arXiv:2302.03218v2 [physics.flu-dyn] 5 Dec 2023

横流涡轮机性能与流场的周期间变化

Abigale Snortland[*1]、Isabel Scherl[1],Brian Polagye[1],Owen Williams[2]

2023年12月7日

[*]通讯作者邮箱：abigales@uw.edu 其他作者邮箱：ischerl@uw.edu, bpolagye@uw.edu, ojhw@uw.edu *1华盛顿大学，机械工程系，3900 E Stevens Way NE，西雅图，华盛顿州 98195，美国[2]华盛顿大学，航空与航天系，3940 Benton Lane NE，西雅图，华盛顿州 98195，美国

摘要

横流涡轮机性能和流场呈现周期间变化，尽管通过时间与相位平均处理时往往会将其隐含地忽略。这种变异性可能源于多种机制——来流波动、动态失速的随机性以及周期间滞后——而这些机制对我们理解横流式涡轮机动力学各有不同影响。本研究在两种截然不同的运行条件下，通过实验考察流场和性能的周期间变化程度及其来源。通过在涡轮机扫掠区域内进行二维平面粒子图像测速获取流场，并结合同时测得的性能进行分析。我们通过无监督层次流场聚类流程，确立流场变异性与性能变异性之间的相关性。该流程采用主成分分析（PCA）作为预处理步骤，使聚类能够依据高维流场数据中的全部动力学特征，在一个可解释的低维子空间中进行；该子空间根据各特征对总体速度方差的贡献进行加权。我们发现，流场簇及其相关性能主要与来流波动相关；尽管湍流强度相对较低，这些波动仍会驱动动态失速过程发生时间上的变化。此外，我们没有发现明显周期间滞后的证据。性能的周期间变异性出现得早于流场变异性，表明性能与流场之间同步相关性的局限；但聚类结果揭示，在涡轮旋转的上游阶段，性能变异性与流场变异性之间存在持续联系。与汇总性的统计表征相比，本研究采用的方法能够更全面地呈现横流式涡轮机的流场和性能。

1 引言

横流式涡轮机能够利用风、潮汐流和河流中的动能。与轴流式涡轮机相比，横流式涡轮机在风能领域被称为“垂直轴”涡轮机，其转速较低，对来流方向不敏感，并且在阵列中可能实现更高的单位面积功率输出 [1]。然而，由于横流式涡轮机的旋转方向与来流方向垂直，叶片会持续遭遇波动的攻角和相对来流速度，从而引发动态失速这一非定常非线性现象 [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]。与静止翼型上的失速类似，叶片流动分离最终会伴随着升力显著损失和阻力增加。对于横流式涡轮机，动态失速的严重程度取决于叶片切向速度与来流速度之比，即无量纲的“叶尖速比”。尽管横流式涡轮机的流体动力学取决于叶片方位角位置和叶尖速比，但其性能和近转子流场也存在周期间变化。这可能是由来流波动、先前周期造成的滞后，以及动态失速本身敏感且具有随机性的特征所致。例如，来流速度的任何扰动不仅会改变流场中可用的动能，还会改变叶片所遭遇的瞬时攻角和相对速度。这反过来可能显著影响动态失速发生的时机和严重程度。类似地， [10]假设动态失速会受到边界层状态的影响，这表明先前周期造成的滞后（例如，在

下一个周期开始时仍残留在叶片上的分离流范围）可能会影响之后的动态失速。此外，周期间变化背后的具体机制可能取决于来流条件（例如雷诺数）、涡轮几何形状和运动学。

横流式涡轮机相关文献通常忽略周期间变化。雷诺平均纳维–斯托克斯模拟虽常用于研究这类流动，但其本质上无法准确模拟周期间变化；而大涡模拟和直接数值模拟的计算成本高昂，因此难以广泛用于表征大量周期中的这种变化 [11]。对于实验而言，当数据按时间或相位平均时，这些变化便被隐式忽略。然而，相位平均可能会抹去原本有助于解读功率产生、涡旋脱落和失速的信息；此外，它还会模糊非线性现象和失速后事件，从而扭曲动态失速过程的发生时机和特征 [12, 13, 14, 15]。因此，采用能够保留周期间变化的更先进技术，有望进一步揭示流场物理。一些横流式涡轮机研究确实承认性能和／或流场测量中存在变异性，但只是将其视为实验不确定性 [16, 17, 18, 19, 20]。

我们的目标是量化横流涡轮机性能与流场的周期间变化程度、其来源，以及性能与流场变异性之间的关系。为此，我们采用一个无监督聚类流程，该流程由成熟的数据驱动方法构成，能够识别具有不同动力学特征、且与动态失速过程相关的物理意义明确的流场簇。我们选择聚类方法，是因为它能够为利用数据中呈现的全部动力学特征对实验数据进行条件平均提供依据，而无需依赖人工设计的度量指标（例如，根据翼型表面特定相位的涡分离来表征流场数据）。我们还能够将这些流场簇与性能关联起来，并考察变异性的不同来源。

尽管尚无研究明确探讨横流式涡轮机的周期间变化，但近来已有多项研究关注动态失速中的变异性 [14, 21, 12, 15, 22, 11]。通过对扑动翼型进行测压孔测量，[14] 考察了动态失速中的变异性，并得出结论：对于二元压力分布未表现出双峰行为的情况，相位平均值和一种离散程度度量（例如标准差）能够描述其总体动力学特征。他们推测，表现出双峰行为的情况对来流条件和边界层非定常性更为敏感。 [21] 对扑动翼型的升力和阻力数据进行了小波分析，发现随着失速严重程度增加，周期之间的非平稳性也随之增强。他们推测，这是流体力与俯仰运动之间非线性相互作用所致。 [12] 利用卷积神经网络处理分布式测压孔测量数据，以估算各周期的涡对流速度，并对升力系数时间序列进行层次聚类，以揭示周期间变化的内在结构。他们发现，涡对流速度在不同周期之间有所变化，且这种变化在失速后最为显著；不同簇的失速起始时刻也有所不同。因此，采用相位平均无法充分表征数据集中的部分内容。 [11] 指出，对扑动翼型的升力系数时间序列进行层次聚类，可以得到具有物理意义的簇。他们发现，尽管二元分布中不存在明显的双峰行为，其中一个簇的次级升力峰值仍高于另一个簇。 [22] 也采用分布式压力测量的聚类方法，研究俯仰翼型的周期间变化。他们重点考察了二元分布呈现双峰行为的情况，发现各簇在失速后区域出现分化。他们还表明，簇条件平均值与相位平均值存在显著偏差，而且各簇在动态失速涡的脱落时序（根据压力数据推断）、升力产生和流动恢复方面均存在差异。他们据此得出结论，这些簇与物理过程相关。这些研究揭示了存在动态失速的系统中周期间变化的存在及其复杂性，同时也表明相位平均可能产生误导性的表征。然而，由于这些研究均未涉及流场或来流速度测量，因此无法量化所观测到的变异性来源，无法依据力/压力数据的推断来表征流场变异性，也无法直接关联力的变异性与流场变异性。

同时分析力和流场，对于理解现有变异性的程度及其来源，以及动力学的敏感性，是必要的。然而，与力和压力不同，流场数据在空间和时间上均为高维，这显然限制了聚类的应用。具体而言，对于流场数据会出现“维数灾难”，因为随着数据点数量增加，各个流场快照之间的算法距离（如欧几里得距离）会趋于一致。换言之，从算法角度看，即使流场快照在物理上存在差异，它们彼此看起来也会变得同样相似或不相似。这使得定义不同的簇越来越困难 [23]。因此，对高维数据进行聚类需要采用降维方法。主成分分析（PCA）是一种广为人知的技术，可用于解耦复杂高维数据集的动力学、进行特征选择以及降维 [24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]。此外，已有多个研究团队证明，PCA 可用于保留非定常、涡主导流动中原本会被相位平均抹平的动力学

流动 [13, 31, 15]。在主成分分析子空间中进行聚类尤为有用，因为主成分分析基能够以最优方式最大化数据方差 [22]。因此，PCA 和聚类通常结合使用 [32, 33, 34, 35, 36]。此外，主成分分析子空间中的簇可作为构建概率降阶模型和基于聚类的反馈控制的有效基础 [37, 38]。

我们通过考察两种不同运行工况下的近叶片流场和性能（即功率输出），探究横流式涡轮机的周期间变化。为此，我们采用对流场进行主成分分析预处理的无监督层次聚类，刻画流场变异性及其与涡轮机性能的关联。本文结构如下：第 2 节介绍流场与旋转转子相互作用的理论背景，随后阐述涡轮机性能与流场测量、流场聚类，以及流场簇与性能之间相关性的研究方法。第 3 节量化性能和流场的周期间变化程度，并进一步探究近叶片水动力学、来流速度以及先前周期产生的滞后如何共同导致观测到的变异性。

2 方法

我们首先在第 2.1 节讨论叶片尺度水动力学的理论基础，随后在第 2.2–2.4 节介绍同步性能测量和粒子图像测速测量的实验采集过程，最后在第 2.5 节详细说明主成分分析和流场聚类流程。附录 A 对流场和涡轮机性能的实验不确定性进行了背景讨论。这项形式分析所指出的系统不确定性（中心矩的准确性）超过了实验观测到的变化。然而，本研究旨在考察围绕中心矩的周期间变化；通常，这种变化会被视为随机不确定性。

2.1 理论叶片尺度水动力学与性能

为更好地理解实验流场和性能，有必要考察与横流式涡轮机流体动力学相关的运动学和动态失速理论。图 1a、b 示意了与运动学相关的叶片几何定义。决定近叶片水动力学的两个关键因素是名义攻角，α^*（影响升力和阻力系数），以及名义入射速度，U^*_{rel}（影响升力和阻力的大小）。在不存在任何诱导流的情况下（即与涡轮机相互作用所导致的流向和横向速度的局部变化），名义攻角定义为四分之一弦长处弦线与U^*_{rel}之间的夹角，$C/4$，其表达式为

$$\alpha^*(\lambda,\theta) = -tan^{-1}\left[\frac{sin(\theta)}{\lambda + cos(\theta)}\right] + \alpha_p. \tag{1}$$

其中，α_P 为叶片预设桨距角，θ 为叶片方位角位置（$\theta = 0°$ 定义为直接指向上游的叶片切向速度矢量），λ 为叶尖速比。叶尖速比是涡轮机转速的无量纲表示，定义为

$$\lambda = \frac{r\omega}{U_\infty} \tag{2}$$

其中，r 为涡轮半径，ω 为旋转速率。名义入射速度（相对于 $C/4$的相对速度）是切向速度 $r\omega$与自由来流速度 U_∞的矢量和，其无量纲大小为

$$\frac{||U^*_{rel}(\lambda,\theta)||}{U_\infty} = \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda cos(\theta) + 1}. \tag{3}$$

一次涡轮旋转过程中，$||U^*_{rel}||$ 和 α^* 的方位角变化如图 1c、d 所示。这里，$|||$ 表示大小。当 α^*为负时，在上游扫掠阶段，升力矢量指向旋转中心内侧，因此叶片的吸力面为内表面。相反，当 α^* 为正时，在下游扫掠阶段，叶片的吸力面为外表面。我们称这些量为“名义”量，因为该公式未考虑诱导效应，即入流与涡轮机转子相互作用所导致的入流变化。诱导效应的影响显著，但尚不明确。

由于 α^*和U^*_{rel}取决于 λ，动态失速的相位、持续时间和严重程度都会受到该参数的影响。λ 的降低会减小 $||U^*_{rel}||$，并扩大一个周期内所经历的 α^* 范围，这对应于更早的

涡旋脱落、失速严重程度增加以及流动恢复延迟。在严重的或“深度”动态失速情况下（ λ较低、 α 范围较大），近叶片流场的特征是形成并卷起一个能量很高的动态失速涡，其尺度与叶片弦长相当。该涡旋发展至成熟状态，并在达到最大攻角之前脱落。脱落后，叶片的升力会骤降，而阻力则增加。相比之下，在“轻度”动态失速情况下（ λ较高、 α 范围较小），任何涡旋的发展都会被提前终止；随着 α 开始降低 [39, 40]，向下流动卷吸会诱发涡旋脱落。改变翼型几何形状（例如厚度）以及涡轮机控制策略，可能会改变所经历动态失速的拓扑结构。

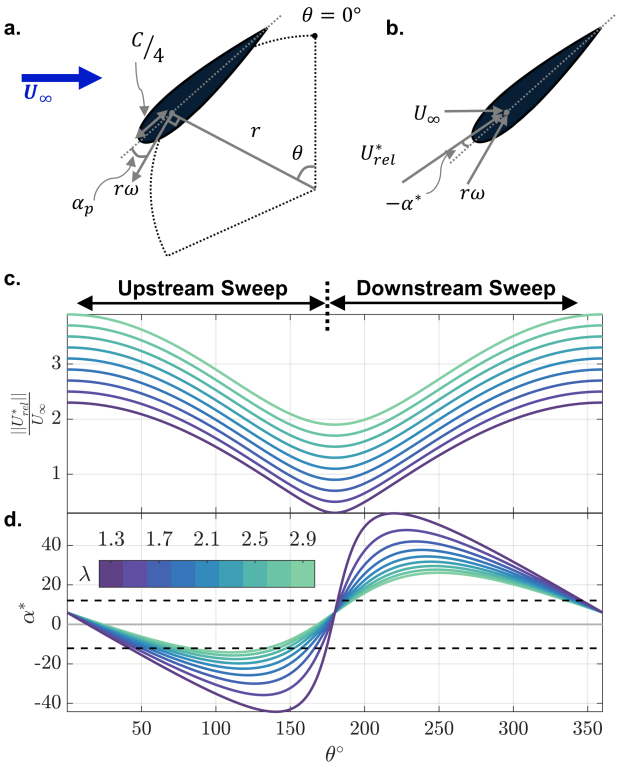

图 1：（a、b）叶片几何定义，（c）归一化标称相对速度轨迹，以及（d）两种叶尖速比下的标称攻角。切向速度定义为沿叶片圆周路径切线方向的速度。（a）中显示了正的预设桨距角，（b）中展示了攻角的定义。虚线表示（d）中的静态失速角，该失速角对应于在直线流动中、雷诺数与本研究实验条件（见第 2.3 节， $Re_c = 1.5 \times 10^5$, [41]）相近的翼型。需要指出，由于攻角快速变化且诱导效应显著，因此将 α^* 与稳态失速角进行比较仅具有定性意义。

在涡轮几何形状以及所有其他相关无量纲参数（例如，雷诺数、弗劳德数、阻塞效应）保持不变的情况下，相位平均水动力功率 P 和全局速度场 $\boldsymbol{V}$ 是 U_∞、 λ 和 θ [16, 18] 的函数。在单个涡轮机周期内， n 水动力功率被无量纲化为性能系数 $\eta(\lambda, \theta, n) = \frac{P}{(\theta)\rho U_\infty^3 L r}$ 其中， ρ 为流体密度， L 为叶片展向长度。性能系数通常表示为 C_P，但此处为简化符号而使用 η，并不表示“水到电”的效率。上游扫掠（$\theta = 0° - 180°$）通常称为涡轮机的“动力行程”，因为它产生了大部分水动力功率；而下游扫掠（$\theta = 180° - 360°$）的特征是寄生阻力、失速后事件和二次失速事件，以及边界层再附着。由于上游扫掠提取了动量， α 和 U_{rel} 的名义值与真实值之间的偏差（图 1）在下游扫掠期间最为明显。

2.2 实验设施

实验在华盛顿大学的 Alice C. Tyler 水槽中进行，其示意图如图 2a 所示。本文所用数据对应的平均动态水深h为 0.5 m，因此渠道横截面积 A_C 为 0.375 m^2 （宽 0.75 m）。水温维持在 36.3 ± 0.2 ◦C，对应的 ρ 为 993.5 kg/m^3, ，运动黏度 ν为 7.1×10^{-7} m^2/s。声学多普勒流速仪（Nortek Vectrino）的采样率为 100 赫兹，安装位置约在涡轮机转子上游 5 个直径处；测得平均 U_∞ 为 0.7 m/s，湍流强度 TI为 1.8-2.1%。这些条件对应的弗劳德数 $Fr = \frac{U_\infty}{\sqrt{gh}}$ 为 0.32，其中重力常数 g 为 9.81 m/s^2。

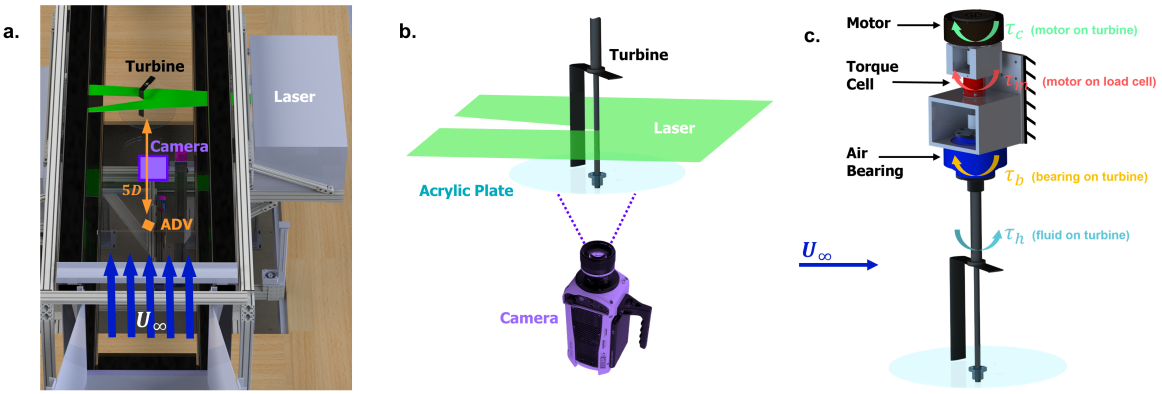

图 2：水槽中的 PIV 实验装置标注图（a、b）和涡轮机自由体图（c）。该涡轮机为单叶片涡轮机，但采用了用于支撑两片叶片的顶部支撑杆。

2.3 横流式涡轮机

2.3.1 实验装置与测量

这些实验采用了单叶片（NACA 0018 翼型）涡轮机。涡轮机半径为 8.6 cm，叶片展向长度为 23.4 cm，叶片弦长 C为 4.06 cm，预设桨距角为 6° 。支撑结构由叶片展向长度顶部的 NACA 0008 翼型支撑杆和底部的一块大型丙烯酸板（直径 40 cm）组成。该板便于从水槽下方布置的相机对中展向位置进行 PIV 成像（图 2a、c）。由于涡轮机转矩沿传动系统测量，因此需要使用单叶片涡轮机，才能将性能变化直接与近叶片流场联系起来（即使用双叶片涡轮机时，每片叶片的转矩贡献无法明确区分）。阻塞比 $\beta = \frac{2Lr}{A_C}$ 为 8.9%，雷诺数 $Re_C = \frac{U_\infty C}{\nu}$ 为 3。95×10^4。

如图 2c 所示，涡轮机转速 ω 由伺服电机（Yaskawa SGMCS-02B 伺服电机、Yaskawa SGDV-2R1F01A002 驱动器）调节。在这些实验中，我们采用恒速控制，使 ω 保持恒定；这要求伺服电机施加可变的控制转矩 τ_c，该转矩由一个与电机和水槽横梁刚性连接的空心反作用转矩传感器（Futek FSH02595）测量。空气轴承（Professional Instruments Company Block-Head 4R 低惯量轴承）吸收推力矩，同时产生极小的轴承扭矩。

使用 MATLAB Simulink Desktop Real-Time 进行数据采集和涡轮机控制。对于每个控制设定点（恒定的 $\omega = 8.8 - 28$ rad/s，增量为 1.6 rad/s；对应的 $\lambda = 1.1 - 3.5$，增量为 0.2），以 1 kHz（采集硬件的上限）采集扭矩传感器数据，持续 > 60 秒（足以使时间平均统计量收敛）。通过伺服电机编码器测量叶片位置，其分辨率为每转 2^{18}个计数，采样频率同样为 1 kHz。通过对测得的叶片位置求导计算转速。

表 1： $\lambda = 1.5$ 和 $\lambda = 2.5$ 的粒子图像测速参数。

参数		$\lambda = 1.5$	$\lambda = 2.5$
ω	Hz	1.9	3.2
$\Delta\theta$ (S_a)		5.1°	5.1°
$\Delta\theta$ (S_b, S_e)		6°	6°
$\Delta\theta$ (S_c, S_d)		6.6°	N/A
相机频率（S_a）	Hz	135	225
相机频率（S_b, S_e）	Hz	115	191.7
相机频率（S_c, S_d）	Hz	105	N/A
图像对总数（S_a, S_b, S_e）		1251	1251
图像对总数（S_c, S_d）		834	N/A

2.3.2 叶片级性能计算

涡轮机产生的水动力功率等于水动力扭矩 τ_h 与 ω的乘积。在涡轮机层面， τ_h 是叶片产生的净水动力扭矩，即叶片水动力扭矩减去支撑结构阻力产生的寄生扭矩。对于恒定的 ω 且轴承扭矩可忽略时，扭矩平衡可简化为 $\tau_h = \tau_c$。

由于测得的扭矩主要由大型底板产生的寄生扭矩所主导，因此“全涡轮机”性能并非一个有意义的指标。为此，通过从全涡轮机性能测量值 η_T （图3）中减去相同来流条件下涡轮机支撑结构（无叶片）的相位平均性能 η_S，计算“叶片级” η 。此处，表示相位平均值，该均值以 λ和 θ为条件；换言之，它是在多个周期中，对单一运行工况和方位角位置求得的平均值。由于性能数据是连续采集的，我们采用一个 1° θ 分箱进行相位平均。全文均使用叶片级 η 来描述周期间性能变化。这种方法要求叶片与支撑结构之间的次级相互作用很小（见 [42, 43]中的证明），且周期间波动主要由叶片性能的变化造成，而非支撑结构的变化。

所有性能测量值均采用低通零相位巴特沃斯滤波器进行滤波，以去除伺服电机产生的高频电磁干扰。分别用于涡轮机和支撑结构性能数据的 75 赫兹和 30 赫兹截止频率均为 10+ 高于叶片通过频率的谐波。此外，巴特沃斯滤波器不会影响时间平均性能。因此，该滤波器不太可能去除了任何水动力功率。

在计算 η时，我们注意到 U_∞^3的选择存在一定歧义。例如，可以尝试使用瞬时速度测量值，但测量自由来流速度的时间与其同转子发生相互作用的时间之间存在时间错配。此外，我们无法使用粒子图像测速来估计入流，因为我们的视场未延伸至足够远的上游，无法测量未受扰动的入流。我们考虑的选择是：（1）对在某一叶尖速比设定点采集的所有自由来流速度测量值的立方值取时间平均值；或（2）如 [44], 所示，应用平流修正来计算瞬时自由来流速度，并计算周期特定动能功率。平流修正基于 U_∞ 与测得功率之间的互相关，并应用泰勒冻结流假设。选择（2）在这些实验中的表现较差，因为其产生的 η 相对变异性高于测得功率，这可能是由于单叶片构型所致。因此，我们采用选择（1）；但在第 3.3 节中，我们采用混合方法来估计“簇特定”动能功率，将其作为解释周期间性能变化的因素。采用选择（1）得到的特征时间平均性能曲线见图 4。

2.4 流场

在涡轮机中展向位置的流向平面上，针对两种叶尖速比： $\lambda = 1.5$（次优性能）和 $\lambda = 2.5$（近最优性能），同步进行了二维、双分量、相位锁定流场测量与涡轮机性能测量。性能测量在整个涡轮旋转过程中连续记录，而每次PIV采集仅在每个周期的预设离散 θ 位置采集流场数据。PIV采集由TSI Insight控制，每个周期的采集

在收到来自控制涡轮机的Simulink模型、于指定 θ 发送的触发脉冲后开始。粒子图像测速系统在每次图像对采集时返回脉冲（图5a），其时序由Simulink模型记录。利用这些时序信号，在后处理中将PIV快照与性能测量对齐。需要指出的是，这并不能实现完美锁相，但同一 θ 下各图像对之间的“相位抖动”约为0.009°，我们认为这对当前分析影响不大。

粒子图像测速激光器和相机的总体布置如图2a所示。一台能够以10千赫兹重复频率工作的双腔 Nd:YLF 激光器（Continuum Terra PIV）通过视场（FoV）内约2毫米厚的光片照亮流场。一台分辨率为2560 x 1600、配备105毫米镜头且光圈为f# 16的高速相机（Vision Research Phantom v641），结合11.67像素/毫米的标定，得到21.9 x 13.7厘米的视场 [5。4C (1。3D) x 3。4C (0。8D)]。在此放大率和流场播种条件下（10 μ微米空心玻璃微珠），所得粒子图像的直径约为2–3个像素。为尽量减少激光在叶片表面的反射，涂覆了哑光黑漆。

如图5b、c所示，受相机镜头焦距和激光片流向范围的限制，需要使用多个视场来捕捉动态失速和流动恢复的重要阶段。每个视场轮廓均以不同颜色标示，以表示流动区段 S_k （其中 k 表示区段字母）；第 2.5 节详细介绍了用于聚类分析的流动区段。每次粒子图像测速实验仅捕捉一个流动区段。各流动区段对应的粒子图像测速参数列于表1。每个旋转周期内，按照预设角位移 $\Delta\theta$采集图像序列： S_a、 S_b 和 S_e各采集 9 对图像， S_c 和 S_d各采集 6 对图像；帧间角位移范围为 5.1 – 6.6°，具体取决于所需的相位分辨率。通过将相机采集频率设为 $\frac{\omega}{2\pi\Delta\theta} \times 360$来调整相位分辨率。每个相位位置 θ均采集了总计 139 对图像（受相机存储容量限制，相当于 $N = 139$ 个涡轮机周期）。视场定位结合了相机和涡轮机的移动。电动三轴龙门架用于调整相机相对于激光片的位置，主要负责横流向视场定位，也可对流向位置进行精细调整。由于激光片的流向范围有限（图5b、c），需要将涡轮机向上游移动 $\approx \frac{1}{2}D$，以照亮并捕捉下游叶片扫掠。涡轮机轴和叶片都会在激光片中投下阴影。因此，为了在所有关注相位获取翼型吸力面和/或压力面附近的数据，粒子图像测速测量分别在涡轮机顺时针（S_b – S_e）和逆时针（S_a）旋转时重复进行，如图5b、c所示。通过改变旋转方向，我们利用系统的对称性，尽量减小叶片阴影对

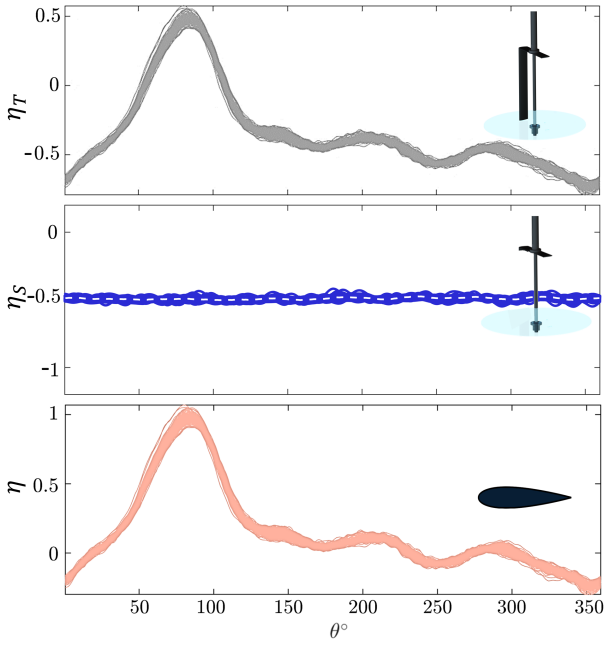

图3：叶片级性能 η 的计算示意图：在相同条件下，用全涡轮性能 η_T 减去仅支撑结构“性能” η_S。 $\eta = \eta_T - \eta_S$。

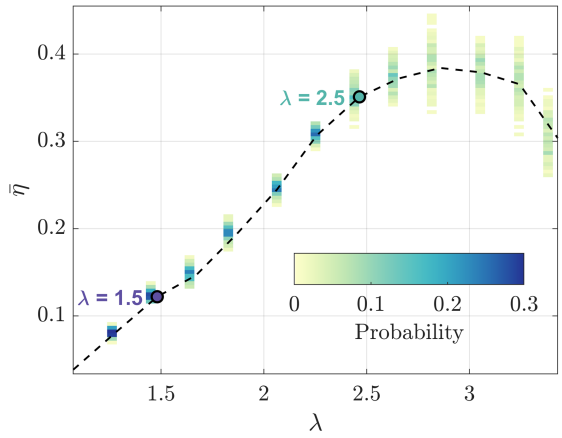

图4：所研究单叶片涡轮机的时间平均性能系数。虚线表示每个 λ处的时间平均值。图中突出显示了近最优（绿色圆点）和次优（紫色圆点）工况。直方图（由黄色渐变至蓝色）表示每个 λ内单个周期的时间平均性能范围。

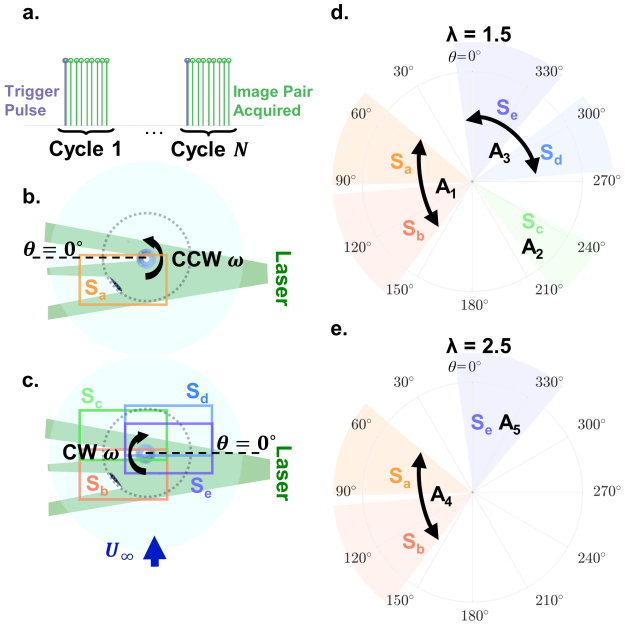

图5：（a）PIV采集的简易时序图。每个周期由触发脉冲启动采集，随后以预设的相机采集频率获取预定数量的相位锁定图像对。例如，在 S_a中，每个周期的触发脉冲之后会采集9对图像。分别为（b）逆时针旋转和（c）顺时针旋转时采集的视场位置。图中展示了叶片和支撑结构阴影示例。请注意，$\theta = 0°$ 参考方向会随旋转方向改变，因此 S_a 与 S_b不会重叠。（d、e）不同视场对应的PIV片段，以及输入主成分分析预处理器的对应 A 矩阵分配示意图。

后续分析的影响。这样，我们便能够在整个上游扫掠过程中对叶片吸力面成像。对于下游扫掠，我们选择拍摄叶片上动力学特征在视觉上更为明显的一侧。

PIV处理在 LaVision DaVis（版本 10.1.1）中进行。对相位匹配图像使用巴特沃斯滤波器进行背景扣除，以减轻残余反射和背景照明变化的影响。在进行 PIV 处理之前，手动屏蔽了阴影区域、可见涡轮结构及残余反射。这些

掩膜针对各个相位单独设置，因为阴影和涡轮结构的位置会随叶片位置而变化。所应用的这些相位特定掩膜是 S_k、λ 和 θ 的函数，但对所有 n 保持不变。处理采用带自适应图像变形的多网格、多遍互相关算法，重叠率为 75%，最终询问窗口大小为 32 x 32 像素，得到 0.69 mm 的矢量间距（每个叶片弦长约有 60 个矢量）。使用通用离群值中值滤波器去除伪矢量（少于 2%），滤波区域为 9x9，$\lambda = 1$。5 工况的阈值为 1.5，$\lambda - 2$。5 工况的阈值为 2.5。

所有矢量场后处理均在 MATLAB (R2020b) 中完成。为对齐不同流动段并限制叶片旋转对主成分分析预处理的影响，我们将每个视场从水槽参考系转换到叶片参考系。图6概述了这一流程。首先，我们确定并对齐不同视场之间的旋转中心。通过追踪轴端的一个小点，并将所有生成的粒子图像测速矢量场配准到同一轴位置，校正了相位相关的轴进动（悬臂式涡轮机轴存在轻微径向跳动）。由于视差以及空气和水的折射率不同，成像平面上涡轮机轴的成像中心并不对应涡轮机的旋转中心。因此，我们通过手动将叶片拟合到掩膜区域，在每个视场中确定旋转中心的最佳拟合位置。其次，确定旋转中心后，通过$\vec{}$在每个 $\boldsymbol{V}$ 场中定位涡轮机叶片，并将整个场旋转至统一的叶片位置，从而将流场旋转到以叶片为中心的坐标系。第三，旋转后，对每一帧应用恒定的裁剪边界和公共的片段特定掩膜，并将相对于叶片的相对速度$\vec{}$场计算为 $\boldsymbol{V}$ 与叶片切向速度分量$r\omega$的矢量和。片段特定掩膜仅取决于 λ，由特定流动段中的所有相位特定掩膜合并而成。最后，将裁剪后的场相对于 $C/4$ 插值到公共网格。每个 S_k 内裁剪后的$\vec{}$相对速度场 $\boldsymbol{\Phi}(\lambda,\theta,n,x,y) = [u_{rel}(\lambda,\theta,n,x,y), \quad v_{rel}(\lambda,\theta,n,x,y)]$ 是 λ、θ和 n的函数。

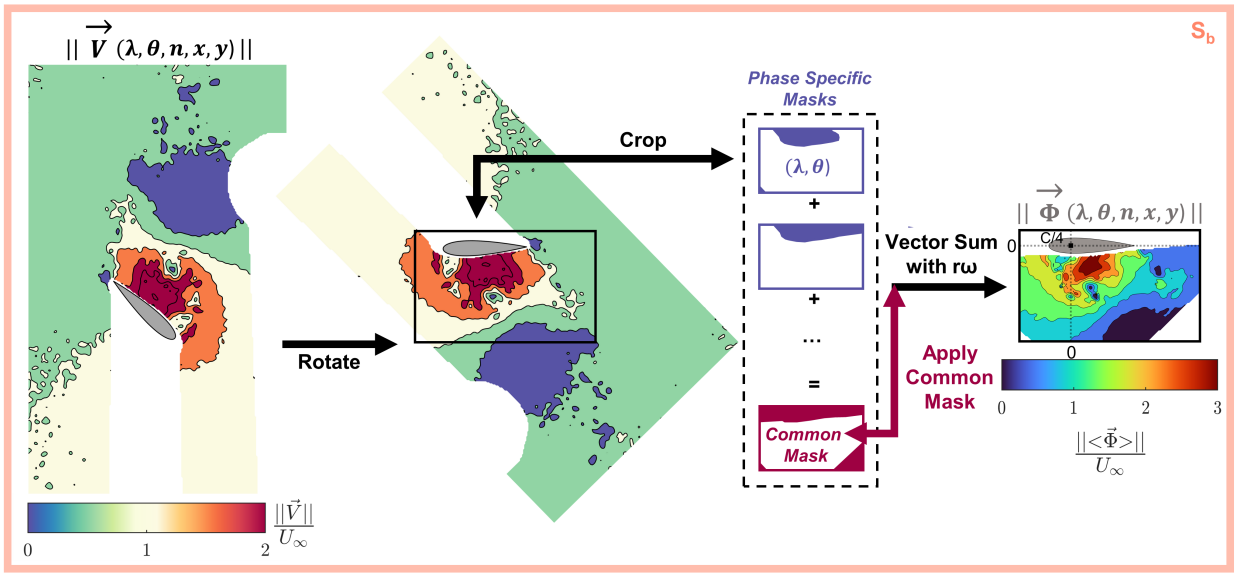

图6：流场旋转流程示意图概览。首先对齐不同视场之间的旋转中心，然后将各视场旋转并裁剪至以叶片为中心的公共参考系。对流动区段内所有视场应用公共掩膜，并计算相对于叶片的速度场。

2.5 使用层次聚类关联涡轮性能与流场变异性

性能和流场中存在周期间变化，但二者之间的相关性并非先验显而易见。例如，如果孤立地观察流场，就无法确定所观察到的流动结构对涡轮机性能有何影响。在本文中，我们以定性的意义使用“相关性”一词，因为我们并未正式

计算相关系数。流场具有高维特征，因此需要对 $\mathbf{\Phi}$ 进行降阶表示，以简洁地描述周期间变化。采用 PCA 预处理器进行聚类，可以在无监督的方式下考虑所有流场动力学（及其相互作用），而无需依赖人工设计的度量指标。本文介绍了用于每个流动区段的流场聚类流程。利用该流程，我们对同时采集的性能和流场之间的变异性进行关联分析。

2.5.1 流场主成分分析预处理器

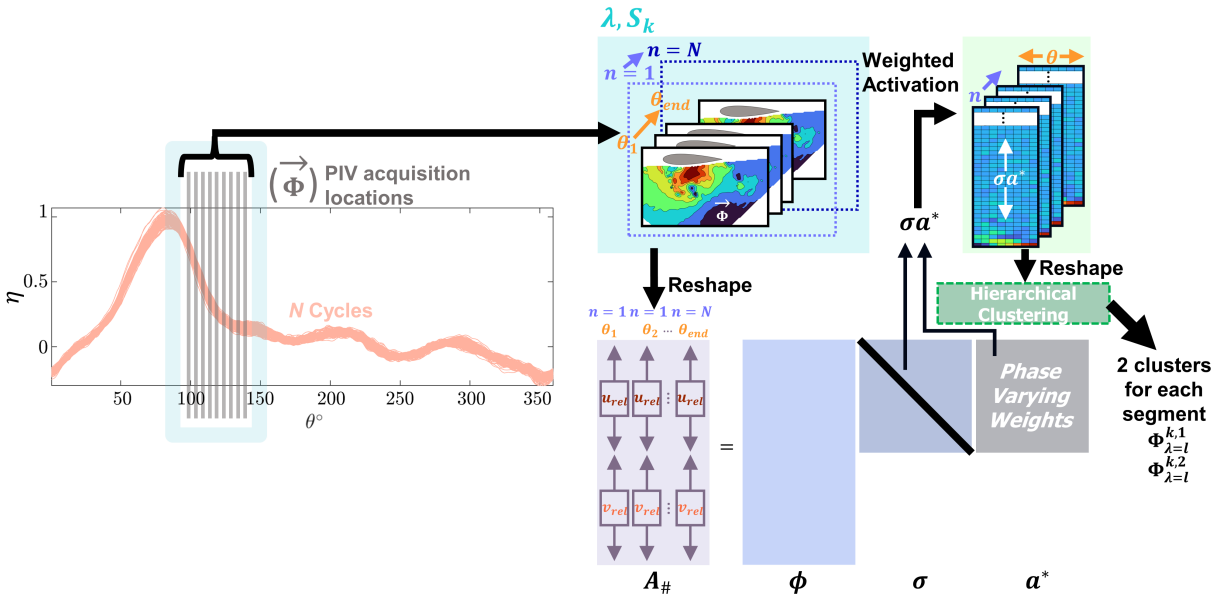

图7：流场聚类流程概览。层次聚类之前的所有步骤都被视为主成分分析预处理器的一部分。该预处理器包括对以叶片为中心的参考系中的相对速度场进行奇异值分解。随后，按周期分离加权激活（奇异值与相位变化权重的乘积）。对于每个流动区段，层次聚类算法从这些周期中识别出两个簇。

图7展示了流场聚类流程。主成分分析预处理器通过一个可解释的低维子空间，实现对所有动力学的聚类；该子空间根据其对总体速度方差的贡献进行加权。

主成分分析设置：主成分分析将复杂数据集的动力学表示为正交模态的线性叠加，这些模态按其所描述的数据方差大小排序 [24]。奇异值分解（SVD）用于计算数据矩阵 $\boldsymbol{A}_{\#}$ 的主成分模态，表示为

$$\boldsymbol{A}_{\#} = \boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{a}^{*}. \tag{4}$$

其中，主成分分析模态是 $\boldsymbol{\phi}$ 的列，奇异值（用于量化各模态的贡献）是 $\boldsymbol{\sigma}$ 的对角元素，而各模态的相位演化构成了 $\boldsymbol{a}^{*}$ 的行。这里，$*$ 表示矩阵转置，# 表示特定的数据矩阵。特定模态 ϕ_j 所描述的流场方差百分比，可通过对应的奇异值 σ_j 量化，如下所示：$\Psi_j = \frac{\sigma_i}{\sum_{j=1}^{J}\sigma_j}$ 其中，J 是模态总数（$\boldsymbol{A}_{\#}$ 的最小维度）。

此处，每个 $\boldsymbol{A}_{\#}$ 均由重塑后的 $\mathbf{\Phi}$ 列向量组成，u_{rel} 堆叠在 v_{rel} 上。处理过程中剔除异常粒子图像测速矢量所产生的任何缺失值，均采用线性插值法补齐。每个$\boldsymbol{A}_{\#}$ 均定义一个公共掩膜，即各片段特定掩膜的并集。主成分分析处理前，会完全移除公共掩膜区域内的所有数据。由于存在阴影区域，若对所有 θ 使用同一个公共掩膜（即所有片段特定掩膜的并集），分析时视场的大部分区域都会被遮挡，因此在每个 λ，会策略性地将不同的片段 S_k 分组，以最大限度提高数据产出。由此，对 $\boldsymbol{A}_{\#}$ 进行了五次不同的主成分分析计算（图5）。

每个 $\boldsymbol{A}_{\#}$ 的列均按时间顺序排列 $[(n=1,\ \theta_1),\ (n=1,\ \theta_2).....(n=N,\ \theta_{end})]$，并在奇异值分解前减去逐行均值。

计算加权激活图：为简洁地描述动力学在一次旋转中的演变，构造了主成分分析子空间中的“加权激活图”，如 $\boldsymbol{\sigma a}^*$ 所示。该乘法也可解释为将每个 $\boldsymbol{\Phi}$ 投影到主成分分析基上，并将系统所有动力学（主成分分析模态）的主导程度和相位演变编码为低维表示，以供层次聚类算法使用。该乘法的结果是在每个 S_k 中得到 139 张加权激活图（每个 n 对应一张）。每张“图”由列向量组成，表示所有已计算主成分分析模态对应的各个加权激活剖面。各个加权激活剖面是 θ 的函数，用于描述每个模态在每个 S_k 所涵盖的 θ 范围内的主导程度。与模态 ϕ_j 相关联的加权激活剖面记为 a_j。

2.5.2 流场聚类

$\vec{\boldsymbol{\Phi}}$ 经过主成分分析预处理器处理后，每个 $\boldsymbol{\Phi}$ 场都以适于聚类的低维形式表示。尽管少数 $\boldsymbol{A}_{\#}$ 包含多个 S_k（即为成对区段计算了共同的主成分分析模态，如图5所示），但主成分分析预处理后，每个 S_k 都单独进行聚类。采用这种方法是因为每个 S_k 都是独立的数据集（例如，S_a 中的 $n=1$ 与 S_b 中的 $n=1$ 无关）。将每个 S_k 中的加权激活图（每张加权激活图编码一个周期内的流场动力学）重塑为列向量，并利用采用 Ward连接法（使用欧几里得距离度量）的层次聚类算法将其分配到两个簇之一，以最小化簇内方差 [45]。我们使用了 MATLAB“clusterdata” 函数中的实现。由此，每个流动区段的 139 个涡轮机周期分别归入两个簇之一。之所以规定两个簇，是因为这是能够产生不同簇平均加权激活剖面（对簇内所有剖面进行相位平均）的最大簇数。换言之，如果规定的簇数多于两个，则两个或更多簇的平均剖面几乎完全相同。

2.5.3 簇分配

流场聚类后，我们在每个 S_k 中都有一组簇分配（图7）。我们可以利用这些簇 $\vec{\boldsymbol{\Phi}}$ 分配来评估与这些 $\boldsymbol{\Phi}$ 簇相关的流场、 $\boldsymbol{\Phi}$和性能 η之间的联系。通过根据流场聚类分配，考察不同参数的条件平均值和个体轨迹，我们还可以研究性能与流场变异性之间的联系，以及这种变异性的潜在来源。如图7所示，簇分配表示为 $\Phi^{k,\ c}_{\lambda=l}$，其中 k 表示分段标识（a-e），c 表示簇编号（1或2），l 表示叶尖速比设定点。对于一个 S_k 内的任意变量 X（例如，η、$\vec{\boldsymbol{\Phi}}$），基于簇分配、跨越 n的条件平均值表示为$X|\Phi^{k,\ c}_{\lambda=l}$。当需要考察某个簇内 X 的个体轨迹时，等价的集合表示法{}表示被分配至指定簇的 X 的周期子集 $\vec{}$。例如，基于 $\boldsymbol{\Phi}$ 簇的一组个体 η 轨迹可写为

$$\eta_{\Phi}(\lambda,\theta,n,k,c)=\{\eta(\lambda,\theta,n)|\Phi^{k,c}_{\lambda=l}\}. \tag{5}$$

虽然簇的划分不依赖于 η，但我们手动将簇1（即 $c=1$）指定为完整旋转周期内相关时间平均性能较高的簇，$\bar{\eta}$。为量化所识别簇的统计显著性，我们采用了双侧 Wilcoxon 秩和检验（[46], MATLAB“ranksum” 函数），显著性水平为 5%。零假设认为，各簇中包含的 X 总体来自同一连续分布，且中位数相等。拒绝零假设意味着各簇中包含的 X 总体具有统计显著性。

考察个体轨迹或聚类条件平均值与所有 n 的相位平均值之间的差异，有助于揭示簇的特定特征。性能和流场均采用这种方法。条件性能扰动（ η'_{Φ}）定义为各簇中的个体性能轨迹与相位平均性能（在同一运行工况下，对所有周期中某一方位角位置的值取平均）$\eta(\lambda,\ \theta,\ n)$之间的差值。它们的计算方式为

$$\eta'_{\Phi}(\lambda,\theta,n,k,c)=\eta_{\Phi}(\lambda,\theta,n,c)-\langle\eta(\lambda,\theta,n)\rangle \tag{6}$$

这些扰动 qu　　这些量有助于突出显示各簇表现优于或逊于相位平均值的位置　　.

条件差场， Φ'，突出显示条件平均速度幅值场 $||\vec{\mathbf{\Phi}}|\Phi^{k,\ c}_{\lambda=l}||$ 与相位平均场 $||\mathbf{\Phi}||$之间的差异。与相位平均场一样，条件平均速度大小由分量平均值计算得出（即 $||u_{rel},\ v_{rel}||$）。在空间中的每个点（x,y）计算的条件差场定义为

$$\Phi'_{\Phi}(\lambda,\theta,k,c,x,y) = ||\langle\vec{\mathbf{\Phi}}|\Phi^{k,c}_{\lambda=l}\rangle|| - ||\langle\vec{\mathbf{\Phi}}\rangle||. \tag{7}$$

3 结果

我们探讨了周期间性能变异性的三个潜在来源：近叶片流场的变化、来流速度的变化，以及前几个周期产生的滞后。第3.1节介绍性能和流场的统计变异性，并重点说明叶尖速比和叶片在旋转过程中的相位所产生的影响。在第3.2节中，我们利用流场聚类来关联周期间性能变化与流场变异性。最后，我们在第3.3节讨论来流速度扰动的影响，并在第3.4节讨论滞后。

3.1 性能与流场变异性

叶尖速比既影响时间平均性能，也影响围绕该平均值的周期间变化特征，如图4所示。均值性能及其变异性均随叶尖速比增加，但性能在接近 $\lambda = 2.9$时达到最大值，而变异性在更高叶尖速比下仍持续增加。在本文余下部分，我们聚焦于两种工况： $\lambda = 1.5$（次优性能）和 $\lambda = 2.5$（近最优性能），二者在时间平均性能和周期间变异性方面均有所不同。这两种工况都与涡轮机运行相关，因为当自由来流速度低于涡轮机额定转速时，最大化效率（最优叶尖速比）是控制目标；而次优工况则对应于额定转速以上的功率削减策略。需要指出的是，与 $\lambda = 2.5$相关的较大变化部分是由于其性能较高；我们将在后文通过将变化除以时间平均性能，即计算变异系数，来处理这一点。

横流涡轮机性能的一个显著特征是周期内的周期性变化（即性能随 θ 变化）。图8中两种叶尖速比对应的性能和流场极坐标表示显示，特定相位性能的最大周期间变化出现在性能峰值附近的上游扫掠区域（$\theta = 30° - 135°$ 对于 $\lambda = 1.5$，以及 $\theta = 60° - 165°$ 对于 $\lambda = 2.5$）。与时间平均性能（图4）一致，$\lambda = 1.5$ 工况在较小且较窄的性能峰值期间（时间平均性能较低）的周期间变异性低于 $\lambda = 2.5$ 工况。性能的特定相位变化相当显著，但与整个周期内的性能变化范围相比仍属次要。对于两种叶尖速比，各个 θ 下的性能二元分布均呈单峰，这表明用均值和离散程度描述量 [14] 足以描述这种局部变化。

横流式涡轮机周围全局速度大小的相位平均流场（图8）强烈依赖于叶片位置和叶尖速比。总体而言，在这两种工况下，动态失速严重程度与涡轮机性能成反比（即叶尖速比越高，失速严重程度越低，性能越高）。具体来说，与近最优工况 $\lambda = 2.5$相比，次优工况 $\lambda = 1.5$中动态失速产生的相干结构更为明显。对比流场与涡轮机性能可见，对于 $\lambda = 1.5$，性能峰值与动态失速涡的形成、发展和脱落同时发生。另一方面，对于 $\lambda = 2.5$，流动在达到最大性能之前基本保持附着，之后我们观察到后缘处分离逐渐加剧。对于这两个叶尖速比，在下游扫掠期间，性能都处于最低值，这与“动力行程”期间流动动量被提取、导致入射速度较低的情况相符。流场在定性上与动态失速理论（第2.1节）以及此前针对横流式涡轮机的实验 [5, 7, 2] 和模拟 [47, 3] 结果一致。由于较低的叶尖速比会导致攻角大幅振荡，$\lambda = 1.5$工况会出现“深度”动态失速。这一点可由强烈的动态失速涡在达到最大名义攻角之前脱落（图8a）以及失速后流动分离持续时间较长得到证实。相比之下，对于$\lambda = 2.5$，翼型仅出现“轻微”动态失速，涡结构较小，流动分离有限，且仅在接近最大名义攻角时出现，失速后流动恢复也更快。

为表征流场的周期间变化，我们计算标准差场， s_{Φ}。为了便于与性能变异性进行比较，这些数据以均值归一化，并表示为变异系数

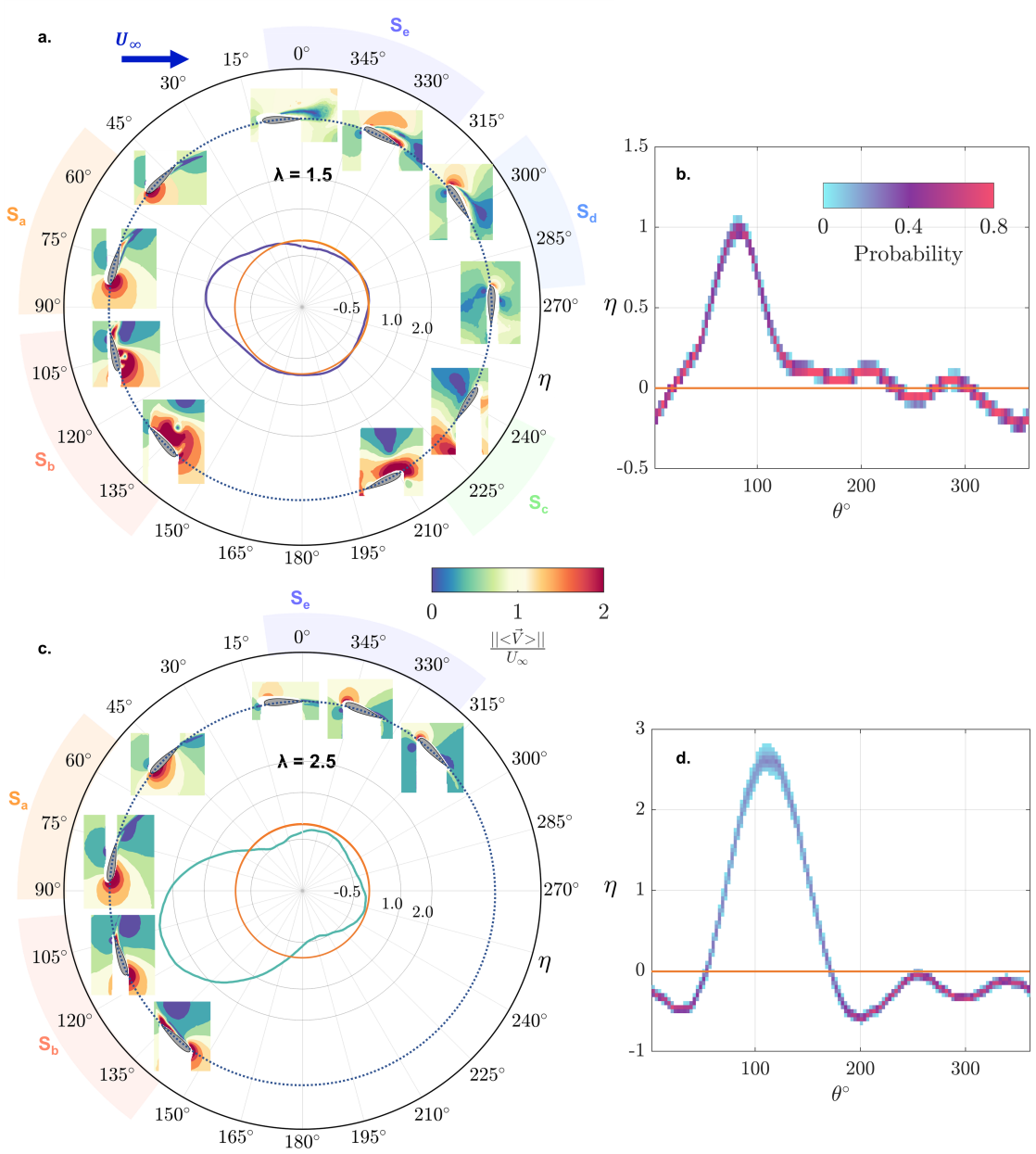

图8： (a) 在 λ = 1。5时深度动态失速工况和 (c) 在 λ = 2。5时轻度动态失速工况的相位平均性能系数。橙色线对应于 η = 0，划分出产能阶段和耗能阶段。插图为相位平均全局速度幅值场（以自由来流速度归一化）。请注意，叶片和涡轮机直径（蓝色虚线）未按比例绘制。速度场以固定全局参考系呈现。周边的阴影区域表示粒子图像测速（PIV）的流动段径向范围， S_k。（b、d）特定相位性能系数的二元分布（蓝紫色渐变，数值为 0.05 $\Delta\eta$ 和 2° $\Delta\theta$）。

。由于 θ中的流场数据较为稀疏，我们无法计算准确的时间平均值，因此将流场变异系数定义为 $CV_\Phi(\lambda,\ \theta,\ x,\ y) = \frac{s_\Phi}{\tilde{\phi}}$，其中 $\tilde{\phi}$ 是给定相位下采集的所有粒子图像测速矢量的均值。图9展示了流场变异性的空间范围随 θ 和 λ的变化。流场变异系数的范围为1%至110%，为便于观察，图中对其进行了截断。在早期

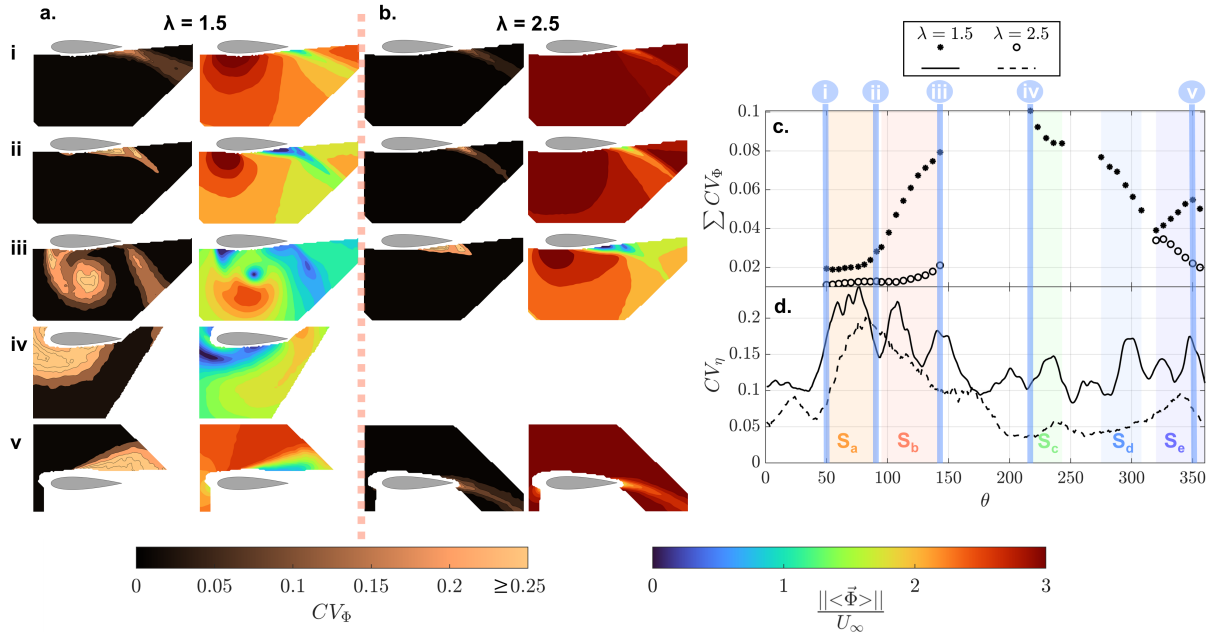

图9：选定 θ 下（a） $\lambda = 1.5$、（b） $\lambda = 2.5$ 时的变异系数场（为便于显示，色条上限截断为 0.25）及其对应的相对速度场（以自由来流速度归一化）。(a-b) 中 θ 位置标注于 (c-d) 中；(c) 为变异系数场之和（按数据点数量归一化），(d) 为两种 λ下的性能变异系数。

在周期的一部分（位置 i 和 ii， S_a），两种叶尖速比下的变异性均局限于叶片附近及尾流中、尺度约为翼型厚度的区域（图9a、b）。两种情况从 $\theta = 90°$（ S_b开始）左右开始出现差异。此时，对于 $\lambda = 1.5$，流场变异性在动态失速涡附近扩大。相比之下，在相同的 θ下， $\lambda = 2.5$ 时的变异性仍局限于叶片尾流和后缘处分离流区域。到周期结束时（位置 v， S_e），对于 $\lambda = 2.5$，变化再次主要局限于叶片尾流；而对于 $\lambda = 1.5$，我们观察到大范围分离流区域内存在高变异性（位置 iv-v， $S_c - S_e$）。将 CV_Φ 在空间上求和（即 $\sum CV_\Phi$），即可简洁地呈现随相位变化的趋势。如图9c所示，在所有已解析相位下，$\sum CV_\Phi$ 在 $\lambda = 1.5$ 时均高于 $\lambda = 2.5$。对于 $\lambda = 1.5$， $\sum CV_\Phi$ 在动态失速涡发展期间（S_b）显著增加；在动力行程已解析的各相位中，于位置 iii 达到最大值。这与先前研究结果一致：这些研究一贯表明，失速后周期间变化会大幅增加 [12, 11, 22]。相比之下，对于 $\lambda = 2.5$， $\sum CV_\Phi$ 在动力行程期间保持相对较低，其最大变异性可能出现在这些实验未能观测到的某个流场区域。两种情况下，观测到的流场变异性最高值均出现在下游扫掠区域。总之，流场的周期间变异性随失速严重程度增加，并集中在源自叶片或位于叶片尾流中的相干结构周围。

较低叶尖速比下流场变异性的增加是意料之中的，因为其失速严重程度更高；但这一趋势与时间平均值和相位特定性能变异性的趋势相反，后两者在 $\lambda = 2.5$时更高（图4和8）。然而，在周期的大部分阶段，$CV_\eta = \frac{s_\eta}{\bar{\eta}}$（图9d）所示的性能变异系数在 $\lambda = 1.5$时更高，这与流场变异性一致。换言之，尽管 $\lambda = 2.5$的绝对性能变异性更高，但 $\lambda = 1.5$工况的相对变异性更高。

最后，直接比较流场变异性与性能变异性的幅度和时序颇有启发意义。总体而言，我们观察到这两个叶尖速比下的性能变异性与流场变异性并不同步。对于 $\lambda = 1.5$， $\sum CV_\Phi$ 存在滞后，尤其是在 S_a（图9c、d）中；这表明，在最大性能变异性期间出现的相应流场变异性可能发生在过于靠近叶片的位置，因此粒子图像测速测量无法分辨。我们对结果的解读也可能受到 $\sum CV_\Phi$ 公式的影响，因为该公式对流场变异性赋予相同权重，而不考虑其与叶片的距离。对于 $\lambda = 2.5$，我们同样看到， $\sum CV_\Phi$ 在

最大性能变异性的各个相位期间最小。对于这两个叶尖速比，下游扫掠区域中观测到的较高流场变异性，与相对性能变异性较低相关（详见第3.2节）。

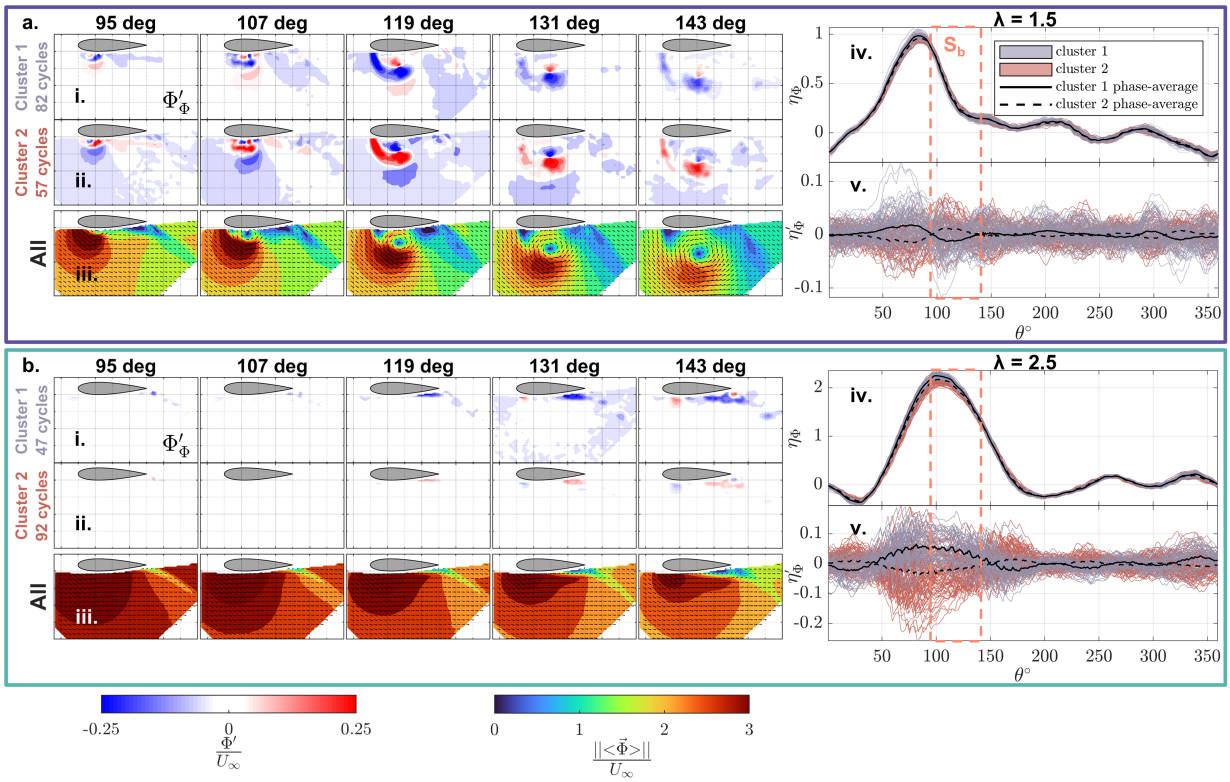

图 10： $\lambda = 1.5$（a）和 $\lambda = 2.5$（b）的聚类分析概览。（i、ii）所选 θ 的聚类条件差分场，以及（iii）相位平均值；（iv）相应的性能轨迹和（v）性能扰动。（i）、（ii）和（iii）中的网格间距为 $C/4$。在（iv）中，每条线均按聚类分配着色，黑线表示性能或性能扰动的聚类条件平均值（方程 5 和 6）。虚线矩形表示 θ 范围（S_b），（i）、（ii）和（iii）中的流场取自该范围。

3.2 流场簇及其相关性能

由于性能变异性与流场变异性并不一致，我们必须采用不同的方法，以更好地理解观测到的性能变异性与流场变异性之间的关系。通过利用流场簇及其相关的逐周期性能轨迹，η_Φ，我们能够更全面地表征流场和性能变异性，并识别二者之间的相关性。在本分析中，我们聚焦于片段 S_b，该片段涵盖两个叶尖速比下动力行程的结束阶段，以及 $\lambda = 1.5$下动态失速涡的脱落。

图 10 总结了两个叶尖速比下，片段 S_b 的流场簇及其对应性能轨迹的比较。如第 2.5.3 节所述，我们将时间平均性能较高的簇指定为簇1。条件平均差值场（i 和 ii）突显了簇条件平均场与相位平均场（iii）之间的偏差。相位平均流场的动画版本见在线资源 2。各周期的性能轨迹（iv）及其相对于相位平均值的扰动（v）揭示了性能与流场簇之间的相关性。对于两个叶尖速比，条件平均差值场均显示出簇之间相反的行为（例如，一个簇中相对速度低于平均值的区域，与另一个簇中相对速度高于平均值的区域相对应）。与变异系数场（图9）一致，

对于 $\lambda = 1$。5，差异比 $\lambda = 2$。5更为显著。不过，对于两个叶尖速比，性能轨迹均按其对应的流场簇区分开来，并在相位平均值附近呈现相反的行为（iv 和 v）。更重要的是，两个叶尖速比下的流场簇均与最大性能的差异相关（图 10iv），尽管 S_b 并未完全涵盖性能峰值。这表明， S_b 的流场变异性源于叶片产生的水动力结构在发展和脱落过程中的变异性，但由于这些结构靠近表面，无法在片段 S_a 中分辨。最后，我们注意到，对于 $\lambda = 1$。5，簇平均性能扰动显示，尽管簇1的时间平均性能优于簇2，但在一个周期内，簇1和簇2的性能优势相位交替出现。

为简洁起见，关于除 S_b 之外各片段中流场簇与其相关性能之间关系的讨论，见在线资源 1。简而言之，尽管下游扫掠中的流场变异性相对较高而性能变异性相对较低，两者之间看似存在矛盾（图9），但下游扫掠各片段的流场簇仍与时间平均值和相位平均值性能相关。

现在，我们将深入研究片段 S_b 的两种叶尖速比情况，以描述不同簇之间流场的差异及其与性能的关系。我们主要关注 $\lambda = 1.5$的情况，因为它表现出更强的流场变异性。随后，我们利用 $\lambda = 2.5$的情况来突出说明，尽管流场变异性较低且叶片附近的分辨率有限，我们仍然能够从流场簇中提取有用的见解。

3.2.1 $\lambda = 1.5$

对于该叶尖速比，深度动态失速导致片段S_b中动态失速涡的发展和脱落。时间平均值性能较高的簇（簇1）的差值场主要显示出低于平均值的速度，仅有少数区域的速度高于平均值。性能较差的簇（簇2）则表现出相反的行为。这些速度差异表明可能存在几种机制：两个簇中的动态失速涡旋在强度上存在差异，在其相对于叶片的位置上存在差异（这是不同脱落时序的结果），或两者兼有。

两个簇之间的时间平均性能差异相对较小（相对于时间平均值为 1.1%），但如图 10a-iv 所示，簇1 的性能峰值振幅略高，并且在周期中略早出现。最大性能相位的偏移在图 11a 中进行了突出显示。平均而言，簇1 中周期的最大性能出现在 $\theta \approx 83°$，而簇2 中周期的最大性能出现在 $\theta \approx 83。9°$。根据 Wilcoxon秩和检验（第 2.5.3 节）对零假设的拒绝结果，最大性能相位的分布具有统计显著性。这些簇之间性能峰值在出现时间和振幅方面的差异，与所有叶尖速比下的相位平均趋势（图 11b）相反；在该趋势中，低叶尖速比对应的性能峰值在周期中更早出现，且最大性能和时间平均性能更低。

为了进一步了解两个簇之间流场的差异，我们首先进行模态分析。主成分分析预处理器的一项主要优势，是能够通过模态及其模态系数来解读所得的簇。模态描述数据中方差最大的方向，并按照奇异值排序。因此，第一模态描述变异性最高的流体动力学现象，而其所描述的变异性会随着模态序号增加而减小。通过考察模态流场及其对应的加权激活剖面，我们可以识别与变异性关联最密切的动力学现象，以及这些现象的贡献如何随叶片位置变化和／或在不同簇之间变化。

图12展示了前三个模态，以及它们在片段 S_a和 S_b中的加权激活剖面的变异性。这三个模态描述了这些片段中14%的流场方差（奇异值图见在线资源 1）。我们认为，模态1和2与动态失速涡脱落有关，而模态3则归因于周期较早阶段发生的近叶片涡动力学。按照这一解释，模态1代表涡核距离叶片至少一个翼型厚度时发生的脱落动力学，而模态2则对应脱落过程较早阶段的动力学。模态1能够解释的高方差，与速度大小（图9a和10a-iii）及变异系数场（图9a）相吻合；这些特征均由动态失速涡的脱落主导。

我们观察到，这三个模态的加权激活剖面在 S_a 中已充分收敛，但在 S_b的流场簇之间存在差异。在 S_b 中，表现更好的簇——簇1——在模态1中的加权激活更大，且模态2的加权激活相位提前。对于模态3，除 $\theta = 90° - 120°$外，两个簇的平均加权激活在各处都相近。这与区段S_a 中的低流场变异性以及 S_b 中变异性的增加相一致（图9c和图 10）。在 $\theta = 119°$处，差值场最为显著；我们看到，簇1中靠近叶片、速度高于平均水平的部分由较高模态的加权激活捕捉到

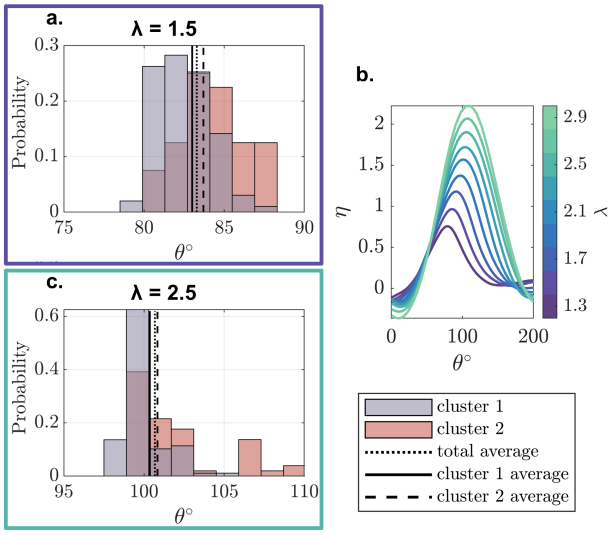

图 11：与最大性能对应的周期特定相位直方图：(a) $\lambda = 1.5$ (c) 和 $\lambda = 2.5$。(b) 所选叶尖速比下的相位平均性能系数。

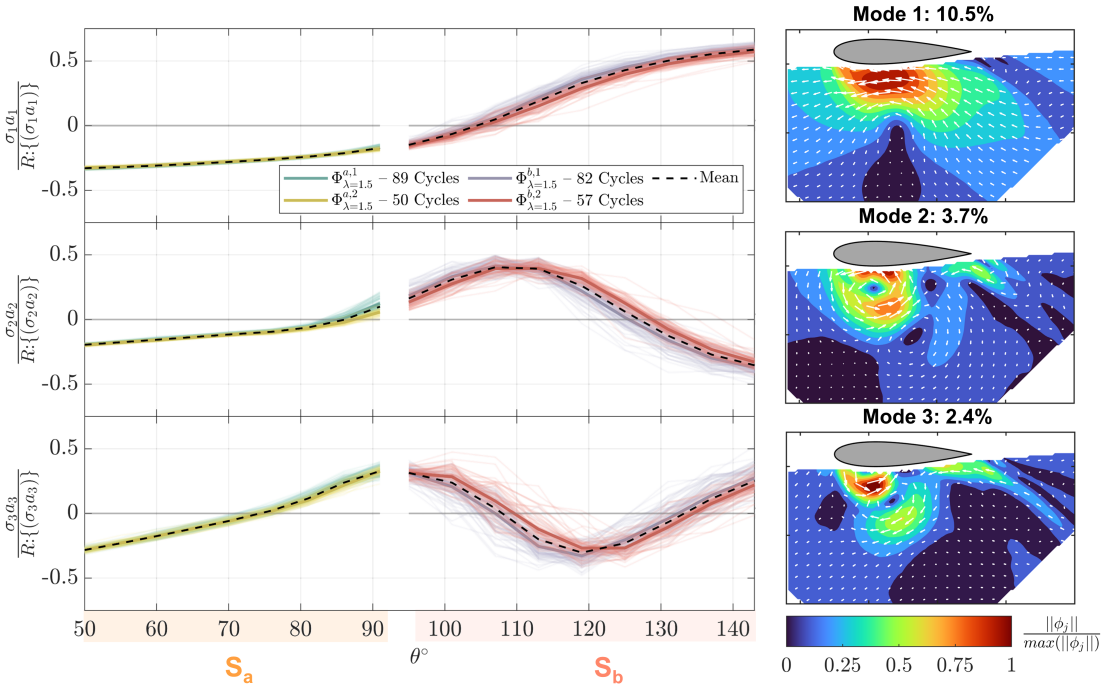

图12：（左）展示了$\lambda = 1.5$ 下各周期的加权激活剖面，并按照流场聚类分配着色，适用于 S_a 和 S_b。不透明粗线表示各簇的条件平均值，黑色虚线表示所有周期的相位平均值。（右）前三个模态的幅值场，并标出了各模态解释的方差。

加权激活。另一方面，簇1在该位置较低的模态2加权激活捕捉到了远离叶片、速度低于平均水平的部分。

为直观理解片段 S_b 中两个簇之间的差异，我们考察动态失速涡的弦向位置和弦法向位置（分别为 DSV_C 和 $DSV_\perp$），以及反向

流比例 U_{Φ}^{rev}（图13a-c）。由于分辨率不足，无法确定更精细的涡旋模型中涡核的径向范围，因此将涡核位置定义为由 30 个主成分分析模态重建的各个流场中旋涡强度最大值所在的位置。模态截断去除了非相干噪声 [24]，从而得到更清晰的旋涡强度场，显著提升了跟踪性能。

对于 $\theta = 113° - 125°$，簇1的弦向和弦法向涡旋位置在统计上更高，且$DSV_{\perp}$ 簇1的斜率更早发生变化。这表明涡旋脱落得更早。这些结果与 [22] 的研究一致：该研究表明，对于俯仰翼型，基于压力数据进行聚类能够揭示动态失速涡更早脱落。

反向流比例增加可能意味着叶片上的流动分离加剧，因此失速也更严重。我们将该量定义为

$$U_{\Phi}^{rev}(\lambda,\theta,n,k,c) = \frac{\sum[\{u_{rel}|\Phi_{\lambda=l}^{k,c}\}\langle 0]}{NxNy} \times 100, \tag{8}$$

其中，[ ] 括号表示艾弗森括号记法，与克罗内克δ类似：当括号中的命题为真时返回 1，为假时返回 0。在整个 S_b 范围内，簇1的逆流更多（具有统计显著性）。这与更早发生的分离相一致；叶片附近速度高于平均值也表明簇1的情况可能具有更强的动态失速涡旋。

总之，对于代表动态失速过程不同时期的模态，我们观察到了簇间的明显差异；同时也表明，动态失速涡旋具有不同的速度分布，且脱落时间各不相同。具体而言，簇1中的周期性能更好、逆流更多、动态失速涡内叶片附近的速度更高，且动态失速涡核比簇2离叶片更远。这些流体动力学特征表明失速发生得更早且可能更强，这与最大性能在周期中更早出现的情况一致（图 11）。

3.2.2 $\lambda = 2。5$

较高叶尖速比的工况为检验流场聚类方法提供了机会：由于动态失速较轻，且涡旋脱落较弱并且更靠近叶片，流场变异性不那么明显。尽管如此，两个流场簇之间的时间平均性能差异相当于总时间平均值的 3%。这一数值高于 $\lambda = 1.5$ 的情况，与 $\lambda = 2.5$ 下较高的绝对性能变异性相符。再次参见图 10，性能较好的簇（簇1）的性能峰值幅度略高，但与 $\lambda = 1.5$ 的情况不同，此处没有明显的相位偏移（图11c）。这与图11b中较高叶尖速比下最大性能相位趋于一致的情况相符。尽管变异性相对较低，流场聚类结果显示，簇1的叶片后缘速度低于平均值，而前缘附近的速度略高于平均值；簇2的情况则相反。

前 3 个模态捕捉到近 12% 的总方差，并描绘了尺度约为翼型厚度的空间结构；这些结构靠近叶片并存在于尾流中（图 14）。我们将模态 1 解释为在整个区段 S_a 内叶片上的附着流；随后，随着 $\sigma_1 a_1$ 穿过零点（表示模态符号发生变化），后缘处的逆流增加，同时相对速度的方向和大小发生变化（图 10b-iii）。当加权激活为正时，模态 2 表示沿整个叶片的流动增强；而当其为负时，则表示后缘处的分离流增强。类似地，模态 3 描述了沿叶片速度的细微变化。模态 3 在不同区段之间的不连续，不太可能是动力学快速变化的结果。相反，这很可能是由于难以确定不同区段之间的叶片位置所导致的；在转换至以叶片为中心的参考系时，这种不确定性表现为不同区段流场之间的轻微错位。$\lambda = 2.5$ 工况对该误差更加敏感，因为其能量动力学位于叶片附近，因此更容易受到公共掩膜的遮挡，相较之下，$\lambda = 1.5$ 工况受影响要小得多。加权激活剖面显示，各簇之间的偏差很小，但 S_a 中的模态 2 和 S_b 中的模态 3 除外。对于模态 3，簇1相对较低的加权激活反映了低于平均水平的后缘速度。这些较低的速度表明流动分离更加严重（理论上会限制升力产生），与该簇较高的时间平均性能相矛盾。

总而言之，与 $\lambda = 1.5$相比，$\lambda = 2.5$工况的流场变异性较小，条件平均差异场和模态也较为平缓，特定聚类加权激活剖面之间的差异则不那么明显。尽管如此，流场簇及其对应的性能仍然具有明显差异且意义显著。

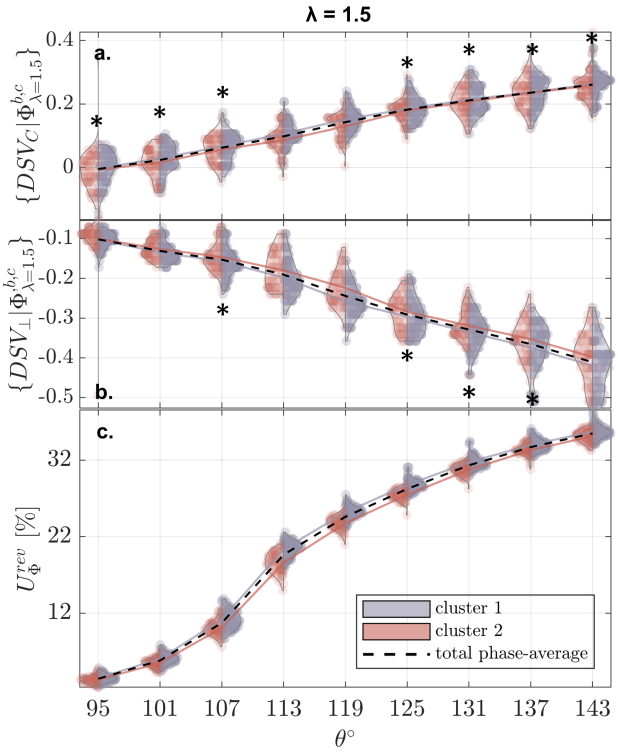

图 13：两个簇的动态失速涡核在弦向上的位置 DSV_C（a）和在弦法向上的位置 $DSV_\perp$（b）。涡核位置以弦长 C 归一化。（c）反向流比例。实线表示与各簇相关的条件平均值；每个 θ 处的小提琴图（MATLAB 函数 小提琴图，来自 [48]）结合箱线图和平滑直方图，以突出显示各总体的潜在分布。 $*$ 表示Wilcoxon秩和检验结果显示，在 5% 显著性水平下，我们无法拒绝零假设，即这些簇是来自中位数相等的连续分布的样本（也就是说，两个分布之间的差异可能不具有统计显著性）。

3.3 自由来流速度扰动的影响

对于这两种叶尖速比，我们观察到流场与性能趋势之间存在分歧。簇1的流场显示出更早且可能更强烈的失速迹象，但簇1的时间平均性能更高。簇间流场和性能的差异可能是动态失速过程随机性的结果；另一种假设则是，这些变化源于自由来流速度扰动。自由来流速度的任何变化都会影响流场中可用的动能以及瞬时叶尖速比。旋转速率的周期间变化可以忽略不计（ω 中的标准差仅为时间平均值的0.02%–0.03%），因此，自由来流中的任何扰动都会导致各周期特定的叶尖速比偏离平均值。图15表明，对于这两种叶尖速比，瞬时自由来流速度（按照第2.3.2节所述进行平流校正）与流场簇相关。对于 $\lambda = 1.5$和 $\lambda = 2.5$，两簇均值之差分别为时间平均速度的1.6%和2.1%，且具有统计显著性。对于这两种叶尖速比工况，簇1的条件平均入流速度更高。因此，在簇1对应的周期中，叶片实际上以较低的叶尖速比运行，同时流场中的动能也更高。

由于性能系数 η_Φ 是根据叶尖速比设定点处采集的自由来流速度测量值的三次方时间平均值定义的，因此未考虑周期间入流变化。因此，我们考虑与各簇相关的自由来流速度三次方条件平均值所对应的簇特定动能功率。基于此，将簇特定性能系数 η^*_Φ 定义为

$$\eta^*(\lambda,\theta,n,k,c) = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho\overline{\{U^3_\infty|\Phi^{k,c}_{\lambda=l}\}}LD}. \tag{9}$$

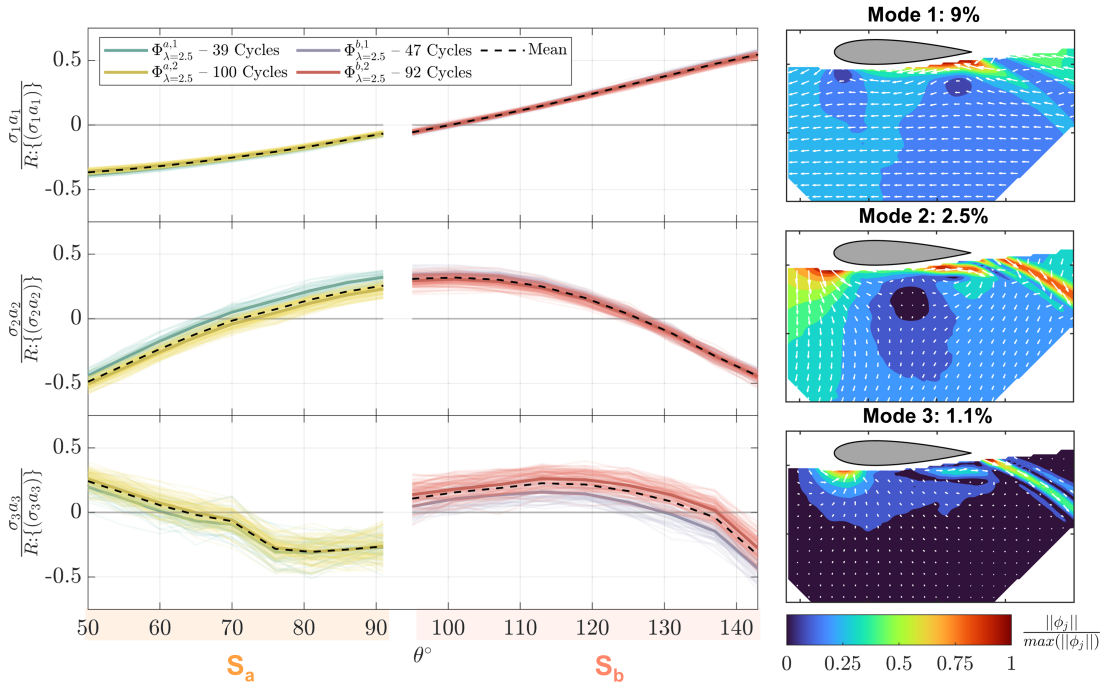

图 14：（左）$\lambda = 2.5$ 的各周期加权激活剖面，按流场聚类分配着色，展示了 S_a 和 S_b。不透明粗线表示各簇的条件平均值，黑色虚线表示所有周期的相位平均值。（右）前三个模态的幅值场，并注明各模态解释的方差。

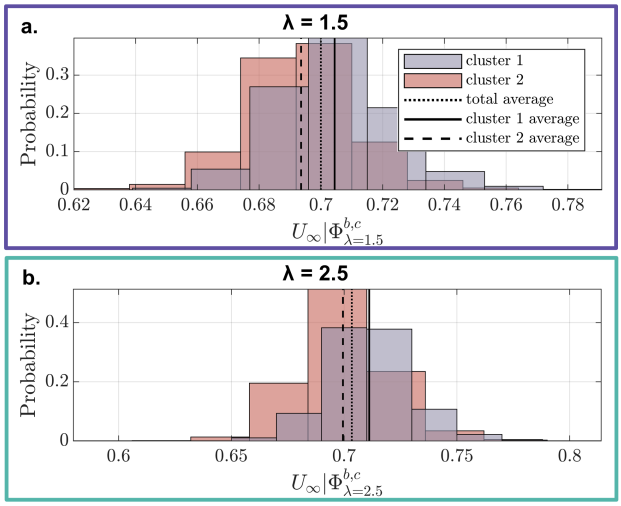

图 15：S_b 处从流场中得出的各簇自由来流速度直方图：(a) $\lambda = 1.5$ 和 (b) $\lambda = 2.5$。

图 16 展示了峰值附近的性能轨迹与 η_Φ 和 η_Φ^* 的周期特定时间平均性能直方图的比较。对于 $\lambda = 1.5$，峰值附近的 η_Φ 和 η_Φ^* 轨迹在簇间均具有统计显著性（图 16a-i,ii）。然而，局部较高的 λ 簇（即簇2）在最大 η_Φ^*时的表现优于簇1。类似地， η_Φ 和 η_Φ^* 的时间平均分布在簇间均具有统计显著性，但此时簇2的表现优于簇1。这些观察结果与不同叶尖速比下的相位平均（图 11a）和时间平均（图 4）性能趋势一致。

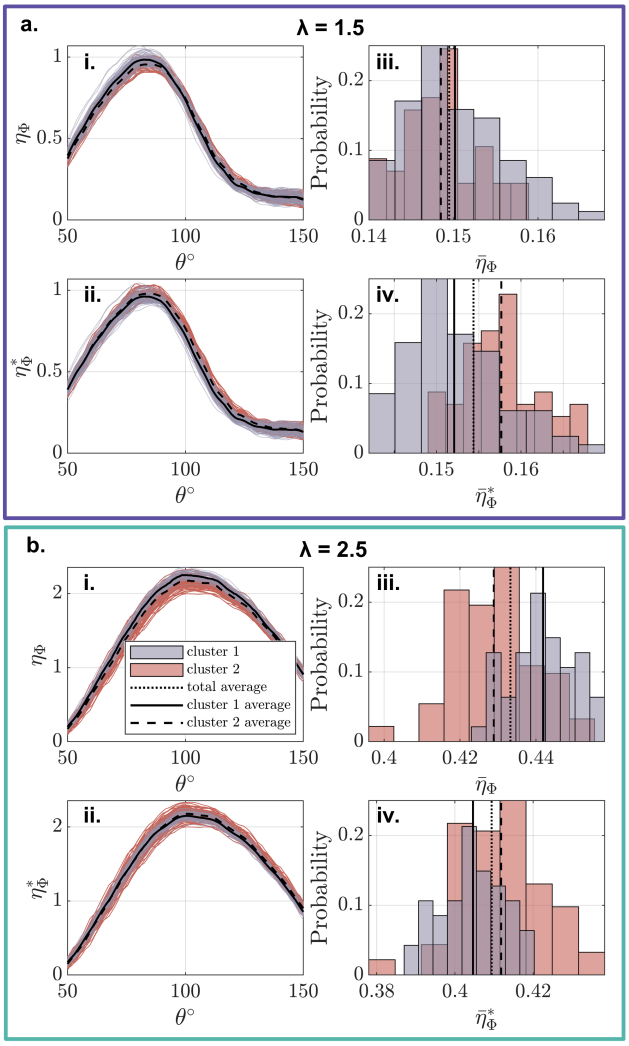

图16：（a） $\lambda = 1.5$和（b） $\lambda = 2.5$。两个簇在峰值附近的（i）单独性能系数轨迹和（ii）簇特定性能系数轨迹。实线表示簇1的相位平均值，虚线表示簇2的相位平均值。（iii）周期特定时间平均性能系数和（iv）时间平均簇特定性能系数的簇特定直方图。

$\lambda = 2.5$工况的结果大致相同。与 $\lambda = 1.5$相比，尽管 $\lambda = 2.5$工况具有更高的性能变异性，但我们观察到其在 $\bar{\eta}^*_\Phi$和 η^*_Φ 中的塌缩效果更好。这可能是因为随着叶尖速比增加，攻角剖面对叶尖速比的依赖性减弱（图1）。这意味着，名义上，叶片运动学对来流扰动的敏感性与叶尖速比成反比。因此， $\lambda = 2.5$的流体动力学可能比 $\lambda = 1.5$对来流扰动的敏感性更低。

总之，对于两种叶尖速比，基于簇特定自由来流动能功率的性能，η^*_Φ证实了这一假设：簇之间观测到的流场和性能差异主要是由来流速度变化引起的。这种性能对来流速度的依赖性与轴向流文献一致，后者一贯表明涡轮机功率输出与来流条件相关 [49]。在此，簇1中观测到的 η_Φ 增加，是由于未考虑增加的来流动能所致；增加的来流动能会提高涡轮机功率输出，即使较低的周期特定叶尖速比使实际效率有所下降。尽管这些结果表明，按周期特定方式计算效率可能更为理想，但我们发现，这种方法会增加该数据集中的性能变异性。因此，我们认为，簇特定性能对平流修正中的不确定性（第2.3.2节）具有更强的稳健性。

3.4 周期间滞后

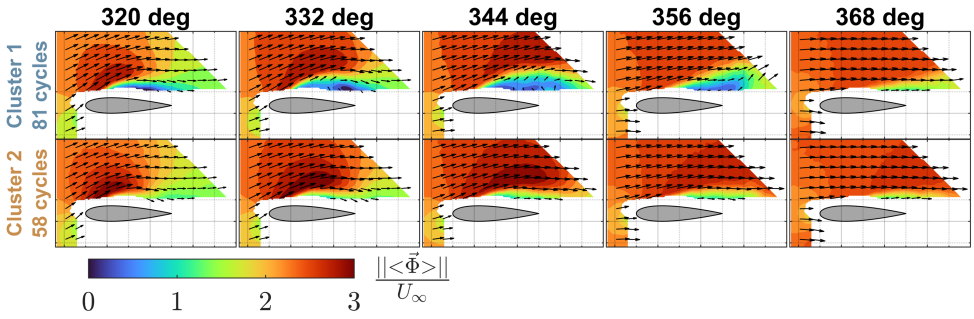

图17：叶片从下游扫掠过渡至上游扫掠时， S_e for $\lambda = 1_{。}5$ 条件下的聚类条件平均流场。

如前所述（图9c-d，第3.2节），下游扫掠期间相对较大的周期间流场变化并未伴随相当程度的性能变异性。然而，一个周期结束时的流场变化可能会影响后续周期，这种可能性是可以设想的。为探究这一可能性，我们在图17中考察了按簇条件平均的流场，重点关注 S_e 对于 $\lambda = 1_{。}5$这一情况，其中两个簇之间存在明显差异。簇2中的流动恢复似乎较慢，在 $\theta = 356°$处后缘附近存在更多分离流且速度更低。尽管如此，我们观察到三个因素支持周期之间滞后效应有限这一假设。首先，当叶片进入下一个周期时（$\theta = 368°$），簇1和簇2流场之间的差异已显著减小。其次，在周期开始时（$\theta < 40°$，（图9）），周期间性能变异性有限。第三，在下一个周期开始时的流场加权激活剖面中，变化也很有限（图12， S_a）。如果前一周期的流场变异性确实产生了滞后效应，我们预计流场变异性会持续到 $\theta = 0°$，并且在周期开始时看到相应的性能变异性。因此，与自由来流速度相关的变化相比，前一周期的流体动力学不太可能促成后续周期中观测到的变异性。

我们注意到，该结果可能受到控制方案选择的影响。具体而言，如果调节的量是涡轮机转矩而非旋转速率，则瞬时旋转速率将在周期内及周期之间发生变化，使得叶片运动学不再具有确定性 [44]。在这种控制方案下，我们可能会观察到周期之间流场的更大变化，以及对后续周期更强的影响。

4 讨论与结论

横流式涡轮机的周期间性能与流场变异性通常会因时间与相位平均而被隐式忽略，但正如本文所示，这种变异性具有统计显著性。这种变异性可能由动态失速的随机性、自由来流速度扰动以及前几个周期产生的滞后所导致。在本研究中，我们利用次优、 $\lambda = 1_{。}5$ 和近最优的 $\lambda = 2_{。}5$ 叶尖速比下的近叶片流场与性能指标，探究了周期间变化的程度及其来源。为此开发的流场聚类技术被证明对周期间变化较为敏感，并揭示了性能与流场变异性之间的相关性。尽管$\lambda = 2_{。}5$ 下的流场变异性较低、动态失速较弱，该技术对两个叶尖速比均有效。

总体而言，性能变异性与水动力变异性在相位上并不一致，且幅度不同。在所有相位下，性能的变异系数范围为 $4 - 20\%$。尽管这种比较并不完全严谨，各相位对应的流场变异系数最高可达 110%，高出一个数量级。一个周期内，性能变异性在最大性能附近最高；但受近叶片流场分辨率的限制，只有在超过最大性能之后，才能观察到明显的流场变异性。对于 $\lambda = 1_{。}5$，在大型动态失速涡的发展和脱落过程中，流场变异性会增加；对于 $\lambda = 2_{。}5$，在后缘分离流动区域的发展过程中，流场变异性会增加。尽管流场变异性有所滞后，基于整个旋转过程中观测到的流场划分的簇

与两种叶尖速比下的时间平均性能和相位平均性能相关。若只考虑汇总的统计变异性指标，则无法发现这种相关性。

滞后和动态失速随机性可能会导致变异性，但自由来流速度扰动是流场和性能中观测到的周期间变化的主要因素。鉴于涡轮旋转末段较高的流场变异性并未伴随旋转初段的高变异性，滞后的影响不太可能很显著。虽然我们无法完全区分自由来流速度扰动和动态失速随机性的影响，但特定周期的自由来流速度与流场簇相关。这些速度扰动会影响流场中可利用的动能，并扰动 λ，足以影响动态失速过程。对于 $\lambda = 1.5$，$\theta = 95 - 143°$ 中表现较好的簇具有较高的入流速度、较高的反向流比例、较早发生的动态失速涡脱落，以及在周期中略早出现的性能峰值。这些行为均与局部较低的 λ 一致；然而，较高的性能与较低 λ 对应较低最大性能和时间平均性能的趋势相悖。$\lambda = 2.5$ 的情况也存在这一矛盾。采用簇特定动能功率计算性能时，这一表面上的矛盾便得到了解释：局部叶尖速比较高的簇优于另一簇。这表明，在这些条件下，入流中可利用动能功率的变化，相较于局部叶尖速比的扰动，影响更大。

尽管自由来流湍流强度仅为 1.8–2.1%，与现场条件相比相对较低，但仍观察到性能和水动力对所分配簇的明显依赖性 [50]。尽管如此，各簇之间的时间平均性能差异很小（相对于所有数据的时间平均值仅为 1–3%）。因此，在这些条件下，对流场和性能进行相位平均是研究总体趋势的有效方法。本研究表明，聚类有助于开展更细致的分析，从而理解观测到的流场与涡轮机性能之间的联系。在现场环境或湍流强度较高的实验室条件下，或者采用转矩控制时，周期特定叶尖速比可能会进一步偏离相位平均值。在此类条件下，性能和水动力变异性可能增大，因此按簇进行分析可能比相位平均更为必要。此外，导致周期间变化的具体机制可能会随不同的入流条件（例如雷诺数）、涡轮几何形状和运动学而改变；对于其他发生动态失速的非涡轮系统，这些机制也可能有所不同。

需要指出的是，未来研究中应将簇的数量视为一个自由参数加以考虑。在本研究中，两个簇是合适的，但对于所有情况而言，这可能并非最优选择。对于当前数据集，两个簇在主成分分析中产生了独特的相位平均加权激活剖面。虽然我们依据流场进行聚类，但PIV数据采集耗时较长，且通常仅限于实验室环境。未来研究可以探索依据性能或分布式载荷进行聚类的优势。

流场聚类方法有助于我们理解横流式涡轮机性能和水动力变异性的成因。与总体统计表征相比，该方法能更全面地呈现相位变化流场，并提供不依赖主观人工设计度量指标的条件平均分组。我们观察到具有物理意义的簇，它们代表一系列不同的流场演变。这些簇与性能相关，并揭示了动态失速过程发生时序的变化。

5 致谢

作者感谢 Alice C. Tyler 慈善信托对研究设施的支持，并感谢 Benjamin Strom、Hannah Ross、Aidan Hunt、Carl Stringer、Erik Skeel 和 Craig Hill 为实验装置和代码库的开发与升级所作出的重大贡献。我们还感谢太平洋海洋能源中心的同事一直以来的支持。

声明

资助

本研究获得美国国防部海军设施工程系统司令部和美国国家科学基金会研究生研究奖学金计划的资助。

表 2：性能测试的仪器不确定度

仪器	C_P 组件	Unit	系统不确定性
Nortek Vectrino ADV	U_∞^3	m/s	传感器精度：测量值的 ±1% ±1 mm/s [a]
电机编码器	θ	度	传感器精度： ±0.004
Futek FSH02595	τ	N-m	传感器非线性：0.2% 的额定载荷 传感器迟滞： ±0.2% 的额定载荷 传感器不可重复性： ±0。额定载荷的05% [b]

[a] U_∞ 将系统不确定性转换为 U_∞^3 系统不确定性，方法是将列出的数值转换为 U_∞ 的百分比并乘以3 [b]按平方和的平方根求和，额定输出为 11.3 N-m，得到 ±0。0325 N-m

利益冲突

作者没有相关财务利益或非财务利益需要披露。

伦理审批

不适用

参与知情同意

不适用

发表知情同意

不适用

数据和材料的可用性

数据和处理代码可应要求提供。

代码可用性

不适用

作者贡献

所有作者均参与了研究构想与设计。Abigale Snortland 和 Isabel Scherl 负责材料准备和数据采集。Abigale Snortland 负责所有数据分析和代码库开发。Abigale Snortland 撰写了论文初稿。Brian Polagye 和 Owen Williams 在整个项目过程中提供指导，并密切参与了最终论文的构思和撰写。所有作者均阅读并批准了最终稿。

性能与流场不确定性分析

本文呈现的结果涉及性能和流场数据中相对细微但具有统计显著性的观察结果。尽管两个数据集都存在不确定性，我们仍发现不同数据流之间存在具有统计意义的相关性，这与理论和当前的认识相符（例如，通过粒子图像测速获得的流场簇与测量性能之间存在具有统计意义的相关性）。

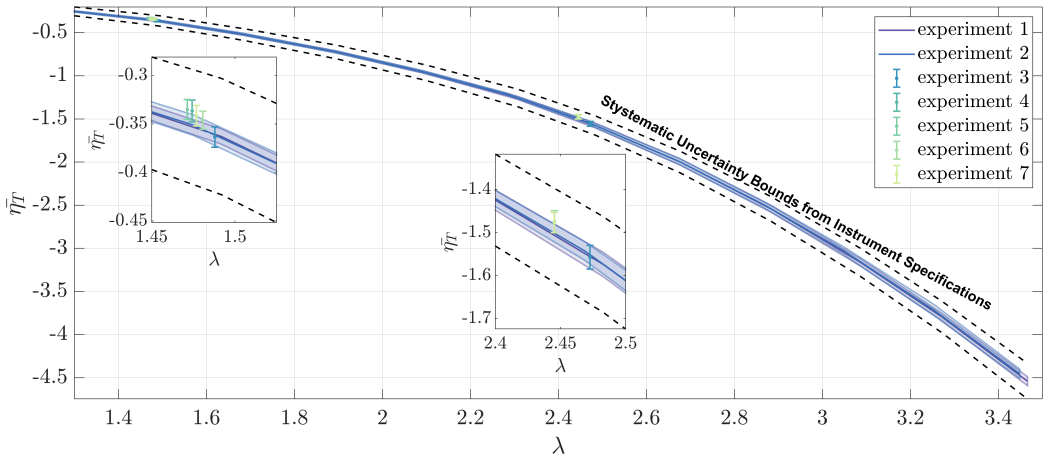

图 18：整台涡轮机性能的时间平均测量值。阴影区域和误差棒表示 ± 周期平均性能分布的两个标准差。黑色虚线表示按照 [51] 中的方法计算得出的系统不确定性界限。实验 3–7 的误差棒在插图中显示得更清楚。

A.1 性能不确定性

评估不确定性的一种方法是基于仪器精度进行正式分析。然而，在进行此类分析时会遇到两个问题。首先，本研究关注的周期间变化在正式分析中会被视为随机不确定性。其次，如下文所示，正式分析所表明的系统不确定性超过了实验观测到的变化。

横流涡轮机性能取决于测得的水动力扭矩（Futek FSH02595 转矩传感器）、旋转速率（由电机编码器测得的位置求导得到）以及自由来流速度（Nortek Vectrino ADV）。这些测量均存在系统不确定性和随机不确定性。系统不确定性描述仪器准确测定中心矩的能力，而随机不确定性则与中心矩周围的变异性有关。

整机涡轮性能的系统不确定性按照 [51] 附录 A 中的方法进行量化。根据制造商规格得出的系统不确定性列于表 A.1，其界限相对于整台涡轮机的实验性能显示于图 18 中。实验重复性极佳，这一点从重复性能测量中周期平均性能在单次测量内部及不同测量之间的微小变化可见一斑。此外，根据仪器规格估算的系统不确定性高于观察到的变异性。需要指出的是，不确定性分析针对的是整机涡轮效率。由于支柱扣除方法涉及对整台涡轮机和单独支柱进行独立测量，因此不宜对叶片级效率进行此项分析。

鉴于我们不太关注系统不确定性所给出的分布中心矩的绝对准确性，因此，考察叶片级效率围绕中心矩的变异性特征更有启发性。相位平均性能扰动定义为特定周期的性能与所有周期的相位平均性能之差，因此，各簇中性能扰动的方差（二阶矩）表示为

$$\alpha_2 = \frac{1}{n}\sum(\eta')^2. \tag{10}$$

两个簇的方差若存在显著差异，则表明这两个分布具有不同的基本结构，且比较它们的均值（一阶矩）可能会产生误导，同时也会使第 3.2.1–3.3 节中使用的 Wilcoxon ranksum 检验失效。

同样，偏度（三阶矩）可表示为

$$\alpha_3 = \frac{1}{n}\sum(\eta')^3. \tag{11}$$

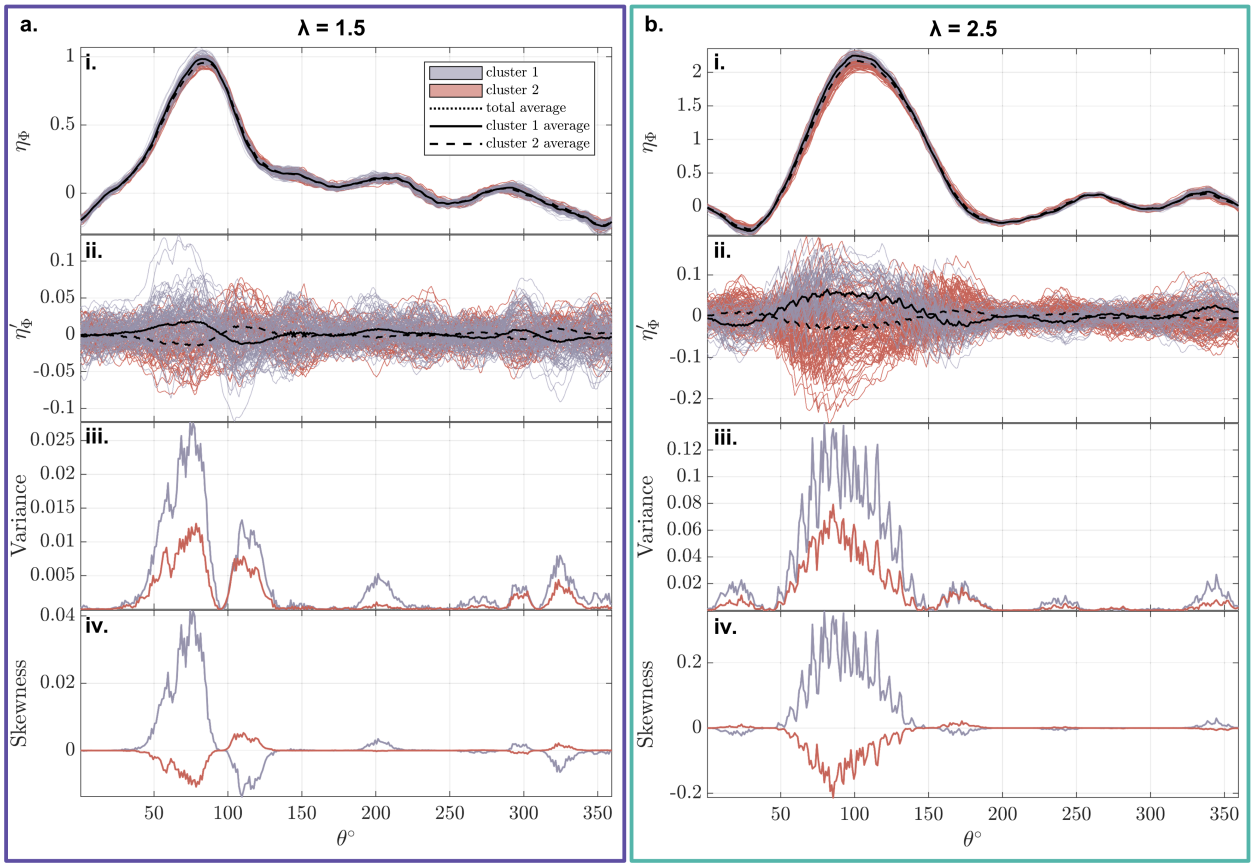

图 19：流场簇所对应性能轨迹的统计分析，其中 (a) $\lambda = 1.5$ 和 (b) $\lambda = 2.5$。（i）性能轨迹和（ii）性能扰动。黑线表示性能或性能扰动的簇条件平均值（公式 5 和 6）。（iii）与各簇相关的性能轨迹方差（公式 10 ）。（底部）各簇相对于所有周期相位平均值的偏度（公式 11 ）。

.

偏度为零意味着某个聚类中的性能轨迹围绕所有周期的相位平均值呈正态分布（即聚类轨迹随机分布）。相反，偏度为正意味着聚类内的性能偏高于相位平均值，偏度为负时则相反。

图 19 展示了两种叶尖速比下的这些矩。图 19i-ii 展示了所有轨迹的叶片级性能和性能扰动（如图 10 所示）。其中，黑线表示分布的一阶矩，突显出分配给各簇的轨迹底层分布中相对细微的趋势。我们观察到，各簇的相位平均值方差趋势相似（图 19iii），这表明各簇中的周期相对于所有周期的相位平均值具有相似的离散程度。这验证了使用 Wilcoxon秩和检验是合理的，也说明比较相位平均值具有意义。然而，由于方差始终为正，这并不能说明各簇相对于所有周期的相位平均值是如何分布的。对于两种叶尖速比，偏度（图 19iv）表明，与各簇相关的性能轨迹并非围绕所有周期的相位平均值随机分布，而是分别向相反方向偏斜。如果周期间变异性完全归因于随机不确定性，那么性能簇与流场簇之间就不会存在观察到的相关性。虽然随机不确定性确实仍然存在，但本研究的结果让我们有理由相信，周期间变化是由物理过程（即来流扰动）驱动的。

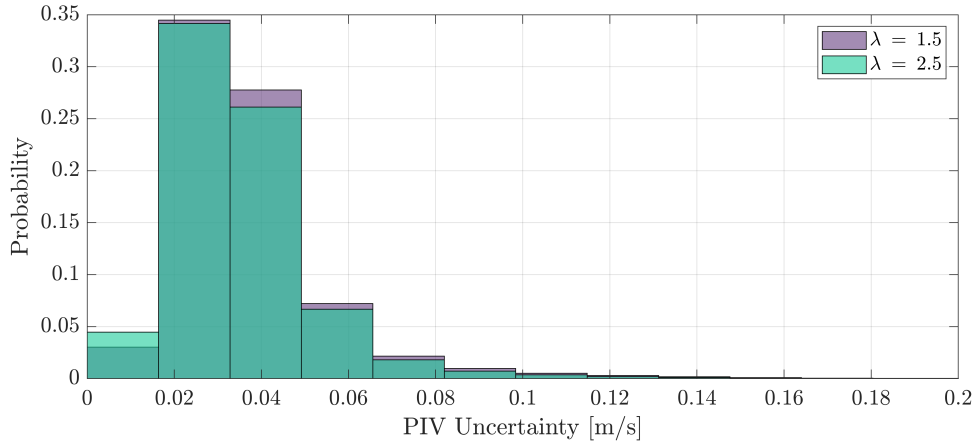

图20： $\lambda = 1$。5和 $\lambda = 2$。5时所有相位下每个矢量的PIV不确定性直方图。

.

A.2 PIV不确定性

PIV不确定性通过 LaVision DaVis [52] 采用的相关方法进行量化，该方法分析各个像素对相关峰值的贡献。输出为与每个单独流场对应的不确定性场（即每个相位下有 N=139 个不确定性场，对应于该相位下的 N =139 个流场）。图 20 给出了所有相位中每个矢量的 PIV不确定性直方图。对于 $\lambda = 1.5$，PIV不确定性平均为 ±0.037 m/s（特定叶尖速比下所有相位的全部矢量的平均值）；对于 $\lambda = 2.5$，则为 ±0.035 m/s。这些不确定性比流场中观察到的周期间变异性（图 10）小一个数量级。

参考文献

[1] J. O. Dabiri. 通过反向旋转的垂直轴风力涡轮机阵列，风电场功率密度有望提高一个数量级。*Journal of Renewableand Sustainable Energy*, 3(4):1–12, 2011.[2] A. Snortland, O. Williams, and B. Polagye. 近叶片水动力学对横流涡轮机性能的影响。第*13*届欧洲波浪能与潮汐能会议论文集, pages 1 – 9, 2019.[3] Mukul Dave, Benjamin Strom, Abigale Snortland, Owen Williams, Brian Polagye, and Jennifer A. Franck. 横流涡轮机周期内角速度控制的模拟。*AIAAJournal*, 59(3):812–824, 2021年3月.[4] Mukul Dave and Jennifer A. Franck. 受限与非受限流动中横流涡轮机的雷诺平均纳维–斯托克斯模拟和大涡模拟比较。*Journal of Renewable and SustainableEnergy*, 13(6):064503, 2021年.[5] Sébastien Le Fouest and Karen Mulleners. 垂直轴风力涡轮机的动态失速难题。《可再生能源》, 198:505–520, 2022年.[6] A. Bianchini, F. Balduzzi, F. Ferrara, and L. Ferrari. 达里厄斯风力涡轮机旋转翼型上的虚拟入射效应。《能源转换与管理》, 111:329 – 338, 2016年.[7] C. Simão Ferreira, G. Van Kuik, G. Van Bussel, and F. Scarano. 通过粒子图像测速可视化垂直轴风力涡轮机上的动态失速。*Experiments in Fluids*, 46(1):97–108, 2009年.[8] A-J. Buchner, M. W. Lohry, L. Martinelli, J. Soria, and A. J. Smits. 垂直轴风力涡轮机中的动态失速：实验与计算的比较。《风工程与工业空气动力学杂志》, 146:163 – 171, 2015年。

[9] R. Dunne and B. McKeon. 俯仰和前冲翼型上的动态失速。*Experiments in Fluids*, 56, 2015年8月. [10] A. Choudhry, R. Leknys, M. Arjomandi, and R. Kelso. 深入了解动态失速升力特性。*Experimental Thermal and Fluid Science*, 58:188–208, 2014年10月.[11] J.-P. Küppers and T. Reinicke. 基于WaveNet的全随机动态失速模型。*Wind Energy ScienceDiscussions*, 2022:1–24, 2022年.[12] M. Lennie, J. Steenbuck, B. R. Noack, and C. O. Paschereit. 利用机器学习绘制动态失速图谱。*Wind EnergyScience*, 5(2):819–838, 2020年.[13] Graham Riches, Robert Martinuzzi, and Chris Morton. 对发生涡激振动的圆柱体进行本征正交分解分析。*Physics of Fluids*, 30(10):105103, 2018年.[14] Tanner Harms, Pourya Nikoueeyan, and Jonathan W. Naughton. 动态失速周期间变化的实验评估. 2018年.[15] Manikandan Ramasamy, Jacob Wilson, William McCroskey, and Preston Martin. 表征动态失速测量中的周期间变化。*Journal of the American Helicopter Society*, 63, 2018年4月.[16] M. Miller, S. Duvvuri, I. Brownstein, M. Lee, J. Dabiri, and M. Hultmark. 在完全动力相似条件下开展的垂直轴风力涡轮机实验。*Journal of Fluid Mechanics*, 844:707–720, 2018年.[17] Mark Miller, Subrahmanyam Duvvuri, and Marcus Hultmark. 实度对垂直轴风力涡轮机性能的影响。*Flow*, 1, 2021年1月.[18] Hannah Ross and Brian Polagye. 无量纲参数对横流式水轮机性能的影响。*Journal of Fluids and Structures*, 114:103726, 2022年.[19] Peter Bachant, Martin Wosnik, Budi Gunawan, and Vincent S. Neary. 垂直轴横流涡轮机参考模型的实验研究。*PLOS ONE*, 11(9):1–20, 2016年9月.[20] Sébastien Le Fouest, David Bensason, and Karen Mulleners. 垂直轴风力涡轮机叶片的时间尺度、载荷和流动结构的不对称性. 2022年.[21] K. K. Y. Tsang, R. M. C. So, R. C. K. Leung, and X. Q. Wang. 基于非定常力测量的动态失速行为。*Journal of Fluids and Structures*, 24(1):129 – 150, 2008年.[22] Manikandan Ramasamy, Armaun Sanayei, Jacob S Wilson, Preston B Martin, Tanner Harms, Pourya Nikoueeyan, and Jonathan Naughton. 通过对周期间变化进行数据驱动聚类，降低动态失速测量中的不确定性。*Journal of the American HelicopterSociety*, 66(1):1–17, 2021年.[23] Kevin S. Beyer, Jonathan Goldstein, Raghu Ramakrishnan, and Uri Shaft. “最近邻”何时有意义？ICDT ’99, page 217–235. Springer-Verlag, 1999年.[24] K. Taira, S. Brunton, S. Dawson, C. Rowley, T. Colonius, B. McKeon, O. Schmidt, S. Gordeyev, V. Theofilis, and L. Ukeiley. 流体流动的模态分析：综述。*AIAA Journal*, 55, 2017年2月.[25] Steven L. Brunton and J. Nathan Kutz. 数据驱动科学与工程：机器学习、动力系统与控制. 剑桥大学出版社, 2019年.[26] Isabel Scherl, Benjamin Strom, Jessica K. Shang, Owen Williams, Brian L. Polagye, and Steven L. Brunton. 对受污染的流体流动进行模态分解的稳健主成分分析。*Phys.Rev.Fluids*, 5:054401, 2020年5月.[27] Hans-Peter Kriegel, Peer Kröger, and Arthur Zimek. 高维数据聚类：子空间聚类、基于模式的聚类和相关性聚类综述。*ACM Trans.Knowl. Discov. Data*, 3(1), 2009年3月.[28] Michael C. Thrun and Alfred Ultsch. 使用基于投影的聚类，在高维数据中寻找基于距离和基于密度的簇。*Journal of Classification*, 38(2):1432–1343, 2021年。

[29] Tom Wester、Sirko Bartholomay、Dominik Traphan、Michael Hölling、Joachim Peinke 和 Gerd Guelker。使用高速粒子图像测速测量和本征正交分解破解动态失速之谜。2018年07月。[30] Joel L. Weightman、Omid Amili、Damon Honnery、Julio Soria 和 Daniel Edgington-Mitchell。本征正交分解中的剪切层非定常性特征。*Experiments in Fluids*，59(12)，2018年。[31] Karen Mulleners 和 Markus Rütten。利用递归图分析间歇性尾缘涡脱落。*AIAAJournal*，56(2):571–580，2018年。[32] Geert De Soete 和 J. Douglas Carroll。欧几里得低维空间中的 K均值聚类。载于 Edwin Diday、Yves Lechevallier、Martin Schader、Patrice Bertrand 和 Bernard Burtschy 编，分类与数据分析的新方法，第212–219页，柏林、海德堡，1994年。Springer Berlin Heidelberg。[33] Chris Ding 和 Xiaofeng He。通过主成分分析进行 K均值聚类。载于第二十一届国际机器学习会议论文集，ICML '04，第29页。美国计算机协会，2004年。[34] Irem Ersöz Kaya、Ayça Çakmak Pehlivanlı、Emine Gezmez Sekizkardeş 和 Turgay Ibrikci。基于主成分分析的聚类在 T1加权磁共振图像脑肿瘤分割中的应用。*Computer Methods and Programs in Biomedicine*，140:19–28，2017年。[35] Claudia Canali 和 Riccardo Lancellotti。通过对虚拟机进行基于主成分分析的聚类，提高云监控的可扩展性。*Journal of Computer Scienceand Technology*，29(1):38–52，2014年。[36] Zhe Bai、Steven L. Brunton、Bingni W. Brunton、J. Nathan Kutz、Eurika Kaiser、Andreas Spohn 和 Bernd R. Noack。流体动力学中的数据驱动方法：基于实验数据的稀疏分类，第323–342页。Springer International Publishing，Cham，2017年。[37] Eurika Kaiser、Bernd R. Noack、Laurent Cordier、Andreas Spohn、Marc Segond、Markus Abel、Guillaume Daviller、Jan Östh、Siniša Krajnović、Robert K. Niven 等。混合层的基于聚类的降阶建模。*Journal of Fluid Mechanics*，754:365–414，2014年。[38] Aditya G. Nair、Chi-An Yeh、Eurika Kaiser、Bernd R. Noack、Steven L. Brunton 和 Kunihiko Taira。失速后湍流分离流的基于聚类的反馈控制。*Journal of Fluid Mechanics*，875:345–375，2019年。[39] K. Mulleners 和 M. Raffel。重新审视动态失速的起始。*Experiments in Fluids*，52:779–793，2012年。[40] W. J. McCroskey。《动态失速现象》。技术报告，1981年。[41] W. Timmer。NACA 0018翼型在低雷诺数下的二维风洞实验结果。*Wind engineering32(6), 525-537*，32，2008年12月。[42] Benjamin Strom、Noah Johnson 和 Brian Polagye。叶片安装结构对横流涡轮机性能的影响。*Journal of Renewable and Sustainable Energy*，10(3):034504，2018年。[43] Aidan Hunt、Carl Stringer 和 Brian Polagye。展弦比对横流涡轮机性能的影响。*Journalof Renewable and Sustainable Energy*，12(5):054501，2020年。[44] Brian Polagye、Ben Strom、Hannah Ross、Dominic Forbush 和 Robert J. Cavagnaro。转矩调节控制与转速调节控制下横流涡轮机性能的比较。*Journal of Renewable and SustainableEnergy*，11(4):044501，2019年。[45] Joe H. Ward Jr.。用于优化目标函数的层次分组。*Journal of the American StatisticalAssociation*，58(301):236–244，1963年。[46] H. B. Mann 和 D. R. Whitney。关于检验两个随机变量中一个是否在随机意义上大于另一个。*The Annals of Mathematical Statistics*，18(1):50–60，1947年。[47] H-C Tsai 和 T. Colonius。科里奥利效应对垂直轴风力涡轮机动态失速的影响。*AIAA Journal*，54(1):216–226，2016年。

[48] Bastian Bechtold。*Matlab* 小提琴图。GitHub 项目，2016年。[49] Philippe Druault 和 Grégory Germain。根据来流结构预测潮汐涡轮机功率波动。《海洋工程》，252:111180，2022年。[50] Jim Thomson、Brian Polagye、Vibhav Durgesh 和 Marshall C Richmond。普吉特海湾两个潮汐能场址的湍流测量，华盛顿州。*IEEE* 海洋工程学报，37(3):363–374，2012年。[51] Robert J. Cavagnaro 和 Brian Polagye。水动力涡轮机的现场性能评估。《国际海洋能源杂志》，14:125–142，2016年。[52] Bernhard Wieneke。基于相关统计量的粒子图像测速不确定性量化。*Measurement Science and Technology*，26(7):074002，2015年6月。