arXiv:2302.03073v1 [physics.plasm-ph] 6 Feb 2023

基于非回旋流体与回旋动理学综合方法的无碰撞等离子体团不稳定性

C. Granier [1, a], R. Numata[2] D. Borgogno[3] E. Tassi[1] 和 D. Grasso[3]

[a]camille.granier@oca.eu[1]蔚蓝海岸大学，CNRS，蔚蓝海岸天文台，Laboratoire J. L. Lagrange，天文台大道，CS 34229，06304 尼斯 Cedex 4，法国[2]兵库大学信息科学研究生院，日本神户 650-0047[3]复杂系统研究所（CNR）与能源系，都灵理工大学，意大利都灵 10129

摘要

本文分析了强导引场无碰撞等离子体中二维电流片相对于撕裂模的演化。在其非线性演化过程中，这些薄电流片可能因磁岛形成而变得不稳定，从而使磁重联过程达到较高的重联率。我们通过比较回旋流体与回旋动理学模拟，详细研究有限 β_e（这也意味着有限电子拉莫尔半径效应）对无碰撞磁岛不稳定性的影响。比较结果总体表明，回旋流体模型能够较好地预测回旋动理学模拟所观察到的磁岛不稳定性。我们表明，β_e 的效应会促进磁岛增长。我们还通过比较能量变化，研究了推导回旋流体模型时所采用的闭合方案的影响。

1 引言

磁重联是发生在强烈局域电流区域（称为电流片）中的磁力线拓扑变化。这一基本过程最终将磁能转化为整体流动和粒子加热，并导致天体物理及实验室等离子体中磁能的爆发性释放。极度拉长的重联电流片会发生不稳定性，进而形成称为磁岛的次级磁岛，这一现象引起了广泛关注，因为人们认为它们能够实现快速磁重联。基于电阻磁流体力学（RMHD）框架中的 Sweet-Parker（SP）理论，磁岛已通过最标准的重联模型得到广泛研究（Biskamp[1986], Loureiro 等人 [2005]）。Biskamp [1986], 已表明，当 $S = \mu_0 L_{cs} v_A/\eta > 10^4$, 时，有碰撞电流片会变得不稳定；其中 L_{cs} 是电流片的长度，η 是电阻率，v_A 是阿尔芬速度。随后开展的大量研究确定了磁岛区间与 Lundquist数 S 以及离子动力学特征尺度（离子声拉莫尔半径 ρ_s 或离子惯性长度 d_i 尺度）的关系；在该尺度下，系统会转变为由动理学效应主导的非碰撞状态（Ji 和 Daughton [2011],Daughton 和 Roytershteyn [2012], Loureiro 和 Uzdensky [2015], Uzdensky 等人 [2010a,b],Bhat 和 Loureiro [2018]）。通过纳入离子动力学对电阻性重联状态的扩展，使研究覆盖了更广泛的参数空间，但也表明

无论 Lundquist数取何值，磁岛都是重联电流片的基本特征（Ji 和 Daughton [2011], Daughtonand Roytershteyn [2012]）。

磁层和太阳风中的等离子体经常发生磁重联，其密度极低，因此粒子之间的碰撞极为少见。在此类等离子体中，电子惯性对于驱动薄电流片中的磁重联尤为重要。事实上，近期观测发现，在强导向磁场存在的情况下，日侧磁层顶和磁鞘附近发生了许多由电子驱动的磁重联起始 Burch et al. [2016], Phan et al. [2018] ，这些电流片的厚度与电子惯性长度相当。实验方面，Olson et al. [2016a] 的一项研究也直接证明，在弱碰撞区，等离子体团可在电子尺度形成。在这些无碰撞的磁化环境中，有限电子拉莫尔半径（有限拉莫尔半径效应，FLR）对磁重联过程的影响也可能不可忽略，尤其是在 β_e 不远小于 1 时；该参数定义为平衡态电子热压与导引场磁压之比。这促使人们研究无碰撞电流片中的等离子体团形成，尤其关注电子惯性长度和电子拉莫尔半径等电子尺度相关效应的影响。

Granier 等人 [2022a]明确确定了纯无碰撞等离子体团起始时的不稳定性阈值，其所处的参数区间为 $\beta_e \to 0$。本文放宽了小 β_e 的假设，并详细研究有限 β_e对强导向磁场情形下无碰撞磁岛不稳定性的影响。我们考虑惯性磁重联，而有限电子有限拉莫尔半径效应则源于电子惯性与有限 β_e 参数的共同作用。本研究通过比较回旋流体和陀螺动理学模拟开展。这两种方法都假设等离子体浸没在沿 z 方向的强导向磁场中。作为分析的副产品，我们还获得了一种方法，可借助陀螺动理学模拟验证 Granier 等人 [2022a] 在 $\beta \to 0$ 极限下采用回旋流体方法得到的部分无碰撞磁岛不稳定性结果（下文称为流体 极限）

陀螺流体模型是（Granier et al. [2022b]）中提出的双场系统，并假设离子沿导引场方向冷且不动。与原始回旋动理学系统相比，回旋流体模型大为简化，但仍是研究无碰撞磁重联的有效工具；在此过程中，电子惯性长度和电子拉莫尔半径等微观尺度可能比电阻率更为重要。此外，与动理学或陀螺动理学框架相比，陀螺流体框架所需的计算资源较少，在物理上也更直观。迄今为止，陀螺流体建模有助于深入理解无碰撞效应的作用（例如 Sarto et al. [2011], Comisso et al. [2013], Tassi et al. [2018], Granier et al. [2021, 2022b]）。

用于比较的陀螺动理学模型是一个 δf 模型，用于求解电磁陀螺动理学 Vlasov-Maxwell 系统。陀螺动理学方程通过 AstroGK 代码求解，该代码由 Numata et al. [2010], Numata and Loureiro [2015]介绍并使用。使用 AstroGK 代码与陀螺流体结果进行比较的主要优势之一是，在特定极限下，AstroGK 所求解的陀螺动理学系统会简化为用于推导本研究所用双场陀螺流体模型的系统 [Howes et al., 2006]。这使我们能够研究推导陀螺流体模型时对各阶矩所采用的闭合对重联过程中能量分布与转换的影响，并确定陀螺流体方法可能存在的局限性。为了重现该陀螺流体模型所依据的陀螺动理学模型，AstroGK 代码必须在特定极限下使用：直导引磁场、无密度和温度梯度且无碰撞。为与陀螺流体方法保持一致，假设离子为冷离子。

文章安排如下。第2节介绍回旋流体和陀螺动理学系统，以及数值设置。第3节介绍通过比较这两种方法得到的磁岛不稳定性相关结果。第4节比较两种框架下的能量变化

，并讨论闭合假设对能量转换的影响。第5节为结论。

2 采用的模型

2.1 回旋流体

我们分析所采用的回旋流体模型是 Granier 等人 [2022b], 所考虑的模型，其中包括以下演化方程

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + [G_{10e}\phi - \rho_s^2 2G_{20e}B_{\parallel}, N_e] - [G_{10e}A_{\parallel}, U_e] = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial A_e}{\partial t} + [G_{10e}\phi - \rho_s^2 2G_{20e}B_{\parallel}, A_e] + \rho_s^2[G_{10e}A_{\parallel}, N_e] = 0, \tag{2}$$

并辅以如下关系式

$$\left(\frac{G_{10e}^2 - 1}{\rho_s^2} + \nabla_{\perp}^2\right)\phi - \left(G_{10e}2G_{20e} - 1\right)B_{\parallel} = G_{10e}N_e, \tag{3}$$

$$\nabla_{\perp}^2 A_{\parallel} = G_{10e}U_e, \tag{4}$$

$$\left(G_{10e}2G_{20e} - 1\right)\frac{\phi}{\rho_s^2} - \left(\frac{2}{\beta_e} + 4G_{20e}^2\right)B_{\parallel} = 2G_{20e}N_e. \tag{5}$$

方程（1）对应于电子陀螺中心连续性方程，而方程（2）则对应于沿导引场方向的电子动量守恒定律。静态关系式（3）、（4）和（5）分别源于准中性条件，以及安培定律沿平行于和垂直于导引场方向的投影。导引场沿笛卡尔坐标系的 z 轴方向， x， y， z；在当前的二维模型中，因变量仅是 x 和 y的函数，同时也是时间变量 t的函数。我们用 N_e 和 U_e 分别表示电子陀螺中心密度和平行速度的涨落，而 ϕ 和 $B_{\parallel}$ 则分别表示静电势以及沿导引场方向的磁场涨落。变量 A_e 由 $A_e = G_{10e}A_{\parallel} - d_e^2 U_e$定义，其中 $A_{\parallel}$是磁矢势的 z分量，$d_e = \sqrt{m_e c^2/4\pi e^2 n_0}/L$ 是归一化电子惯性长度， G_{10e} 是电子陀螺平均算子，将在方程（10）中定义。算子 $[\,,\,]$ 是正则泊松括号，对于两个函数 f和 g，其定义为 $[f,\ g] = \partial_x f \partial_y g - \partial_y f \partial_x g$。垂直拉普拉斯算子 $\nabla_{\perp}^2$ 定义为 $\nabla_{\perp}^2 f = \partial_{xx} f + \partial_{yy} f$。各变量归一化如下

$$t = \frac{v_A}{L}\hat{t}, \qquad x = \frac{\hat{x}}{L}, \qquad y = \frac{\hat{y}}{L}, \tag{6}$$

$$d_i N_{e,i} = \frac{\hat{N}_{e,i}}{n_0}, \qquad d_i U_{e,i} = \frac{\hat{U}_{e,i}}{v_A}, \tag{7}$$

$$A_{\parallel} = \frac{\hat{A}_{\parallel}}{LB_0}, \qquad d_i B_{\parallel} = \frac{\hat{B}_{\parallel}}{B_0}, \qquad \phi = \frac{c}{v_A}\frac{\hat{\phi}}{LB_0}, \tag{8}$$

其中，带帽符号表示有量纲变量， c 是光速， L 是特征尺度长度， n_0 是平衡均匀密度， B_0 是导向磁场振幅，$v_A = B_0/\sqrt{4\pi m_i n_0}$ 是阿尔芬速度， m_i 表示离子质量。归一化离子惯性长度定义为 $d_i = \sqrt{m_i c^2/4\pi e^2 n_0}/L$，，其中 e 表示质子电荷。在方程（7）中，我们还引入了量 N_i 和 U_i，分别对应离子回旋中心密度和平行速度涨落。这些矩在模型（1）—（5）中不随时间演化，关于这些量的假设将在本节后文以及第4节中讨论。我们

还发现，明确写出相对于导向磁场振幅归一化的磁场表达式也很有用。在当前的二维设定中，根据归一化（6）—（8），该表达式为

$$\mathbf{B}(x,y,t) = \mathbf{z} + d_i B_\parallel(x,y,t)\mathbf{z} + \nabla A_\parallel(x,y,t) \times \mathbf{z}, \tag{9}$$

其中$\mathbf{z}$ 是沿 z方向的单位向量。模型中的独立参数为 $\beta_e = 8\pi n_0 T_{0e}/B_0^2$，$\rho_s = \sqrt{T_{0e} m_i c^2/(e^2 B_0^2)}/L$[1] 和 $d_e =$，其中 T_{0e} 是均匀平衡态电子温度， m_e 是电子质量。这三个参数分别对应于平衡态电子压强与磁导引场压强之比、归一化声速拉莫尔半径以及电子惯性长度。

模型建立在区域 $\{(x,y)$ 上： $-L_x \leqslant x \leqslant L_x, -L_y \leqslant y \leqslant L_y\}$，其中 L_x和 L_y 为正常数。假设满足周期性边界条件。由此可以用相应的傅里叶乘子表示回旋平均算子。特别地，我们将电子回旋平均算子 G_{10e} 和 G_{20e} 与如下相应的傅里叶乘子 [Brizard，1992]联系起来

$$G_{10e} = 2G_{20e} \to \mathrm{e}^{-k_\perp^2 \frac{\beta_e}{4} d_e^2}, \tag{10}$$

其中， $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ 是垂直波数的平方， $k_x = m\pi/L_x$, $k_y = n\pi/L_y$是波矢的 x 和 y 分量，且 m 和 n 为正整数。按照回旋流体模型的惯例，方程（1）和（2）以回旋中心变量表示。不过，为了便于后续分析，也可以表示它们与粒子变量之间的关系。具体而言，这种关系受到准静态假设的影响。该假设用于推导模型 [Tassi 等人， 2020]，以便对由母体回旋动理学系统得到的无限矩方程层级进行闭合。由于采用了这种准静态闭合（将在第4节中简要回顾），电子的归一化密度涨落和平行速度涨落分别记为 n_e 和 u_e，它们与相应回旋中心的涨落之间满足以下关系

$$N_e = G_{10e}^{-1}\left(n_e + \left(G_{10e}^2 - 1\right)\frac{\phi}{\rho_s^2} - G_{10e}^2 B_\parallel\right), \tag{11}$$

$$U_e = G_{10e}^{-1} u_e. \tag{12}$$

此外，在我们的回旋流体模型中，通过设定 $N_i = 0$, $U_i = 0$，忽略离子回旋中心的密度和平行速度涨落所带来的贡献。此外，假设离子为冷离子，即 $\tau \to 0$，其中 $\tau = T_{0i}/T_{0e}$ 是离子与电子平衡态温度之比。

用离子粒子密度和平行速度涨落表示，分别记为 n_i 和 u_i，这些假设导出关系式 $n_i = \nabla_\perp^2 \phi + B_\parallel = n_e$和 $u_i = 0$。根据准中性关系式 (3)、安培定律 (4)-(5)，并结合方程 (11)-(12)，可以得到以下关系式

$$n_e = \frac{2}{2+\beta_e}\nabla_\perp^2 \phi = -\frac{2}{\beta_e} B_\parallel, \tag{13}$$

$$u_e = \nabla_\perp^2 A_\parallel, \tag{14}$$

由此可以用电磁扰动表示电子粒子（而非回旋中心）密度和平行速度涨落，例如 ϕ、 $B_\parallel$ 和 $A_\parallel$。

特别值得考虑的是 $\beta_e \to 0$ 保持有限、 d_e 和 ρ_s 的极限（这意味着 $m_e/m_i \to 0$）。这对应于抑制平行磁

[1]按照惯用记法，在符号 ρ_s中，下标 s 表示声学量，而非粒子物种。

扰动和电子有限拉莫尔半径效应的影响。我们的研究目的之一，确实是考察动理学效应可能对 Granier 等人 [2022a] 所描述的磁岛不稳定性情景带来的修正；该情景正是在 $\beta_e \to 0$且 d_e 和 ρ_s 有限的情况下提出的。在此极限下，傅里叶空间中的回旋平均算子可近似为：

$$G_{10e}f(x,y) = 2G_{20e}f(x,y) = f(x,y) + O(\beta_e). \tag{15}$$

利用方程（1）—（5）中的这一展开，并忽略一阶修正，我们得到演化方程（Schep 等人 [1994]）

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + [\phi, n_e] - [A_\parallel, u_e] = 0, \tag{16}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(A_\parallel - d_e^2 u_e\right) + \left[\phi, A_\parallel - d_e^2 u_e\right] - \rho_s^2[n_e, A_\parallel] = 0, \tag{17}$$

其中，静态关系（3）—（5）由以下关系取代

$$\nabla_\perp^2 \phi = N_e = n_e, \tag{18}$$
$$\nabla_\perp^2 A_\parallel = U_e = u_e, \tag{19}$$
$$B_\parallel = 0. \tag{20}$$

在此极限下，粒子密度和平行速度涨落分别与对应的回旋中心量相同。系统（16）—（17）与静态关系（18）—（19）结合后，对应于 Cafaro 等人 [1998], 采用的模型，该模型用于描述存在电子惯性和有限声速拉莫尔半径效应时的无碰撞磁重联。由于不存在有限拉莫尔半径效应，我们将模型（16）—（19）称为一般陀螺流体模型（1）—（5）的流体极限。

2.2 陀螺动理学

本节介绍本文采用的电磁 δf 陀螺动理学模型 [（Howes 等人，2006年；Numata 等人， 2010], ），通过适当的近似和闭合假设，可以由此推导出陀螺流体模型（Tassi 等人 [2020]）。陀螺动理学模型以回旋中心分布函数的扰动 $g_s = g_s(\mathbf{X}s,\ v_\parallel,\ v_\perp,\ t)$ 表示，其中$v_\parallel$、 $v_\perp$ 分别为平行和垂直速度坐标。导引中心坐标为

$$\mathbf{X}_s = \mathbf{x} + \frac{v_{th_s}}{\omega_{cs}}\mathbf{v} \times \mathbf{z}, \tag{21}$$

其中，$\mathbf{x}$ 是粒子位置，$\mathbf{v}$ 是粒子速度， $v_{th_s} = \sqrt{T_{0s}/m_s}$ 是热速度， $\overline{\omega_{cs} = } eB_0/(m_s c)$ 是回旋频率。索引 s 标记粒子种类，其中 $s = e$表示电子， $s = i$ 表示离子。为简单起见，我们假设背景等离子体均匀，并采用二维形式（$\partial/\partial z = 0$）。通过采用与陀螺流体模型相同的归一化方案，回旋动理学系统可写为以下形式：

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(g_s+\frac{1}{\rho_s}\frac{Z_s}{\sqrt{\sigma_s\tau_s}}v_\parallel\mathcal{J}_{0s}A_\parallel\right)+\left[\mathcal{J}_{0s}\phi-\sqrt{\frac{\tau_s\beta_e}{2\sigma_s}}v_\parallel\mathcal{J}_{0s}A_\parallel+\frac{\tau_s}{Z_s}\rho_s^2v_\perp^2\mathcal{J}_{1s}B_\parallel,g_s+\frac{1}{\rho_s}\frac{Z_s}{\sqrt{\sigma_s\tau_s}}v_\parallel\mathcal{J}_{0s}A_\parallel\right]=0, \tag{22}$$

$$\sum_s Z_s\bar{n}_s=\phi\sum_s\frac{Z_s}{\rho_s^2\tau_s}\left(\frac{1}{n_0}\int\mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}(1-\mathcal{J}_{0s})\right)+B_\parallel\sum_s Z_s\left(\frac{1}{n_0}\int\mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}v_\perp^2\mathcal{J}_{0s}\mathcal{J}_{1s}\right), \tag{23}$$

$$\sum_s Z_s\bar{u}_s=-\nabla_\perp^2A_\parallel, \tag{24}$$

$$\sum_s\bar{p}_s=-\phi\sum_s\frac{1}{\rho_s^2}\left(\frac{1}{n_0}\int\mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}v_\perp^2\mathcal{J}_{0s}\mathcal{J}_{1s}\right)-B_\parallel\left(\frac{2}{\beta_e}+\sum_s\int\mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}(v_\perp^2\mathcal{J}_{0s}\mathcal{J}_{1s})^2\right) \tag{25}$$

式（22）是回旋动理学方程，而式（23）、（24）和（25）分别对应准中性关系以及安培定律的平行和垂直投影。我们引入了以下附加归一化

$$g_s=\frac{\hat{g}_s}{\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}},\qquad v_{\parallel,\perp}=\frac{\hat{v}_{\parallel,\perp}}{v_{th_s}},\qquad d_i\bar{p}_s=\frac{\hat{\bar{p}}_s}{n_0T_{0e}} \tag{26}$$

其中，麦克斯韦平衡分布函数的有量纲形式为

$$\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}(\hat{v}_\parallel,\hat{v}_\perp)=n_0\left(\frac{m_s}{2\pi T_{0s}}\right)^{3/2}\mathrm{e}^{-\frac{m_s\hat{v}_\parallel^2}{2T_{0s}}-\frac{m_s\hat{v}_\perp^2}{2T_{0s}}}. \tag{27}$$

各物种相关的参数包括质量比 $\sigma_s=m_s/m_i$,、温度比 $\tau_s=T_{0s}/T_{0e}$,和电荷数比 $Z_s=q_s/q_i$。显然， $\sigma_i=1$、$\tau_e=1$、 $Z_i=1$。本文中，我们固定 $Z_e=-1$，即 $q_i=e$。有时我们也将非平凡项记为 $\sigma_e=\sigma$、 $\tau_i=\tau$。

式（23）—（25）中出现的分布函数速度矩定义如下:

$$d_i\bar{n}_s=\frac{1}{n_0}\int\mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}\mathcal{J}_{0s}g_s, \tag{28}$$

$$d_i\bar{u}_s=\sqrt{\frac{\tau_s\beta_e}{2\sigma_s}}\frac{1}{n_0}\int\mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}v_\parallel\mathcal{J}_{0s}g_s, \tag{29}$$

$$d_i\bar{p}_s=\tau_s\frac{1}{n_0}\int\mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}v_\perp^2\mathcal{J}_{1s}g_s, \tag{30}$$

其中，速度空间中的体积元 $d\hat{\mathcal{W}}$ 定义为 $d\hat{\mathcal{W}}=\pi v_{th_s}^3dv_\parallel dv_\perp^2$。请注意，这些量是 g_s的矩，因此不同于实际的粒子密度、流和压力，即稍后定义的总分布函数 $\delta\mathcal{F}_s$ 的矩。

最后，回旋平均算子 $\mathcal{J}_{0s}$ 和 $\mathcal{J}_{1s}$ 可以类似于公式 (10)，以下述方式用傅里叶乘子表示:

$$\mathcal{J}_{0s}\to J_0\left(\alpha_s\right),\qquad \mathcal{J}_{1s}\to\frac{J_1(\alpha_s)}{\alpha_s}, \tag{31}$$

其中， J_0 和 J_1 分别为零阶和一阶贝塞尔函数，其自变量定义为 $\alpha_s=k_\perp v_\perp v_{th_s}/(L\omega_{cs})=k_\perp v_\perp(\rho_s\sqrt{\sigma_s\tau_s}/Z_s)$。

2.3 回旋流体模型与陀螺动理学模型之间的联系

我们假设分布函数可以写成

$$\hat{g}_s(\mathbf{X}_s,v_\parallel,v_\perp,t)=\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}\sum_{n,m=0}^{\infty}H_m(v_\parallel)L_n\left(\frac{v_\perp^2}{2}\right)f_{mn_s}(\mathbf{X}_s,t) \tag{32}$$

其中， H_m 和 L_n 分别表示阶数为 m 和n的厄米多项式和拉盖尔多项式， m 和 n 为非负整数。根据厄米多项式和拉盖尔多项式的正交性质，可得以下关系：

$$f_{mn_s} = \frac{1}{n_0\sqrt{m!}} \int \mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\, \hat{\mathcal{F}}_{eq_s} g_s H_m\left(v_\parallel\right) L_n\left(\frac{v_\perp^2}{2}\right). \tag{33}$$

函数 f_{mn_s} 是展开的系数，与陀螺流体矩的涨落成正比。例如， f_{20_e} 与陀螺中心电子平行温度涨落成正比。

在当前具有各向同性平衡温度的二维情形中，系统通过一种称为“准静态”的闭合关系闭合。该闭合关系由 Tassi 等人 [2020] 推导得出，并意味着除 $N_{e,\ i}$ 和 $U_{e,\ i}$ 之外，所有其他陀螺流体矩均受以下关系约束

$$f_{mn_s} = -\delta_{m0}\left(G_{1ns}\frac{1}{d_i}\frac{2Z_s}{\tau_s\beta_e}\phi + 2G_{2ns}d_iB_\parallel\right) \tag{34}$$

其中 δ_{m0} 是克罗内克δ， m 和 n 是非负整数，满足 $(m,\ n) \neq (0,\ 0)$ 和$(m,\ n) \neq (1,\ 0)$，也就是说，排除 $N_{e,\ i}$ 和 $U_{e,\ i}$。在式（34）中，我们还引入了回旋平均算子；作为傅里叶乘子，它们表示为

$$G_{1n}(b_s) \to \frac{\mathrm{e}^{-b_s/2}}{n!}\left(\frac{b_s}{2}\right)^n, \qquad n \geqslant 0, \tag{35}$$

$$G_{20}(b_s) \to \frac{\mathrm{e}^{-b_s/2}}{2}, \quad G_{2n}(b_s) \to -\frac{\mathrm{e}^{-b_s/2}}{2}\left(\left(\frac{b_s}{2}\right)^{n-1}\frac{1}{(n-1)!} - \left(\frac{b_s}{2}\right)^n\frac{1}{n!}\right), \qquad n \geqslant 1, \tag{36}$$

其中 $b_s = k_\perp^2 v_{th_s}^2/(L\omega_{cs})^2 = k_\perp^2 d_i^2(\sigma_s\tau_s\beta_e/(2Z_s^2)) = k_\perp^2\rho_s^2(\sigma_s\tau_s/Z_s^2)$。用粒子变量表示时，该闭合关系意味着，除 $n_{e,\ i}$ 和 $u_{e,\ i}$ 之外，粒子矩的涨落均为零。

（二维）准静态闭合在以下条件下有效

$$\frac{\hat{\omega}}{\hat{k}_y} \ll v_{th_s} \tag{37}$$

ˆ对于 $s = e, i$ 均成立，其中 k_y 是波矢的 y 分量，ˆω 是将陀螺动理学方程（22）围绕具有常数 a的平衡态 $\phi^{(0)} = B_\parallel^{(0)} = 0, A_\parallel^{(0)} = ax$线性化后得到的频率。这种线性化假设在实空间中也能将傅里叶乘子 $-k_\perp^2$ 与算子 $\nabla_\perp^2$ 对应起来，进而利用恒等式$J_0(\alpha_s) = \sum_{r=0}^{\infty}(1/(r!$ $)^2)(v_\perp v_{th_s}/(L\omega_{cs}))^{2r}\nabla_\perp^{2r}$, , 从而得到 $\mathcal{J}_{0s}x \approx x$。对于沿 y相速度较小的波，条件（37）更容易满足，这也解释了“准静态”一词的由来。对于准静态闭合未确定的矩，N_e 和 U_e 的动力学由演化方程（1）—（2）描述；这些方程可由电子陀螺动理学方程（22）关于平行速度坐标$v_\parallel$的零阶矩和一阶矩导出，其中 $s = e$。

关于 N_i 和 U_i，如上所述，我们假设满足以下条件

$$N_i = 0, \qquad U_i = 0 \tag{38}$$

成立。这一假设实际上将离子回旋流体动力学与电子回旋流体动力学解耦，使方程 (1)–(5) 构成一个闭合系统。

由 Granier 等人 [2022b] 的四场模型可推导出，假设 (38) 对 $\beta_e \ll 1$.[2] 有效。因此，我们预计在陀螺动力学模拟中，随着 β_e 增大，系统将偏离条件 (38)。

最后提及，在回旋流体和陀螺动理学模拟中，我们都考虑冷离子情形，即

$$\tau \ll 1, \tag{39}$$

这里回顾一下，$\tau = \tau_i = T_{0i}/T_{0e}$。

2.4 数值设置

我们假设平衡态中的电磁量由 b 给出 y

$$\phi^{(0)} = 0, \qquad A_{\parallel}^{(0)} = A_{\parallel 0}^{eq}/\cosh^2(x), \qquad B_{\parallel}^{(0)} = 0, \tag{40}$$

其中 $A_{\parallel 0}^{eq} = 1.299$，以使 $\max_x(B_y^{eq}(x)) = 1$。由于模拟中采用周期性假设，[3],无量纲平衡态 $A_{\parallel}^{(0)}$ 被替换为

$$A_{\parallel}^{(0)} = \sum_{n=-30}^{n=30} A_{\parallel 0}^{eq} a_n \mathrm{e}^{in2\pi x}, \tag{41}$$

其中 a_n 是函数 $1/\cosh^2(x)$ 的傅里叶系数。

注意，为了使平衡态满足方程（3）—（5），相应的电子回旋中心的平衡态密度和电子平行速度涨落固定为

$$N_e^{(0)} = 0, \qquad \nabla_{\perp}^2 A_{\parallel}^{(0)} = G_{10e} U_e^{(0)}. \tag{42}$$

在陀螺动理学模拟中，同样根据方程（42），假设平衡态电流密度完全由平行电子速度产生（回顾第2.3节中的讨论，陀螺动理学模型与回旋流体模型不同，也允许存在有限的平行离子流）。平衡态的撕裂稳定性参数 [Furth 等人， 1963]Porcelli 等人 [2002]

$$\Delta' = 2\frac{\left(5 - k_y^2\right)\left(k_y^2 + 3\right)}{k_y^2 (k_y^2 + 4)^{1/2}}. \tag{43}$$

当 $\Delta' > 0$ 时，平衡态（40）具有撕裂不稳定性，对应的波数为$k_y = \pi m/L_y < \sqrt{5}$。在撕裂过程的发展中，不稳定主模（$m = 1$）饱和后，最终会在初始撕裂构型的 X 点处形成一条变薄的电流片。在这条演化中的电流片内，类撕裂模扰动可发展并形成次级磁岛（称为磁岛），当它们进入非线性阶段时便会如此。

流体数值求解器 SCOPE3D（三维无碰撞等离子体方程求解器）（Granier 等人 [2022a]）采用伪谱方法，并通过三阶 Adams–Bashforth 格式推进时间。数值求解器 SCOPE3D 已调整为求解陀螺流体方程。陀螺动理学模型由 AstroGK 求解 [Numata 等人， 2010]。尽管 AstroGK 在处理线性项时采用了一些复杂的技术，但它基本上使用相同的伪谱方法和时间离散格式。

[2]在此提及 Granier 等人 [2022b], 中的公式 (2.2) 有一处印刷错误，或许会有所帮助：其中的 U_i 本应乘以因子 $2\rho_{s\perp}^2/\beta_{e\perp}$。[3]在 AstroGK 代码中，为了实现周期性，会将形状函数 $S_h(x)$ 乘到 $A_{\parallel}^{(0)}$ 上 [Numata 等人， 2010]。两个模型在模拟设置上的这一细微差异实际上不会对后续结果造成影响。

No.	ρ_s	Δ'	β_e	m_e/m_i	γ_L	γ_{max}	磁岛
1_{GF1}	0.3	14.3	0.2491	0.01	0.214	0.285	一个小型
1_{GF2}	0.3	14.3	0.06228	0.0025	0.225	0.322	No
1_F	0.3	14.3	0	0	0.230	0.337	No
2_{GF1}	0.3	29.09	0.2491	0.01	0.211	0.342	一个等离子体团
2_{GF2}	0.3	29.09	0.1246	0.005	0.218	0.367	一个等离子体团
2_{GF3}	0.3	29.09	0.06228	0.0025	0.231	0.378	一个等离子体团
2_{GF4}	0.3	29.09	0.00622	0.0005	0.241	0.385	多个等离子体团
2_F	0.3	29.09	0	0	0.242	0.386	多个等离子体团
3_{GF1}	0.5	14.3	0.692	0.01	0.286	0.334	多个等离子体团
3_{GF2}	0.5	14.3	0.3460	0.005	0.310	0.383	多个等离子体团
3_F	0.5	14.3	0	0	0.338	0.448	多个等离子体团
4_F	0.06	14.3	0	0	0.081	0.188	No

表 1：回旋流体与流体模拟。

No.	ρ_s	Δ'	β_e	m_e/m_i	γ_L	γ_{max}	磁岛
1_{GK1}	0.3	14.3	0.2491	0.01	0.2245	0.308	一个小型
1_{GK2}	0.3	14.3	0.06228	0.0025	0.2438	0.342	No
2_{GK1}	0.3	29.09	0.2491	0.01	0.2165	0.352	一个大型
2_{GK2}	0.3	29.09	0.1246	0.005	0.2267	0.389	一个大型
2_{GK3}	0.3	29.09	0.06228	0.0025	0.2329	0.401	一个大型
3_{GK1}	0.5	14.3	0.692	0.01	0.3040	0.362	One
3_{GK2}	0.5	14.3	0.3460	0.005	0.3286	0.410	One
3_{GK3}	0.5	14.3	0.1730	0.0025	0.3472	0.453	One
4_{GK1}	0.06	14.3	0.009965	0.01	0.08617	0.207	No
4_{GK2}	0.06	14.3	0.002491	0.0025	0.08779	0.209	No

表 2：陀螺动理学模拟。

3 等离子体团起始结果

我们开展了大量数值模拟（见表 1 和表 2），以研究等离子体团出现的物理条件。

每个模拟均由形式为 $p_{F/GF/GK\,r}$, 的代码标识，其中 p 和 r 为整数，而 F、GF 和 GK 分别表示该模拟是在流体极限下、采用陀螺流体模型还是采用陀螺动理学模型进行。对于所有模拟，电子惯性长度的值固定为 $d_e = 0.085$。编号相同的模拟 p 具有相同的 d_e、ρ_s 和 Δ' 值。另一方面，对于固定的 p，索引 r 的不同取值表示 β_e（因而也表示 m_e/m_i）的不同取值；随着 r 增大，β_e 减小。表 1 中并非所有模拟在表 2 中都有对应项，反之亦然，不过大多数模拟都是如此。特别要指出的是，由于陀螺动理学模拟的 β_e 始终为有限值，严格来说并不存在陀螺动理学模拟的

对应项，因为流体模拟在形式上对应于 $\beta_e \to 0$ 极限。

对于所有陀螺动理学模拟，温度比设为 $\tau = 10^{-3}$，其中离子拉莫尔半径为 $\sqrt{\tau}\rho_s$。如前所述，陀螺流体模型假设 $\bar{\tau} \to 0$。因此，在陀螺流体和陀螺动理学方法中，离子拉莫尔半径效应均被忽略。

首先，我们作一个总体评论：比较具有相同指标 p 和 r 的陀螺流体与陀螺动理学模拟可以发现，仅就磁岛的出现与否而言，陀螺流体模拟与陀螺动理学模拟的结果一致。因此，就这一点而言，我们可以得出结论：电子的准静态闭合以及离子陀螺中心涨落的抑制，不会对非线性电流片的稳定性产生关键影响。不过，正如下一节将要讨论的，在磁岛的数量和大小方面仍存在差异。特别是，当观察到多个磁岛时，表 1 中将其统称为“多个等离子体团”。同一模拟中的磁岛数量确实可能随时间变化，因为磁岛可能在不同时间形成，而成对的磁岛也可能合并为一个。

下文将对这些模拟进行比较。具体而言，在第3.3节中，我们通过模拟组 $p = 1$ 和 $p = 2$ 研究 β_e 对磁岛形成的影响。通过模拟组 $p = 3$ 和 $p = 4$ ，我们将在第3.4节中验证 $\rho_s \gg d_e$ 状态会促进磁岛形成。

3.1 增长率

在详细讨论磁岛不稳定性之前，我们先简要说明由初始平衡态（40）的扰动激发的撕裂模的线性增长率。在表格中，我们报告了撕裂不稳定性的线性增长率和最大增长率，这些数值是通过测量X点处的以下量来评估的

$$\gamma = \frac{d}{dt} \log \left| A_{\parallel}^{(1)} \left(\frac{\pi}{2}, 0, t \right) \right|. \tag{44}$$

当 β_e较小时，两种方法得到的增长率数值接近。当 β_e 较大时， γ_{max} 的数值存在差异；不过，如图1所示，回旋流体模拟和陀螺动理学模拟所得的 γ_{max} 随参数变化的趋势相同，而回旋流体模拟总体上略微低估了增长率。这种差异表明，当 β_e 取值较大且处于非线性阶段时，回旋流体模型重现陀螺动理学结果的能力会受到限制。正如第2.3节所述，其中一个原因可能是回旋流体模型中缺少离子陀螺中心密度和平行速度涨落，即使 β_e较大，由于施加了条件（38），这种缺失仍然存在。

通过比较模拟 $p = 1 - 3 - 4$ 在固定质量比下的增长率结果，我们注意到，增加 β_e 和 ρ_s, 如 $\rho_s \sim \sqrt{\beta_e/2},$ ，会使撕裂模失稳。增加这些参数可以视为在固定背景密度、离子质量和导引场振幅的同时，提高电子温度。Numata 和 Loureiro [2015], 、Granier 等人 [2022b] 通过数值研究表明，在后一种情况下，线性撕裂增长率首先受声速拉莫尔半径的失稳效应支配。然而，当电子温度足够高，使 ρ_e 的效应超过 ρ_s的效应时，线性增长率会受到抑制。这里我们处于第一种情况，声速拉莫尔半径的效应明显占主导地位。

3.2 数值分辨率说明

在本研究中，预先考虑分辨率的作用十分重要。在形成中的非线性电流片内，撕裂模不断增长，并可能在不同时间变得不稳定。因此，电流片可能被多个占主导地位的模撕裂，磁岛的数量对所采用的分辨率非常敏感。鉴于流体模拟 2_F 和 3_F 能够

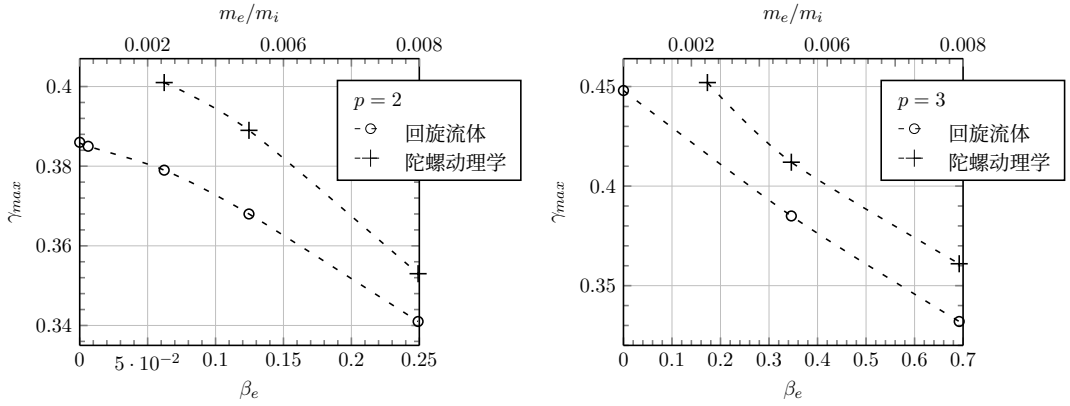


图1：无碰撞撕裂模的最大增长率随 β_e 的变化，适用于 $p = 2$ 和 $p = 3$. 两种情况

形成多个等离子体团，我们使用回旋流体代码对这两项模拟进行了分辨率测试，以确定沿 y所需的点数，确保其不会阻碍较大模数的增长。

表3报告了模拟 2_F 中可见磁岛的数量随点数的变化，并指出了它们出现的先后顺序。分辨率达到 2304^2 时，结果趋于收敛。

$n_x \times n_y$	# 等离子体团	关于出现顺序的说明
200×120	1	1 个位于中心
200^2	3	2 个关于中心对称，随后 1 个位于中心
200×400	3	2 个关于中心对称，随后 1 个位于中心
2304^2	7	6 个关于中心对称，随后 1 个位于中心
3400×4800	7	6个关于中心对称分布，然后在中心放置1个

表3：不同网格下模拟 2_F 中可见磁岛的数量。

对于 3_F，由于其接近边际稳定性，因此需要采用小于 $2L_y/n_y$ ~0.0078 的空间离散步长。遗憾的是，目前无法预见能否以如此高的分辨率进行陀螺动理学模拟。因此，所有陀螺动理学计算均采用 256×128 个点的网格。我们将这些陀螺动理学模拟与分辨率几乎相同的流体/陀螺流体模拟进行了比较。不过，由于流体代码的计算耗时低得多，我们还使用最多包含 2304^2 个点的网格进行了流体模拟。

3.3 β_e 对磁岛起始的影响

本节介绍 β_e 参数如何改变形成中的电流片特性并促进磁岛形成。我们使用电流密度 $j_\parallel$测量电流片长宽比。长度定义为从 X 点到$L_{\rm cs}/2$ 的电流分布等于特定值 α的范围

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(j_\parallel|_X - j_\parallel(0, i\Delta y, t)\right)^2 = \alpha j_\parallel|_X, \tag{45}$$

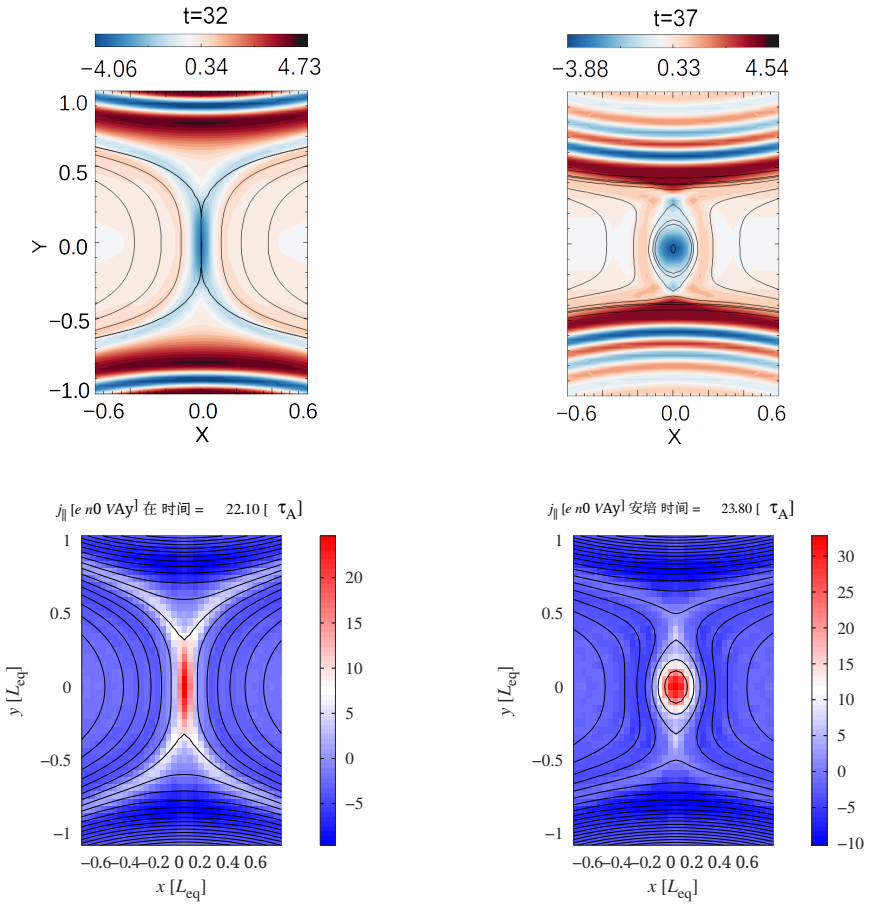


图2：上：模拟 1_{GF1}的平行电子速度 u_e （与平行电流密度成正比）的等值线图。下：模拟 1_{GK1}的平行电流密度 $j_{||}$ 等值线图。所有等值线图上均叠加了磁势的等值线。

其中， Δy 是沿 y 方向的网格长度， N 表示从 $y = 0$ 到$y = L_{\mathrm{cs}}/2$的点数。常数 α 取为 $1/3$ ，因为这样可以较好地测量强电流区域的长度。公式（45）允许对所有模拟采用一种统一的方法，同时考虑到电流片层内电流强度的降低。电流片的宽度对应于沿 x 方向两点之间的距离，在这两点处， $j_{||}$ 的值与点 $(0, L_{\mathrm{cs}}/2)$处的值相同。

我们首先重点比较 $p = 1$的一系列模拟，从较高的 β_e 情形开始，该情形中 $\beta_e = 0.2491$。图2展示了回旋流体模拟 1_{GF1} 中平行电子速度 u_e （与平行电流密度成正比）以及陀螺动理学模拟 1_{GK1}中的电流密度 $j_{||}$的等值线图。图中叠加了磁势等值线，以显示磁场的拓扑结构。两种方法均表明形成了磁岛。对于流体模拟，长宽比为 $A_{\mathrm{cs_f}} = 4.90$。在陀螺动理学情形中，我们测得 $A_{\mathrm{cs_k}} = 4.03$。我们观察到回旋流体与陀螺动理学长宽比的数值之间存在持续差异，这可由分辨率的差异解释。然而，它们随参数的演变趋势一致。

对于最低的 β_e 情形（其中 $\beta_e = 0.06228$），模拟的等值线图 1_{GF2}和 1_{GK2} 如图 3 所示。这两次模拟导致形成稳定的电流

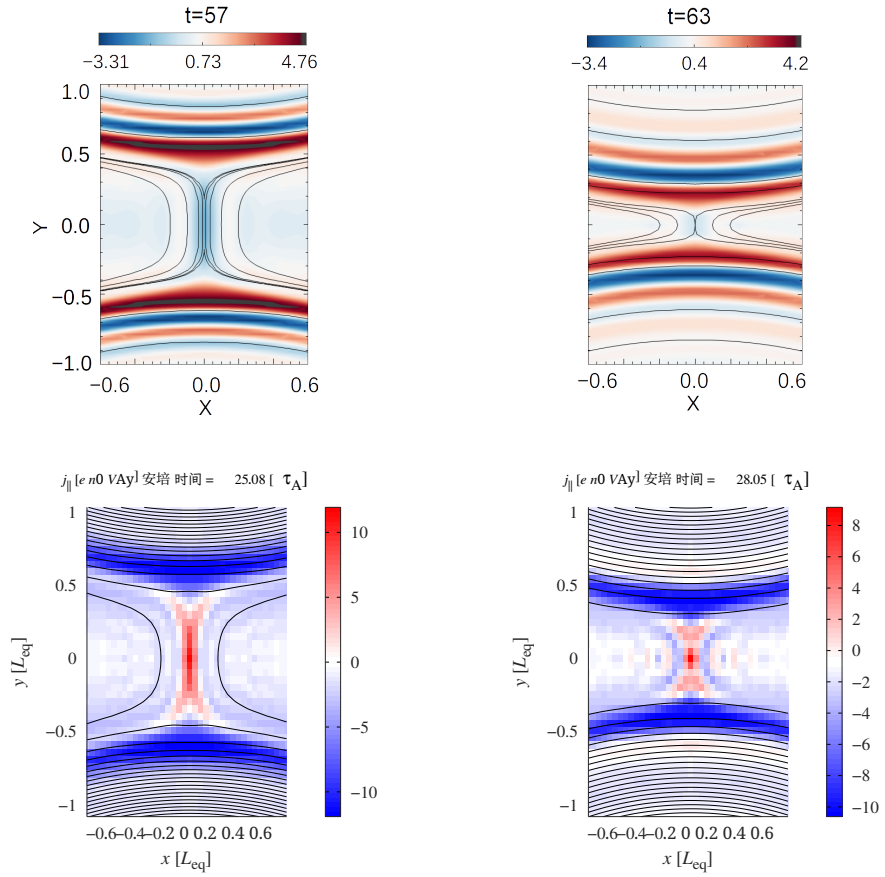


图3：上：模拟 1_{GF2} 的电子速度 u_e （与平行电流密度成正比）的等值线图。下：模拟 1_{GK2} 的平行电流密度 $j_\parallel$ 的等值线图。所有等值线图上均叠加了磁势等值线。

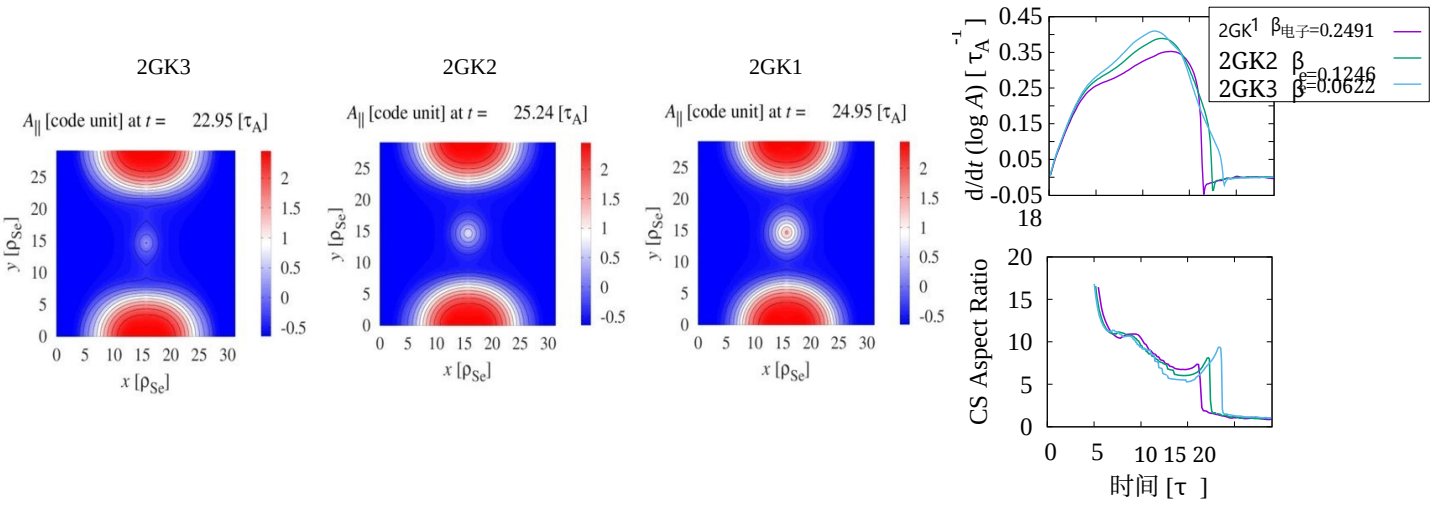


图4：左：模拟 2_{GK3}、 2_{GK2} 和 2_{GK1} 中 $A_{||}$ 的等值线图。右：相同模拟中增长率随时间的演变，以及形成中的电流片长宽比随时间的变化。

长宽比随时间减小的电流片。当增长率达到最大值时，长宽比也达到最大值，随后过程进入饱和阶段。我们从回旋流体模拟中测得的最大长宽比为 $A_{\mathrm{cs_f}} = 5.11$。在陀螺动理学情形中，长宽比为 $A_{\mathrm{cs_k}} = 4.14$。测得的长宽比与 $\beta_e = 0.2491$ 的结果非常接近，然而并未形成磁岛。在第一组测试中，我们处于稳定与不稳定的临界边界， β_e 的作用似乎对转变为不稳定情形至关重要。

对于 $p = 2$ 这一系列模拟，我们考虑与 $p = 1$ 相同的参数，但采用更长的形成中电流片。由于高度不稳定的主要重联模有利于形成延展的次级电流片，我们考虑增大 y 方向的计算域尺寸，令 $L_y = 1.4\pi$，对应于 $\Delta' = 29.9$。其他参数保持不变。在这种情况下，即使是 β_e 很小或可忽略的模拟，也会出现磁岛不稳定性。图4展示了模拟 2_{GK1} -2_{GK3} 中得到的磁岛及增长率演变。为了更清楚地展示磁岛的尺寸，图4给出了磁势的等值线图 $A_{||}$。磁势等值线图显示的是磁岛达到最大尺寸时的状态；这一时刻出现在撕裂不稳定性的饱和阶段。可以看出，增大 β_e 会形成尺寸更大的磁岛，尽管从长宽比测量结果来看，增大 β_e 会降低磁岛起始前测得的长宽比。在此，增大 β_e（即采用更大的质量比）似乎与增大 ρ_s 有类似效果，使磁岛不稳定性能够在尺寸条件并不特别有利（长宽比较低）的电流片中更充分地增长。Grasso and Borgogno [2022] 最近在二维无碰撞流体模型中得到的一项结果表明，存在剪切流和磁场时，rhos 会显著拓宽线性不稳定重联模的谱。

相比之下，图 5 展示了模拟4_{GK1} 和 4_{GK2}所得的长宽比和增长率。对于这组模拟， β_e 的影响可以忽略不计，参数 ρ_s和 Δ' 小于模拟 2_{GK1} - 2_{GK3}中的相应参数。尽管两组模拟的参数截然不同，但它们形成的电流片长宽比几乎相同。然而，与情形 2 不同，情形 4 保持稳定。若我们像 Comisso et al. [2016] 和 Granier et al. [2022a], 的理论那样，假设次级电流片中扰动的增长不依赖于初始撕裂平衡（因此

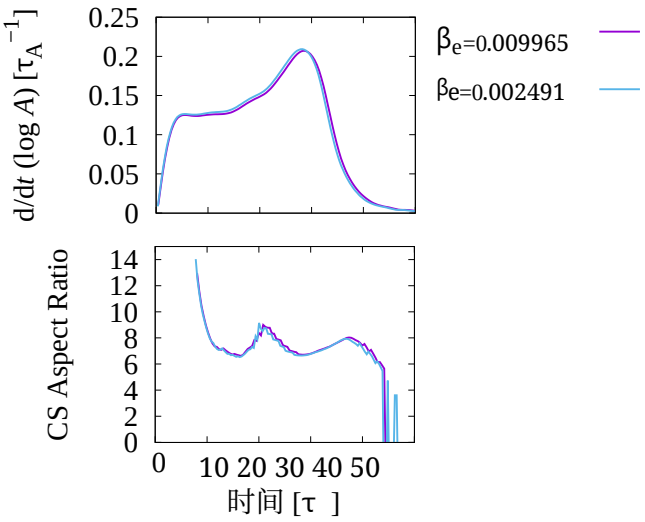


图5：模拟中增长率随时间的演化（上图），以及形成中的电流片长宽比随时间的变化（下图），对应 4_{GK1} 和 4_{GK2}。

初始的 Δ' 对磁岛大小没有影响），那么磁岛形成仅由 ρ_s 和 β_e 的取值决定，而这两个值在情形 2 中更大。

图6详细展示了分辨率最高的 2_F、 2_{GF4}、 2_{GF3}和 2_{GF1}中不稳定性的演化。当 β_e 可忽略时，我们可以看到多个磁岛排成一列形成；而对于 $\beta_e > 0.06$ ，我们只看到一个位于中心的磁岛。 β_e 的影响最终阻止了电流片内部大尺度模的发展。

3.4 对 $\rho_s \gg d_e$ 磁岛区间的验证

Granier 等人开展的一项理论与数值研究 [2022a] 指出，对于接近边际稳定性的电流片，$\rho_s \gg d_e$ 区间会促进磁岛形成。在该文献中，模拟采用流体模型 (16) - (17)，该模型假设质量比可忽略，且 β_e可忽略。本小节将对这些结果进行陀螺动力学验证。除了探究闭合可能发挥的作用外，我们还将流体结果与包含有限质量比 $m_e/m_i = 0.005$, 、因而具有较小 β_e的结果进行比较。此外，如前所述，陀螺流体模型无法描述、但在陀螺动理学模拟中存在的离子物理量演化（例如 N_i 和 U_i），原则上也可能发挥作用。因此，本小节聚焦于低 β_e 区间，并比较 $p = 3$ 的模拟组（其中 $\rho_s \gg d_e$）与 $p = 4$的模拟组（其中 $\rho_s \ll d_e$）。这两组模拟均导致在接近不稳定性阈值处形成次级电流层。

图7展示了模拟 3_{GK3} （本系列中最低的 β_e 陀螺动理学情形）和 3_F 中不稳定性的演化。对于这两种方法，电流片都会变得对磁岛不稳定。在此情形下，分辨率同样起着重要作用。在分辨率为 1728^2, 时，模拟 3_F 中可以观察到三个磁岛。然而，采用分辨率 500×360 进行的相同流体模拟只显示出一个磁岛。由于无法预见陀螺动理学代码能够达到更高的分辨率，我们使用了包含 256×128 个网格点的网格，从而观察到中心处的单个磁岛。在 $\rho_s \gg d_e$ 状态下，电流与磁力线对齐，因此形成十字形电流片 [Cafaro 等人， 1998]。陀螺动理学模拟也重现了这一行为。

图8展示了情形 4_{GK3} （本系列中最低的 β_e 陀螺动理学情形）和 4_F 下次级电流片的演化。两种框架中形成的电流片并未

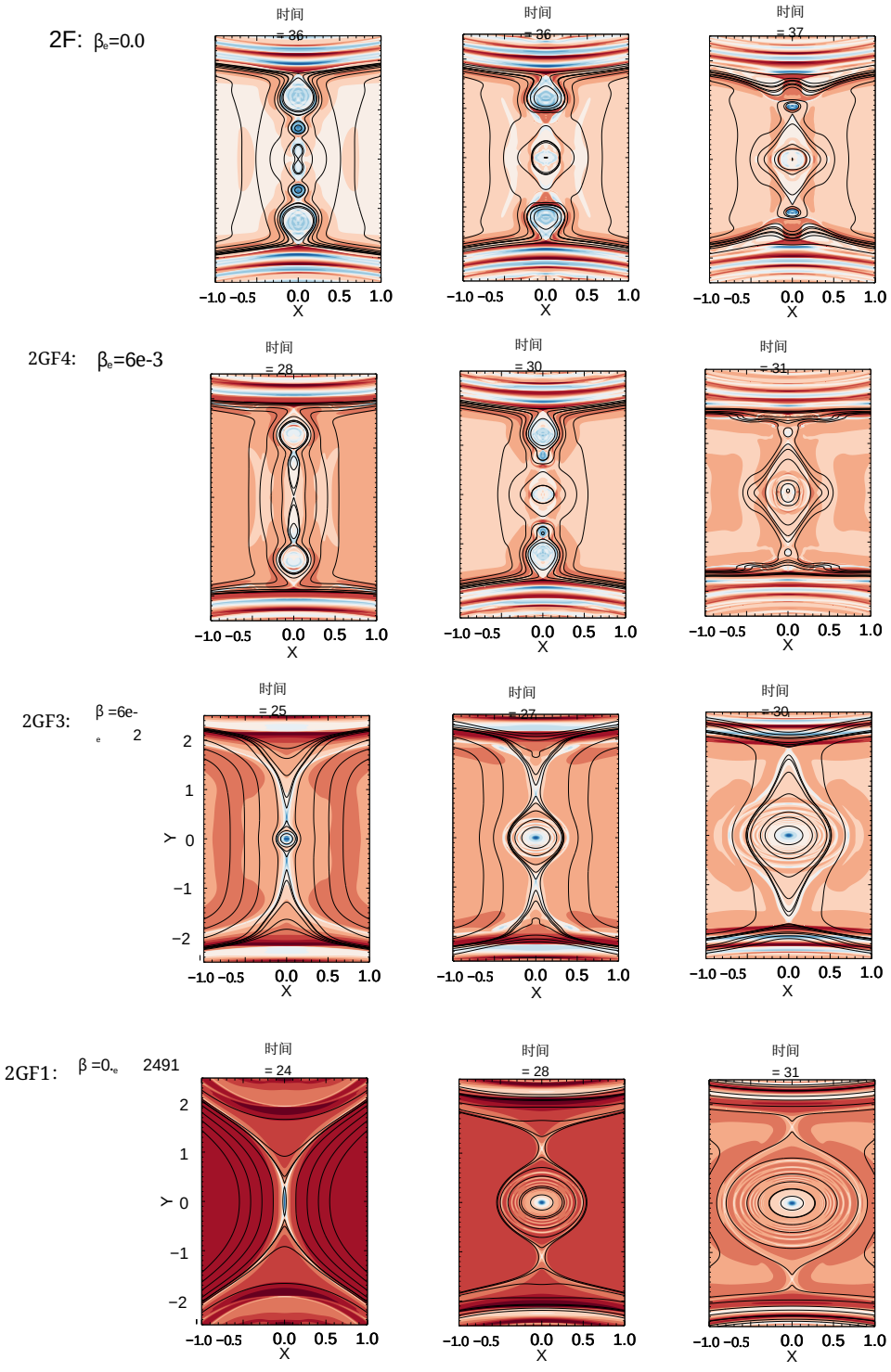


图6： u_e 的等值线图，叠加了 $A_{||}$的等值线。从上到下依次为： 2_F (2304^2)、 2_{GF4}、2_{GF3}、 2_{GF1} (2304×2400)。

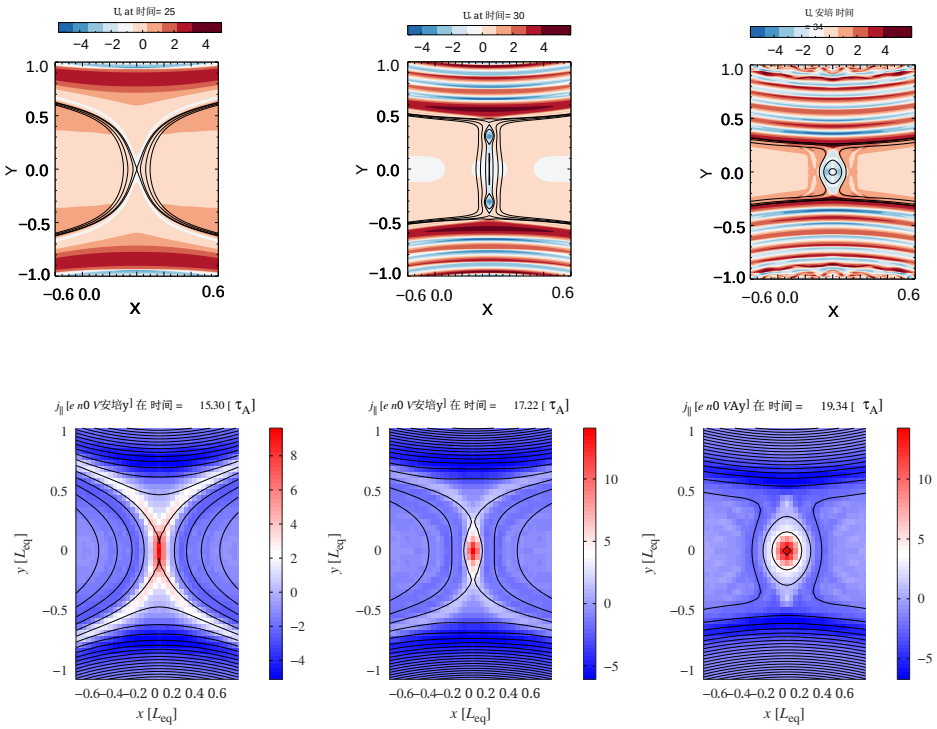


图7：上：模拟 3_F（1728^2）的平行电流密度等值线图 $u_e = U_e$。下：模拟 3_{GK3}的平行电流密度 $j_{\|}$ 等值线图。所有彩色图上均叠加了磁势等值线。

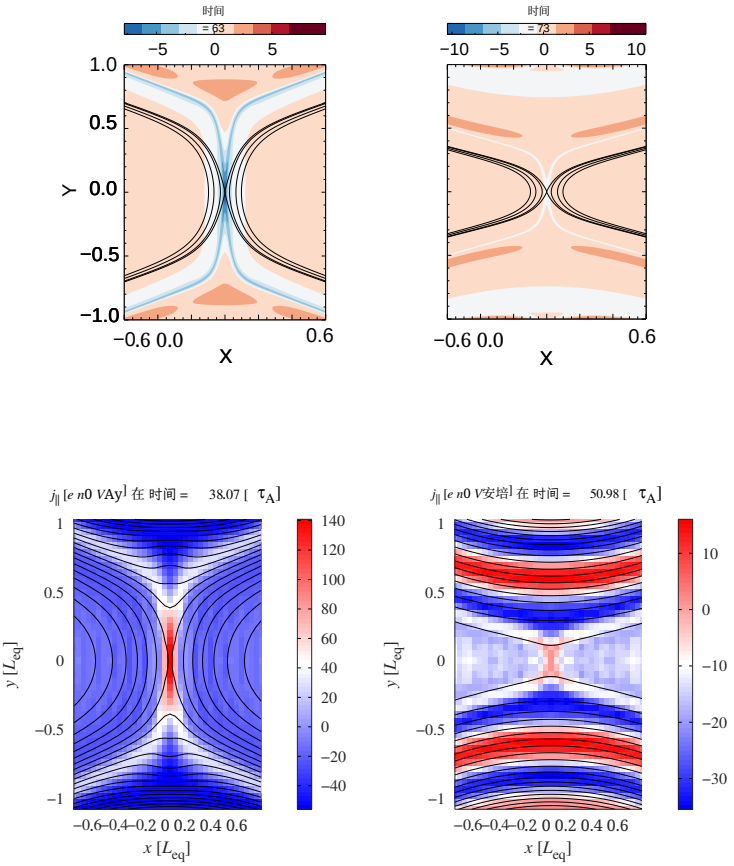


图8：上：模拟 4_F （1728^2）的平行电流密度 $u_e = U_e$ 等值线图。下：模拟 4_{GK2}的平行电流密度 $j_\parallel$ 等值线图。所有彩色图上均叠加了磁势等值线。

沿着分离线延伸，但主要仍沿 $x = 0$排列。

这一比较表明，只需加入由较大的声速拉莫尔半径产生的双流体效应，就能从边际稳定状态转变为边际不稳定状态。Granier 等人 [2022a]通过流体模型展示的这一结果，也得到了陀螺动理学模拟的证实。

4 能量分配——陀螺动理学与回旋流体的相似之处和差异

4.1 能量分量

由于我们在此考虑的是无碰撞等离子体，AstroGK 求解的回旋动理学系统守恒总能量（哈密顿量） [Howes 等人，2006年，Schekochihin 等人， 2009], 归一化为 $B_0^2/(4\pi)$

$$W(\delta\mathcal{F}_e, \delta\mathcal{F}_i) = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y \left(\frac{\tau_s \beta_e}{2} \sum_s \frac{1}{n_0} \int \mathrm{d}\hat{\mathcal{W}} \hat{\mathcal{F}}_{eq_s} \mathcal{J}_{0s} \delta\mathcal{F}_s^2 + |\nabla_\perp A_\parallel|^2 + d_i^2 |B_\parallel|^2 \right) \tag{46}$$

其中，$\delta\mathcal{F}_s = g_s + (1/di)(2Z_s/(\tau_s\beta_e))(\mathcal{J}_{0s}^2 - 1)\phi + d_i v_\perp^2 \mathcal{J}_{1s}\mathcal{J}_{0s}B_\parallel$ 是物种 s 的粒子分布函数扰动。第一项是物种 s 的扰动熵，第二项和第三项分别是垂直和沿平行方向的扰动磁场能量。我们可以从扰动粒子分布函数中提取前两个矩，表示为

$$\delta\mathcal{F}_s = d_i n_s + \sqrt{\frac{2\sigma_s}{\tau_s\beta_e}} d_i v_\parallel u_s + h_s', \tag{47}$$

其中，物种 s 的粒子扰动密度和平行速度分别记为 n_s 和 u_s，而 h_s' 包含扰动分布函数的所有高阶矩。根据定义，

$$\int \mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}\mathcal{J}_{0s}h_s' = 0, \qquad \int \mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}v_\parallel\mathcal{J}_{0s}h_s' = 0. \tag{48}$$

因此，我们可以将表达式 (46) 分解如下：

$$W(\delta\mathcal{F}_e, \delta\mathcal{F}_i) = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y \left(\sum_s \left(\tau_s\rho_s^2 n_s^2 + \sigma_s d_i^2 u_s^2 + \frac{\tau_s\beta_e}{2}\frac{1}{n_0}\int \mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}\mathcal{J}_{0s}h_s'^2 \right) + |\nabla_\perp A_\parallel|^2 + d_i^2|B_\parallel^2| \right). \tag{49}$$

第一项是由电子密度方差产生的能量，第二项是平行电子流的动能，第三项是电子自由能。对于无碰撞陀螺流体模型，方程组 (1)–(5) 具有如下守恒哈密顿量：

$$H_{gf}(N_e, A_e) = \frac{1}{2}\int dxdy \left(\rho_s^2 N_e^2 + d_e^2 U_e^2 + |\nabla_\perp^2 A_\parallel|^2 - N_e(G_{10e}\phi - \rho_s^2 2G_{20e}B_\parallel) \right). \tag{50}$$

我们指出，正如附录中将要展示的，由准静态闭合得到的哈密顿量 (50) 与采用我们称为等温陀螺流体闭合的方式所得哈密顿量相同（不过，在这两种情况下，ϕ、$A_\parallel$、$B_\parallel$ 与 N_e、U_e 之间的关系会有所不同）。

利用关系式 (13) 和 (14)，我们还可以用粒子变量将哈密顿量写成如下形式：

$$\begin{aligned} H_p(n_e, A_e) =& \frac{1}{2}\int dxdy \left(\rho_s^2 n_e G_{10e}^{-2} n_e + d_e^2 \left(G_{10e}^{-1}u_e\right)^2 + |\nabla_\perp^2 A_\parallel|^2 + d_i^2|B_\parallel|^2 \right. \\ & \left. + n_e\left(1 - 2G_{10e}^{-2}\right)\phi + \phi\left(G_{10e}^{-2} - 1\right)\frac{\phi}{\rho_s^2} \right). \end{aligned} \tag{51}$$

当我们考虑极限 $\beta_e,\ m_e/m_i \to 0$ 时，陀螺流体方程的哈密顿量可简化为

$$H_p(n_e, A_e) = \frac{1}{2}\int dxdy \left(\rho_s^2 n_e^2 + d_e^2 u_e^2 + |\nabla_\perp^2 A_\parallel|^2 + |\nabla_\perp\phi|^2 \right), \tag{52}$$

也就是流体方程 (16)–(17) 的哈密顿量。在方程 (52) 中，从左到右各项分别是由电子密度涨落产生的能量、电子平行动能、垂直磁场能和垂直等离子体动能；后者本质上是$\mathbf{E}\times\mathbf{B}$ 流能量。

4.2 可忽略的 β_e：流体与陀螺动理学

图 9 展示了流体情形 1_F 与低 β_e 陀螺动理学情形 1_{GK3} ($\beta_e = 0.062$)的能量变化对比。变化量定义为 $(1/2)\int \mathbf{dr}(\xi(x,\ y,\ t) - \xi(x,\ y,\ 0))/E(0)$，其中函数 ξ 可替换为 $\hat{}W$ 和 $\hat{}H$ 的不同组成项（其中 W 也在二维极限下考虑），而 $E(0)$ 为初始总能量。在陀螺动理学图中，四个主要能量通道以实线表示。紫色实线表示离子总能量变化。我们还展示了相对于密度方差（点划线）、平行动能（密集虚线）和垂直动能（疏松虚线）的变化演化，这些都是粒子总能量的组成部分。电子对应的相同能量通道以绿色表示。

流体与陀螺动理学中转换的磁能总量相同，并且似乎主要转移给了电子。另一方面，这些能量在陀螺动理学框架和流体框架中的分配并不相同。对于流体模拟，磁能只能转换为电子密度涨落或电子平行加速；而在陀螺动理学情形中，输送到这些通道的能量很少。这表明，在陀螺动理学框架中，电子能量的增加源于分布函数高阶矩因相混合而产生的涨落（Loureiro 等人 [2013], Numata 和 Loureiro [2015]），例如电子垂直温度和平行温度。磁能实际上很可能转换成了电子热能。在流体情形中，由于闭合的结果，对于 $\beta_e \to 0$，不允许存在温度涨落，因此这种可能性受到了限制。

两种方法之间最显著的差异在于：在流体情形下，电子平行动能会增加；而在陀螺动理学情形下，该动能近似保持不变或呈下降趋势（图 9）。为探究这一差异的起因，我们进行了初始条件检查，并对电子平行动能进行了分解。分解得到三个能量分量，即平衡部分（u_{eq}^2）、扰动部分（$\tilde{u}_e^2$）和交叉项（$2\tilde{u}_e u_{eq}$）。图 9 下方面板展示了各分量的变化。平衡部分的贡献显然不随时间变化。二次扰动部分始终为正，但总体而言，电子平行动能仍可能因交叉项变为负值而下降；陀螺动力学模拟中便是如此。对于流体情形，扰动项显著增加，从而导致平行动能呈正向变化，这是因为电子被大幅加速，以维持总能量守恒。

对于离子而言，相较于陀螺动理学，在流体情形下，闭合假设意味着对离子动力学进行了更为粗略的近似。在陀螺动理学情形下，对于较低的 β_e，我们可以从图 9 中看到，离子总能量的主要部分由垂直动能构成，而垂直动能包含在方程（49）[4],的 h_s' 部分中，其表达式为

$$\frac{1}{2}\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y d_i^2 \mathbf{u}_{\perp,i}^2. \tag{53}$$

其中，离子垂直速度$\mathbf{u}_{\perp,i}$ 根据其作为矩的定义直接计算如下：

$$d_i \mathbf{u}_{\perp,i} = \sqrt{\frac{\tau_i \beta_e}{2\sigma_i}} \frac{1}{n_0} \int \mathrm{d}\hat{\mathcal{W}} \mathcal{F}_{eq_i} \mathbf{v}_\perp \delta\mathcal{F}_i \tag{54}$$

注意，垂直流根据其定义满足以下恒等式

$$d_i \mathbf{u}_{\perp,i} = (-\nabla\phi - \rho_s^2 \nabla \cdot \mathrm{p}_{\perp\perp,i}) \times \mathbf{z} \tag{55}$$

[4]由于$\mathbf{v}_\perp$ 矩通常并不正交，因此我们无法将它们彼此清晰地分离。

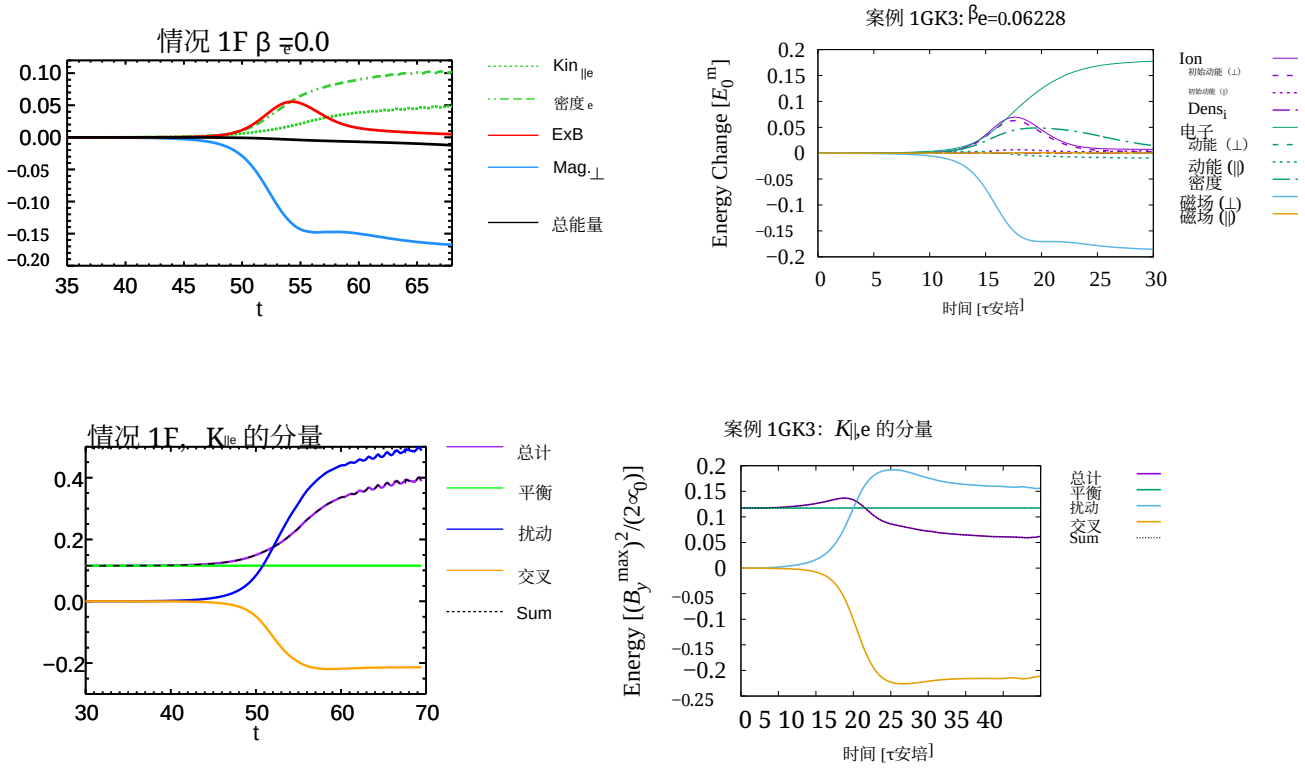


图 9：上：案例 1_F（左）分辨率和 1_{GK3}（右）的能量变化随时间的演化。下：相同模拟中平行动能的变化。此案例中没有磁岛。

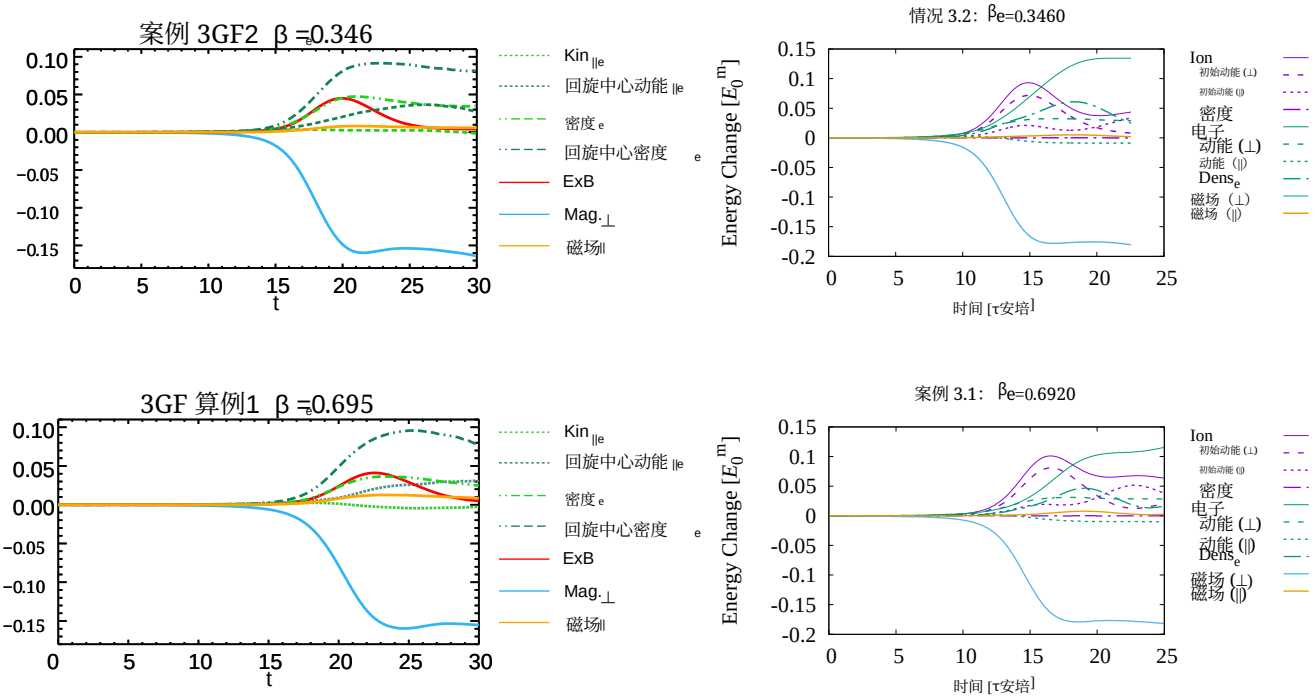


图 10：情形 3_GF 和 3_{GK}下能量变化的时间演化。

其中，垂直压力张量为

$$d_i \mathfrak{p}_{\perp\perp,i} = \tau_i \frac{1}{n_0} \int \mathrm{d}\hat{\mathcal{W}} \mathcal{F}_{eq_i} \mathbf{v}_\perp \mathbf{v}_\perp \delta \mathcal{F}_i \tag{56}$$

垂直流由$\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 漂移和扰动压力的抗磁漂移之和给出。

尽管采用了该闭合，能量分量（53）的演化仍与回旋流体情形的$\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 流能非常相似。对于非常小的 β_e，似乎不会产生平行离子动能和平行磁能。

4.3 有限 β_e：回旋流体与陀螺动理学

当 β_e 非常小时，有限拉莫尔半径效应修正变得可以忽略，粒子变量与回旋中心变量重合。另一方面，对于不可忽略的 β_e，电子拉莫尔半径变为有限值，关系式（11）和（12）使我们能够将粒子的密度和平行速度与回旋中心的相应量联系起来。在图 10中，我们比较了 $0 < \beta_e < 1$下的回旋流体能量变化与陀螺动理学能量变化。为此，我们使用了 $p = 3$的模拟组。

在表示陀螺流体能量的图中，我们展示了粒子能量和陀螺中心能量的变化。例如，标注为”动能$\|e$”的曲线对应于$(1/2)\int dxdyd_e^2u_e^2$,的变化，这与陀螺动理学能量（49）的第二项相当。标注为”回旋中心动能$\|e$”的曲线对应于 $(1/2)\int dxdyd_e^2U_e^2$的变化。随着β_e增加，陀螺中心能量与粒子能量的变化之间的差异也随之增大。当 β_e有限时，我们注意到，在陀螺流体情形下，电子的平行动能有所损失，这与陀螺动理学方法更加吻合。增加 β_e还会产生更多平行磁能，而陀螺流体模型能够很好地再现这一点。另一方面，陀螺动理学情形表明，磁能中有相当一部分

现在转化成了平行离子动能。如前所述，约化陀螺流体模型的一个局限是，通过施加$U_i = u_i = 0$，“人为地”移除了离子平行速度。该假设的局限性显而易见，尤其是图 10 显示，在陀螺动理学情形下，当 β_e足够大时，离子流体实际上会沿**z** 轴加速。另一方面，尽管缺少这一因素，陀螺流体模型似乎仍适用于研究 $0 < \beta_e < 1$下磁岛的形成。

5 结论

在这项工作中，我们假设 β_e 有限但较小，采用回旋流体和陀螺动理学模拟对磁岛形成进行了数值研究。这使我们能够表明，与有限电子拉莫尔半径效应相关的有限 β_e 会促进磁岛增长。这些结果有助于深入了解由磁岛不稳定性介导的无碰撞重联，尤其是电子尺度效应所起的作用。

这项工作展示了约化陀螺流体模型在深入认识电流片稳定性和磁重联方面的能力。特别是，Granier 等人 [2022a] 在流体极限下对电流片边际稳定性的预测，得到了陀螺动理学模拟的证实。这也表明，流体模型和回旋流体模型能够在较短的计算时间内获得准确结果。

对比回旋流体模型与陀螺动理学模型，可以发现这两种框架之间的关键相似之处和差异，从而深入认识其背后的重要物理效应。事实上，所采用的陀螺动理学模型是一个 a δf 模型，通过适当的近似和闭合假设可以推导出回旋流体模型。这使我们能够直接识别应用于陀螺流体矩的闭合关系可能存在的局限性，而这些局限性正是回旋流体模型与其陀螺动理学母模型的区别所在。因此，我们展示了闭合关系对磁重联过程中能量分布与转换的影响。由于该闭合关系不允许出现平行温度涨落，能量必然转化为电子密度和平行速度的涨落。这与陀螺动理学模拟的结果不一致，但似乎不会影响磁岛的形成。特别是，当 β_e 相对较小但有限时，在回旋流体框架中假设不存在离子平行运动是成立的，且不会影响磁岛不稳定性。陀螺动理学垂直离子速度可由流体 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 速度很好地描述。另一方面，陀螺动理学模拟显示，有很大一部分磁能转移到了高阶矩的涨落中。

致谢

RN 的研究部分由日本学术振兴会科学研究费助成事业（JSPS KAKENHI）项目资助，项目编号为 22K03568。数值模拟使用了由 CINECA 托管的 EUROfusion 高性能计算机 Marconi Fusion 和 Galileo100（项目 FUA35-FKMR 和 IsC86 MR-EFLRA）、由 Observatoire de la Côte d’Azur 托管的 Mesocentre SIGAMME 提供的计算设施，以及位于 QST 六所聚变研究所（日本青森）国际聚变能研究中心（IFERC-CSC）计算模拟中心的 JFRS-1 超级计算机系统；此外，还使用了核融合科学研究所（NIFS）的“等离子体模拟器”（NEC SX-Aurora TSUBASA），并获得 NIFS 合作研究计划（NIFS22KISS019）的支持。

附录。回旋流体等温闭合与准静态闭合的比较

在本附录中，我们首先说明如何通过应用准静态闭合关系以及第2.3节所述的假设，从陀螺动理学哈密顿量（46）得到陀螺流体哈密顿量（50）。随后，我们将其与应用我们称为陀螺流体等温闭合的方法所得到的陀螺流体哈密顿量进行比较。

本文用于比较的 δf 陀螺动理学模型的守恒能量（46）可用陀螺中心扰动分布函数表示

$$g_s = \delta\mathcal{F}_s + \frac{1}{d_i}\frac{2Z_s}{\tau_s\beta_e}\left(\phi - \left\langle \phi - d_i\sqrt{\frac{\tau_s\beta_e}{2\sigma_s}}\mathbf{v}_\perp\cdot\mathbf{A}_\perp \right\rangle_{\mathbf{X}_s}\right), \tag{57}$$

其中，$\langle\,\rangle_{\mathbf{X}_s}$ 表示在导引中心$\mathbf{X}_s$ 处进行的陀螺平均，而$\mathbf{A}_\perp$ 是与平行磁扰动相关的磁矢势，因此 $\nabla\times\mathbf{A}_\perp = B_\parallel\mathbf{z}$。由此可得

$$\begin{aligned} W(\delta\mathcal{F}_e,\delta\mathcal{F}_i) = H_{gy}(g_e,g_i) = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\sum_s\frac{1}{n_0}\int \mathrm{d}\hat{\mathcal{W}}\hat{\mathcal{F}}_{eq_s}\left(\frac{\tau_s\beta_e}{2}g_s^2\right. \\ \left. +\frac{Z_s}{d_i}g_s\left(\mathcal{J}_{0s}\phi + \sqrt{\frac{\tau_s\beta_e}{2\sigma_s}}v_\parallel\mathcal{J}_{0s}A_\parallel + \frac{\tau_s}{Z_s}\rho_s^2 v_\perp^2\mathcal{J}_{1s}B_\parallel\right)\right) \end{aligned} \tag{58}$$

请注意，在方程（58）中，我们已经取了空间二维极限，以便直接得到回旋流体哈密顿量。

陀螺中心扰动分布函数可利用厄米多项式和拉盖尔多项式展开为其陀螺中心矩的级数。这里，我们将只保留两种粒子层级中的前两个矩，并应用两种不同的闭合关系，即准静态闭合 Tassi 等人 [2020], 以及陀螺流体等温闭合；在后一闭合中，垂直和平行陀螺中心温度涨落 $T_{\perp s} = T_{\parallel s} = 0$ 被设为零（与其他所有高阶陀螺流体矩一样）。例如，Scott [2010], 就采用了这类闭合，不过在该文献中，陀螺中心温度和热通量涨落均予以保留，而其他所有高阶矩都设为零。

对于准静态闭合，两种粒子的陀螺中心扰动分布函数展开式为

$$g_e = d_iN_e + \sqrt{\frac{2\sigma_e}{\beta_e}}d_iv_\parallel U_e - \sum_{n=1}^{\infty}L_n\left(\frac{v_\perp^2}{2}\right)\left(G_{1ne}\frac{1}{d_i}\frac{2Z_e}{\beta_e}\phi + 2G_{2ne}d_iB_\parallel\right), \tag{59}$$

$$g_i = -\sum_{n=1}^{\infty}L_n\left(\frac{v_\perp^2}{2}\right)\left(G_{1ni}\frac{1}{d_i}\frac{2}{\tau_i\beta_e}\phi + 2G_{2ni}d_iB_\parallel\right) \tag{60}$$

方程（59）和（60）中电子与离子处理方式的差异，显然源于假设（38）。需要指出的是，在方程（60）中同时保留离子陀螺中心密度和平行速度涨落，并采用下文所述的相同步骤，可以推导出 Granier 等人[2022b]所描述的四场哈密顿陀螺流体模型的能量。

In t对于陀螺流体等温闭合的情形，截断展开可直接给出 s

$$g_e = d_i N_e + \sqrt{\frac{2\sigma_e}{\beta_e}} d_i v_\parallel U_e, \tag{61}$$

$$g_i = 0. \tag{62}$$

为简化式 (59) 和 (60) 中的无穷级数，我们可以利用以下关系[Szeg¨o, 1975]

$$J_0(\alpha_s) = e^{-b_s/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_n\left(v_\perp^2/2\right)}{n!} \left(\frac{b_s}{2}\right)^n, \tag{63}$$

$$2\frac{J_1(\alpha_s)}{\alpha_s} = e^{-b_s/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_n^{(1)}\left(v_\perp^2/2\right)}{(n+1)!} \left(\frac{b_s}{2}\right)^n, \tag{64}$$

其中 $L_n^{(1)}$ 为相关的拉盖尔多项式，且与算子 (35)- (36) 的表达式有关。因此，我们得到以下等式，可将其代入 (59) 和 (60)：

$$\sum_{n=1}^{\infty} L_n\left(\frac{v_\perp^2}{2}\right)\left(G_{1ns}\frac{1}{d_i}\frac{2Z_s}{\tau_s\beta_e}\phi + 2G_{2ns}d_iB_\parallel\right) = \left(J_0(\alpha_s) - G_{10s}\right)\frac{1}{d_i}\frac{2Z_s}{\tau_s\beta_e}\phi + \left(v_\perp^2\frac{J_1(\alpha_s)}{\alpha_s} - 2G_{20s}\right)d_iB_\parallel. \tag{65}$$

现在，我们可以通过代入两组截断的扰动陀螺中心分布函数，将陀螺动力学哈密顿量 (58) 化为回旋流体哈密顿量。在准静态情形下，借助关系式 (65)，所有涉及 G_{1n_s} 和 G_{2n_s}（其中 $n \geqslant 1$）的项都会相互抵消。结果表明，所得的两个回旋流体哈密顿量可以写成相同的形式，如下所示

$$\begin{aligned} H(N_e, A_e) = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\ \big(&\rho_s^2 N_e^2 - A_e\mathcal{L}_{U_e}(A_e) - N_e(G_{10e}\mathcal{L}_\phi(N_e) \\ &-\rho_s^2 2G_{20e}\mathcal{L}_B(N_e))\big), \end{aligned} \tag{66}$$

其中，回顾一下， $A_e = G_{10e}A_\parallel - d_e^2U_e$ 以及线性算子 $\mathcal{L}_{U_e}$、 $\mathcal{L}_\phi$ 和 $\mathcal{L}_B$ 定义如下：

$$B_\parallel = \mathcal{L}_B(N_e), \qquad \phi = \mathcal{L}_\phi(N_e), \tag{67}$$

$$U_e = \mathcal{L}_{U_e}(A_e). \tag{68}$$

通过准中性关系和安培定律的两个分量。表达式 (66) 经过分部积分后，与哈密顿量 (50) 一致。

显然，准静态准中性方程和安培¨定律将不同于等温情形。因此，总计守恒能量的演化实际上有所不同，并且算子 $\mathcal{L}_B$、 $\mathcal{L}_\phi$、 $\mathcal{L}_{U_e}$ 是闭合依赖算子。

例如，时间 准中性关系在准静态情形下的显式形式写作

$$-G_{10e}N_e + \nabla_\perp^2\phi + (G_{10e}^2 - 1)\frac{\phi}{\rho_s^2} + (1 - G_{10e}2G_{20e})B_\parallel = 0, \tag{69}$$

而在采用陀螺流体等温闭合的情况下，我们有

$$-G_{10e}N_e + \nabla_\perp^2\phi + (\Gamma_{0e} - 1)\frac{\phi}{\rho_s^2} + (1 - \Gamma_{0e} - \Gamma_{1e})B_\parallel = 0, \tag{70}$$

其中$\Gamma_{0,\ 1e}$ 算子在傅里叶空间中的定义如下

$$\Gamma_{0e} \to I_0\left(k_\perp^2 \frac{\beta_e}{2} d_e^2\right) e^{-k_\perp^2 \frac{\beta_e}{2} d_e^2}, \qquad \Gamma_{1e} \to I_1\left(k_\perp^2 \frac{\beta_e}{2} d_e^2\right) e^{-k_\perp^2 \frac{\beta_e}{2} d_e^2}, \tag{71}$$

其中， I_n 是 n阶修正贝塞尔函数。

首先需要指出，如果我们假设.....，这两种闭合关系以及由此得到的两组静态方程实际上完全相同。

$$G_{1ne} = G_{2ne} = 0, \quad \text{for} \quad n \geqslant 1, \tag{72}$$

由此可得近似式

$$\Gamma_{0e}(b_e)^{1/2} = G_{10e}, \qquad (\Gamma_{0e}(b_e) - \Gamma_{1e}(b_e))^{1/2} = 2G_{10e}G_{20e}. \tag{73}$$

另一方面，关系式（73）也可以作另一种解释：即考虑 Γ_{0e} 和 Γ_{1e}的精确表达式（71），并假设可以调整 G_{10e} 和 G_{20e} 的表达式，使其与这两种闭合关系所导出的准中性关系相匹配。这样，根据方程（73）中的第一个关系式，在 $s = e$的情况下，可以得到 Dorland 和 Hammett [1993]提出的算子 G_{10s} 的近似表达式。Mandell 等人 [2018]近期也讨论了这种方法的优点。上述方法确实与 Dorland 和 Hammett [1993]为求得 G_{10s} 的表达式所采用的方法相似，该表达式能使线性回旋流体理论与线性陀螺动理学理论更好地吻合。Despain[2011]采用了类似的方法，并在有限-β 回旋流体模型中也考虑了 G_{20s} 。

第二点是，当离子和电子拉莫尔半径可忽略时，在考虑 $\tau_i \to 0$ 和 $\beta_e \to 0$的情况下，两组静态关系变得相同，并得到相同的流体哈密顿量

例如，(70) 和 (69) 都将化简为准中性关系

$$N_e = \nabla_\perp^2 \phi, \tag{74}$$

这将产生流体哈密顿量中的$\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 流能量。

参考文献

Pallavi Bhat 和 Nuno F. Loureiro。半碰撞区中的磁岛不稳定性。《等离子体物理学杂志》，84(6):905840607，2018年12月。doi: 10.1017/S002237781800106X。

A. Bhattacharjee、Yi-Min Huang、H. Yang 和 B. Rogers。磁岛不稳定性导致高卢undquist数等离子体中的快速磁重联。《等离子体物理学》，16(11):112102，2009年。doi: 10.1063/1.3264103。URL https://doi.org/10.1063/1.3264103。D. Biskamp。通过电流片实现磁重联。《流体物理学》，29(5):1520–1531，1986年。doi: 10.1063/1.865670。URL https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1. 865670。A. Brizard。湍流磁化等离子体的非线性陀螺流体描述。《流体物理B》，4:1213–1228，1992年。J. L. Burch、R. B. Torbert、T. D. Phan、L.-J. Chen、T. E. Moore、R. E. Ergun、J. P. East-wood、D. J. Gershman、P. A. Cassak、M. R. Argall、S. Wang、M. Hesse、C. J. Pollock、B. L.

Giles、R. Nakamura、B. H. Mauk、S. A. Fuselier、C. T. Russell、R. J. Strangeway、J. F. Drake、M. A. Shay、Yu. V. Khotyaintsev、P.-A. Lindqvist、G. Marklund、F. D. Wilder、D. T. Young、K. Torkar、J. Goldstein、J. C. Dorelli、L. A. Avanov、M. Oka、D. N. Baker、A. N. Jaynes、K. A. Goodrich、I. J. Cohen、D. L. Turner、J. F. Fennell、J. B. Blake、J. Clemmons、M. Gold-man、D. Newman、S. M. Petrinec、K. J. Trattner、B. Lavraud、P. H. Reiff、W. Baumjohann、W. Magnes、M. Steller、W. Lewis、Y. Saito、V. Coffey 和 M. Chandler。空间中的电子尺度磁重联测量。《科学》，352(6290):aaf2939，2016年。doi: 10.1126/science.aaf2939。URL https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.aaf2939。E. Cafaro、D. Grasso、F. Pegoraro、F. Porcelli 和 A. Saluzzi。非线性哈密顿磁重联中的不变量与几何结构。《物理评论快报》，80:4430–4433，1998年5月。doi: 10.1103/PhysRevLett.80.4430。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.80.4430。L. Comisso、D. Grasso、F. L. Waelbroeck 和 D. Borgogno。陀螺诱导的磁重联加速。《等离子体物理》，20(9):092118，2013年。doi: 10.1063/1.4821840。L. Comisso、M. Lingam、Y.-M. Huang 和 A. Bhattacharjee。磁岛不稳定性的一般理论。《等离子体物理学》，23(10):100702，2016年。doi: 10.1063/1.4964481。URL https://doi.org/10.1063/1.4964481。W. Daughton、V. Roytershteyn、B. J. Albright、H. Karimabadi、L. Yin 和 Kevin J. Bowers。从碰撞区制到动理学区制的大尺度重联层转变。《物理评论快报》，103:065004，2009年8月。doi: 10.1103/PhysRevLett.103.065004。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.065004。William Daughton 和 Vadim Roytershteyn。碰撞与动理学区制下磁重联的新兴参数空间图。《空间科学评论》- SPACE SCI REV，172(1-4):271–282，2012年11月。doi: 10.1007/s11214-011-9766-z。D. Del Sarto、F. Califano 和 F. Pegoraro。无碰撞流体磁重联中的次级不稳定性与涡旋形成。《物理评论快报》，91:235001，2003年12月。doi: 10.1103/PhysRevLett.91.235001。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.235001。K. M. Despain。湍流动理学的陀螺流体建模。博士论文，马里兰大学，2011年。W. Dorland 和 G. W. Hammett。具有动理学效应的陀螺流体湍流模型。《流体物理B》，5:812–835，1993年。H.P. Furth、J. Killeen 和 M. N. Rosenbluth。片状箍缩的有限电阻率不稳定性。《流体物理学》，6:459，1963年。C. Granier、E. Tassi、D. Borgogno 和 D. Grasso。强导向磁场存在时电子温度各向异性对无碰撞撕裂模不稳定性的影响。《等离子体物理学》，28(2):022112，2021年。doi: 10.1063/5.0037227。URL https://doi.org/10.1063/5.0037227。C. Granier、D. Borgogno、L. Comisso、D. Grasso、E. Tassi 和 R. Numata。无碰撞磁重联中的边际稳定电流片。《物理评论E》，106:L043201，2022a年。doi: 10.1103/PhysRevE.106.L043201。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.106.L043201。

C. Granier、D. Borgogno、D. Grasso 和 E. Tassi。《陀螺流体分析：电子 β_e 效应对无碰撞重联的影响》。《等离子体物理学杂志》88(1):905880111，2022b年。doi: 10.1017/S0022377822000010。D. Grasso、F. Califano、F. Pegoraro 和 F. Porcelli。《哈密顿重联中的相混合与磁岛饱和》。《物理评论快报》86:5051–5054，2001年5月。doi: 10.1103/PhysRevLett. 86.5051。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.5051。Daniela Grasso 和 Dario Borgogno。《无碰撞磁重联的流体模型》。2053- 2563。IOP 出版社，2022年。ISBN 978-0-7503-3559-1。doi: 10.1088/978-0-7503-3559-1ch6。URL https://dx.doi.org/10.1088/978-0-7503-3559-1ch6。Gregory G. Howes、Steven C. Cowley、William Dorland、Gregory W. Hammett、Eliot Quataert 和 Alexander A. Schekochihin。《天体物理回旋动理学：基本方程与线性理论》。《天体物理学杂志》651(1):590–614，2006年11月。doi: 10.1086/506172。URL https: //doi.org/10.1086/506172。Hantao Ji 和 William Daughton。《日球物理、天体物理及实验室等离子体中磁重联的相图》。《等离子体物理学》18(11):111207，2011年。doi: 10.1063/ 1.3647505。URL https://doi.org/10.1063/1.3647505。M. W. Kunz、A. A. Schekochihin、C. H. K. Chen、I. G. Abel 和 S. C. Cowley。《压强各向异性天体物理等离子体中的惯性区间动理学湍流》。《等离子体物理学杂志》81(5):325810501，2015年。doi: 10.1017/S0022377815000811。N F Loureiro 和 D A Uzdensky。《磁重联：从 Sweet–Parker 模型到随机磁岛链》。《等离子体物理与受控聚变》58(1):014021，2015年11月。doi: 10.1088/0741-3335/58/1/014021。URL https://doi.org/10.1088/0741-3335/58/1/014021。N. F. Loureiro、S. C. Cowley、W. D. Dorland、M. G. Haines 和 A. A. Schekochihin。《 x点塌缩与非线性撕裂模重联中的饱和》。《物理评论快报》95: 235003，2005年11月。doi: 10.1103/PhysRevLett.95.235003。URL https://link.aps.org/doi/ 10.1103/PhysRevLett.95.235003。N. F. Loureiro、A. A. Schekochihin 和 S. C. Cowley。《电流片不稳定性与磁岛链形成》。《等离子体物理学》14(10):100703，2007年。doi: 10.1063/1.2783986。URL https://doi.org/10.1063/1.2783986。N. F. Loureiro、A. A. Schekochihin 和 A. Zocco。《强磁化等离子体中的快速无碰撞重联与电子加热》。《物理评论快报》111:025002，2013年7月。doi: 10.1103/PhysRevLett.111.025002。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.025002。N. R. Mandell、W. Dorland 和 M. Landreman。《陀螺动理学的拉盖尔–埃尔米特伪谱速度表述》。《等离子体物理学杂志》84:905840108，2018年。W. H. Matthaeus 和 S. L. Lamkin。《有限振幅涨落引发的快速磁重联》。《流体物理学》 28(1):303–307，1985年。doi: 10.1063/1.865147。URL https: //aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.865147。Ryusuke Numata 和 N. F. Loureiro。《弱碰撞等离子体磁重联过程中的离子和电子加热》。《等离子体物理学杂志》81(2):305810201，2015年。doi: 10.1017/ S002237781400107X。

Ryusuke Numata、Gregory G Howes、龍野智也、Michael Barnes 和 William Dorland。《AstroGK：天体物理回旋动理学代码》。《计算物理学杂志》229(24):9347–9372，2010年。ISSN 0021-9991。Ryusuke Numata、William Dorland、Gregory G. Howes、Nuno F. Loureiro、Barrett N. Rogers 和龍野智也。《撕裂不稳定性的陀螺动理学模拟》。《等离子体物理学》18(11):112106，2011年。doi: 10.1063/1.3659035。URL https://doi.org/10.1063/1.3659035。J. Olson、J. Egedal、S. Greess、R. Myers、M. Clark、D. Endrizzi、K. Flanagan、J. Milhone、E. Peterson、J. Wallace、D. Weisberg 和 C. B. Forest。《磁重联过程中，在离子动理学尺度以下对无碰撞磁岛不稳定性的实验验证》。《物理评论快报》116:255001，2016年6月。doi: 10.1103/PhysRevLett.116.255001。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.255001。Joseph Olson、J. Egedal、S. Greess、R. Myers、M. Clark、Doug Endrizzi、Ken Flanagan、Jason Milhone、E. Peterson、John Wallace、D. Weisberg 和 C. Forest。《磁重联过程中，在离子动理学尺度以下对无碰撞磁岛不稳定性的实验验证》。《物理评论快报》116，2016年6月。doi: 10.1103/PhysRevLett.116.255001。T. Phan、Jonathan Eastwood、Michael Shay、J. Drake、Bengt Sonnerup、M. Fujimoto、P. Cassak、Marit Oieroset、J. Burch、Roy Torbert、A. Rager、J. Dorelli、Daniel Gershman、Craig Pollock、Prayash Sharma Pyakurel、Colby Haggerty、Y. Khotyaintsev、B. Lavraud、Yoshifumi Saito 和 Werner Magnes。《地球湍流磁鞘中无离子耦合的电子磁重联》。《自然》557，2018年5月。F Porcelli、D Borgogno、F Califano、D Grasso、M Ottaviani 和 F Pegoraro。《无碰撞磁重联的最新进展》。《等离子体物理与受控聚变》44(12B):B389–B405，2002年11月。doi: 10.1088/0741-3335/44/12b/327。URL https://doi.org/10.1088/ 0741-3335/44/12b/327。D Del Sarto、C Marchetto、F Pegoraro 和 F Califano。《有限拉莫尔半径效应对无碰撞磁重联非线性动力学的影响》。《等离子体物理与受控聚变》53(3):035008，2011年1月。doi: 10.1088/0741-3335/53/3/035008。URL https://dx.doi. org/10.1088/0741-3335/53/3/035008。A. A. Schekochihin、S. C. Cowley、W. Dorland、G. W. Hammett、G. G. Howes、E. Quataert 和 T. Tatsuno。《天体物理回旋动理学：磁化弱碰撞等离子体中的动理学与流体湍流级联》。《天体物理学杂志增刊系列》182(1):310–377，2009年5月。doi: 10.1088/0067-0049/182/1/310。T. J. Schep、F. Pegoraro 和 B. N. Kuvshinov。《非线性磁结构的广义双流体理论》。《等离子体物理》1:2843–2851，1994年。B.D. Scott。《基于自由能守恒约束推导含有限回旋半径电磁非线性的陀螺流体方程》。《等离子体物理》17:102306，2010年。柴田一成和田沼俊一。《磁岛诱发重联与分形重联》。《地球、行星与空间》53:473–482，2001年6月。doi: 10.1186/BF03353258。G Szeg¨o。《正交多项式》。（罗得岛州普罗维登斯：美国数学学会），1975年。E. Tassi、D. Grasso、D. Borgogno、T. Passot 和 P. L. Sulem。《由电子惯性驱动磁重联的约化朗道回旋流体模型》。《等离子体物理学杂志》84(4):725840401，2018年。doi: 10.1017/S002237781800051X。

E. Tassi、T. Passot 和 P.L. Sulem。基于准静态闭合的哈密顿陀螺流体模型。《等离子体物理学杂志》，86:835860402，2020年。D. A. Uzdensky、N. F. Loureiro 和 A. A. Schekochihin。等离子体团主导区中的快速磁重联。《物理评论快报》，105:235002，2010年12月a。doi：10. 1103/PhysRevLett.105.235002。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett. 105.235002。D. A. Uzdensky、N. F. Loureiro 和 A. A. Schekochihin。等离子体团主导区中的快速磁重联。《物理评论快报》，105:235002，2010年12月b。doi：10. 1103/PhysRevLett.105.235002。URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett. 105.235002。