# 测量超快时间箱量子比特

Fr´ed´eric Bouchard,[1,*] Kent Bonsma-Fisher,[1] Khabat Heshami,[1,2] Philip J. Bustard,[1]
Duncan England,[1] and Benjamin Sussman[1,2]
[1] *National Research Council of Canada, 100 Sussex Drive, Ottawa, Ontario K1A 0R6, Canada*
[2] *Department of Physics, University of Ottawa, Advanced Research Complex,25 Templeton Street, Ottawa ON Canada, K1N 6N5*

时间-bin量子高维态已成为许多量子光子学应用中一种颇具前景的编码平台。然而，相较于重构式探测，时间-bin量子高维态需要进行高效的单次测量，这一要求限制了它们在实验中的广泛应用。在此，我们提出一种高效方法，用于测量时间-bin量子高维态的任意叠加态，并验证了该方法可用于维度4。该方法基于在皮秒时间尺度上对时间箱进行编码，这也称为超快时间箱。通过这种方式，我们能够使用稳健且相位稳定的单空间模式时间干涉仪，在不同测量基下测量时间-bin量子高维态。

arXiv:2302.03045v1 [quant-ph] 6 Feb 2023

## 引言

光子量子信息在更广泛的量子技术生态系统中发挥着核心作用 [1]。事实证明，在量子层面对光进行操控，是量子信息处理 [2], 、量子通信 [3], 和量子传感 [4] 等多种应用中不可或缺的工具。高保真度地高效测量光子量子态，是这些量子技术的核心。具体而言，可以通过多种物理实现方式将信息编码到光子上。能够高效承载量子信息的光子自由度包括但不限于偏振 [5], 、时间箱 [6, 7], 、频率箱 [8], 、位置箱 [9], 、空间模式 [10], 、时间模式 [11], 以及电磁场正交分量 [12]。由于易于生成、操控和探测，偏振一直是编码光子量子信息的首选自由度。然而，人们也在研究其他替代方案，以拓展光子在各种量子信息任务中的潜在应用。

其他光子自由度，例如时间和频率，或位置和动量，在偏振编码受限之处或许能带来尚未开发的新优势。这些自由度的一项显著优势是其高维特性，即量子位；而偏振本质上是二维的，即量子比特。高维量子系统已被视为量子信息处理应用 [13, 14] 以及量子力学基础问题 [15, 16]的重要资源。在量子通信中，量子位在信息容量 [17] 和噪声容限 [18]方面具有优势。更一般而言，量子信息处理需要更大的编码空间，以执行模拟、计算或传感任务 [19]。

尽管时间-bin量子比特已广泛应用于许多量子信息任务中，时间-bin量子高维态仍然相对较少受到研究。这可归因于缺乏高效、灵活且高保真的测量方案。在此，我们提出了一种能够高效、高保真地测量时间-bin量子高维态的技术，并且该技术满足大多数量子信息任务的要求。我们开展了一项原理验证量子密钥分发（QKD）实验，以展示该技术的优势与便利性。

光子的时间箱态在计算基中易于测量，而在叠加基中却难以测量。快速单光子探测器能够直接探测光子的到达时间，从而直接测量光子在计算基中的状态，即 $|t_n\rangle \in \{|t_0\rangle,\ |t_1\rangle,\ \ldots\ldots |t_{d-1}\rangle\}$，其中 $d$ 为编码空间的维数。时间-bin量子高维态也可以制备为由时间箱叠加态构成的互补无偏基（MUB）元素。在维数为 $d$时，一个互补无偏基示例如下：

$$|\varphi_n\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{m=0}^{d-1} \exp\left[\frac{2\pi i n m}{d}\right] |t_m\rangle, \qquad (1)$$

对于 $n = 0,\ 1,\ \ldots\ldots,\ d-1$。这里，我们考虑维度4中的以下互补无偏基； $|\phi_0\rangle = (|t_0\rangle + |t_1\rangle + |t_2\rangle + |t_3\rangle)/2$、$|\phi_1\rangle = (|t_0\rangle - |t_1\rangle + |t_2\rangle - |t_3\rangle)/2$、 $|\phi_2\rangle = (|t_0\rangle + |t_1\rangle - |t_2\rangle - |t_3\rangle)/2$和 $|\phi_3\rangle = (|t_0\rangle - |t_1\rangle - |t_2\rangle + |t_3\rangle)/2$。在这些互补无偏基中，通常需要对时间箱之间进行干涉测量。这通常通过使用不平衡干涉仪（或延时干涉仪） [20, 21] 来实现。在这种配置中，干涉仪两臂之间的光程差被设定为与时间箱之间的时间间隔相对应。这样便能获得特定时间箱态的相对相位信息，但通常需要级联光程差各不相同的延时干涉仪，才能获得由互补无偏基元素编码的整体态的测量结果 [22, 23]。使用无源元件时，这种方法效率较低，因为延时干涉仪中的时间偏移也会导致不产生干涉的事件，无法提供有用的相位信息。这类无源装置的固定延迟必须相对于

* frederic.bouchard@nrc-cnrc.gc.ca

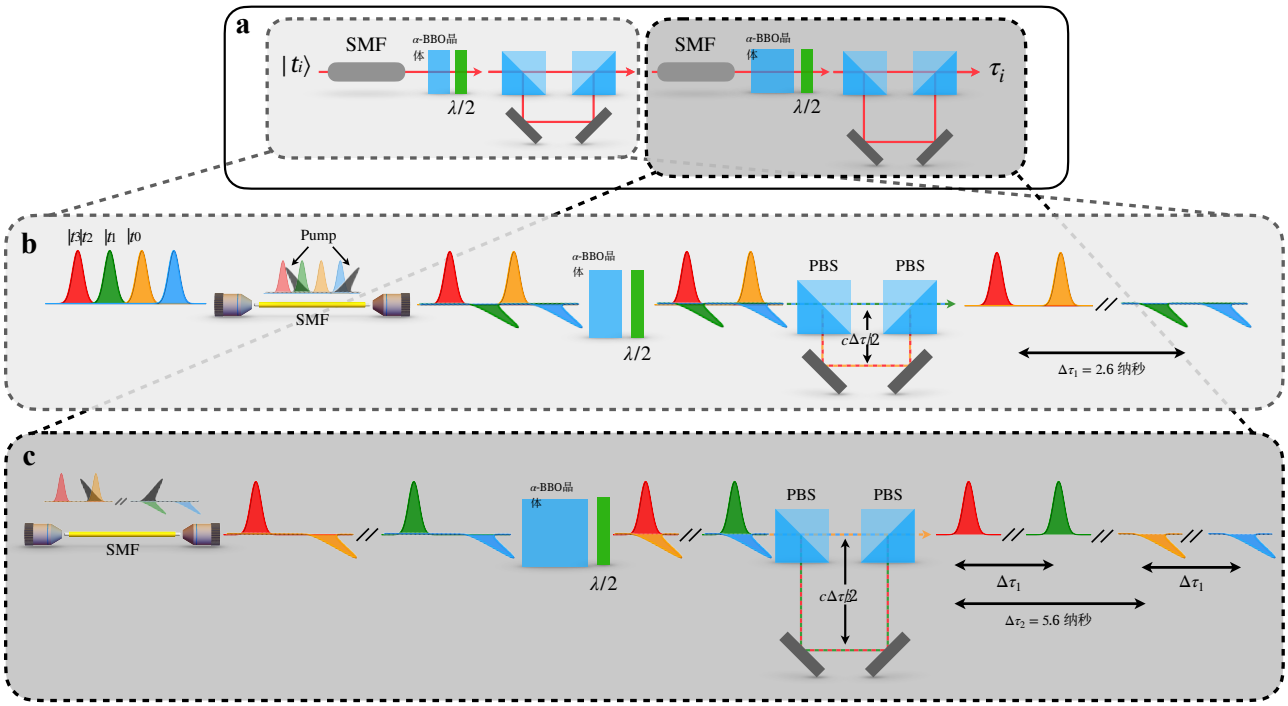


图 1. **在计算基中测量时间-bin量子高维态**。用于测量维度为 $d = 4$ 的计算基时间-bin量子高维态的简化实验装置。**(a)** 制备计算基时间-bin量子高维态 $|t_i\rangle$，并将其送入一段 14 厘米的单模光纤（SMF），该光纤充当非线性介质；随后通过一块 5 毫米的 $\alpha$-BBO晶体和一个偏振时间延迟装置。作为第二阶段，信号被送入另一段单模光纤，随后通过一块 10 毫米的 $\alpha$-BBO晶体和另一个偏振时间延迟装置。**(b)** 使中心波长为 $\lambda_{\text{pump}}$ 的强泵浦脉冲与时间箱 $t_0$ 和 $t_2$ 重叠。时间 $t_1$ 和 $t_3$ 的时间箱偏振保持不变，而时间 $t_0$ 和 $t_2$ 的时间箱偏振则旋转 $\pi/2$。 $\alpha$-BBO晶体将时间箱 $t_1$ 和 $t_3$ 的脉冲转换到时间箱 $t_0$ 和 $t_2$。各臂之间光程差为 80 厘米、对应时间偏移为 $\Delta\tau_1 = 2.6$ 纳秒的偏振时间延迟装置，用于在时间上将不同偏振分离到不同的纳秒尺度时间 -bin 中。**(c)** 随后，信号被送入第二段单模光纤，在此强泵浦脉冲与量子信号重叠。特定时间箱会因非线性介质中的强泵浦脉冲而发生偏振旋转。最后，使用 $\alpha$-BBO晶体和各臂之间光程差为 170 厘米、对应时间偏移为 $\Delta\tau_2 = 5.6$ 纳秒的偏振时间延迟装置，在时间上将不同偏振分离到额外的纳秒尺度时间-bin中。由于计算基量子位此时已编码在纳秒级时间间隔的时间箱中，且该间隔大于探测器的定时抖动，因此可使用单光子探测器直接测量最终态。

探测器抖动和脉冲持续时间所允许的不同时间箱保持干涉稳定，这往往需要主动进行相位稳定。

为了克服被动干涉仪装置效率低下的问题，可以引入有源元件，避免发生不产生干涉的事件。这可以通过快速电光调制器实现，也可以利用强脉冲激光器 [24–26] 产生的光学克尔效应，实现交叉相位调制等光学非线性。然而，要高效地单次测量时间-bin 叠加态，就必须实现有源光学元件与延时干涉仪的恰当组合。最近，我们展示了超快时间-bin 的应用，其中时间-bin 量子比特编码在皮秒级脉冲上 [27]。采用这一时间尺度的主要优势之一，是时间箱之间的间隔显著缩短。这直接使延时干涉仪的光程差缩短至仅几百微米，从而有望实现紧凑型延时干涉仪，并在较长时间内保持内在的被动相位稳定性。最后，研究人员还提出并通过数值模拟考察了基于快速光学调制和光谱相位调制的其他配置 [28, 29], ，但迄今尚未有相关实验演示的报道。

## 实验

在此，我们提出并通过实验展示了一种可在单次测量中测量时间-bin量子高维态的技术。随后，我们在一项高维量子通信原理验证演示中检验了该测量方案的实用性。我们实现了维度为 $d = 4$ 的超快时间-bin量子高维态，时间箱间隔为

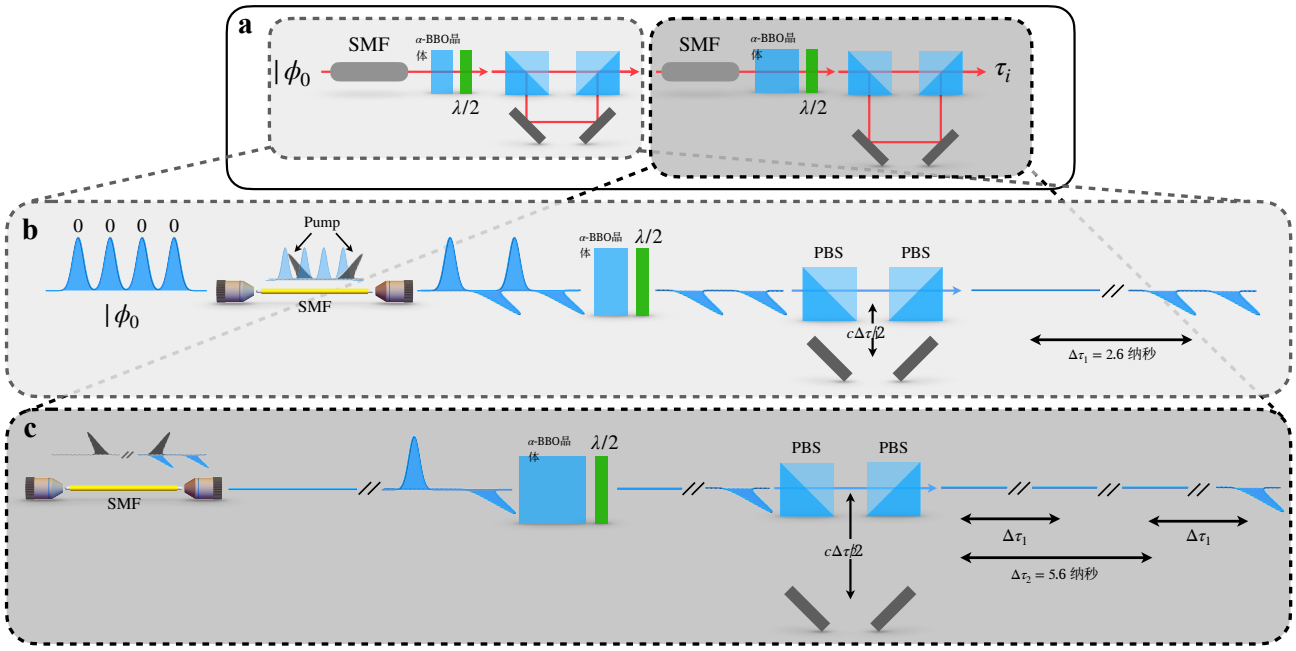


图 2。**测量叠加基中的时间-bin量子高维态**。用于测量维数为 $d = 4$ 的叠加时间-bin量子高维态的简化实验装置。**(a)** 制备叠加时间-bin量子高维态 $|\phi_0\rangle$，并将其发送至一根长 14 cm 的单模光纤（SMF），该光纤充当非线性介质；随后信号经过一块 5 mm 的 $\alpha$-BBO 晶体、一个半波片（$\lambda/2$）和一个偏振时间延迟器。作为第二级，信号被发送至第二根单模光纤，随后经过一块 10 mm 的 $\alpha$-BBO晶体、一个半波片和另一个偏振时间延迟器。**(b)** 中心波长为 $\lambda_{\text{pump}}$ 的强泵浦脉冲与时间箱 $t_0$ 和 $t_2$ 重合。时间 $t_1$ 和 $t_3$ 处时间箱的偏振保持不变，而时间 $t_0$ 和 $t_2$ 处时间箱的偏振旋转 $\pi/2$。由一块 $\alpha$-BBO晶体和一个半波片 $\lambda/2$ 组成的组合器件，使时间箱 $t_1$ 和 $t_3$ 处的脉冲与时间箱 $t_0$ 和 $t_2$ 处的脉冲发生干涉。偏振时间延迟器的两臂之间光程差为 80 cm，对应的时间偏移为 $\Delta\tau_1 = 2.6$ 纳秒，用于在时间上将不同偏振分离到不同的纳秒尺度时间-bin中。**(c)** 随后，信号被发送至第二根单模光纤，强泵浦脉冲在其中与量子信号重合。特定时间箱中的信号会由于非线性介质内的强泵浦脉冲而发生偏振旋转。最后，利用 $\alpha$-BBO晶体、半波片和偏振时间延迟器，将不同偏振在时间上分离到额外的纳秒尺度时间-bin中；该延迟器两臂之间的光程差为 170 cm，对应的时间偏移为 $\Delta\tau_2 = 5.6$ 纳秒。由于叠加量子位现在编码在具有纳秒级时间间隔的时间箱中，且该时间间隔大于探测器的定时抖动，因此最终状态可直接使用单光子探测器进行测量。参见图 6-8，了解状态 $|\phi_1\rangle$、$|\phi_2\rangle$ 和 $|\phi_3\rangle$ 在实验装置中的演化过程。

$\tau = 2.25$ps。时间箱之间较小的时间差使我们能够使用紧凑型延时干涉仪。具体而言，我们利用正交线偏振态在双折射晶体中经历的群折射率差异，实现了共线延时干涉仪。由于延时干涉仪的两条臂 均处于单一空间模式中，因此具有内禀相位稳定性。在信号波长为 $\lambda_{\text{signal}} = 720$nm时，一块长 $\alpha$毫米的β-硼酸钡（BBO晶体）可使正交线偏振脉冲之间产生 $\tau = 2.25$ ps的群延迟。

在计算基中，使用超快偏振开关（UPS）测量时间箱态，其中待测时间箱的偏振被旋转 90°角。UPS通过强泵浦脉冲在一段14厘米长的SM600单模光纤（SMF）中产生交叉相位调制来实现。值得注意的是，在我们的实验中，诱导非线性相移所需的脉冲能量为 $\Delta\phi = \pi$，远低于光纤发生光损伤的阈值。UPS的开关效率 $\eta$ 由 [30]给出

$$\eta = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right), \tag{2}$$

其中，$\theta$ 是泵浦光与信号脉冲偏振方向之间的夹角，$\Delta\phi = 8\pi n_2 L_{\text{eff}} I_{\text{pump}}/3\lambda_{\text{signal}}$ 是泵浦脉冲在单模光纤中引起的非线性相移，$n_2$ 是单模光纤的非线性折射率，$L_{\text{eff}}$ 是非线性介质的有效长度，$I_{\text{pump}}$ 是泵浦脉冲的强度。为实现最大开关效率，泵浦脉冲的偏振方向与信号脉冲的偏振方向成 $\theta = \pi/4$ 角，并调节泵浦强度以达到 $\Delta\phi = \pi$。通过级联两个 UPS，实现时间-bin量子高维态的单次测量，见图 1。采用相同的实验装置并增加半波片，也可以测量在叠加基中制备的时间-bin量子高维态，见图 2 和附录 A。

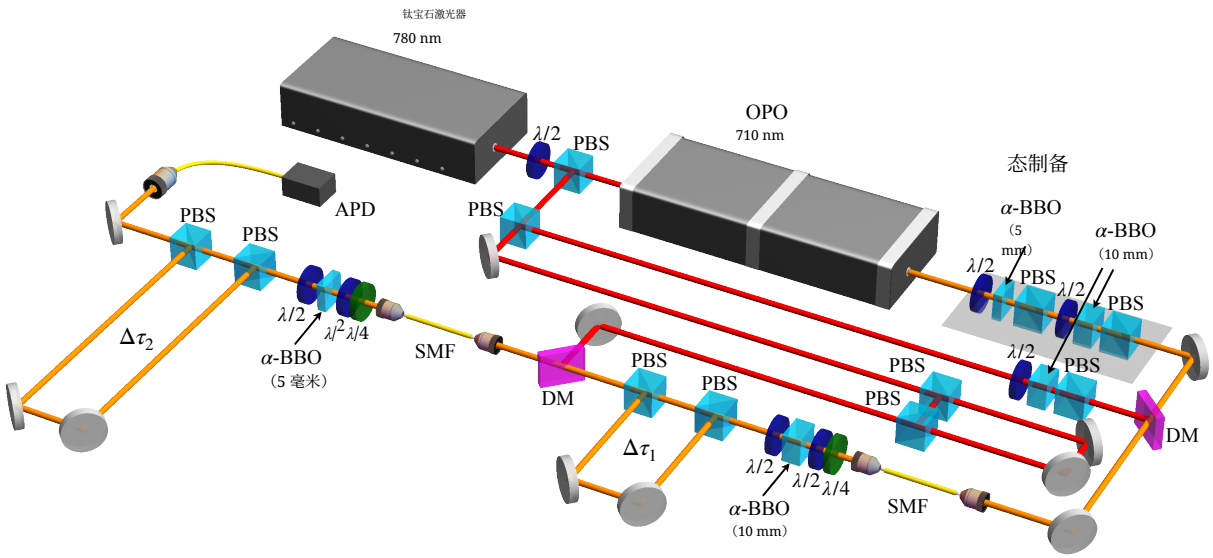


图 3。**实验装置**。用于演示测量维度为 $d = 4$ 的超快时间箱量子比特的实验装置。Ti:Sa：钛宝石激光器； λ/2：半波片； λ/4：四分之一波片；PBS：偏振分束器；OPO：光学参量振荡器；ND：中性密度滤光片；BS：分束器；DM：二向色镜；SMF：单模光纤；APD：雪崩光电二极管探测器。

在叠加基中制备的时间-bin量子高维态也可以测量，见图 2 和附录 A。要在不同测量基之间切换，只需将半波片从计算基对应的 0° 角旋转至叠加基对应的 22.5° 角。需要注意的是，泵浦脉冲可能会在旋转后的时隙信号上引入额外的全局相位。在我们的实验中，通过使用一组波片校正这一额外相位。

通过钛宝石激光器泵浦光学参量振荡器（OPO），在波长为$\lambda_{\mathrm{sig}} = 710$ nm处产生弱相干脉冲；钛宝石激光器的波长和重复频率分别为 $\lambda_{\mathrm{pump}} = 780$nm和 $f_{\mathrm{rep}} = 80$ MHz，见图 3。选择信号和泵浦光的波长，是为了限制强泵浦脉冲产生的寄生噪声量。尤其是自相位调制和双光子吸收等非线性过程，可能产生覆盖量子信号感兴趣光谱范围的噪声光子 [31]。信号脉冲和泵浦脉冲经过光谱滤波，带宽分别为 $\Delta\lambda_{\mathrm{signal}} = 5.0$ nm和 $\Delta\lambda_{\mathrm{pump}} = 5.8$ nm，对应的变换极限脉冲持续时间分别为 0.15 ps 和 0.15 ps。时间-bin量子比特态由一系列光学元件制备，依次为半波片（HWP）、一块 5-mm $\alpha$-BBO晶体、偏振分束器（PBS）、一块 HWP、一块 10-mm $\alpha$-BBO晶体，以及另一个 PBS。 $\alpha$-BBO晶体与 PBS 成 $45^\circ$ 角放置，随后由两个 HWP 的旋转角度决定所制备的时间-bin量子比特态。在计算基中，将 HWP 角度分别设为 $22.5^\circ/22.5^\circ$、$-22.5^\circ/22.5^\circ$、 $22.5^\circ/-22.5^\circ$和 $-22.5^\circ/-22.5^\circ$，即可制备态 $|t_0\rangle$、 $|t_1\rangle$、 $|t_2\rangle$ 和 $|t_3\rangle$。类似地，在叠加基中，将 HWP 角度分别设为 $|\phi_0\rangle$、 $|\phi_1\rangle$、 $|\phi_2\rangle$和 $|\phi_3\rangle$，即可制备态 分别将 HWP 角度设为 $0^\circ/0^\circ$、 $45^\circ/0^\circ$、 $0^\circ/45^\circ$和 $45^\circ/45^\circ$。需要指出的是，采用这种方法，由于 PBS 的后选择作用，整体态制备效率为 25%。这并不构成限制，因为无论如何都必须将弱相干脉冲衰减至单光子水平。不过，也可以利用 UPS 进行主动切换，以实现高效的单光子态制备。最后，将弱相干脉冲衰减至单光子水平。在我们的实验中，测得每个脉冲的平均光子数为 $\mu = 0.14$ 。在实际的量子通信场景中，会调整这一参数，以使系统的整体密钥率最大化。尽管如此，我们的实验值与诱骗态 BB84 协议实验演示中报告的平均光子数一致 [32]。

在测量阶段，输入态以 80 % 的耦合效率送入第一个单模光纤。两个同步的泵浦脉冲也耦合进同一根单模光纤，两个脉冲的总脉冲能量为 4.7 nJ，耦合效率为 70 %。对泵浦光进行预处理，使其与信号时间箱 $|t_0\rangle$和 $|t_2\rangle$重叠。为此，在泵浦光束上使用一块 10-mm $\alpha$-BBO晶体。这里需要注意的是，泵浦脉冲具有正交偏振，这会使旋转后的信号从 UPS 获得额外的 $\pi$ 相位。这个额外相位（图 2 中未示出）只需在态制备过程中补偿即可。信号离开单模光纤后，经过一块 5-mm $\alpha$-BBO晶体，该晶体会将时间箱 $t_1$与 $t_0$ 以及 $t_3$ 与 $t_2$重新合并。在叠加基中，这会使相邻时间分箱发生干涉，并将相对相位信息映射到偏振上。

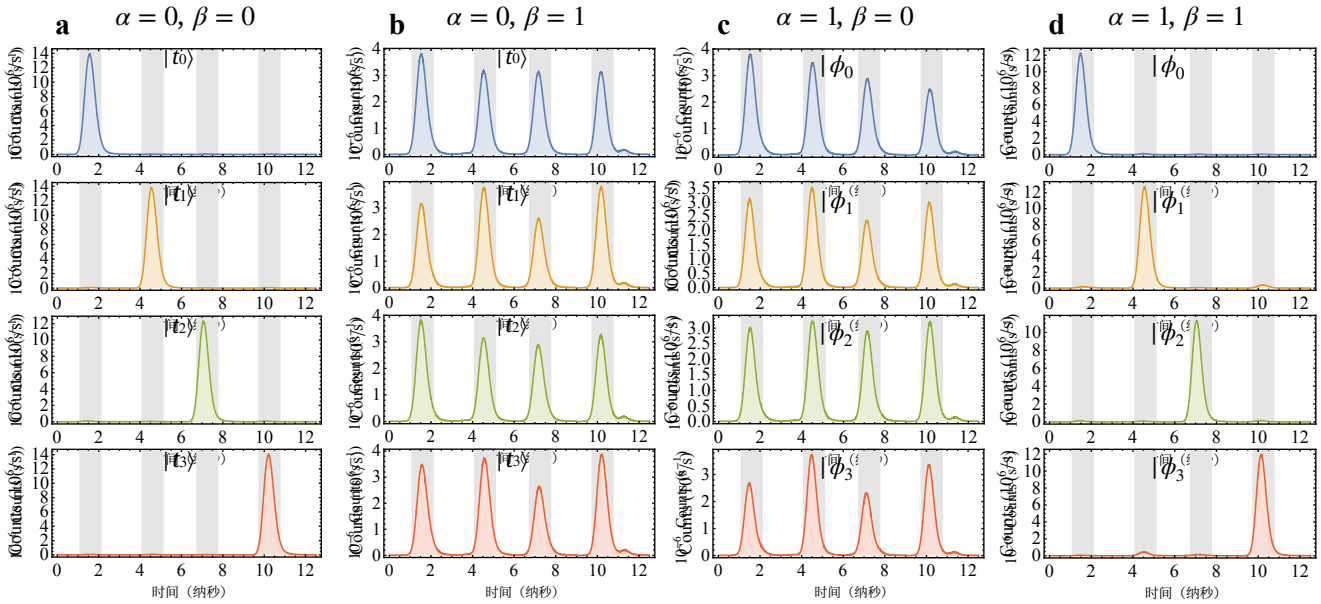


图4. **时间箱量子比特测量**。探测事件，$N_i^{(\alpha,\beta)}$，$_j$ 对应 (a) $\alpha = 0, \beta = 0$、(b) $\alpha = 0, \beta = 1$、(c) $\alpha = 1, \beta = 0$、(d) $\alpha = 1, \beta = 1$。灰色阴影区域表示与每个时间箱态对应的 1 纳秒时间窗。所示探测事件的数量对应于 1 秒的积分时间。 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 1$ 分别对应于 Alice 在计算基和叠加基中制备输入态的情况。 $\beta = 0$ 和$\beta = 1$ 分别对应于 Bob 在计算基和叠加基中测量入射态的情况。

随后，信号光束被送入偏振时间延迟器，其光程差为 80 cm，用于实现固定的 $\Delta\tau_1 = 2.6$ 纳秒时间偏移，从而在时间上将水平偏振和垂直偏振对应的时间箱分离到不同的纳秒尺度时间-bin。需要指出的是，偏振时间延迟器仅用于将偏振映射到不同的纳秒时间箱；由于输出端口处不发生干涉，因此不需要相位稳定性。作为第二阶段，信号以 76 % 的耦合效率耦合进第二根单模光纤。两束正交偏振的泵浦光束经过设置，使其在适当的时间箱与信号脉冲重叠；它们也耦合进第二根单模光纤，输入脉冲能量分别为 2.7 nJ 和 3.2 nJ，耦合效率分别为 64 % 和 62 %。最后，一块 10-mm $\alpha$-BBO晶体将信号时间箱 $t_2$ 与 $t_0$重新合并；同样，在叠加基中，时间箱的相对相位被映射到最终$t_0$ 时间箱的偏振上。最后一个偏振时间延迟器的光程差为 170 cm，对应的时间偏移为$\Delta\tau_2 = 5.6$ 纳秒，用于在时间上将水平偏振和垂直偏振分离到不同的纳秒尺度时间箱。在两种测量基中，不同的输入态最终都会映射到不同的纳秒尺度时间箱，并可由标准雪崩光电二极管探测器（雪崩光电二极管）测量。

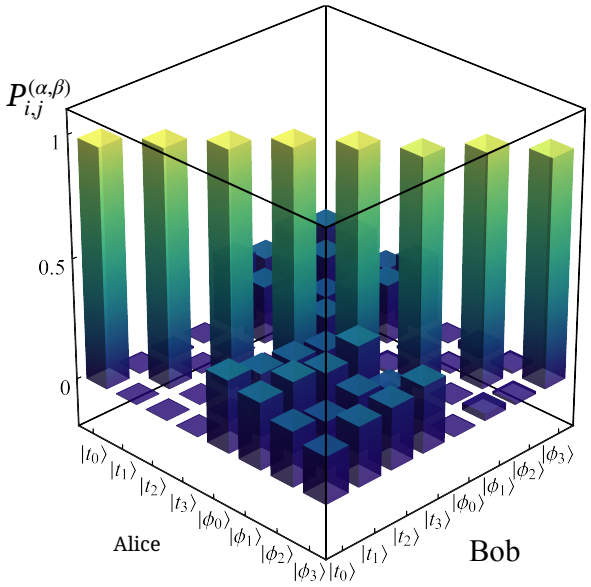


图5. **探测概率测量**。根据实验探测事件，可得出探测概率。

## 结果

我们在量子密钥分发的背景下分析测量方案的性能，其中发送方通常称为$Alice$，负责制备时间-bin态并

将其发送给接收方，接收方通常称为$Bob$。通过测量与 Alice 制备态 $|\psi_i^{(\alpha)}\rangle$ 且 Bob 测量态 $|\psi_j^{(\beta)}\rangle$相对应的探测事件 $N_i^{(\alpha,\beta)}$ ,$j$，可以在实验上表征 Bob 的测量装置。计算基对应于 $\alpha,\beta=0$，叠加基对应于$\alpha,\beta=1$。根据探测事件，可以获得相应态的探测概率，即$P($ $_j^{\alpha\ \beta}$ $=\left|\langle\psi_j^{(\beta)}|\psi_i^{(\alpha)}\rangle\right|^2=N_i^{(\alpha,\beta)}$ ,) $i$,,$j$ $/\sum_{k=0}^{3}N_i$ $_k^{(\alpha,\beta)}$ ,，其中$|\psi_i^{(0)}\rangle=|t_i\rangle$ 和 $|\psi_i^{(1)}\rangle=|\phi_i\rangle$ 对于 $i\in\{0,1,2,3\}$成立。 $\alpha$基和 $\beta$ 基分别对应 Alice 的生成基和 Bob 的测量基。最后，我们根据探测概率定义态保真度， $F_{(\alpha}$ $_j$ $=P_j^{(\alpha,\alpha))}$ ,。在 BB84量子密钥分发协议中，一个重要的性能指标是量子比特误码率（QBER），$Q$，它可以根据平均态保真度通过实验获得，即 $Q=1-\frac{1}{2d}\sum_{i=0}^{(d-1)}\left(F_{(0}\right.$ $_i$ $\left.+F_i^{(1)}\right)$ )。

—

探测事件 $N_i^{(\alpha,\beta)}$ , $_j$ 如图4所示。雪崩光电二极管测得的单光子信号以纳秒尺度随时间变化。我们为每个时间-bin量子比特态分配 1 ns 的时间窗口，并对窗口内的信号进行积分。根据实验探测事件，我们给出了相应的探测概率，见图5。在计算基中，态保真度分别为 $F_0^{(0)}=98.7\,\%$、 $F_{(0)_1}$ $=98.4\,\%$、$F_2^{(0)}=97.8\,\%$ 和 $F_3^{(0)}=98.6\,\%$。在叠加基中，态保真度分别为 $F_0^{(1)}=97.8\,\%$、$F_1^{(1)}=94.8\,\%$、 $F_2^{(1)}=96.5\,\%$ 和 $F_3^{(1)}=94.5\,\%$。在 BB84量子密钥分发协议中，相应的量子比特误码率为 $Q=2.8\,\%$。量子通信系统的性能由密钥率 $R$ 表示。特别是，高维BB84量子密钥分发协议的密钥率为 [33],

$$R^{(d)}(Q)=\log_2(d)-2h^{(d)}(Q),\tag{3}$$

其中， $h^{(d)}(x):=-x\log_2(x/(d-1))-(1-x)\log_2(1-x)$ 是 $d$ 维香农熵。根据测得的量子比特误码率，我们得到每个筛选后的光子 $R=1.54$ 比特的密钥率，这超过了 $R^{(2)}(0)=1$ 比特这一临界点；在该点之后，量子位能够提高量子通信系统中每个探测光子的信息容量。需要指出的是，在考虑诱骗态协议 [34]的安全性分析时，预计密钥率会有所降低。然而，在噪声和损耗足够低的情况下，采用我们的测量方案的高维协议仍有望提高密钥率。

## 讨论与展望

高维量子通信方案已在许多场景中得到研究 [17, 22, 35–37], ，具有抗噪性和更高密钥率的潜在应用。对于抗噪性，在生成与探测系统的噪声特性满足特定信道条件的情况下，量子位相较于量子比特可能具有优势 [38]。对于另一类信道，即损耗较低的短距离通信链路，当探测器在接近其饱和点的状态下运行时，可能会达到每秒可探测光子数量的极限。然而，量子通信系统的用户关注的是密钥率，而通过对光子进行编码以传输超过一比特的密钥，可以提高密钥率。这样一来，量子位能够大幅提升量子通信系统的性能。我们在此指出，我们的超快时间箱量子位平台同时支持以高密钥率运行和容忍更大噪声这两种工作方式。通过在超快状态下对时间箱进行编码，我们处理的是具有最小时间带宽积的脉冲，这种脉冲也称为傅里叶变换极限脉冲，已知其仅占据单一时频模式。通过对输入信号进行适当滤波，可以实现终极噪声容限 [39]。因此，我们的方案能够充分发挥量子位在量子通信中的潜力。

由于可用的激光功率有限，我们的演示仅限于维数为$d=4$的情况；不过，只要资源充足，该方案很容易扩展到更高维数。对于 $d=2^n$的情况，其中 $n=1$, 2, 3, ...，可以级联由单模光纤、适当尺寸的 $\alpha$-BBO晶体以及具有适当光程差的偏振时间延迟器组成的附加级。还需要制备额外的泵浦脉冲，并将其与正确的信号时间箱重叠，但借助 $\alpha$-BBO晶体，仍可保持出色的干涉稳定性。我们还注意到，通过略有不同且更紧凑性较低的实验装置，可以实现并非2的幂次的维数。借助足够多的UPS和双折射晶体，可以测量任意时间箱量子位态。测量时间箱的最终分离由我们的雪崩光电二极管探测器的定时抖动决定。超导纳米线单光子探测器（SNSPDs）具有更优越的时间分辨率和更高的量子效率。与我们的主动探测方案相结合，原则上可以使测量时间箱的间隔大幅缩小。这样将减小偏振时间延迟器的尺寸，并提高系统可能达到的最大带宽。

总之，我们通过实验展示了一种高效的方法，可测量维度4的单光子时隙量子比特态。该测量可通过单次测量完成，而无需进行一系列重构测量。我们的方法可直接实施，并应用于多种量子光子学应用，例如量子通信（如量子密钥分发）。此外，我们建立了一个稳健且相位稳定的平台，用于操控光子的多维时间态，这是量子信息处理系统的关键组成部分。通过这种方式，我们为利用超快技术实现时间信息处理提供了一条途径

光的时间-bin态。

**致谢**

本研究由加拿大国家研究委员会（NRC）的高吞吐量安全网络挑战计划、加拿大自然科学与工程研究委员会，以及渥太华大学—加拿大国家研究委员会极端光子学联合中心资助。我们感谢 Kate Fenwick、Rune Lausten、Denis Guay，以及 感谢 Doug Moffatt 提供支持并进行富有见地的讨论。

**附录 A：在叠加基中测量时间-bin量子高维态**

在图 6-8 中，我们展示了叠加态 $|\phi_1\rangle$、$|\phi_2\rangle$和 $|\phi_3\rangle$ 如何在测量装置中传播。请注意，该装置与图 2 相同，但由于干涉，不同的输入模式会被分配到不同的时间片中。

[1] J. P. Dowling 和 G. J. Milburn, *Quantum technology: the second quantum revolution*, 《Phil. Trans. R. Soc. A》361，1655–1674（2003）。[2] F. Flamini、N. Spagnolo 和 F. Sciarrino, *Photonic quantum information processing: a review*, 《Rep. Prog. Phys.》82，016001（2018）。[3] V. Scarani、H. Bechmann-Pasquinucci、N. J. Cerf、M. Du˘sek、N. Lütkenhaus 和 M. Peev, *The security of practical quantum key distribution*, 《Rev. Mod. Phys.》81，1301 1350 2009–（）。[4] S. Pirandola、B. R. Bardhan、T. Gehring、C. Weedbrook 和 S. Lloyd, *Advances in photonic quantum sensing*, 《自然·光子学》12，724–733（2018）。[5] P. G. Kwiat、K. Mattle、H. Weinfurter、A. Zeilinger、A. V. Sergienko 和 Y. Shih, *New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs*, 《Physical Review Letters》75，4337 1995（）。[6] J. Brendel、N. Gisin、W. Tittel 和 H. Zbinden, *Pulsed energy-time entangled twin-photon source for quantum communication* **82**, 2594 1999, 《Physical Review Letters》（）。[7] J. M. Donohue、M. Agnew、J. Lavoie 和 K. J. Resch, *Coherent ultrafast measurement of time-bin encoded photons* **111**, 153602 2013, 《Physical Review Letters》（）。[8] J. M. Lukens 和 P. Lougovski, *Frequency-encoded photonic qubits for scalable quantum information processing*, 《Optica》4，8–16（2017）。[9] J. Cari˘ne、G. Ca˘nas、P. Skrzypczyk、I. ˇSupi´c、N. Guer- rero、T. Garcia、L. Pereira、M. A. S. Prosser、G. B. Xavier、A. Delgado, *et al.*, *Multi-core fiber integrated multi-port beam splitters for quantum information processing* **7**, 542 550 2020, 《Optica》–（）。[10] F. Bouchard、N. H. Valencia、F. Brandt、R. Fickler、M. Huber 和 M. Malik, *Measuring azimuthal and radial modes of photons* **26**, 31925 31941 2018, 《Opt. Express》–（）。[11] B. Brecht、D. V. Reddy、C. Silberhorn 和 M. G. Raymer, *Photon temporal modes: a complete framework for quantum information science*, 《物理评论X》5，041017 2015（）。[12] S. L. Braunstein 和 P. Van Loock, *Quantum information with continuous variables*, 《Rev. Mod. Phys.》77，513（2005）。[13] M. Kues、C. Reimer、P. Roztocki、L. R. Cort´es、S. Sciara、B. Wetzel、Y. Zhang、A. Cino、S. T. Chu、B. E. Little, *et al.*, *On-chip generation of high-dimensional entangled quantum states and their coherent control* **546**, 622 626 2017, 《Nature》–（）。[14] J. Wang、S. Paesani、Y. Ding、R. Santagati、P. Skrzypczyk、A. Salavrakos、J. Tura、R. Augusiak、L. Man˘cinska、D. Bacco, *et al.*, *Multidimensional quantum entanglement with large-scale integrated optics*, 《科学》360，285–291（2018）。[15] M. Malik、M. Erhard、M. Huber、M. Krenn、R. Fickler 和 A. Zeilinger, *Multi-photon entanglement in high dimensions* **10**, 248 252 2016, 《自然·光子学》–（）。[16] M. Erhard、M. Krenn 和 A. Zeilinger, *Advances in high-dimensional quantum entanglement*, 《自然综述：物理》2，365–381（2020）。[17] J. Mower、Z. Zhang、P. Desjardins、C. Lee、J. H. Shapiro 和 D. Englund, *High-dimensional quantum key distribution using dispersive optics* **87**, 062322, 《Physical Review A》（2013）。[18] S. Ecker、F. Bouchard、L. Bulla、F. Brandt、O. Kohout、F. Steinlechner、R. Fickler、M. Malik、Y. Guryanova、R. Ursin 和 M. Huber, *Overcoming noise in entanglement distribution* **9**, 041042 2019, 《物理评论X》（）。[19] W. R. Clements、P. C. Humphreys、B. J. Metcalf、W. S. Kolthammer 和 I. A. Walmsley, *Optimal design for universal multiport interferometers*, 《Optica》3，1460–1465（2016）。[20] I. Marcikic、H. de Riedmatten、W. Tittel、V. Scarani、H. Zbinden 和 N. Gisin, *Time-bin entangled qubits for quantum communication created by femtosecond pulses*, 《Physical Review A》66，062308（2002）。[21] T. Brougham、S. M. Barnett、K. T. McCusker、P. G. Kwiat 和 D. J. Gauthier, *Security of high-dimensional quantum key distribution protocols using franson interferometers* **46**, 104010 2013, 《物理学杂志B》（）。[22] N. T. Islam、C. C. W. Lim、C. Cahall、J. Kim 和 D. J. Gauthier, *Provably secure and high-rate quantum key distribution with time-bin qudits* **3**, 1701491, 《科学进展》e（2017）。[23] T. Ikuta 和 H. Takesue, *Implementation of quantum state tomography for time-bin qudits*, 《新物理学杂志》19，013039 2017（）。[24] S. J. Nowierski、N. N. Oza、P. Kumar 和 G. S. Kanter, *Tomographic reconstruction of time-bin-entangled qudits*, 《Physical Review A》94，042328（2016）。[25] C. Kupchak、P. J. Bustard、K. Heshami、J. Erskine、M. Spanner、D. G. England 和 B. J. Sussman, *Time-bin-to-polarization conversion of ultrafast photonic qubits*, 《Physical Review A》96，053812（2017）。[26] C. Kupchak、J. Erskine、D. England 和 B. Sussman, *Terahertz-bandwidth switching of heralded single photons*,

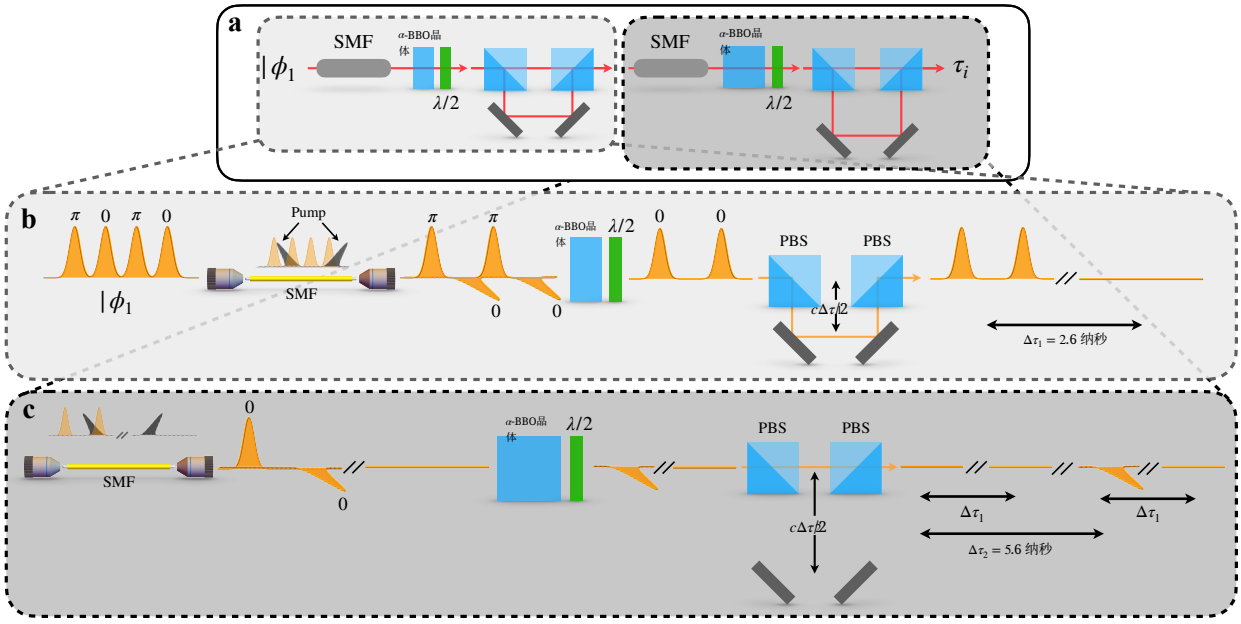


图 6. **以输入态 $|\phi_1\rangle$在叠加基中测量时间-bin量子高维态。(a)** 用于测量输入态为 $|\phi_1\rangle$、维度为 $d = 4$ 的叠加态时间-bin量子高维态的简化实验装置。**(b)** 第一阶段由一根单模光纤、一块 5 毫米厚的 $\alpha$-BBO晶体以及一个光程差为 $\sim 80$ 厘米的偏振时间延迟器组成。**(c)** 第二阶段由一根单模光纤、一块 10 毫米厚的 $\alpha$-BBO晶体以及一个光程差为 $\sim 170$ 厘米的偏振时间延迟器组成。

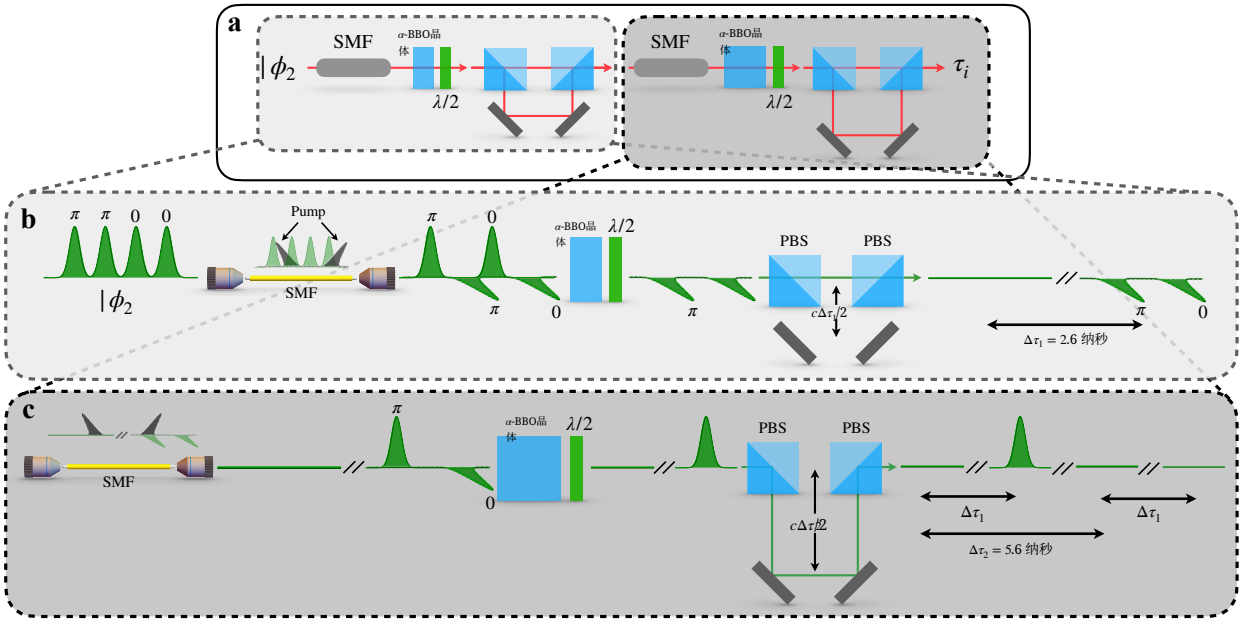


图 7. **以输入态 $|\phi_2\rangle$在叠加基中测量时间-bin量子高维态。(a)** 用于测量输入态为 $|\phi_2\rangle$、维度为 $d = 4$ 的叠加态时间-bin量子高维态的简化实验装置。**(b)** 第一阶段由一根单模光纤、一块 5 毫米厚的 $\alpha$-BBO晶体以及一个光程差为 $\sim 80$ 厘米的偏振时间延迟器组成。**(c)** 第二阶段由一根单模光纤、一块 10 毫米厚的 $\alpha$-BBO晶体以及一个光程差为 $\sim 170$ 厘米的偏振时间延迟器组成。

《Optics Letters》**44**，1427–1430（2019）。[27] F. Bouchard、D. England、P. J. Bustard、K. Heshami 和 B. Sussman，*Quantum communication with ultrafast time-bin qubits*，《PRX Quantum》**3**，010332（2022），（）。

[28] J. M. Lukens、N. T. Islam、C. C. W. Lim 和 D. J. Gauthier，*Reconfigurable generation and measurement of mutually unbiased bases for time-bin qudits*，《Applied Physics Letters》**112**，111102（2018）。

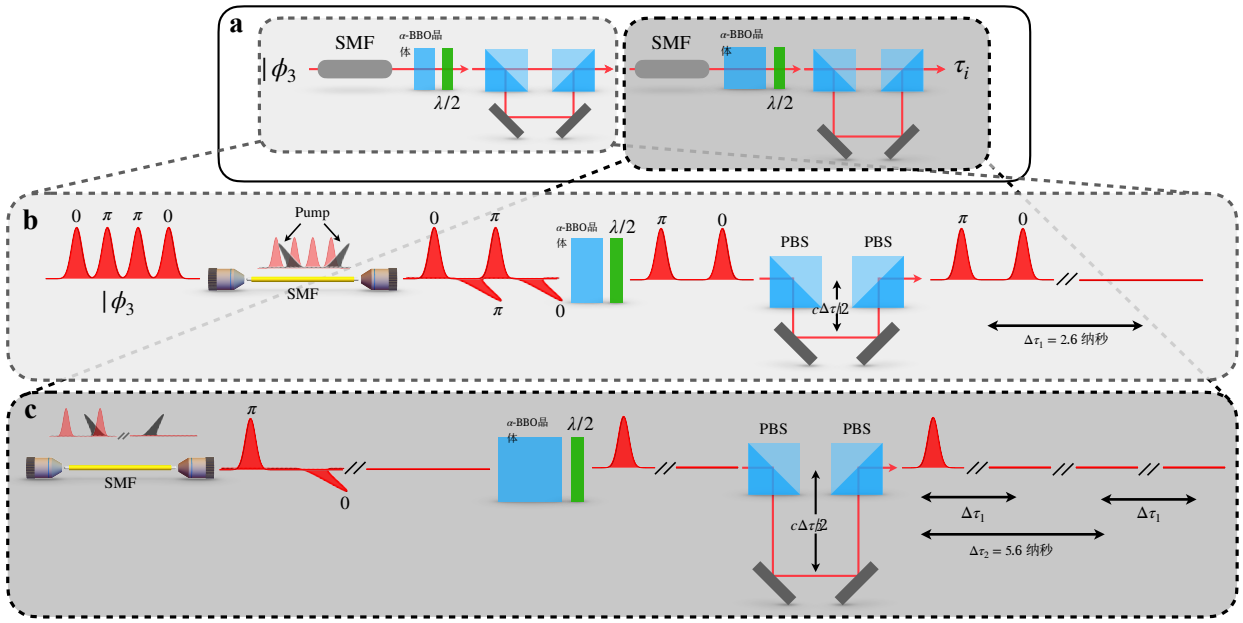


图 8. **使用输入态 $|\phi_3\rangle$在叠加基中测量时间-bin量子高维态**。**(a)** 使用输入态 $|\phi_3\rangle$测量维数为 $d = 4$ 的叠加时间-bin量子高维态的简化实验装置。**(b)** 第一阶段由一根单模光纤、一块 5 mm 的 $\alpha$-BBO晶体以及一个光程差为 $\sim 80$ cm 的偏振时间延迟器组成。**(c)** 第二阶段由一根单模光纤、一块 10 mm 的 $\alpha$-BBO晶体以及一个光程差为 $\sim 170$ cm 的偏振时间延迟器组成。


[29] J. Ashby、V. Thiel、M. Allgaier、P. dOrnellas、A. O. C. Davis 和 B. J. Smith, *Temporal mode transformations by sequential time and frequency phase modulation for applications in quantum information science*, 《Optics Express》**28**, 38376–38389（2020）。[30] G. P. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*, 载于 *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*（施普林格，2000 年），第 195–211 页。[31] D. England、F. Bouchard、K. Fenwick、K. Bonsma-Fisher、Y. Zhang、P. Bustard 和 B. Sussman, *Perspectives on all-optical Kerr switching for quantum optical applications*, 《Applied Physics Letters》（）。[32] W.-Y. Hwang, *Quantum key distribution with high loss: toward global secure communication*, 《Physical Review Letters》**91**, 057901 2003（）。[33] L. Sheridan 和 V. Scarani, *Security proof for quantum key distribution using qudit systems*, 《Physical Review A》**82**, 030301 2010（）。[34] X. Ma、B. Qi、Y. Zhao 和 H.-K. Lo, *Practical decoy state for quantum key distribution*, 《Physical Review A》（2005）。[35] A. Sit、F. Bouchard、R. Fickler、J. Gagnon-Bischoff、H. Larocque、K. Heshami、D. Elser、C. Peuntinger、K. G¨unthner, B. Heim, *et al.*, *High-dimensional intracity quantum cryptography with structured photons*, 《Optica》**4**, 1006–1010（）。[36] Y. Ding、D. Bacco、K. Dalgaard、X. Cai、X. Zhou、K. Rottwitt 和 L. K. Oxenløwe, *High-dimensional quantum key distribution based on multicore fiber using silicon photonic integrated circuits*, 《npj Quantum Information》**3**, 1–7（2017）。[37] F. Bouchard、K. Heshami、D. England、R. Fickler、R. W. Boyd、B.-G. Englert、L. L. S´anchez-Soto 和 E. Karimi, *Experimental investigation of high-dimensional quantum key distribution protocols with twisted photons*, 《Quantum》**2**, 111（2018）。[38] F. Zhu、M. Tyler、N. H. Valencia、M. Malik 和 J. Leach, *Is high-dimensional photonic entanglement robust to noise?*, 《AVS Quantum Science》**3**, 011401 2021（）。[39] Fr´ed´eric Bouchard、Duncan England、Philip J Bustard、Kate L Fenwick、Ebrahim Karimi、Khabat Heshami 和 Benjamin Sussman, “实现量子通信中的极限噪声容限”, 《Physical Review Applied》**15**, 024027（2021）。