arXiv:2302.03103v1 [cs.HC] 6 Feb 2023

在未知移动角度的情况下预测基于鼠标的矩形目标指向错误率

SHOTA YAMANAKA，雅虎日本株式会社，日本

在矩形目标指向中，朝向目标的移动角度已知会影响错误率。然而，设计人员确定目标尺寸时，并不知道光标从各个方向接近每个目标的频率。因此，我们假设各个角度均匀多样，推导出仅依据目标宽度和高度预测错误率的模型。我们开展了两项众包实验：一项是移动角度预先设定的循环指向任务，另一项是多方向指向任务。采用 60% 训练数据进行随机拆分交叉验证，结果显示 $R^2 > 0.81$，平均绝对误差 $< 1.3\%$，以及均方根误差 $< 2.1\%$，表明即使设计人员新设置用户界面元素时需要预测未经测试的目标尺寸，模型也具有良好的预测准确度。

CCS 概念：• **以人为中心的计算** → **人机交互理论、概念与模型**；**指向**。

其他关键词与短语：指向、错误率、端点分布、矩形目标

ACM 参考文献格式：
Shota Yamanaka。2023年。无须了解移动角度的基于鼠标的矩形目标指向错误率预测。*arXiv*。15页。

1 引言

为了定量确定用户操作交互系统的表现如何，对错误率建模引起了人机交互研究人员的兴趣。为目标指向开发错误预测模型是一个热门课题，因为这项任务是个人电脑和触控设备上最常执行的操作之一 [8, 22, 36, 44]。

我们推导了基于鼠标的矩形目标指向错误率预测模型。与传统的一维带状目标或二维圆形目标相比，矩形目标被认为是实际用户界面（UI）中更有意义的形状 [1, 20, 24, 27, 43, 47, 49]。与以往基于鼠标的研究相比，我们的一项显著不同之处在于，没有使用每次试次的初始光标位置，因此无法在模型中使用朝向目标的移动角度。这一条件对应于现实中的用户界面设计工作：设计人员希望用户以一定的准确度点击目标（例如，<3 %），但并不知道光标从不同角度接近目标的频率。

已知接近角度的条件属于特殊情况，例如：(a) 网页已发布，且记录了用户的光标轨迹；或 (b) UI 元素位于屏幕边缘附近；因此，频率会产生偏差。然而，在更普遍的情况下，由于缺乏先验知识，设计人员只能假设光标会以各种角度无偏地到达目标。

已有研究提出了忽略移动角度的基于触控指向错误率预测模型。在这类指向任务中，屏幕上会出现一个新目标，参与者需要点击该目标 [8, 45]。手指更可能停留在屏幕中心附近，而非屏幕边缘附近，因此手指可能倾向于通过向上移动来触及屏幕上边缘的目标。这意味着，在预测错误率时不使用移动角度，就相当于将各种移动角度合并处理 [45]。

本文为作者的预印本。©2023
年 Shota Yamanaka。稿件已
提交至 arXiv

与这些基于触控的指向研究类似，我们考察了将实验系统实际记录的各种移动角度合并后，错误率模型的表现如何。我们进行了两项实验：一项包含四种移动角度，另一项采用了基于 ISO 9241-9 标准改编的多方向任务 [23]。交叉验证结果表明，即使训练数据量减少了 40%，最佳拟合模型仍能预测错误率， $R^2 > 0.81$平均绝对误差（平均绝对误差） $< 0.7\%$，均方根误差（均方根误差） $< 0.8\%$ （实验1）； $R^2 > 0.86$，平均绝对误差 $< 1.3\%$，以及均方根误差 $< 2.1\%$ （实验2）。

2 相关工作

2.1 预测指向任务中的错误率

在人机交互领域，对指向任务中的运动时间（MT）进行建模一直是热门课题，尤其是关于菲茨定律 [17]及其变体（例如， [1, 49]）的研究。在传统的实验中，对于一维带状目标或二维圆形目标，目标尺寸仅由其宽度定义 W [28, 33]。在这种条件下，点击点或触控点（即端点）被假定为在目标上呈正态分布 [8, 12, 28, 41], ，但这一假设并非总是成立 [38, 45]。

众所周知，错误率 错误率 往往会随着W降低而升高（例如， [11, 17, 44]；见图 1a）。然而，错误率 与W之间的关系并非线性；因此，预测错误率 需要采用更具概率性的方法。第一步是计算端点变异性。对于沿 x 轴运动的一维指向任务中呈正态分布的端点，其平均位置靠近目标中心（$\mu_x = 0$），而变异性（标准差 σ_x）会随着W增大。研究者假设， σ_x与W成正比，或两者之间存在一个较小的截距：

$$\sigma_x = a + b \cdot W. \tag{1}$$

下文中，斜体小写字母 *a–l* 表示经验常数。该公式已用于预测基于鼠标的 [44] 和虚拟现实指向任务 [48]中的端点变异性。如该方程所示，只要用户有足够的时间瞄准目标 [8, 12, 44, 45]，初始光标（或手指）位置与目标之间的距离就不会影响端点分布。我们不打算进行有时间限制或弹道式（即不使用视觉反馈）的指向任务，因为在这类任务中，目标距离会影响分布 [5, 18, 26, 32, 41]。

第二步是根据 σ_x计算错误率。利用高斯误差函数 erf（·），可推导出错误率，如下所示：

$$ER = 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{W}{2\sqrt{2}\sigma_x}\right). \tag{2}$$

对于新的目标条件，我们可以准确预测 σ_x，方法是使用方程1； 然后，根据新的W以及使用方程2预测出的 σ_x，即可得到错误率。例如，Yamanaka 进行了一项鼠标指向任务，W范围为 8 至 78 像素，并在留一交叉验证中，为方程1 获得了 $R^2 = 0.9966$，为方程2 获得了 $R^2 = 0.9529$，这表明该方法对未知目标条件具有良好的预测准确度 [44]。

2.2 矩形目标指向中的端点分布与错误率

研究人员曾研究对具有另一维度（高度 H）的矩形目标进行指向，以预测MTs [1, 9, 12, 20,25, 43]。如这些研究所示，我们将W和 H分别定义为屏幕上x轴和y轴方向的目标尺寸。

矩形目标的端点分布已在多个情境中得到研究。在一项关于智能手机键盘打字的研究中，每个按键的尺寸为 $W = 6$ 和 $H = 9.375$ 毫米，研究报告称点击点接近二元正态分布 [3]。这与 Wang 和 Ren [37] 的一项研究结果一致。在一项类游戏移动目标指向

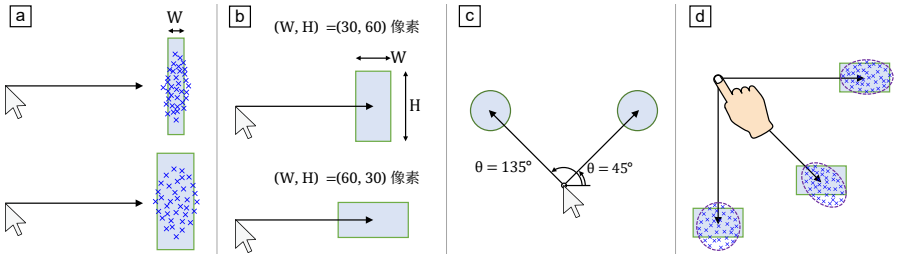

图 1. 任务条件与错误率或端点分布之间已知的关系。端点以“x”表示。(a) 随着 W 减小，错误率 上升。(b) 即使移动角度以及W与 H的比值相同，运动轴尺寸较小的目标（即上排目标）的错误率 也更高。(c) 移动角度会影响错误率。(d) 即使目标尺寸在 W和 H方面相同，端点的分布范围也往往会沿移动轴方向延长。

触摸屏任务中，Huang 等人提出了二维三元高斯模型 [22]。该模型纳入了更复杂的因素，例如手指触摸歧义和移动速度效应，以模拟端点变异性。

在 Hoffmann 和 Sheikh 的水平运动实验中，他们测试了 $W = 10$、20 和 40 mm，以及 $H = 1$、2、5、10、20、40 和 200 mm。他们报告称：(a) σ_x 显著受到W的影响，但不受 H的影响；W与 H之间的交互作用显著；(b) y 轴上的端点变异性 σ_y 显著受到 H的影响，但不受W的影响，且交互作用不显著。结果表明，随着W或 H增加，该轴上的 σ 几乎呈线性增加。(W，σ_x)对应的 R^2 为 0.91，而 (H，σ_y)对应的 R^2 为 0.87。排除 200 mm 这一极大的 H后，(H，σ_y)对应的 R^2 为 0.97。因此，对于W或 H会限制端点范围的合理取值范围，我们可以假定，随着该轴上目标尺寸的增加，端点的分布范围也会扩大。

在一项针对水平运动任务的众包实验中，Yamanaka 的数据集也得出了类似的结论 [43]。他测试了 $W = 30$、40、60 和 90 像素，以及 $H = 10$、20、30、40、60、100 和 200 像素。对 28 个拟合点进行回归后发现，(W, σ_x) 和 (H, σ_y) 均呈现 $R^2 > 0.96$。他还指出，即使移动角度以及W与 H的比率相同，错误率也并不一致。当 (W，H) =(30, 60) 像素时，错误率为 3.067%；而 (60, 30) 对应的错误率为 2.207%，两者存在显著的成对差异（$p < 0.001$）；见图 1b。因此，运动轴尺寸越小，错误率越高。

Hoffmann 和 Sheikh [20]以及 Yamanaka [43]的两项实验范围都局限于水平移动。因此，在分析不同角度的移动时，应经验地评估 (W，σ_x) 和 (H，σ_y) 之间线性关系的有效性。

2.3 移动角度对指向的影响

朝向目标的移动角度是指向范式中的另一个研究对象。关于 MT 的建模，研究表明，所需时间会随角度而变化，例如，水平移动比垂直移动所需时间更短 [2, 35, 39, 47, 49]。

相比之下，关于移动角度对错误率影响的研究很少。Hertzum 和 Hornbæk 曾使用圆形目标和八个运动方向进行研究 [19]。他们发现，对于右手鼠标用户，右上方向和左上方向的错误率分别约为 7.5% 和 9%（图 1c ）。使用触控板时，向下移动的错误率最高，为 ~13% ；向右移动的错误率最低，为 10%。因此，错误率会随移动角度和设备而变化。

Ma等人提出了旋转双高斯模型，用于预测触点分布 [27]。他们严格控制了每个试次中的移动角度，并提出了一种基于移动角度的目标尺寸调整方法，称为投影目标宽度和高度。他们发现，端点会受到W和H以及移动角度的影响；沿移动轴的端点变异性大于沿垂直轴的端点变异性（图1d）。他们表明，与不使用角度的模型相比，他们提出的模型能够更准确地估算错误率。

因此，如果研究人员能够区分每个指向试次的移动角度，错误率模型的预测准确度将会提高。然而，这属于一种特殊情况：我们可以出于研究目的，在指向实验系统中记录例如光标轨迹，但从业者在设计用户界面时使用该模型的可行性较低。因此，我们的研究问题是：如果无法知道移动角度，并且将来自不同角度的数据合并起来，我们能否准确预测错误率？

总而言之，尽管矩形目标的移动时间 模型的重要性以及开发错误率 模型的必要性分别已得到认可，但针对矩形目标指向的错误率 模型却鲜有研究。由于 Ma等人已表明，整合移动角度的模型显著优于忽略角度的模型 [27], ，因此我们仅关注移动角度未知时的预测准确度，即各种角度无偏地出现，并在合并数据后进行分析。

3 模型推导

与 σ一样， 回归一样，并且正如 Hoffmann 和 Sheikh 所展示的那样，我们使用以下方程来预测 ：

$$\sigma_y = c + d \cdot H. \tag{3}$$

由于我们的假设是无法得知移动角度， σ_x 且σ_y 与移动轴相互独立，即这些是屏幕上测得的端点标准差值。方程1 和3 是预测 σ_x和σ_y的最简单模型，但 Hoffmann 和 Sheikh 发现， W与 H之间的交互作用对 σ_x有显著影响。正如我们稍后所示， H对 σ_x也有主效应，而W对σ_y也有主效应。鉴于W与 H之间的交互作用可能会对 σ_x和σ_y产生显著影响，因此可能存在的更复杂形式为

$$\sigma_x = e + f \cdot W + g \cdot H + h \cdot \text{interaction}(W,H) \quad \text{and} \quad \sigma_y = i + j \cdot H + k \cdot W + l \cdot \text{interaction}(W,H). \tag{4}$$

交互项将根据我们的实验结果确定。如果W对增加 σ_x 的作用随H增大而增强，则该项应为 $W \times H$。相反，如果该作用随 H增大而减弱，则应为W/H。类似地，如果 H对增加σ_y 的作用随W增大而减弱，则交互项为 H/W。[1]

我们假设端点服从二元正态分布，且点击点的平均值位于目标中心（$\mu_x = \mu_y = 0$）。因此，点击位置（x， y）落在目标区域内的概率 P D 为

$$P(D) = \iint_D \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} - \frac{2\rho xy}{\sigma_x\sigma_y}\right)\right] dxdy, \tag{5}$$

[1]乘法和除法都可以使用 [34], ，先前研究采用了类似的经验方法，来确定交互作用项或协方差项的除法形式，以进行建模 σ [21, 22, 50]。变异性拟合的另一种方法是先对变量平方，再取平方根，例如$\sigma_x = \sqrt{e + f \cdot W^2 + g \cdot H^2 + h \cdot \text{协方差}(W,H)}$。我们测试了这两种方法，发现没有明显差异；因此，我们采用了较简单的方法，与先前研究的做法相同 [44, 48]。

其中 $D = \{(x,\ y) | -\frac{W}{2} \le x \le \frac{W}{2},\ -\frac{H}{2} \le y \le \frac{H}{2}\}$ 且 ρ 表示x轴和y轴上端点分布的相关性。由于我们假设 ρ 可以忽略不计（≈ 0），在合并不同移动角度时，[8, 45], 我们得到

$$P(D) = \iint_D \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)dxdy = \iint_D \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right)\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)dxdy. \tag{6}$$

请注意，ρ 关注的是端点分布的椭圆是否为对角的，而方程(W H)中的“交互作用”关注的是变异大小是否随交互项而增加。由于目标区域的 x 轴和 y 轴范围相互独立，二重积分可以拆分，前半部分和后半部分可分别用高斯误差函数表示：4

$$P(D) = \left[\int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right)dx\right] \cdot \left[\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)dy\right] = \mathrm{erf}\left(\frac{W}{2\sqrt{2}\sigma_x}\right)\mathrm{erf}\left(\frac{H}{2\sqrt{2}\sigma_y}\right). \tag{7}$$

最后，我们得到错误率 ER为 $1 - P(D)$:

$$ER = 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{W}{2\sqrt{2}\sigma_x}\right)\mathrm{erf}\left(\frac{H}{2\sqrt{2}\sigma_y}\right). \tag{8}$$

我们所做的只是分别计算 x轴和y轴的成功率，将两者相乘，再用 1 减去该乘积。然而，我们采用了若干简化和假设，例如假定 ρ 可以忽略，并且用于预测 σ_x 和σ_y 的交互项的适当公式也尚不明确。因此，我们应通过经验确定这些公式，并评估模型的预测准确度。

4 实验1：四种移动角度的循环指向

由于招募大量参与者有助于研究人员获得错误率的集中趋势，[44], 我们在*Yahoo!* 众包平台（https://crowdsourcing.yahoo.co.jp）上开展了一项循环指向实验。实验系统使用Hot Soup Processor 编程语言开发。我们要求众包工作者下载并运行一个可执行文件来完成任务。本机构等同于IRB的研究伦理团队和众包平台均批准了这项研究。

4.1 任务、设计与流程

在任务窗口（1200 × 1000 像素）中，显示了两个矩形目标（图2a）。如果参与者点击目标，红色目标与白色非目标就会交换颜色，他们会反复来回执行这一操作。如果参与者未能击中目标，目标会闪烁黄色，他们必须继续尝试，直到成功点击目标。目标中心之间的距离 A 固定为550像素。移动角度定义为 θ。一个会话包含17次点击，对应一个固定的（W，H，θ）条件。第一个目标位于左侧（当 $\theta = 90^\circ$时则位于底部）。

本研究采用重复测量设计，包含两个自变量：W和 H（两者均为 30、50、80 和 120 像素）。虽然我们未将 θ纳入自变量，但测试了四种 θ（0°、30°、60°和 90°），其中包括去程/回程的两个方向（例如，当 $\theta = 0^\circ$时，分别向右和向左移动）。我们选择这四个数值，使 θ 的范围从水平角度到垂直角度。虽然我们希望纳入更多角度，但为避免任务条件过多，将范围限制在 $0^\circ \le \theta \le 90^\circ$。

64 $W \times H \times \theta$条件的顺序经过随机化。每次会话的 17 次点击中，前 3 次被剔除。因此，每位参与者记录了 14次点击 × 64个条件 = 896次试次。如果观察到一次或多次点击落在目标之外，则将该试次标记为错误。因变量为 σ_x、σ_y 和 错误率。

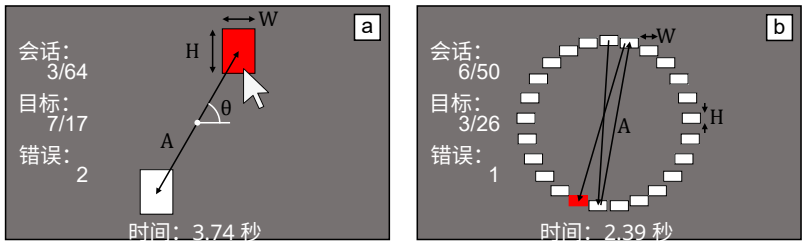

图2. 实验中使用的视觉刺激：（a）实验1和（b）实验2。

4.2 参与者与招募

我们没有要求众包工作者具备特定的电脑技能，但在众包平台上使用“白名单”选项筛选新创建的账户。根据参与者以往的任务历史记录，该选项使我们能够只向被认为可靠 的参与者提供任务。

为减少使用多种指点设备所引入的噪声，我们要求工人尽可能使用鼠标。不过，我们说明任何设备都可以接受，随后将非鼠标用户从分析中剔除。为提高生态效度，我们没有要求工人更改光标速度或加速功能。

工人接受任务后，我们请他们阅读在线指令，其中说明他们应尽可能快速、准确地完成指向任务。完成所有会话并填写问卷后，他们将日志数据文件上传至服务器以领取报酬。

共有 210 名鼠标用户完成了任务。参与者的人口统计信息如下。年龄：20 至 76 岁， $M = 45.0$ ，标准差 $= 10.3$。性别：176 名男性，34 名女性。惯用手：189 名右利手，21 名左利手。Windows 版本：190 人使用 Windows 10，15 人使用 Windows 7，4 人使用 Win8，1 人使用 Vista。PC 使用年限：从 0 年（不足 1 年）到 40 年， $M = 22.5$ ，标准差 $= 7.21$。

每位参与者获得200日元（~1.77美元）。指向任务所需时间为7分53秒至23分5秒（$M = 13$ 分1秒）。因此，平均有效时薪为922日元（~7.95美元）。请注意，这一有效报酬可能会因阅读指令所需时间等其他因素而有所变化。

5 实验1结果

5.1 离群数据筛选

如果首次点击位置的距离小于 $A/2$ [4, 30]，我们便剔除空间离群值，以排除诸如双击上一个目标等明显的误操作。此类实验室研究采用的另一项标准是，剔除点击位置距离目标中心超过 $2W$ 的试次；但我们没有采用这一标准，因为在矩形目标的对角线移动任务中，目标尺寸有多种定义方式 [29]。

为剔除极快或极慢的操作，我们采用了四分位距（*IQR*）法 [13]。*IQR* 定义为每个会话中*MT* 的第三四分位数与第一四分位数之差。若试次的*MT* 高于第三四分位数超过$3 \times IQR$，或低于第一四分位数超过 $3 \times IQR$，则予以剔除。

对于参与者级异常值，我们计算了每位工人在全部 64 个会话中的平均值*MT*。根据每位工人的平均值 *MT*，我们再次对每位工人应用*IQR* 方法。

在 188,160 次试次（= 896次试 × 210工人）中，我们剔除了 2,758 个试次级异常值和两个参与者级异常值。由于这些异常值工人也存在试次级异常值，因此共剔除了 4,513 次试次的数据（2.40%），这一比例与先前研究 [16, 46]相似。

5.2 因变量分析

5.2.1 σ_x. 尽管方差分析无论数据分布如何都具有稳健性 [14, 31]，，但为了更准确地检验统计显著性，最好对数据进行对数变换。16 个条件中有 7 个条件的对数变换数据（$4_W \times 4_H$）通过了 Shapiro-Wilk 正态性检验（$\alpha = 0.05$），占 43.75%。该正态性检验用于考察 208 名参与者的 σ_x 数据是否呈正态分布，其结果与端点是否呈正态分布无关。我们使用重复测量方差分析，并采用 Bonferroni p-值调整法进行成对检验。本文中，对于 F 统计量，当 Mauchly 球形假设不成立时，使用 Greenhouse-Geisser 法校正自由度（$\alpha = 0.05$）。

我们发现，W ($F_{2.415,\ 500.0} = 7765.2$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.97$)和 H ($F_{2.762,\ 571.7} = 24.35$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.11$)对 σ_x有显著主效应。W和 H的交互作用显著（$F_{8.494,\ 1758} = 10.33$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.048$）。对于W和 H的所有两两比较，差异均显著（至少达到 $p < 0.01$ ）。随着W或 H增大， σ_x 也增大。对于交互效应，所有两两比较均至少达到 $p < 0.05$ 。

5.2.2 σ_y。 对于经过对数变换的σ_y 数据，16 个条件中有 6 个通过了正态性检验（37.5%）。我们发现，W ($F_{2.378,\ 492.2} = 29.13$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.12$)和 H ($F_{2.150,\ 445.1} = 6501.3$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.97$)对σ_y有显著主效应。W 和 H的交互作用显著（$F_{8.124,\ 1681.7} = 44.92$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.18$）。对于W和 H的所有两两比较，除 $W = 30$ 与 50 像素（$p = 1.0$）以及 $W = 30$与 80 像素（$p < 0.05$）外，差异均显著（至少达到 $p < 0.01$ ）。随着W或 H增大，σ_y 也增大。

5.2.3 错误率。 我们采用基于对齐秩变换的非参数方差分析，并通过多因素对比检验进行两两比较 [15, 42] ，使用 Holm 方法调整 p 值。我们发现，W ($F_{3,621} = 37.18$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.15$) 和 H ($F_{3,621} = 20.94$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.092$) 对错误率有显著主效应。W与H之间的交互作用显著（$F_{9,1863} = 3.444$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.016$）。随着W或 H增加，错误率 降低。

5.3 模型拟合

在 208名参与者 $\times 4_W \times 4_H = 3$、328 个条件下， σ_x 的 2,814 个数据点通过了正态性检验，占 84.6%。对于 σ_y，有 2,561 个数据通过检验（77.0%）。我们发现，2,666 个数据点通过了双变量正态性检验（80.1%）。这些比率低于先前研究中的结果 [7, 45]。

这些 σ与目标尺寸几乎呈线性关系（$R^2 > 0.98$）；见图 3。因此，可以仅使用W来预测 σ_x，并仅使用 H 来预测 σ_y （分别见公式 1 和 3）。然而，由于我们观察到W和 H对 σ_x 和 σ_y均具有显著主效应，且W与 H存在交互作用，因此我们采用了三变量公式（公式 4）。

如图 4a 所示，当 $W = 120$ 像素（黄色线）时， $H = 30$像素条件下观察到最大的 σ_x。相比之下，在其他W条件下， σ_x随着 H的增加而增加。因此，W对σ_x的正向效应会随着 H的增加而减弱；因此，我们加入了W与 H的交互项，形式为（W/H）。在σ_y 结果中，这种交互作用更为明显（图 4b），因此加入了作用于σ_y 的交互项，形式为（H/W。我们得到了

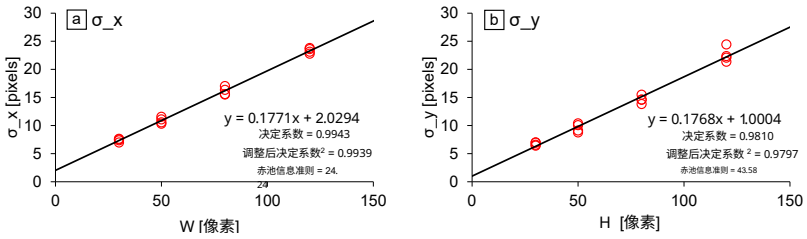

Fig. 3. 实验1中 (a) σ_x 与 W 以及 (b) σ_y 与 H 的回归　　验1。

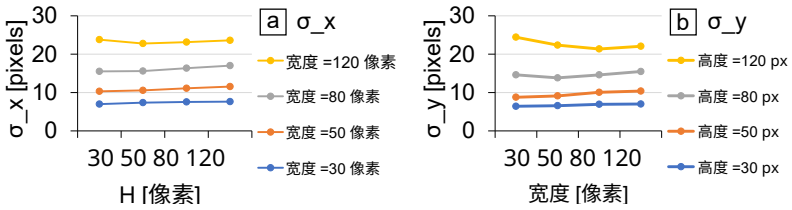

图4. 实验1中 W 和 H 对 (a) σ_x 和 (b) σ_y 的交互效应。

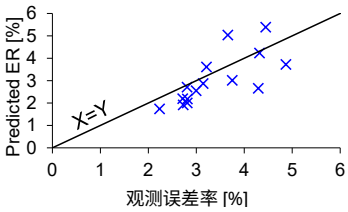

图5. 实验1中三变量公式的观测错误率与预测错误率。

如下拟合结果。

$$\sigma_x = 0.8407 + 0.1698W + 0.01698H + 0.3949(W/H), \quad \text{with} \quad R^2 = 0.9981, \text{adj. } R^2 = 0.9976, AIC = 10.91 \tag{9}$$

$$\sigma_y = -1.037 + 0.1508H + 0.02911W + 1.398(H/W), \quad \text{with} \quad R^2 = 0.9905, \text{adj. } R^2 = 0.9881, AIC = 36.55 \tag{10}$$

对于 σ_x，赤池信息准则 与单变量公式的差异（$\sigma_x = a + b \cdot W$；见图 3a）大于2。因此，这个三变量版本显著更优 [13]，而另外两个项（H和W/H）并未导致过拟合。对于σ_y,

使用这些回归表达式，我们可以得到每个目标条件下的预测 σ_x 和σ_y，然后使用公式错误率8计算错误率。实际与预测的错误率如图5a 所示。用于评估预测准确度的三项指标结果为 $R^2 = 0.5315$，平均绝对误差 = 0.8270 %，以及均方根误差 = 1.059%。

然而，这些结果不如使用单变量公式预测错误率的结果 σ_x 和σ_y的结果。对比见表1 （见“全部数据”列）。结果为 R^2 = 0.8862，平均绝对误差 = 0.5758%，以及均方根误差 = 0.6259%。

表1。错误率 预 测准确率：实验1中用于比较单变量与三变量形 式。

σ 形式	指标	全部数据	80% 训练集 : 20% 测试集	70% 训练集 : 30% 测试集	60% 训练集 : 40% 测试集
单变量	R^2	0.8862	0.8482	0.8326	0.8145
	平均绝对误差 [%	0.5758	0.6208	0.6177	0.6596
	均方根误差 [%]	0.6259	0.6766	0.6878	0.7474
三变量	R^2	0.5315	0.7398	0.6648	0.5409
	平均绝对误差 [%	0.8270	0.8712	0.8921	0.9318
	均方根误差 [%]	1.0589	1.0513	1.1011	1.1981

5.4 交叉验证

在上述结果中，我们使用了来自 16 种目标条件的全部数据进行拟合。为了考察对未来（未知）任务条件的预测准确度，我们进行了随机拆分交叉验证，以评估训练数据大小变小时的预测准确度。

我们使用了三种（训练集:测试集）数据比例：(80%:20%)、(70%:30%)和(60%:40%)。例如，当训练数据大小为70%时，我们会随机选取$\mathtt{ceil}(0.7 \times 16) = 12$ 个条件来计算模型系数，然后预测其余四个条件下的错误率。通过比较四个测试数据条件下预测的错误率与观测到的错误率，我们得到R^2、平均绝对误差和均方根误差。我们重复这一过程100次，以处理划分训练数据集和测试数据集时抽样带来的随机性，并计算三个指标的平均值。结果如表1所示。

5.5 实验1讨论

无论是分析全部数据还是进行交叉验证，单变量公式的拟合效果都更好。不过，实验1的一个局限是移动角度的数量仍然有限。这导致x轴和y轴分布之间存在相关性（ρ），在16种目标条件下，相关性范围为 -0.2094 至 $0。01614$，平均值为 -0.1078。负的 ρ 表示端点的散布呈椭圆形，其长轴沿屏幕上从右上到左下的方向。这显然是因为我们只测试了这些角度（$0^\circ \le \theta \le 90^\circ$），这与Ma等人关于已知移动角度的矩形目标指向的报告一致 [27]。

这一 ρ 范围在统计上被认为是“相关性可忽略的” [40], ，这支持了我们的简化处理。然而，为了检查较低的拟合度是否是由于缺少 ρ所导致的，我们在更完整的概率计算版本（公式5）中使用了16个拟合点的相关性。R^2 在0.5320 ，对应于全数据分析；这与忽略相关性的三变量公式版本仅相差0.0005。因此，纳入相关性并未提高预测准确度。

此外，目标尺寸相当大（30至120像素），这使参与者能够以一定的准确度（低于5%；见图5）指向目标。这使我们难以确定模型是否能够准确预测错误率在更高情况下的数值，例如8%。为解决这些局限，我们开展了实验2。

6 实验2：多方向指向

为进一步验证我们的模型，我们进行了实验2，采用了更多样的角度和更小的目标尺寸。我们使用了相同的众包平台，差异点将在以下小节中介绍。

6.1 参与者

共有267名鼠标用户完成了任务。年龄：范围为17至73岁， $M = 44.6$ 且 $SD = 10.1$。性别：229名男性、36名女性，2人未作答。惯用手：247人惯用右手，20人惯用左手。Windows版本：229人使用Windows 10，22人使用Windows 7，9人使用Windows 11，6人使用Windows 8，1人使用Vista。电脑使用年限：范围为1至45年，$M = 23.8$ 且 $SD = 7.73$。每位参与者获得250日元（~2.26美元）。任务耗时从14分2秒到40分8秒不等（$M = 19$ 分45秒）。平均有效时薪为759日元（~6.55美元）。

6.2 任务、设计与流程

这项任务是对 ISO 9241-9 标准的修改版本 [23]，使用矩形目标。25 个目标呈环形排列，第一个目标位于窗口顶部（图2b）。参与者点击该目标后，下一个目标（左下方的目标）会变红，随后他们按预先设定的顺序依次选择各目标。A 固定为 500 像素。一个会话包含 26 次选择（顶部目标作为起始和结束目标），对应固定的(W, H)条件。

这项研究采用重复测量设计，包含两个自变量，分别为W和 H：两者的取值均为 12、18、26、36、48、62 和 78 像素。 49 $W \times H$条件的顺序随机安排。每个会话的第一次点击不纳入分析，对其余 25 次点击进行分析。因此，每位参与者记录了 $25_{\text{次点击}} \times 49_{\text{条件}} = 1125_{\text{试次}}$。在第一次会话之前，参与者先进行了一次练习会话，使用 $A = 400$、 $W = 45$和 $H = 31$ 像素，即主实验 49 个会话中未采用的条件。

7 实验2结果

我们采用了与实验1相同的异常值检测标准。在327,075次试次（$= 1225_{\text{试次}} \times 267_{\text{工人}}$）中，我们剔除了3,465个试次级异常值和1个参与者级异常值。由于该异常值参与者也存在试次级异常值，因此剔除了其4,663次试次的数据（1.43%）。

7.1 因变量分析

7.1.1 σ_x. 我们发现，经过对数变换的数据在49个条件中有18个（$7_W \times 7_H$）通过了正态性检验，占36.7%。重复测量方差分析显示， σ_x受到W （$F_{2.987,791.6} = 9716$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.97$）和 H（$F_{4.707,1273} = 6.879$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.025$）的主效应显著影响。W与 H的交互作用显著（$F_{29.78,7891} = 13.08$,$p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.047$）。对于W和 H的所有两两比较，差异均显著（至少达到 $p < 0.05$ ）。对于交互效应，所有两两比较均显示 $p < 0.05$。

7.1.2 σ_y。 我们发现，对数变换后的σ_y 数据在14种条件（占28.6%）下通过了正态性检验。重复测量方差分析显示， W($F_{4.412,\ 1169} = 48.14$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.18$)和 H($F_{2.679,\ 710.0} = 6317$,$p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.96$)对σ_y具有显著主效应。W与 H之间的交互作用显著（$F_{29.56,\ 7833} = 26.60$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.091$）。对于W和 H的所有两两比较，差异均显著（至少达到 $p < 0.05$ ）。对于交互效应，所有两两比较均显示 $p < 0.05$。

7.1.3 错误率。采用对齐秩变换的非参数方差分析显示，W($F_{6,\ 1590} = 23.10$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.080$)和 H($F_{6,\ 1590} = 137.1$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.34$)对错误率的主效应显著。W与 H的交互作用显著（$F_{36,\ 9540} = 4.909$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.018$）。对于 $W = (48, 62)$、$(48, 78)$，差异不显著，

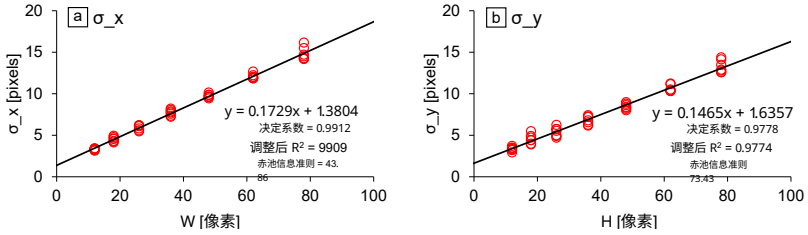

图6. 实验2中（a） σ_x 与 W 以及（b）σ_y 与 H 的回归。

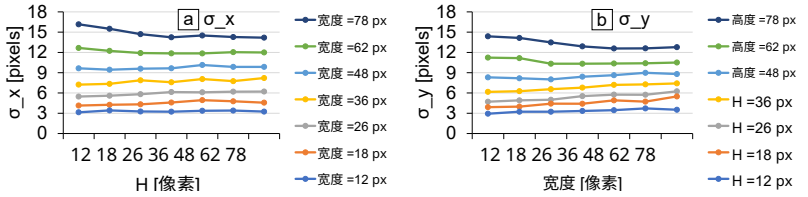

图7. 实验2中 W 和 H 对（a） σ_x 和（b）σ_y 的交互效应。

以及(62, 78)像素，而其他 W 组配对均显示出显著差异（$p < 0.05$）。对于相同的 H，结果也如此。因此，随着 W 和 H 增加，显著的错误率差异消失了。

当 W 或 H 较小时，其对提高错误率的影响更大。例如，当 $W = 12$ 像素时，$H = 12$ 的错误率仅与 $H = 78$ 像素时的数值存在显著成对差异（分别为7.612%和6.073%；$p < 0.05$）。相比之下，当 $W = 78$ 像素时，$H = 12$ 的错误率 与所有其他 Hs均存在 $p < 0.001$，差异范围为0.835%（$H = 12$）至9.079%（$H = 78$）。这清楚地表明 W 和 H 对错误率的交互效应。

7.2 模型拟合

在266名参与者 $\times 7_W \times 7_H = 13$个条件下，$\sigma_x$ 的13,034个数据点中有11,764个通过了正态性检验，占90.3%。对于 σ_y，有11,690个数据通过检验（89.7%）。我们发现，11,955个数据点通过了双变量正态性检验（91.7%）。与实验1相比，端点呈正态分布这一假设得到的支持更多。

端点变异性与目标尺寸（$R^2 > 0.97$）几乎呈线性关系；见图6。由于我们观察到 W 与 H 之间存在类似于实验1中的交互效应（见图7），因此我们考察了包含以下交互项的三变量公式：(W/H) 和 (H/W)。得到以下系数。

$$\sigma_x = 0.8713 + 0.1614W + 0.01273H + 0.3162(W/H), \text{ 其中 } R^2 = 0.9944, \text{ 调整后. } R^2 = 0.9941, \text{ 赤池信息准则 } = 25.25 \quad (11)$$

$$\sigma_y = 0.72 - 0.1309H + 0.02284W + 0.4282(H/W), \text{ with } R^2 = 0.9882, \text{ adj. } R^2 = 0.9874, AIC = 53.98 \quad (12)$$

观测值与预测值的错误率显示于图8中。预测准确度指标的结果汇总于表2中。

7.3 交叉验证

错误率介于 0.835% 至 9.19% 之间（图 8），其分布范围比实验1更广（介于 2.23% 至 4.87% 之间）。这使我们能够更全面地评估模型有效性。如表2所示，无论训练数据大小如何，三变量公式的预测准确度都更高。R^2

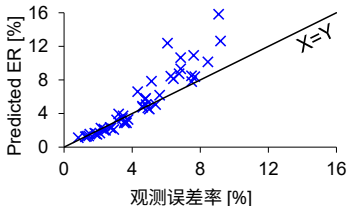

图8. 实验2中三变量公式的误差率观测值与预测值。

表2. 实验2中误差率 预测准确度：比较一变量公式与三变量公式。

σ 公式	指标	全部数据	80% 训练集 : 20% 测试集	70% 训练集 : 30% 测试集	60% 训练集 : 40% 测试集
单变量	R^2	0.8189	0.8310	0.8229	0.8182
	平均绝对误差 [%]	1.0853	1.1781	1.1789	1.2568
	均方根误差 [%]	1.8260	1.8575	1.8645	2.0179
三变量	R^2	0.8810	0.8943	0.8730	0.8627
	平均绝对误差 [%]	1.0919	1.0597	1.1883	1.2283
	均方根误差 [%]	1.8327	1.7008	1.9248	2.0459

7.4 实验2讨论

就 R^2而言，三变量公式的拟合效果优于单变量公式。由于实验中使用的W和 H尺寸远小于实验1，垂直轴目标尺寸对 σ的影响更大，因此必须使用三变量公式才能准确预测错误率。

对于49种目标条件，端点的 ρ 范围为 −0.01488 至0。04629，平均值为0。01607。其绝对值明显小于实验1中的值（平均值 ρ 为 −0.1078）。当我们在更完整的概率计算版本（公式5）中使用49个拟合点的 ρ时，该模型在全数据分析中的R^2 = 0.8810 与忽略 ρ的版本相同（见表2），但实际上两者相差<00.0001点。因此，假设用户会从不同移动角度瞄准目标，忽略相关性并不会损害预测准确度，这支持了我们的简化处理。

8 结论与未来工作

适用的 σ 公式在两项实验中有所不同。实验1中，使用简单的单变量公式（公式1 和3）得到了最佳拟合，这与交叉验证结果一致。然而，在实验2中，三变量公式（公式4）的拟合效果更好。由于实验2中使用的目标尺寸小得多，垂直轴尺寸会影响错误率；因此，要准确预测，就必须考虑端点变异性随W和 H变化的情况。

正如我们在实验1中所解释的，当错误率始终较低时，我们无需使用三变量公式。然而，当设计人员因网页的空间限制等原因不得不使用较小的目标时，预测错误率的必要性就会增加。因此，三变量公式在更一般的情况下也能发挥良好作用。

本研究的发现和模型验证受到实验设计范围的限制，例如我们使用的目标尺寸。根据先前研究，我们假设目标距离不会影响端点变异性；然而，当用户表现出弹道式运动时，这一假设并不成立 [6, 21, 45], 。要求用户尽可能快速、准确地选择目标，只是众多速度-准确度权衡策略中的一种。

权衡策略。仅使用鼠标也是本研究的另一项局限；因此，我们计划使用其他输入方式评估模型，例如基于触控的指向，在这种方式下，其他因素会影响端点变异性 [8]。

下一步，我们将分析已知移动角度频率时模型的预测准确度。例如，对于靠近屏幕顶部边缘的目标，光标向下移动的可能性较低，因此其他角度（向上、向左、斜向上等）的频率相对较高。在这种条件下，由于垂直移动的频率较低，错误率会受到W的影响更为敏感，而非 H。我们计划研究应如何为每种移动角度的概率赋予权重，以准确预测总体错误率。

当我们能够记录某个网页或应用程序上的光标轨迹时，还有一个需要解决的问题，即如何从连续移动中确定初始光标位置。Chapuis 等人描述了在此类数据处理中分割光标轨迹的难点 [10]。他们还指出，每次指向都不一定是朝向目标的直线路径；有些是线性的，有些则呈锯齿状或曲线状。因此，我们不使用移动角度的模型或许适用于实际场景。

参考文献

[1] Johnny Accot 和 Shumin Zhai。2003。《改进双变量指向的菲茨定律模型》。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（美国佛罗里达州劳德代尔堡）（CHI '03）。ACM，美国纽约州纽约市，193–200。https://doi.org/10.1145/642611.642646[2] Caroline Appert、Olivier Chapuis 和 Michel Beaudouin-Lafon。2008。《屏幕边缘指向性能评估》。载于《高级视觉界面工作会议论文集》（意大利那不勒斯）（AVI '08）。美国计算机协会，美国纽约州纽约市，119–126。https://doi.org/10.1145/1385569.1385590[3] Shiri Azenkot 和 Shumin Zhai。2012。《不同姿势下使用软手机键盘的触摸行为》。载于《第14届国际移动设备与服务人机交互会议论文集》（美国加利福尼亚州旧金山）（MobileHCI '12）。ACM，美国纽约州纽约市，251–260。https://doi.org/10.1145/2371574.2371612[4] Nikola Banovic、Tovi Grossman 和 George Fitzmaurice。2013。《基于时间的错误成本对目标导向指向任务的影响》。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（法国巴黎）（CHI '13）。ACM，美国纽约州纽约市，1373–1382。https://doi.org/10.1145/2470654.2466181[5] W. D. A. BEGGS、RUTH SAKSTEIN 和 C. I. HOWARTH。1974。《精确移动间歇控制理论的普遍性》。《人体工学》17，6（1974），757–768。https://doi.org/10.1080/00140137408931422[6] Xiaojun Bi、Yang Li 和 Shumin Zhai。2013。《FFitts定律：用菲茨定律建模手指触摸》。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（法国巴黎）（CHI '13）。ACM，美国纽约州纽约市，1363–1372。https://doi.org/10.1145/2470654.2466180[7] Xiaojun Bi 和 Shumin Zhai。2013。《贝叶斯触摸：手指触摸目标选择的统计判据》。载于《第26届ACM用户界面软件与技术年度研讨会论文集》（英国苏格兰圣安德鲁斯）（UIST '13）。美国计算机协会，美国纽约州纽约市，51–60。https://doi.org/10.1145/2501988.2502058[8] Xiaojun Bi 和 Shumin Zhai。2016。《基于双高斯分布模型预测手指触控准确度》。载于《第29届用户界面软件与技术年度研讨会论文集》（日本东京）（UIST '16）。ACM，美国纽约州纽约市，313–319。https://doi.org/10.1145/ 2984511.2984546[9] Michael Bohan、Mitchell Longstaff、Arend Van Gemmert、Miya Rand 和 George Stelmach。2003。《目标高度和宽度对二维指向移动持续时间及运动学的影响》。《运动控制》7（2003年8月），278–289。第3期。https://doi.org/10.1123/mcj.7.3.278[10] Olivier Chapuis、Renaud Blanch 和 Michel Beaudouin-Lafon。2007。《自然环境中的菲茨定律：瞄准移动的实地研究》。技术报告。LRI、巴黎南大学与 INRIA。https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00612026 LRI技术报告第1480号，巴黎南大学。[11] Olivier Chapuis 和 Pierre Dragicevic。2011。《运动尺度、视觉尺度和量化对小目标获取难度的影响》。《ACM计算机—人类交互汇刊》18，3，文章13（2011年8月），32页。https://doi.org/10.1145/1993060.1993063[12] Edward R.F.W. Crossman。1956。《简单手部移动的速度和准确度》。博士论文。伯明翰大学。[13] Jay L. Devore。2011。《工程与科学的概率与统计》（第8版）。Brooks/Cole，加利福尼亚州太平洋丛林市。ISBN-13：978-0-538-73352-6。[14] Peter Dixon。2008。《重复测量设计中的准确度模型》。《记忆与语言杂志》59，4（2008），447–456。[15] Lisa A. Elkin、Matthew Kay、James J. Higgins 和 Jacob O. Wobbrock。2021。《用于多因素对比检验的对齐秩变换程序》。载于《第34届ACM用户界面软件与技术年度研讨会》（线上活动，美国）（UIST '21）。美国计算机协会，美国纽约州纽约市，754–768。https://doi.org/10.1145/3472749.3474784[16] Leah Findlater、Joan Zhang、Jon E. Froehlich 和 Karyn Moffatt。2017。《众包与基于实验室的移动端和桌面端输入性能数据之间的差异》。载于《2017年CHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（美国科罗拉多州丹佛）（CHI '17）。ACM，美国纽约州纽约市，

6813–6824。https://doi.org/10.1145/3025453.3025820[17] Paul M. Fitts。1954。《人体运动系统控制运动幅度时的信息容量》。《实验心理学杂志》47，6（1954），381–391。https://doi.org/10.1037/h0055392[18] Tovi Grossman 和 Ravin Balakrishnan。2005。《二维指向建模的概率方法》。《ACM计算机—人类交互汇刊》12，3（2005年9月），435–459。https://doi.org/10.1145/1096737.1096741[19] Morten Hertzum 和 Kasper Hornbæk。2010。《年龄如何影响使用鼠标和触控板进行指向：年轻人、成年人和老年用户的比较》。《国际人机交互杂志》26，7（2010），703–734。https://doi.org/10.1080/10447318.2010.487198[20] Errol R. Hoffmann 和 Ilyas H. Sheikh。1994。《改变目标高度对菲茨运动任务的影响》。《人体工学》37，6（1994），1071–1088。https://doi.org/10.1080/00140139408963719[21] Jin Huang、Feng Tian、Xiangmin Fan、Xiaolong (Luke) Zhang 和 Shumin Zhai。2018。《理解一维单向移动目标选择中的不确定性》。载于《2018年CHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（加拿大魁北克省蒙特利尔）（CHI '18）。美国计算机协会，美国纽约州纽约市，文章237，共12页。https://doi.org/10.1145/3173574.3173811[22] Jin Huang、Feng Tian、Nianlong Li 和 Xiangmin Fan。2019。《对二维移动目标选择中的不确定性建模》。载于《第32届ACM用户界面软件与技术年度研讨会论文集》（美国路易斯安那州新奥尔良）（UIST '19）。美国计算机协会，美国纽约州纽约市，1031–1043。https://doi.org/10.1145/3332165.3347880[23] 国际标准化组织。2000。ISO 9241-9。国际标准：视觉显示终端（VDT）办公工作的人体工学要求——第9部分：非键盘输入设备的要求，国际标准化组织。[24] Yu-Jung Ko、Hang Zhao、Yoonsang Kim、IV Ramakrishnan、Shumin Zhai 和 Xiaojun Bi。2020。《二维触摸指向建模》。载于《第33届ACM用户界面软件与技术年度研讨会论文集》（线上活动，美国）（UIST '20）。美国计算机协会，美国纽约州纽约市，858–868。https://doi.org/10.1145/3379337.3415871[25] Tarald O. Kvålseth。1977。《受运动约束影响的时间运动控制广义模型》。《人体工学》20，1（1977），41–50。https://doi.org/10.1080/00140137708931599[26] Ray F. Lin 和 Yi-Chien Tsai。2015。《将弹道式运动作为评估计算机鼠标性能的补充方法》。《国际工业人体工学杂志》45（2015），71–81。https://doi.org/10.1016/j.ergon.2014.12.003[27] Yan Ma、Shumin Zhai、IV Ramakrishnan 和 Xiaojun Bi。2021。《使用旋转双高斯模型对触摸点分布建模》。美国计算机协会，美国纽约州纽约市，1197–1209。https://doi.org/10.1145/3472749.3474816[28] I. Scott MacKenzie。1992。《菲茨定律作为人机交互中的研究与设计工具》。《人机交互》7，1（1992），91–139。https://doi.org/10.1207/s15327051hci0701_3[29] I. Scott MacKenzie 和 William Buxton。1992。《将菲茨定律扩展至二维任务》。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（美国加利福尼亚州蒙特雷）（CHI '92）。ACM，美国纽约州纽约市，219–226。https://doi.org/10.1145/142750.142794[30] I. Scott MacKenzie 和 Poika Isokoski。2008。《菲茨定律吞吐量与速度—准确度权衡》。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（意大利佛罗伦萨）（CHI '08）。ACM，美国纽约州纽约市，1633–1636。https://doi.org/10.1145/1357054.1357308[31] Blanca Mena、M José、Rafael Alarcón、Jaume Arnau Gras、Roser Bono Cabré 和 Rebecca Bendayan。2017。《非正态数据：方差分析仍然是有效选择吗？》。《心理主题》29，4（2017），552–557。[32] Richard A. Schmidt、Howard N. Zelaznik、Bob Hawkins、James S. Frank 和 J. T. Quinn。1979。《运动输出变异性：快速运动行为准确度理论》。《心理学评论》86，5（1979），415–451。[33] R. William Soukoreff 和 I. Scott MacKenzie。2004。《迈向指向设备评估标准：回顾人机交互领域菲茨定律研究的27年发展》。《国际人机研究杂志》61，6（2004），751–789。https://doi.org/10.1016/j.ijhcs.2004.09.001[34] Statinfer。2018。《预测建模与机器学习》。检索于2022年1月14日，网址：https://statinfer.com/204-1-11-interaction-terms/。[35] Shelby Thompson、Jeremy Slocum 和 Michael Bohan。2004。《考虑菲茨定律时，增益和接近角度对鼠标光标定位时间的影响》。《人因与人体工学学会年会论文集》48，5（2004），823–827。https://doi.org/10.1177/ 154193120404800517[36] Hiroki Usuba、Shota Yamanaka 和 Homei Miyashita。2021。《针对可触摸尺寸不确定的一维目标获取，对移动时间和成功率建模》。《ACM人机交互会议论文集》5，ISS，文章487（2021年11月），15页。https://doi.org/10.1145/3486953[37] Feng Wang 和 Xiangshi Ren。2009。《多点触控交互中手指输入特性的实证评估》。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（美国马萨诸塞州波士顿）（CHI '09）。ACM，美国纽约州纽约市，1063–1072。https://doi.org/10.1145/ 1518701.1518864[38] A.T. Welford、A.H. Norris 和 N.W. Shock。1969。《运动的速度和准确度及其随年龄的变化》。《心理学学报》30（1969），3–15。https://doi.org/10.1016/0001-6918(69)90034-1[39] Thomas G. Whisenand 和 Henry H. Emurian。1995。《接近角度对图标选择的一些影响》。载于《计算机系统中的人为因素会议伴随论文集》（美国科罗拉多州丹佛）（CHI '95）。美国计算机协会，美国纽约州纽约市，298–299。https: //doi.org/10.1145/223355.223683[40] Klaus Witz。1990。《行为科学应用统计学》。《教育统计学杂志》15，1（1990），84–87。http://www.jstor.org/stable/ 1164825[41] Jacob O. Wobbrock、Edward Cutrell、Susumu Harada 和 I. Scott MacKenzie。2008。《基于菲茨定律的指向误差模型》。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（意大利佛罗伦萨）（CHI '08）。ACM，美国纽约州纽约市，1613–1622。https:

//doi.org/10.1145/1357054.1357306

[42] Jacob O. Wobbrock、Leah Findlater、Darren Gergle 和 James J. Higgins。2011。使用方差分析程序进行非参数析因分析的对齐秩变换。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（加拿大不列颠哥伦比亚省温哥华）（CHI '11）。ACM，美国纽约州纽约市，143–146。https://doi.org/10.1145/1978942.1978963[43] Shota Yamanaka。2021。通过众包实验比较双变量指向的表现模型。载于《人机交互——INTERACT 2021》。Springer International Publishing，Gewerbestr，瑞士，76–92。https://doi.org/10.1007/978-3-030-85616-8_6 错误率数据集通过个人通信获得。[44] Shota Yamanaka。2021。众包用户实验在测量用户表现集中趋势以评估图形用户界面错误率模型方面的效用。《AAAI人类计算与众包会议论文集》9，1（2021年10月），155–165。[45] Shota Yamanaka 和 Hiroki Usuba。2020。重新审视用于预测屏幕起始指向任务中触控准确度的双高斯分布模型。《ACM人机交互会议论文集》4，ISS，文章205（2020年11月），20页。https://doi.org/10.1145/3427333[46] Shota Yamanaka、Keisuke Yokota 和 Takanori Komatsu。2021。时间惩罚对指向任务有效难度指数和吞吐量的影响。载于《人机交互——INTERACT 2021》，Carmelo Ardito、Rosa Lanzilotti、Alessio Malizia、Helen Petrie、Antonio Piccinno、Giuseppe Desolda 和 Kori Inkpen（编）。Springer International Publishing，沙姆，100–121。[47] Huahai Yang 和 Xianggang Xu。2010。二维指向中趋向规则配置的偏差。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（美国佐治亚州亚特兰大）（CHI '10）。ACM，美国纽约州纽约市，1391–1400。https://doi.org/10.1145/1753326.1753536[48] Difeng Yu、Hai-Ning Liang、Xueshi Lu、Kaixuan Fan 和 Barrett Ens。2019。虚拟现实环境中指向选择任务端点分布的建模。《ACM图形学汇刊》38，6，文章218（2019年11月），13页。https://doi.org/10.1145/3355089.3356544[49] Xinyong Zhang、Hongbin Zha 和 Wenxin Feng。2012。扩展菲茨定律，以考虑运动方向对二维指向的影响。载于《SIGCHI计算机系统中的人为因素会议论文集》（美国德克萨斯州奥斯汀）（CHI '12）。ACM，美国纽约州纽约市，3185–3194。https://doi.org/10.1145/2207676.2208737[50] Xiaolei Zhou、Xiang Cao 和 Xiangshi Ren。2009。具有时间约束的基于轨迹任务中的速度—准确度权衡。载于《第12届IFIP TC 13人机交互国际会议论文集：第一部分》（瑞典乌普萨拉）（INTERACT '09）。Springer-Verlag，柏林，海德堡，906–919。https://doi.org/10.1007/978-3-642-03655-2_99