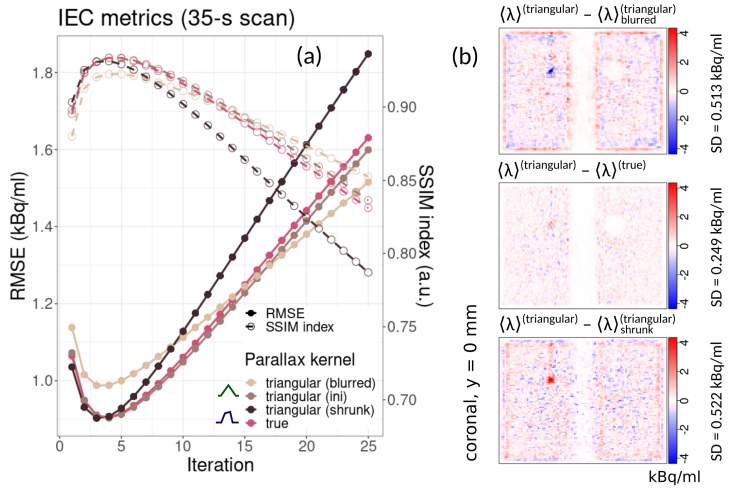

图 11：GT 指标随迭代次数的变化 (a)，以及重建的 NEMA IEC 扫描（第 13 次迭代）与真实值之间的差异 (b)，随 RM 核参数的变化。

图 11b 展示了第 13 次迭代时图像之间的差异，此时 GT 指标彼此接近。这也进一步凸显了准确评估 J-PET 分辨率的必要性，因为最优的 σ_{TOF} 和 σ_Z 直接取决于此。

4.3. CASToR 中的 *PSF* 调整

由于原始飞行时间最大似然期望最大化重建得到的活度浓度与 CASToR 使用卷积器时的结果接近，我们测试了对基于图像的 PSF 进行“调谐”，以考察其对结果的影响。具体做法是将高斯卷积核所用的半高全宽 $\times 1.5$ 缩小或增大。相应数值范围为：横断位 3.3 mm–7.5 mm，轴向 5.0 mm–11.25 mm。

图 12 汇总了部分结果。对冠状位 XCAT 横截面中脑部和躯干部位的特写进行了比较，选取的是结构相似性指数最高的迭代结果$_{\mathrm{GT}}$。对于 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle - \boldsymbol{\lambda}^{(\mathrm{GT})}$，标准差和均方根误差$_{\mathrm{GT}}$ 在采用“默认”半高全宽时达到绝对最小值，这对应于我们早期研究中估计的最佳 PSF [46]。缩小（“收缩”）后的核具有更高的对比度，但也比我们的算法产生更多噪声。随着半高全宽进一步增大，PSF 校正呈现出类似正则化的效果：结构相似性指数$_{\mathrm{GT}}$ 在 20 次迭代后渐近收敛。然而，这也会降低对比度，且边缘保留效果较差，这一点在差异图像中清晰可见（图 12，b-c）。对相同迭代次数重建的图像也观察到了类似规律。

分析证明，初始核的选择是合理的，而且我们的 RM模型优于固定的基于图像的 PSF 卷积。进一步进行正则化或许有助于防止

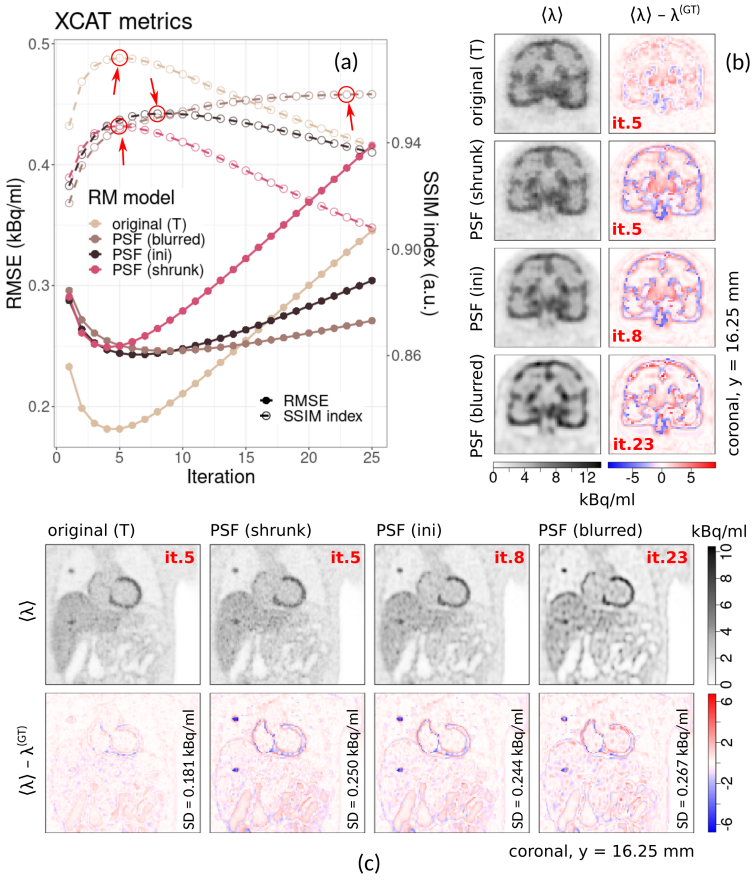

图12：GT 指标在25次迭代中的变化（a），重建的XCAT中脑部（b）和躯干（c）周围的示例冠状面横截面（结构相似性指数$_{\mathrm{GT}}$ 最高时的迭代次数由红色箭头指出），以及相应的差异图像 $\langle \boldsymbol{\lambda} \rangle - \boldsymbol{\lambda}^{(\mathrm{GT})}$，具体取决于RM模型。

意外伪影的出现。

4.4. 算法局限性与潜在升级

使用对数多项式 $\chi_i\left(l_j^{\parallel}, l_j^{\perp}, \theta\right)$ 的主要动机是J-PET闪烁体在轴向上的连续性；若用于多环扫描仪，则需要进行重大重新设计（目前正在GATE中测试）。此外，与CASToR中使用的射线驱动Siddon 投影器相比，在湮灭点周围的体积内逐体素重新计算SRM显然更慢，这是未来需要解决的挑战。如前所示，严格RM可以简化以提升性能，但其优化可能需要专门研究（见 [56]）。

另一方面，我们预计，真实的系统响应矩阵具有更可控的行为，便于进一步扩展——涵盖所有加性校正、正电子射程和非共线性，或应用正则化

（ [48]中报告了部分测试）。探测器模糊$\mathbf{M}_{\mathrm{det.res}}$ 的建模相当准确，图像质量和边缘保留证明了这一点（图8）——即使存在误差 $\hat{\mathbf{b}}$，其效果也优于基于图像的 PSF。此外，如表2所示，不可忽略 γ光子在探测模块内（包括波长移位条中）的散射（见图1）。这证实了有必要采用比基于模体的单次散射模拟更先进的散射校正方法。

理论上，可以将解析RM嵌入CASToR，从而使用外部SRM——这是一个很有前景的方向，但目前尚无工具能够直接处理WLS等无源元件中的衰减和散射。

最后，我们预计飞行时间最大似然期望最大化将应用于多光子成像 [2]。由于分箱空间大得多，采用基于蒙特卡罗的系统响应矩阵建模并不切实际，但可以使用多个投影算子，以类似的方式在线处理 $\mathbf{M}_{\mathrm{det.res}}$ 。另一个问题涉及积分（10），计算其中的衰减因子开销过大。这似乎是未来亟待解决的一项重大挑战。

5. 结论

我们针对为下一代TB J-PET扫描仪设计的原始飞行时间最大似然期望最大化断层重建算法开展了专门研究，使用在与类似研究和/或当前临床PET系统所用扫描仪几何结构相一致的条件下，对NEMA IEC和静态XCAT体模进行模拟所得的扫描数据。

利用 J-PET 设计（此处将其作为多层系统的示例），我们通过二维蒙特卡罗模拟，并对每对闪烁体条分别进行对数多项式拟合，建立了系统响应矩阵移变部分的模型。进一步扩展系统响应矩阵，以纳入飞行时间信息、轴向模糊和视差校正，从而为扫描仪构建真实的重建矩阵，并将其用于计算灵敏度和衰减因子。移变系统响应矩阵还可由多个投影算子实时估算，未来可能适用于多光子成像。

我们使用不同采集时长的模拟数据测试了这一新算法，并在后处理中分别仅保留真事件、真事件与体模散射事件，或所有类型的符合事件。我们将飞行时间最大似然期望最大化重建的数据，与 CASToR 软件中的参考方法进行了比较；该方法未使用基于图像的重建矩阵，或使用通用的基于图像的重建矩阵。结果表明，所提出的重建矩阵在视觉和定量评估上均可靠，评估依据包括图像质量、真实值指标和差异图像分析。加入加性因子后，结果略逊于仅使用真事件的情况，但在边缘保留方面优于参考方法。

未对以 R/Rcpp 编写的脚本进行基准分析。不过，该软件支持并行运行，并有望迁移到专用平台，

例如图形处理单元。采用更简单的核组件来构建分辨率模型，可以进一步提升性能。结合探索用于拟合平移不变SRM部分的替代函数，这可能成为进一步改进分辨率模型的有效策略，以考虑非共线性和正电子射程，并纳入惩罚项或更高级的加性校正。

致谢

本研究获得波兰科学基金会通过 TEAM POIR.04.04.00-00- 4204/17、波兰国家科学中心（项目编号：2021/42/A/ST2/00423、2021/43/B/ST2/02150 和 2020/37/N/NZ7/04106）以及教育与科学部（项目编号：SPUB/SP/530054/2022）的资助。此外，本研究还获得了卓越倡议战略计划下 SciMat 和 qLife 优先研究领域的资助，以及雅盖隆大学的资助（项目 CRP/0641.221.2020）。

附录：SRM拟合函数

为表示移变系统响应矩阵元素 χ_{ij}，我们将其在探测器空间中的分量建模为关于倾斜度 θ 和横向变量 $l_j^{\parallel}$、 $l_j^{\perp}$ 的解析函数 $\chi_i\left(l_j^{\parallel}, l_j^{\perp}, \theta\right)$，其中这两个横向变量分别表示沿响应线和垂直方向上的第 j 个体素位置（见（ 9 ）和图 2 ）。我们发现，采用包含 35 个自由系数 $A_0 \ldots A_{34}$ 的对数多项式表达式时，蒙特卡罗模拟数据最适合用 R 回归函数 lm() 拟合：

$$
\begin{aligned}
&\log\left[\chi_i\left(l_j^{\parallel}, l_j^{\perp}, \theta\right)+1\right]=\exp[\\
&A_0+A_1 l_j^{\parallel}+A_2\left|l_j^{\parallel}\right|+A_3\left(l_j^{\parallel}\right)^2+ \\
&A_4 l_j^{\perp}+A_5\left(l_j^{\perp}\right)^2+A_6\left(l_j^{\perp}\right)^3+A_7\left(l_j^{\perp}\right)^4+A_8\left(l_j^{\perp}\right)^5+ \\
&A_9 \tan\theta+A_{10} \tan^2\theta+ \\
&A_{11} l_j^{\parallel} l_j^{\perp}+A_{12} l_j^{\parallel}\left(l_j^{\perp}\right)^2+A_{13} l_j^{\parallel}\left(l_j^{\perp}\right)^3+A_{14} l_j^{\parallel}\left(l_j^{\perp}\right)^4+ \\
&A_{15}\left|l_j^{\parallel}\right| l_j^{\perp}+A_{16}\left|l_j^{\parallel}\right|\left(l_j^{\perp}\right)^2+A_{17}\left|l_j^{\parallel}\right|\left(l_j^{\perp}\right)^3+A_{18}\left|l_j^{\parallel}\right|\left(l_j^{\perp}\right)^4+ \\
&A_{19}\left(l_j^{\parallel}\right)^2 l_j^{\perp}+A_{20}\left(l_j^{\parallel}\right)^2\left(l_j^{\perp}\right)^2+A_{21}\left(l_j^{\parallel}\right)^2\left(l_j^{\perp}\right)^3+ \\
&A_{22} l_j^{\parallel} l_j^{\perp} \tan\theta+A_{23} l_j^{\parallel}\left(l_j^{\perp}\right)^2 \tan\theta+A_{24} l_j^{\parallel}\left(l_j^{\perp}\right)^3 \tan\theta+ \\
&A_{25}\left|l_j^{\parallel}\right| l_j^{\perp} \tan\theta+A_{26}\left|l_j^{\parallel}\right|\left(l_j^{\perp}\right)^2 \tan\theta+A_{27}\left|l_j^{\parallel}\right|\left(l_j^{\perp}\right)^3 \tan\theta+ \\
&A_{28}\left(l_j^{\parallel}\right)^2 l_j^{\perp} \tan\theta+A_{29}\left(l_j^{\parallel}\right)^2\left(l_j^{\perp}\right)^2 \tan\theta+ \\
&A_{30} l_j^{\parallel} l_j^{\perp} \tan^2\theta+A_{31} l_j^{\parallel}\left(l_j^{\perp}\right)^2 \tan^2\theta+ \\
&A_{32}\left|l_j^{\parallel}\right| l_j^{\perp} \tan^2\theta+A_{33}\left|l_j^{\parallel}\right|\left(l_j^{\perp}\right)^2 \tan^2\theta+ \\
&A_{34}\left(l_j^{\parallel}\right)^2 l_j^{\perp} \tan^2\theta].
\end{aligned}
\tag{.1}
$$

点 ($l_j^{\parallel}=0,\ l_j^{\perp}=0$) 表示 LOR中心。采用对数刻度和模$|l_j^{\parallel}|$大幅降低了均方根误差，而多项式中的某些项（包含 $(l_j^{\parallel})^3, \tan^3\theta$ 或更高次项）由于 p 值较高而被排除（可在 R [63] 的拟合摘要中查看）。

参考文献

[1] A. Alavi 等，“PET成像对医学研究和日常实践产生的非凡且革命性的影响”，*Bio-Algorithms and Med-Systems*，第17卷，第203–212页，2022年1月。

[2] P. Moskal 等，“利用新型多光子PET扫描仪进行正电子素成像”，*ScienceAdvances*，第7卷，第42期，2021年10月。

[3] P. Moskal 等，“利用正电子素湮灭断层成像检验正电子素湮灭衰变中的CPT对称性”，*Nature Communications*，第12卷，第5658页，2021年12月。

[4] S. R. Cherry等，“全身PET：最大限度提高灵敏度，为临床研究和患者护理创造新机遇”，《核医学杂志》，第59卷，第1期，第3–12页，2018年1月。

[5] T. Tsuda 等，“飞行时间正电子发射断层成像探测器中四层DOI信息对时间分辨率的优势”，载于*2008*年*IEEE*核科学研讨会会议记录。IEEE，2008年10月，第3926–3929页。

[6] R. Marcinkowski 等，“基于单体LYSO和数字硅光电倍增管、用于专用小动物正电子发射断层成像系统的亚毫米DOI探测器”，《医学与生物学物理》，第61卷，第5期，第2196–2212页，2016年3月。

[7] J. S. Karp等，“PennPET Explorer：全身成像仪的设计与初步性能”。《核医学杂志》：*Society of Nuclear Medicine*官方出版物，第61卷，第1期，第136–143页，2020年1月。

[8] N. A. Karakatsanis等，“采用稀疏探测器模块环或棋盘式配置的自适应轴向视野PET扫描仪的物理性能”，《医学与生物学物理》，第67卷，第105010页，2022年5月。

[9] S. Gundacker等，“采用 L(Y)SO 实现 100 ps 分辨率的飞行时间正电子发射断层成像：实验与理论分析”，*Journal of Instrumentation*，第 8 卷，第 07 期，页码 P07014–P07014，2013 年 7 月。

[10] P. Moskal等人，“基于塑料闪烁体的J-PET扫描仪单模测试”，《核物理研究中的仪器与方法*A*辑：加速器、谱仪、探测器及相关设备》，第764卷，第317–321页，2014年11月。[11] Ł. Kapłon和G. Moskal，“用于塑料闪烁体剂量测定的蓝色发光聚苯乙烯闪烁体”，*Bio-Algorithms and Med-Systems*，第17卷，第191–197页，2021年9月。[12] P. Lecoq 等，“元闪烁体：TOF-PET应用的新成果”，《*IEEE*辐射与等离子体医学科学汇刊》，第6卷，第5期，第510–516页，2022年。[13] F. Pagano 等，“异质结构闪烁体的进展：迈向新一代TOF-PET探测器”，《医学与生物学物理》，第67卷，第13期，第135010页，2022年7月。[14] P. Mohr 等，“利用异质结构闪烁体进行正电子发射断层成像的图像重建分析”，《*IEEE*辐射与等离子体医学科学汇刊》，第1–1页，2022年。[15] L. M. Carter 等，“正电子射程对PET分辨率的影响：利用幻影和PHITS蒙特卡罗模拟评估传统及非传统放射性核素”，《分子影像与生物学》，第22卷，第1期，第73–84页，2020年2月。[16] T. Matulewicz，“用于 $\beta^+\gamma$ PET和诊疗一体化的放射性原子核：候选物精选”，*Bio-Algorithms and Med-Systems*，第17卷，第235–239页，2022年1月。[17] J. Choiński和M. Łyczko，“用于诊疗一体化的放射性同位素及放射性生物偶联物的生产前景”，*Bio-Algorithms and Med-Systems*，第17卷，第241–257页，2022年1月。[18] M. Pałka 等，“用于高精度时间（20 ps RMS）和电荷测量的多通道基于FPGA的多阈值系统”，*Journal of Instrumentation*，第12卷，第08期，第P08 001–P08 001页，2017年8月。[19] G. Korcyl 等，“基于FPGA片上系统设备的单芯片实时断层成像数据处理评估”，《*IEEE* 医学影像汇刊》，第37卷，第11期，第2526–2535页，2018年11月。[20] E. Yoshida 等，“全伽马成像：结合康普顿成像的新型PET概念”，《医学与生物学物理》，第65卷，第12期，第125013页，2020年6月。[21] S. I. Kwon等，“超快计时实现无重建正电子发射成像”，《自然·光子学》，第15卷，第914–918页，2021年12月。[22] A. Mehranian、H. Zaidi和A. J. Reader，“磁共振引导的脑部PET-MR活度与衰减联合重建”，《神经影像》，第162卷，第276–288页，2017年11月。

[23] K. Ote 等，“使用深度图像先验的列表模式PET图像重建”，2022年4月。[在线]。可访问：http://arxiv.org/abs/2204.13404[24] R. D. Badawi 等，“使用EXPLORER全身PET扫描仪开展的首次人体成像研究”，《核医学杂志》，第60卷，第3期，第299–303页，2019年3月。[25] J. van Sluis 等，“数字化Biograph Vision PET/CT系统的性能特征”，《核医学杂志》，第60卷，第7期，第1031–1036页，2019年7月。[26] B. A. Spencer 等，“基于NEMA NU 2-2018标准的uEXPLORER全身PET/CT扫描仪性能评估，以及用于表征长轴向视野PET扫描仪的附加测试”，《核医学杂志》，第62卷，第6期，第861–870页，2021年6月。[27] I. Alberts 等，“长轴向视野PET/CT的临床性能：Biograph Vision Quadra与Biograph Vision PET/CT的头对头个体内比较”，《欧洲核医学与分子影像学杂志》，第48卷，第2395–2404页，2021年7月。[28] G. A. Prenosil等，“采用NEMA NU 2-2018标准评估具有长轴向视野的Biograph Vision Quadra PET/CT系统的性能特征”，《核医学杂志》，第63卷，第476–484页，2022年3月。[29] N. Efthimiou，“全身成像PET图像重建面临的新挑战”，《*PET*临床》，第15卷，第4期，第453–461页，2020年10月。[30] J. Zhou和J. Qi，“使用带因子分解系统矩阵和图像域分辨率模型的高效全三维列表模式TOF PET图像重建”，《医学与生物学物理》，第59卷，第3期，第541–559页，2014年2月。[31] L. Raczyński 等，“使用全变分正则化的三维TOF-PET图像重建”，*Physica Medica*，第80卷，第230–242页，2020年12月。[32] I. Häggström 等，“DeepPET：直接求解PET图像重建逆问题的深度编码器–解码器网络”，《医学图像分析》，第54卷，第253–262页，2019年5月。[33] W. Whiteley 等，“FastPET：使用神经网络对PET组织图像数据进行近实时重建”，《*IEEE*辐射与等离子体医学科学汇刊》，第5卷，第1期，第65–77页，2021年1月。[34] A. Mehranian和A. J. Reader，“使用前向–后向分裂期望最大化的基于模型的深度学习PET图像重建”，《*IEEE*辐射与等离子体医学科学汇刊》，第5卷，第1期，第54–64页，2021年1月。

[35] A. J. Reader 和 G. Schramm，“用于 PET 图像重建的人工智能”，《核医学杂志》，第 62 卷，第 10 期，1330–1333 页，2021 年 10 月。[36] L. A. Shepp 和 Y. Vardi，“ 发射断层成像的最大似然重建”，《*IEEE* 医学影像汇刊》，第 1 卷，第 2 期，113–122 页，1982年10月。[37] A. J. Reader 等，“用于 PET 图像重建的深度学习”，《*IEEE*辐射与等离子体医学科学汇刊》，第 5 卷，第 1 期，1–25 页，2021年1月。[38] K. Gong等，“MAPEM-Net：一种用于全三维 PET 图像重建的展开神经网络”，载于第*15*届放射学与核医学全三维图像重建国际会议，S. Matej 和 S. D. Metzler 编。SPIE，2019年5月，第 102 页。[39] C. Le Loirec 和 C. Champion，“医学相关正电子发射体的径迹结构模拟。第一部分：允许衰变同位素的情形”，《核仪器与方法物理研究*A*辑：加速器、光谱仪、探测器及相关设备》，第 582 卷，第 2 期，644–653 页，2007年11月。[40] W. W. Moses，“PET 空间分辨率的基本极限”，《核仪器与方法物理研究*A*辑：加速器、光谱仪、探测器及相关设备》，第 648 卷，S236–S240 页，2011年8月。[41] P. Moskal等，“使用 J-PET 断层扫描仪进行正电子素成像的可行性研究”，《医学与生物学物理》，第 64 卷，2019年。[42] H. H. Barrett、T. White 和 L. C. Parra，“列表模式似然”，《美国光学学会杂志*A*辑》，第 14 卷，第 11 期，第 2914 页，1997年11月。[43] L. Raczyński等，“利用塑料闪烁体中的电压信号进行击中位置重建的新方法及其在正电子发射断层成像中的应用”，《核仪器与方法物理研究*A*辑：加速器、光谱仪、探测器及相关设备》，第 764 卷，186–192 页，2014年11月。[44] P. Moskal 等，“采用矩阵式光电倍增管读出的 J-PET 断层扫描仪塑料闪烁体条的时间分辨率”，《医学与生物学物理》，第 61 卷，第 5 期，2025–2047 页，2016年3月。[45] P. Moskal 和 E. Ł. St˛epień，“使用塑料闪烁体进行全身 PET 成像的前景与临床展望”，《*PET*临床》，第 15 卷，第 4 期，439–452 页，2020年。

[46] P. Moskal 等，“模拟模块化全身 J-PET 扫描仪的 NEMA 特性——一种采用塑料闪烁体的经济型全身 PET 扫描仪”，《医学与生物学物理》，第 66 卷，第 17 期，第 175015 页，2021年9月。[47] J. Smyrski 等，“使用波长位移条测量伽马量子在塑料闪烁体中的相互作用点”，《核仪器与方法物理研究*A*辑：加速器、光谱仪、探测器及相关设备》，第 851 卷，39–42 页，2017年4月。[48] R. Shopa，“用于全身 J-PET 短时扫描的高质量迭代飞行时间最大似然期望最大化重建”，载于*RAP*会议论文集。Sievert协会，2021年。[49] S. Jan 等，“GATE：一种用于 PET 和单光子发射计算机断层成像的仿真工具包”，《医学与生物学物理》，第 49 卷，第 19 期，4543–4561 页，2004年10月。[50] K. Lange 和 R. Carson，“发射和透射断层成像的期望最大化重建算法。”《计算机辅助断层成像杂志》，第 8 卷，第 2 期，306–16 页，1984年4月。[51] S. Matej等，“使用视角分组直方图图像进行高效三维飞行时间 PET 重建：DIRECT——飞行时间直接图像重建”，《*IEEE* 医学影像汇刊》，第 28 卷，第 5 期，739–751 页，2009 年 5 月。[52] N. Efthimiou 等，“ 在 STIR 库中实现并验证适用于列表模式和正弦图投影数据的飞行时间 PET 图像重建模块”，《医学与生物学物理》，第 64 卷，第 3 期，第 035004 页，2019年1月。[53] A. Strzelecki，“使用计算加速器进行条形正电子发射断层扫描仪的图像重建与仿真”，博士论文，波兰科学院，克拉科夫，2016年。[54] X. Zhang 等，“使用 2 米长 EXPLORER 扫描仪进行全身 PET 成像的定量图像重建”，《医学与生物学物理》，第 62 卷，第 6 期，2465–2485 页，2017年3月。[55] W. P. Segars 等，“四维 XCAT 体模在生物医学成像及其他领域的应用”，《*IEEE* 医学影像汇刊》，第 37 卷，第 3 期，680–692 页，2018年3月。[56] R. Y. Shopa 等，“面向全身 J-PET 在线成像的基于事件的飞行时间滤波反投影优化”，《医学图像分析》，第 73 卷，第 102199 页，2021 年。[57] F. Jacobs 等，“ 一种计算像素或体素空间中精确射线路径的快速算法 ”，《计算与信息技术杂志》，第 6 卷，第 1 期，89–94 页，1998年。

[58] I. Polycarpou 等，“使用不同散射水平近似方法对三维正电子发射断层成像中的散射校正进行比较评估”，《核医学年鉴》，第25卷，第9期，第643–649页，2011年11月。[59] K. Thielemans 等，“STIR：断层图像重建软件第2版。”《医学与生物学物理》，第57卷，第4期，第867–83页，2012年2月。[60] T. Merlin 等，“CASToR：用于多模态、多维断层重建的通用数据组织与处理代码框架”，《医学与生物学物理》，第63卷，第18期，文章编号185005，2018年9月。[61] “美国国家电气制造商协会，NEMA-NU-2标准”，2012年。[62] Z. Wang 等，“图像质量评估：从误差可见性到结构相似性”，*IEEE*图像处理汇刊，第13卷，第4期，第600–612页，2004年4月。[63] R核心团队，《R：用于统计计算的语言和环境》，R统计计算基金会，奥地利维也纳，2020年。 [在线]。网址：https://www.r-project.org/[64] D. Eddelbuettel 和 R. François，“Rcpp：无缝集成 R 与 C++ ”，《统计软件杂志》，第40卷，第8期，2011年。