面向大尺寸增材制造运动学与能量性能优化的振动抑制刀具路径生成

Kang WANG [a*] Jinghua XU [a] Shuyou ZHANG [a] Jianrong TAN [a]

[a] 浙江大学机械工程学院，中国杭州，310027 * 通讯作者

摘要：大尺寸增材制造（LDAM）的产品质量与可持续性高度依赖于LDAM系统的运动学与能量性能。然而，制造过程中产生的机械振动阻碍了增材制造技术在工业制造中的进一步发展。为此，提出一种通过振动抑制刀具路径生成（VTG）实现LDAM运动学与能量性能优化的方法。首先构建LDAM系统的运动学模型及相关能耗模型，以揭示伺服系统的刀具路径是影响LDAM运动学与能量性能的主要因素。因此，提出振动抑制刀具路径生成（VTG）方法，以定制伺服轨迹，实现LDAM的运动学与能量性能优化。针对W16圆柱体开展了大量数值与物理实验，包括测量和分析机械振动幅值，并评估采用所提VGT前后的表面粗糙度。实验结果表明，即使制造出的零件具有异常且复杂的形态，所提出的VGT仍能够同时实现LDAM运动学与能量性能优化。

关键词： 振动抑制；刀具路径生成；制造系统；运动学与能量性能；伺服轨迹。

1. 引言

增材制造（AM）是一种智能制造技术，它利用计算机数控（CNC）系统，直接根据计算机辅助设计（CAD）模型制造最终用途零件，无需模具等辅助工具[1,2]。给定一个三维（3D）CAD模型，增材制造会将其切分为多个二维（2D）层，并逐层制造，从而降低复杂结构零件的制造难度[3–5]。这种逐层制造方式使增材制造的能力不再受产品设计流程的限制，因此，自问世以来，增材制造技术便受到学术界和工业界的关注[6,7]。

受益于3D打印的主要终端市场应用领域和行业包括航空航天、汽车、医疗和牙科、消费品、爱好及个人用途等[8–11], 。然而，目前3D打印机市场由小尺寸3D打印机（通常称为桌面3D打印机）主导，其平均工作空间约为 $200 \times 200 \times 200$ mm [12]。小尺寸3D打印机有限的打印体积阻碍了增材制造技术在工业制造领域的进一步发展 [13,14]。因此，对大尺寸增材制造（LDAM）的需求日益增长，这种技术能够扩大增材制造产品的物理尺寸。

为优化制造效率和质量，研究人员从多个角度对 LDAM 开展了大量研究，包括工艺规划 [15–17],支撑结构设计 [18,19], 和力学性能改进 [20,21]。例如，Diourté等人 [16] 提出了一种电弧增材制造策略，通过为闭环薄壁零件生成螺旋形式的连续轨迹，将电弧的起停阶段减少到唯一一个循环。Allum等人 [17] 提出了一种称为 ZigZagZ 的非平面几何形状，可同时沿 X、Y、Z 方向沉积丝材。Jiang等人 [22] 提出了一种支撑生成方法，通过考虑最长可打印桥接长度对支撑使用量的影响，减少支撑材料消耗。Delfs等人

开发了一种预测零件表面质量的方法，该方法将表面质量与零件的构建方向相关联，因此可利用预测结果优化构建方向，以获得所需的表面质量。

尽管这些针对制造效率和质量的优化已取得显著成效，但LDAM的运动学性能仍会受到制造过程中的机械振动影响[24,25]。为分析增材制造系统中的机械振动，Wu等人提出了一种对熔融沉积成型设备状态进行原位监测的新方法，其中采用了声发射技术 [26]。Tlegenov等人提出了一种在使用振动传感器的熔融丝材制造3D打印中进行喷嘴状态监测的技术[27]。Zhang等人利用多个稀疏自编码器进行误差融合，并采用姿态传感器监测安装在打印机移动平台上的多个传感器的信号[28]。然而，现有的大多数方法都无法从根本上解决LDAM中的振动问题，因为振动是由其固有的运动学系统所导致的机械过程的内在属性，这些方法只能对振动加以抑制。

为克服这一难题，近期研究表明，刀具路径规划有望为运动学系统提供最优轨迹，从根本上抑制 LDAM 中的机械振动。Dwivedi 和 Kovacevic [29] 提出了一种自动化的连续刀具路径规划方法，将各个分解后的填充子区域中的之字形路径连接起来。Lin 等人 [30]提出了双重偏置和清理刀具路径程序，以改变路径，旨在缓解尖角带来的问题。Griffiths [31] 提出了一种基于希尔伯特曲线的曲面加工刀具路径策略。Kuipers 等人 [32] 提出了一种自适应宽度控制策略，通过采用多种道宽方案来缩小沉积道宽范围。Etienne 等人 [33] 开发了一种曲面切片方法，通过生成刀具路径来适应可变切片层高，从而更好地贴合物体表面。上述研究推动了增材制造技术的良好发展。然而，针对 LDAM 系统机械振动特性的研究仍然有限

，尽管当增材制造机床的物理尺寸增大时，这些特性会决定其最终的运动学性能和表面质量。此外，大多数刀具路径规划方法都在几何形状较为普通的工艺品上进行了验证，因此可能不适用于结构复杂的工业产品。

为动态提升运动学与能效表现，本文提出一种振动抑制刀具路径生成（VTG）方法，用于大尺寸增材制造中的运动学与能量性能优化。通过针对具有异常且复杂形态特征的 W16圆柱体开展一系列连贯的数值与物理实验，验证了所提出的 VTG 方法。

本文的主要贡献总结如下:

- 基于等效集中质量模型建立 LDAM系统的运动学模型，以揭示 LDAM系统中输入力与输出位移之间的关系。

- 提出与 LDAM运动学相关的能耗建模，指出伺服系统的能耗占 LDAM 总能耗的主要部分。

- 基于上述建立的运动学模型及相应的能耗模型，提出振动抑制刀具路径生成（VTG）方法，以定制伺服轨迹，实现 LDAM 中的运动学与能量性能优化。

- 我们对 W16圆柱体进行了大量数值与物理实验，结果表明，我们的 VGT 能够同时提升 LDAM 中的运动学性能和能量性能。

2. 预备知识

2.1 LDAM系统的运动学建模

图1展示了采用XYZ轴格式的LDAM机器运动学系统，其中

3D打印机分别有来自挤出机、伺服系统和辅助风扇的三个振动源。显然，滚珠丝杠的工作状态决定了LDAM系统的运动学性能。各部件产生的任何振动都可能通过滚珠丝杠传递至工作台，而LDAM系统的剧烈机械振动会导致错位和打印故障，直接造成产品质量不佳。LDAM系统频繁振动也会大幅缩短滚珠丝杠的使用寿命。因此，建立动态运动学模型，揭示LDAM系统中输入力与输出位移之间的关系，具有重要意义。

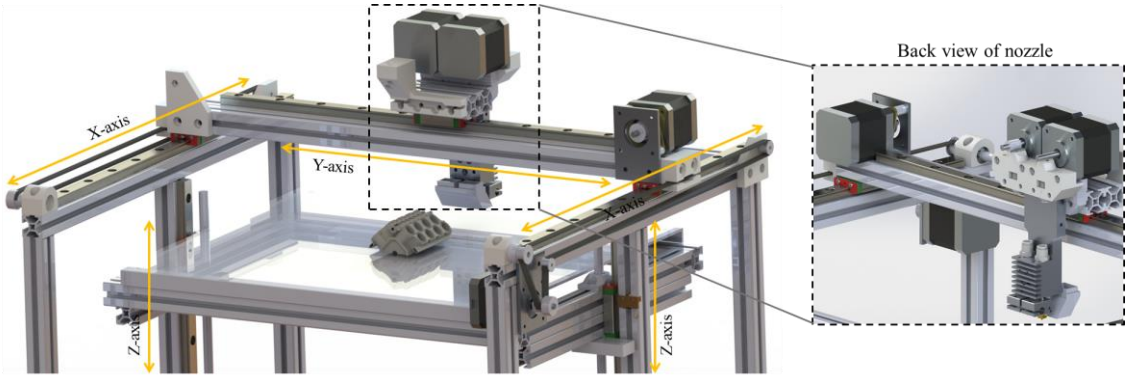


图1 LDAM机器在XYZ轴格式下的运动学系统。

如图2所示，LDAM的机械系统由电动伺服电机、滚珠丝杠、丝杠螺母副、弹性联轴器、两端的固定轴承、工作台和滑轨组成。为分析LDAM的机械系统，首先采用等效集中质量的概念建立LDAM系统的运动学模型。

由于滚珠丝杠通过联轴器与电动伺服电机连接，因此滚珠丝杠的等效质量将两者都考虑在内。这里有两根相似的滚珠丝杠，分别为滚珠丝杠 1 和 2。为简洁起见，以滚珠丝杠 1 为例，其等效质量 m_1 表示如下：

$$m_1 = m_{sc1} + m_{r1} + m_{c1} \tag{1}$$

$$m_{sc1} = \pi \rho l_s {r_s}^2 \tag{2}$$

其中，m_{sc1} 为滚珠丝杠质量（kg），m_{r1} 为内转子质量（kg），m_{c1} 为联轴器质量（kg），ρ 为材料密度（kg·m^{-3}），l_s 为滚珠丝杠长度（m），r_s 为滚珠丝杠半径（m）。

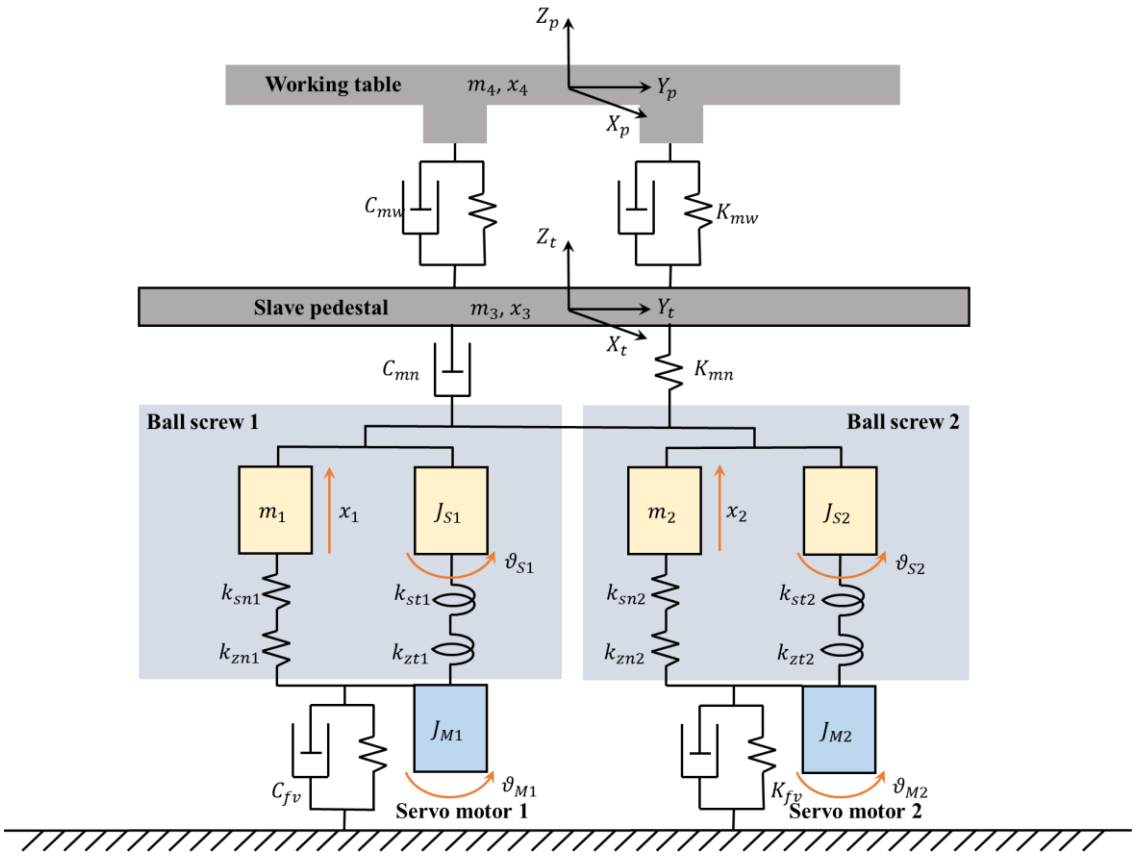


图2 LDAM机器等效集中质量建模示意图。

滚珠丝杠1的等效转动惯量表示如下：

$$J_{S1} = J_{sc1} + J_{c1} + {i_{s1}}^2 m_3 \tag{3}$$

$$J_{sc1} = \frac{\pi \rho l_s {r_s}^4}{4} \tag{4}$$

其中，J_{S1} (kg·m2)为滚珠丝杠1的等效转动惯量，J_{sc1} (kg·m2)为滚珠丝杠的转动惯量，J_{c1} (kg·m2)为联轴器的转动惯量，m_3 (kg)为从动底座质量，i_s 为滚珠丝杠的传动比。

滚珠丝杠1的轴向刚度和扭转刚度与螺母在从动底座上的位置有关，其定义如下:

$$k_{sn1} = \pi {r_s}^2 \frac{E}{l_n} \tag{5}$$

$$k_{st1} = \frac{G\pi {r_s}^2}{4l_n} \tag{6}$$

其中，k_{sn1} (N·m^{-1})为滚珠丝杠 1 的轴向刚度，E (MPa)为滚珠丝杠材料的弹性模量，l_n (m)为螺母与联轴器之间的长度，k_{st1} (N·m^{-1})为扭转刚度，G (MPa)为滚珠丝杠材料的剪切模量。

滚珠丝杠副中有多个滚珠丝杠螺母，用于将转矩传递为直线运动。以滚珠丝杠与从动底座之间的螺母为例，其接触刚度 k_{mn} (N·m^{-1})计算如下:

$$k_{mn} = 0.8k_c \left(\frac{F_z}{0.1C_a}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{7}$$

其中，k_c (N·m^{-1})为未施加预紧力时的参考刚度，F_z (N)为预紧力大小，C_a (N)为额定动载荷。

此外，LDAM 机械系统还需要固定轴承来支撑滚珠丝杠。根据弹性理论原理,将轴承与滚珠丝杠的轴向刚度结合，可得滚珠丝杠 1 与轴承的轴向复合刚度 k_{n1} (N·m^{-1})，如下所示:

$$k_{n1} = \left(\frac{1}{k_{zn1}} + \frac{1}{k_{sn1}}\right)^{-1} \tag{8}$$

其中，k_{zn1} 为滚珠丝杠1的轴承轴向刚度，k_{sn1} (N·m^{-1})为滚珠丝杠1的轴向刚度。

同理，滚珠丝杠1与联轴器的扭转复合刚度 k_{t1} (N·m^{-1})可表示如下:

$$k_{t1} = \left(\frac{1}{k_{zt1}} + \frac{1}{k_{st1}}\right)^{-1} \tag{9}$$

在图2中，θ_M、θ_S （rad）分别表示两个扭转弹簧的等效角位移。x_1、x_2、x_3、x_4 （m）分别表示四个拉伸弹簧的等效轴向位移。这些位移构成LDAM系统的自由度$q = [x_1, x_2, x_3, x_4, \theta_M\ \theta_S]^T$ ，并作为广义坐标。LDAM机械系统的拉格朗日方程

随后建立如下：

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial E_k}{\partial q_i}+\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}+\frac{\partial E_p}{\partial q_i}=F_i \qquad (i=1,2,\cdots,\mathrm{n}) \tag{10}$$

其中，E_k、E_p (J)分别为系统的总动能和总势能，i 为LDAM系统中的广义坐标数量，q_i 为广义坐标，D为黏性阻尼器导致的系统功率耗散，F_i 为广义力。

具体而言，LDAM系统的总动能E_k和总势能E_p 分别根据动能定律计算如下：

$$E_k=\frac{1}{2}\left(m_1\dot{x_1}^2+m_2\dot{x_2}^2+m_3\dot{x_3}^2+m_4\dot{x_4}^2+J_M\dot{\theta_M}^2+J_S\dot{\theta_S}^2\right) \tag{11}$$

$$E_p=\frac{1}{2}k_n{x_1}^2+\frac{1}{2}k_t(\theta_M+\theta_S)^2+\frac{1}{2}k_{mn}(x_3-x_{\mathrm{s}}-i_s\theta_S)^2+k_{mw}(x_4-x_3)^2 \tag{12}$$

$$D=C_{\mathrm{mn}}\dot{x_3}^2+2C_{\mathrm{mw}}\dot{x_4}^2 \tag{13}$$

其中，J_M、J_S 分别为电机和滚珠丝杠的等效转动惯量，m_1、m_2、m_3、m_4 分别为滚珠丝杠1、滚珠丝杠2、从动底座和工作台的等效质量，x_{s} 为滚珠丝杠的平均位移，其定义由 x_1 和 x_2 给出；k_{mn} 为滚珠丝杠螺母的接触刚度，k_{mw} 为柔性铰链的轴向刚度，C_{mn}、C_{mw} 分别为滚珠丝杠螺母和柔性铰链的两种不同阻尼系数。

为量化振动位移，根据式（11）可得到LDAM系统的机械振动运动学模型如下：

$$\boldsymbol{M}\ddot{q}+\boldsymbol{C}\dot{q}+\boldsymbol{K}q=\boldsymbol{F} \tag{14}$$

其中，$\boldsymbol{F}$ 为外载荷（N），$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}$和 $\boldsymbol{K}$ 分别为LDAM系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。

令 $C(x$、y、$z)$和 $C(x_p$、y_p、$z_p)$分别表示工作台在XYZ轴 x_4 方向上的理论位移和实测位移。为评估机械振动幅值，轨迹偏差 dev 表示如下：

$$dev=\left\|C(x,y,z)-C(x_p,y_p,z_p)\right\| \tag{15}$$

其中，$\|.\|$ 是用于计算二范数值的算子。

2.2 与 LDAM 运动学相关的能耗建模

意外振动根据动能定律自然会导致额外能耗。为分析 LDAM系统的能量性能，总能耗 E 可分为以下三部分：

$$E=E_{servo}+E_{fuse}+E_{aux} \tag{16}$$

其中，E_{servo} 为伺服系统的能耗（J），E_{fuse} 为熔融热塑性材料所需的能耗（J），E_{aux} 为辅助工具的能耗（J）。

为定量分析 LDAM 能耗对环境的影响，按如下方式计算碳排放量 $m_{\mathrm{CO_2}}$（kg CO_2）：

$$m_{\mathrm{CO_2}}=\overline{f_{\mathrm{CO_2},e}}*E+\overline{f_{\mathrm{CO_2},m}}*m_{mater} \tag{17}$$

其中，$\overline{f_{\mathrm{CO_2}\,e}}$，为单位能耗的平均碳排放量（$\mathrm{kg\ CO_2\cdot kw^{-1}\cdot h^{-1}}$），$\overline{f_{\mathrm{CO_2}\,m}}$，为单位材料的平均碳排放量（$\mathrm{kg\ CO_2\cdot kg^{-1}}$）。

根据上述运动学建模和相关能耗建模，显然，伺服系统的能耗 E_{servo}占总能耗的主要部分。因此，我们受到启发，设计一种振动抑制刀具路径生成方法，以同步优化 LDAM 的运动学和能量性能。

3. 运动学与能量性能优化方法

3.1 高斯曲率与 NURBS

为评估CAD模型的形貌，高斯曲率K 可作为表示任意切片曲线弯曲程度的有效度量指标。根据微分几何理论，可计算曲面 $\boldsymbol{S}(u,v)$上任意点处的一阶和二阶导数，表示如下：

$$\mathrm{S_u}=\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \mathrm{u}}，\ \mathrm{S_v}=\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \mathrm{v}}，\ \mathrm{S_{uu}}=\frac{\partial^2 \mathrm{S}}{\partial \mathrm{u}^2}，\ \mathrm{S_{vv}}=\frac{\partial^2 \mathrm{S}}{\partial \mathrm{v}^2}，\ \mathrm{S_{uv}}=\frac{\partial^2 \mathrm{S}}{\partial \mathrm{u}\partial \mathrm{v}} \tag{18}$$

给定曲面上的一点 $\boldsymbol{S}(u,v)$，它有无数条曲线及相应的法曲率。在这些曲率中，最大曲率 K_{max} 表示最大法曲率。最小 K_{min} 表示垂直于 K_{max}的法曲率。此外， K_{max} 和 K_{min} 称为两个主曲率。平均曲率 H 和高斯曲率 K可由主曲率按如下方式求得：

$$\mathrm{H}=\frac{1}{2}\left(\mathrm{k}_{\min}+\mathrm{k}_{\max}\right)=\frac{\mathrm{LG}-2\mathrm{MF}+\mathrm{NE}}{2\left(\mathrm{EG}-\mathrm{F}^{2}\right)} \tag{19}$$

$$\mathrm{K}=\mathrm{k}_{\min}\mathrm{k}_{\max}=\frac{\mathrm{LN}-\mathrm{M}^{2}}{\mathrm{EG}-\mathrm{F}^{2}} \tag{20}$$

其中 $E=S_u\cdot S_u$、$F=S_u\cdot S_v$、$G=S_v\cdot S_v$ 是曲面的第一基本量，n 是曲面上的单位法向量，$L=S_{uu}\cdot n$、$M=S_{vu}\cdot n$、$N=S_{vv}\cdot n$ 是曲面的第二基本量。

为了表示 LDAM 中的切片曲线，采用非均匀有理B样条（NURBS）拟合并优化生成的刀具路径。NURBS 是计算机图形学中常用的数学模型。 p阶 NURBS 曲线可表示为：

$$C(u)=C(x,y,z)=\frac{\sum_{i=0}^{n}N_{i,p}(u)P_iw_i}{\sum_{i=0}^{n}N_{i,p}(u)w_i} \tag{21}$$

$$N_{i,p}(u)=\begin{cases}N_{i,0}(u)=\begin{cases}0,u_i\le u\le u_{i+1};\\1,\quad else\ ;\end{cases}\\N_{i,p}(u)=\frac{u-u_i}{u_{i+p}-u_i}N_{i,p-1}(u)+\frac{u_{i+p+1}-u}{u_{i+p+1}-u_{i+1}}N_{i+1,p-1}(u)\end{cases} \tag{22}$$

其中， $C(u)$ 为 NURBS 曲线， $u\in\{u_0,u_1,\cdots,u_{n+p+1}\}$ 为节点矢量，$w_i\in\{w_0,w_1,\cdots,w_n\}$ 为权重矢量， p 是 $C(u)$ 的阶数， $P_i\in\{p_0,p_1,\cdots,p_n\}$ 为控制点矢量，$N_{i,p}(u)$ 是通过*Cox-deBoor* 递归得到的 p 阶 B 样条基函数。

此外，定义归一化高度 h_n 来描述精确的切片层位置，如下所示：

$$h_n=\frac{Z_i}{\mathrm{Z}}\times 100\% \tag{23}$$

其中， Z_i 为第i个切片层的层高，Z 为增材制造产品的总高度。

3.2 考虑运动学与能量性能关系的振动抑制刀具路径生成（VTG）

基于上述建立的运动学模型及相应的能耗模型，本文提出振动抑制刀具路径生成（VTG）方法，以定制伺服轨迹，实现 LDAM 中的运动学与能量性能优化。该 VTG 方法兼顾轨迹长度和平滑度，能够适应制造产品的复杂形貌。

令 n_{total}、$n_{turning}$、n_{infill} 分别表示轨迹点总数、转弯轨迹点数和填充轨迹点数。令 L_{total}、L_{infill} 分别表示轨迹点总长度和填充点长度；填充点是轨迹点中的主要类型，如下所示：

$$L_{total} = \sum_{i=1}^{n_{total}-1} \| C_{i+1}(x,y,z) - C_i(x,y,z) \| = \sum_{j=1}^{n_L} L_{total}^{j} \tag{24}$$

$$L_{infill} = \sum_{i=1}^{n_{infill}-1} \| C^I{}_{i+1}(x,y,z) - C^I{}_{i}(x,y,z) \| \tag{25}$$

其中，$C_i(x,y,z)$是第i个轨迹点，$C^I{}_i(x,y,z)$是第i个填充轨迹点，L_{total}^{j} 是第j个切片层的轨迹长度。

为评估轨迹平滑度，按如下方式根据转弯角ϑ_i 定义转弯点：

$$\vartheta_i = \cos^{-1}\left(\frac{(C_{i+1}(x,y,z) - C_i(x,y,z)) \cdot (C_{i+2}(x,y,z) - C_{i+1}(x,y,z))}{\| C_{i+1}(x,y,z) - C_i(x,y,z) \| \cdot \| C_{i+2}(x,y,z) - C_{i+1}(x,y,z) \|} \right), \quad \vartheta_i \in \vartheta^j, j \in [1, n_L] \tag{26}$$

其中，ϑ^j 是第j个切片层的转弯角集合。因此，尖角是指转弯角 ϑ_i （rad）大于临界角 δ_θ的转弯点。

我们的VTG方法的核心是通过点加密减少尖角，同时保持既定轨迹不变。所提出的VTG采用二阶泰勒插值法作为点加密的基础，如下所示：

$$u_{i+1} = u_i + \frac{L_i}{\| C'(u_i) \|} - \frac{\langle C'(u_i), C''(u_i) \rangle L_i^2}{2 \| C'(u_i) \|^4} \qquad i = 1, \ldots, n \tag{27}$$

其中，L_i 为插值距离，$\|\cdot\|$表示计算欧几里得模的运算符，

〈·,·〉表示计算两个向量点积的运算符，n为插补点总数。

此外，速度波动 ε 用于直接表示刀具路径的振动幅值，其定义如下：

$$\varepsilon = \frac{L_i - \|C(u_{i+1}) - C(u_i)\|}{L_i} \times 100\% \tag{28}$$

根据速度波动的定义，速度波动越低，运动学性能越好。因此，所提出的VGT 施加了以下额外的运动学限制：

$$v_i \le v_{max}\ AND \begin{cases} a_{in} \le A_n \\ a_{it} \le A_t \end{cases} AND \begin{cases} j_{in} \le J_n \\ j_{it} \le J_t \end{cases} \tag{29}$$

其中，v_i (m·s^{-1})、a_{in} (m·s^{-2})、a_{it} (m·s^{-2})、j_{in} (m·s^{-3})、j_{it} (m·s^{-3})分别为进给速度、法向加速度、切向加速度、法向加加速度和切向加加速度。v_{max} (m·s^{-1})、A_n (m·s^{-2})、A_t (m·s^{-2})、J_n (m·s^{-3})、J_t (m·s^{-3})分别为 LDAM 系统允许的进给速度、法向加速度、切向加速度、法向加加速度和切向加加速度的最大限制值。

此外，最大曲率 K_{cr} 用于限制由所提出的 VGT 生成的刀具路径的曲率。最大曲率 K_{cr} 表示如下：

$$K_{cr} = \min\left(\frac{8\delta}{(v_{max}T_s)^2+4\delta^2}, \frac{A_n}{{v_{max}}^2}, \sqrt{\frac{J_n}{{v_{max}}^3}}, \frac{1}{R_n}\right) \tag{30}$$

其中，T_s 为插补周期的时间，R_n 为打印喷嘴的半径（mm）。

算法1展示了所提出VTG的伪代码。φ 和τ 分别用于控制所提出VTG的收敛速度和插补段的长度。新生成点 P_i 与 P_{i+1} 之间的距离恰好等于插补步长 L_i。此外，由于 K_{cr} 受到各种运动学参数的限制，VTG能够使插补曲率低于最大曲率 K_{cr}，并使运动学参数保持在LDAM系统允许的合理范围内。

为评估 VGT 的性能，弦误差 e_c 被用作一项关键度量指标，其表示弦与对应弧长之间的最大距离，定义如下：

如下：

$$e_c = r_i - \sqrt{{r_i}^2 - ((\|C_{i+1}(x,y,z) - C_i(x,y,z)\|)/2)^2} \tag{31}$$

其中， r_i 是由三个连续点 $C_i(x,y,z)$、 $C_{i+1}(x,y,z)$和 $C_{i+2}(x,y,z)$构成的第i个外接圆的半径。

算法1： 振动抑制刀具路径生成（VTG）

Input: φ, τ, u_0, L_i, K_{cr}

Output: Interpolation point P_{i+1}

while $u_i \leq 1$ do

$u_{i+1}^0 \leftarrow u_i + \frac{L_i}{\|C'(u_i)\|} - \frac{\langle C'(u_i), C''(u_i)\rangle L_i^2}{2\|C'(u_i)\|^4}$;

do

$\Delta L_{i+1}^{(j)} \leftarrow \left\| C\left(u_{i+1}^{(j)}\right) - P_i \right\|$;

$F\left(u_{i+1}^{(j)}\right) \leftarrow \left\| C\left(u_{i+1}^{(j)}\right) - P_i \right\| - (1-\varphi)\Delta L_{i+1}^{(j)}$;

$F'\left(u_{i+1}^{(j)}\right) \leftarrow \frac{\left\langle C\left(u_{i+1}^{(j)}\right) - P_i, C'\left(u_{i+1}^{(j)}\right)\right\rangle}{\left\| C\left(u_{i+1}^{(j)}\right) - P_i \right\|}$;

$u_{i+1}^{(j+1)} \leftarrow u_{i+1}^{(j)} - \frac{\mathrm{F}\left(u_{i+1}^{(j)}\right)}{F'\left(u_{i+1}^{(j)}\right)}$;

j ← 0,1,2, ⋯ ;

while $\tau L_i < \Delta L_{i+1}^{(j)} < L_i$ and $K_{i,i+1} < K_{cr}$

$u_{i+1} \leftarrow u_{i+1}^{(j)}$;

$P_{i+1} \leftarrow P_i + \frac{C(u_{i+1}) - P_i}{\|C(u_{i+1}) - P_i\|} L_i$;

end while

return P_{i+1}

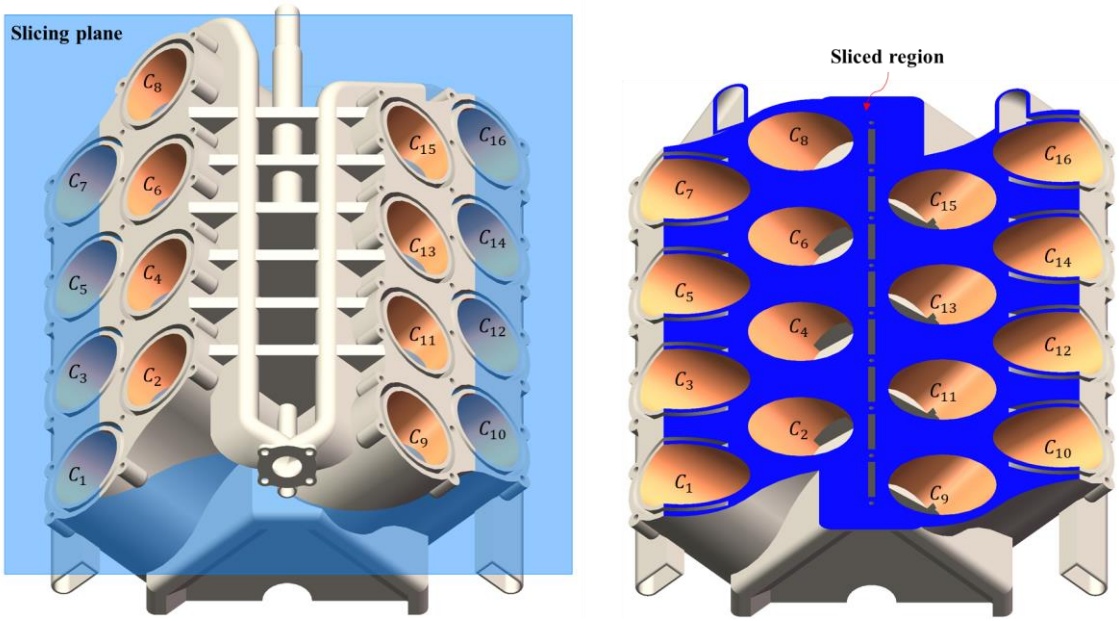
---

4. 数值实验验证

如图3所示，采用W16圆柱体作为实验模型，以验证所提出的VTG方法。该模型包含16个（4*4）独立圆柱体。实验块模型的点火顺序遵循

C_1 C_{14} C_9 C_4 C_7 C_{12} C_{15} C_6 C_{13}

C_8 C_3 C_{16} C_{11} C_2 C_5 C_{10}，如图3(a)所示。根据增材制造的逐层制造方式，实验块模型需要切片为多个层，以便LDAM机器逐层制造。图3(b)展示了由切片平面生成的切片区域，表明实验块模型需要具备更高的运动学性能和能量性能，以满足其复杂的工作特性。图4展示了实验块模型的六种不同填充图案示例。



F图. 3 (a) 带有切片平面的W16圆柱体；(b) 实验块模型的切片区域 l.

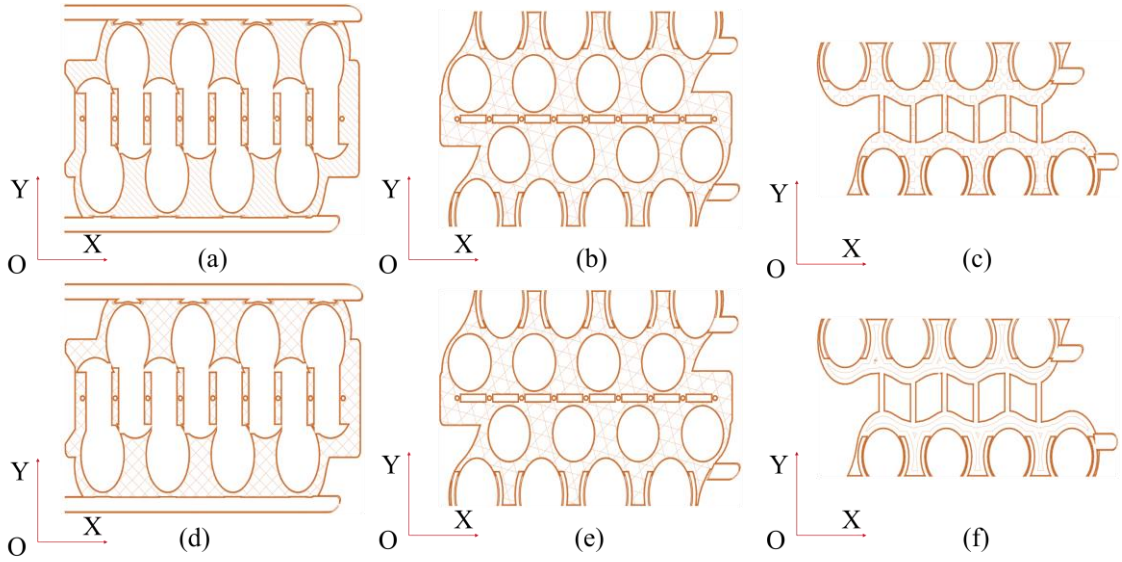


图4实验块模型的六种不同填充图案示例。(a) 和 (d) 分别为线条和网格，位于 h_n =25%。(b) 和 (e) 分别为三角形和三六边形，位于 h_n =50%。(c) 和 (f) 分别为交叉线和同心，位于 h_n =75%。

图5展示了实验块模型采用不同填充图案时，分层轨迹长度和平均角度的对比结果。从图5 (a) 可以看出，与其他填充图案相比，同心图案的分层轨迹长度最短；如图5 (b) 所示，各种图案产生的分层轨迹平均角度相近。因此，后续运动学与能量性能优化实验采用同心图案。

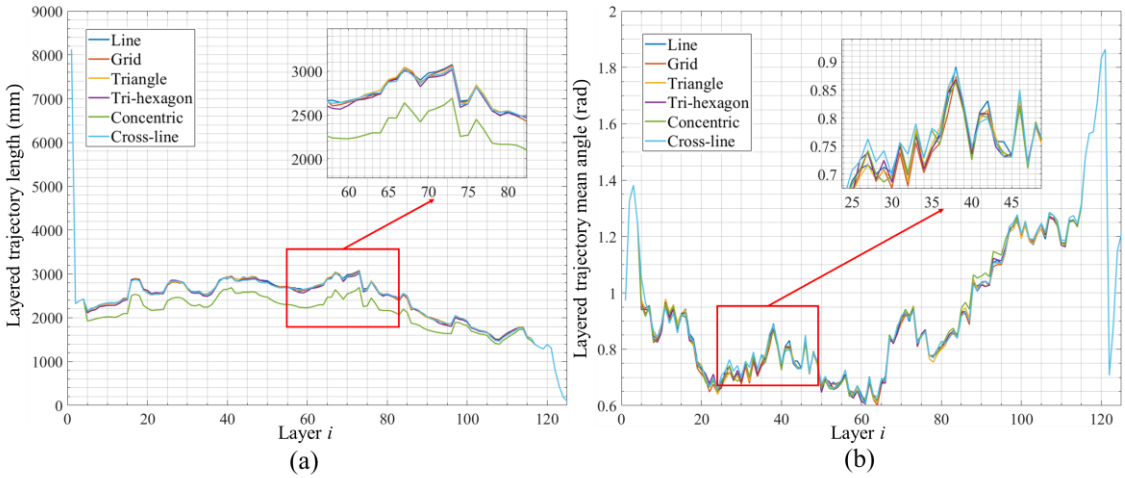


图5 不同填充图案下实验块模型的分层轨迹长度和平均角度对比结果。

图6展示了采用所提出的VTG方法时，同心图案上的理论刀具路径点和实际刀具路径点。图6 (a) 中，最大刀具路径偏差为0.1370 mm，位于(114.7211,83.3348)，平均值为0.0865 mm。图6 (b) 中，最大刀具路径偏差为0.1381 mm，位于 (118.0361,177.7574)，平均值为0.0776mm。图6 (c) 中，最大刀具路径偏差为0.1387mm，位于 (227.4984,45.6667)，平均值为0.0699 mm。图6 (d) 中，最大刀具路径偏差为0.1398 mm，位于(143.6057,115.6550)，平均值为0.0706 mm。总之，表1对比了使用VTG方法前后的刀具路径参数。弦误差均值最高降低了22.04，表明所提出的VGT方法确实有助于提升LDAM的运动学性能。

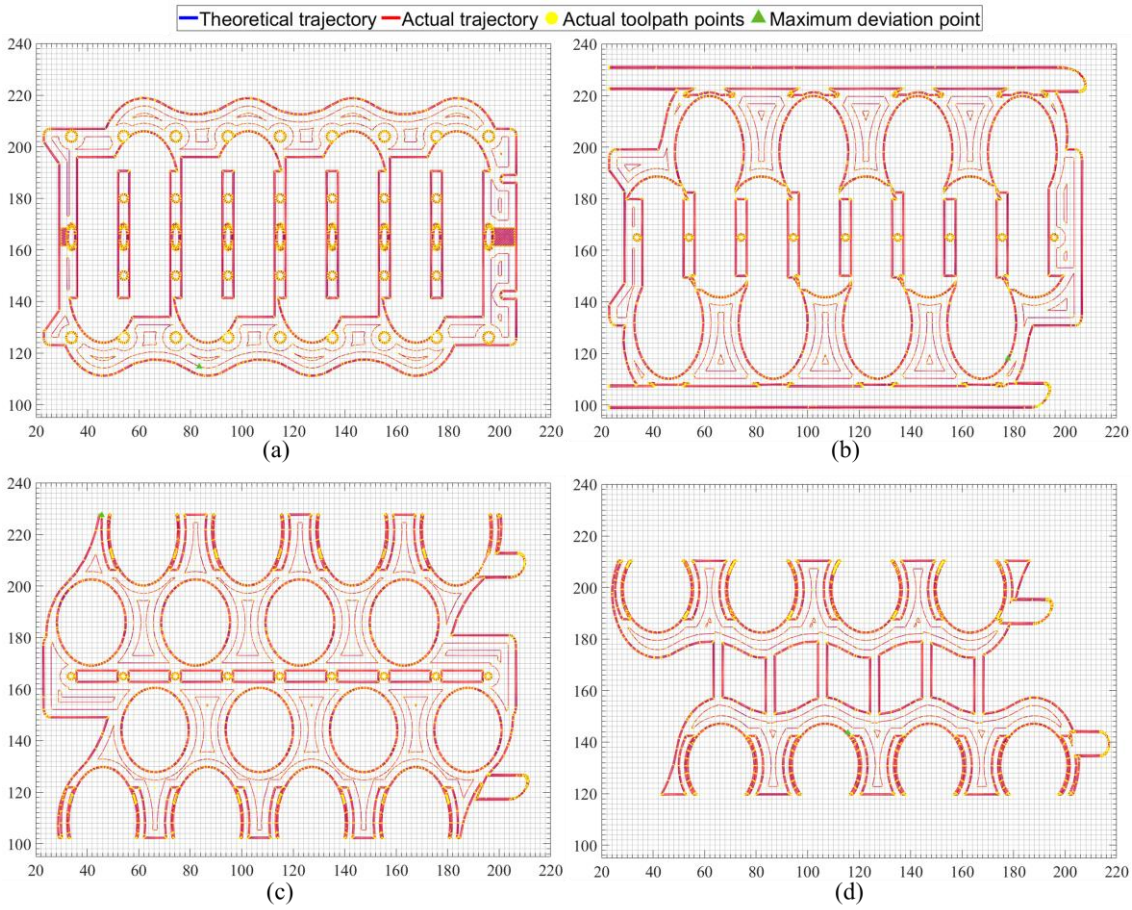


Fig. 6 使用所提出的VT方法时同心图案上的理论刀具路径点和实际刀具路径点　　G 方法，其中 (a) (b) (c) (d) 分别位于 h_n = 15%、25、50、75。

表1 使用VTG方法前后刀具路径参数的比较。

指标	之前	之后	比率
刀具路径总长度 L_{total} (mm)	17256.96	14741.66	-14.56%
刀具路径点数量 n_{total}	7647	6909	-9.65%
填充刀具路径长度 L_{infill} (mm)	4094.45	2829.49	-30.89%
填充点数量	880	871	-0.99%

n_{infill} 转弯点数量 $n_{turning}$	360	211	-41.50%
弦误差平均值 mean(e_c)（mm）	0.16	0.13	-22.04%

5. 物理实验验证

5.1 LDAM 振动测量与分析

如图7所示，我们组装了一台定制的大尺寸3D打印机，并用其进行实体制造实验，以验证所提出的适用于LDAM的VTG方法。该定制大尺寸3D打印机的尺寸为1200mmx1000mmx650mm，其打印尺寸范围可达1000mmx800mmx350mm。为实时监测并记录振动数据，我们使用多通道振动记录仪，其振动测量范围为0。5±199.9 m/s^2，测量分辨率为0.1 m/s^2，工作电流为12～35 mA，频率范围为10 Hz~1KHz，通信模式为RS232/TTL，工作湿度低于85% RH，工作电压为DC 9 ～ 12 V，工作温度为0 °C ～ + 50 °C。两个双通道振动传感器分别固定在喷嘴和工作台上，用于测量和记录喷嘴与工作台的振动信号，即， Vib_n 和 Vib_e。使用商用聚乳酸作为原材料，在大尺寸3D打印机中制造零件。图8展示了实时XYZ轴加速度监测软件的图形用户界面（GUI）。使用电功率分析仪HPM系列（如图7-16所示）测量并记录物理实验过程中的能耗，以评估LDAM的能量性能。

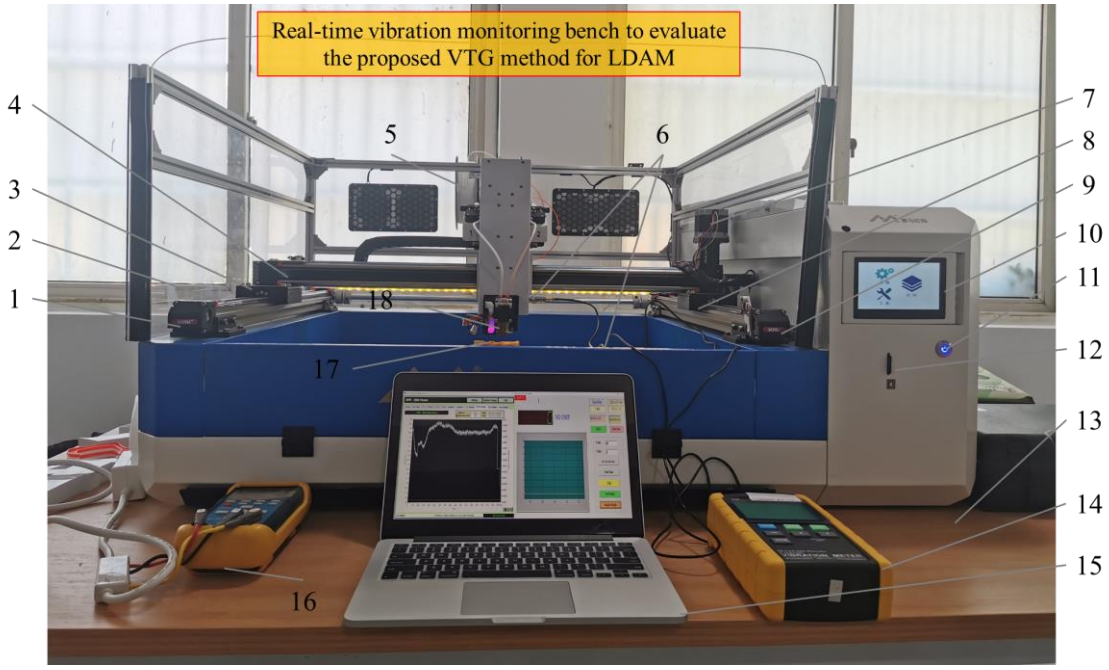


图7用于开展实体制造实验的定制大尺寸3D打印机。1-X轴直流伺服电机；2-左侧X轴滑块；3-左侧从动底座；4-Y轴横梁；5-丝杆；6-双通道振动传感器；7-Z轴直流伺服电机；8-右侧从动底座；9-右侧X轴滑块；10-控制面板；11-电源按钮；12-SD卡插槽；13-实验台；14-多通道振动测量仪；15-用于数据显示的计算机；16-用于能效监测的电功率分析仪；17-打印工件；18-喷嘴。

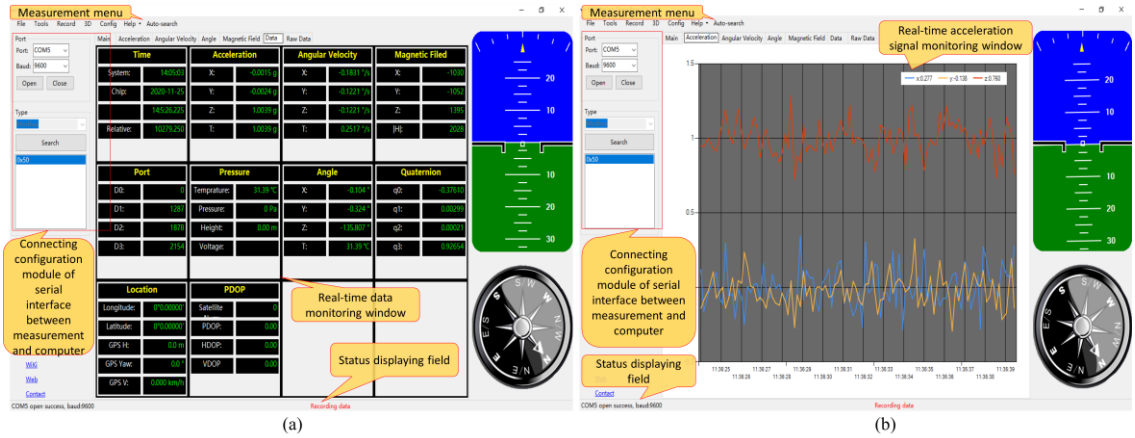


图8 实时XYZ轴加速度监测软件的图形用户界面（GUI）。

图9显示了测得的XYZ轴加速度 $\ddot{x}_4$， 这些加速度是在.....期间记录的。

优化前后制造过程中测得的XYZ轴加速度{v1}，以验证所提出的VTG方法的有效性。对比图9(a)和图9(b)可见，优化后的XYZ轴加速度幅值明显降低，符合预期。图9(c)展示了优化前后XYZ轴的分层振动幅值，优化后的振动幅值低于未优化时的振动幅值，表明所提出的VTG方法能够降低机械振动。此外，图9(d)展示了优化后的分层振动幅值相对变化率，其中大多数层的相对变化率为负值，说明所提出的VGT能够持续降低机械振动。这些结果证明，所提出的VGT能够通过生成用于LDAM运动学性能优化的刀具路径来抑制机械振动。

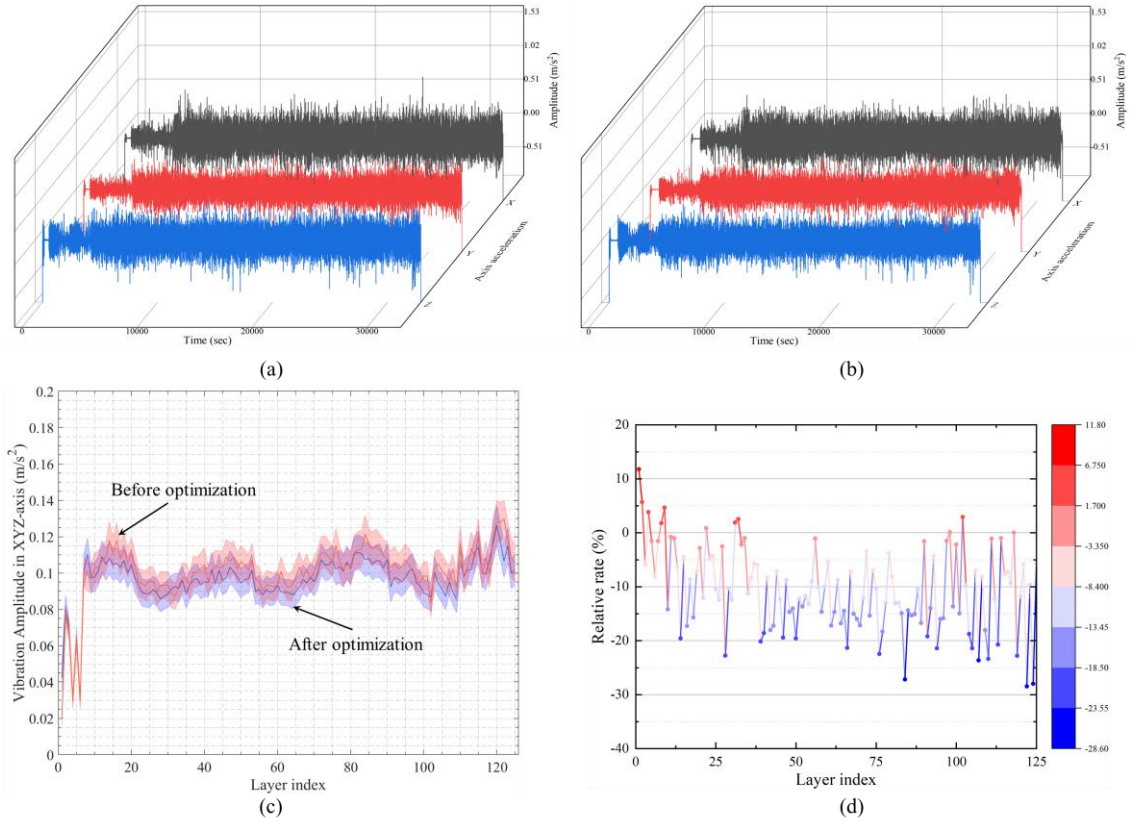


图 9 (a) 优化前实时 XYZ轴加速度幅值；(b) 优化后实时 XYZ轴加速度幅值；(c) 优化前后的 XYZ 轴分层振动幅值；(d) 优化后分层振动幅值的相对比率。

为了进一步进行功率谱密度（PSD）分析，采样频率设为 200 Hz，汉明窗大小设为 512。图 10 展示了优化前后工作台机械振动的 PSD 分析及其时域振动幅值。从图 10 (a) 和图 10 (b) 可以看出，工作台机械振动的 PSD 大多位于低频区域，其中 5 ~ 40Hz 范围内的振动幅值较高，占据了大部分。采用所提出的 VTG 后，功率谱前三个最大值明显降低，表明我们的方法在时域和频谱域均能带来更好的运动学性能提升。

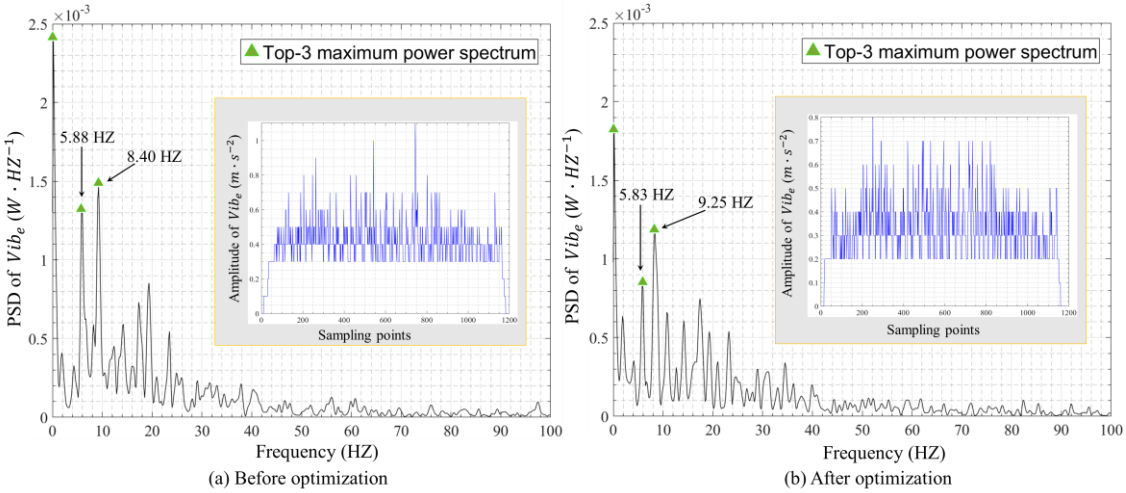


图 10 (a) 优化前工作台机械振动的 PSD 分析；(b) 优化后工作台机械振动的 PSD 分析。

5.2 表面粗糙度测量

表面粗糙度是评估加工表面平滑度的常用度量指标。表面粗糙度越小，表面就越平滑。因此，我们使用非接触式光学轮廓仪（veeco/NT9100）测量制备的试样的表面粗糙度，其物镜放大倍率范围为 0.75X~100X，测量阵列为 640x480，垂直测量范围为 0.1nm~10nm，光学分辨率为 0.49μm。图 11 展示了用于

测量制备的试样表面粗糙度的非接触式光学轮廓仪。

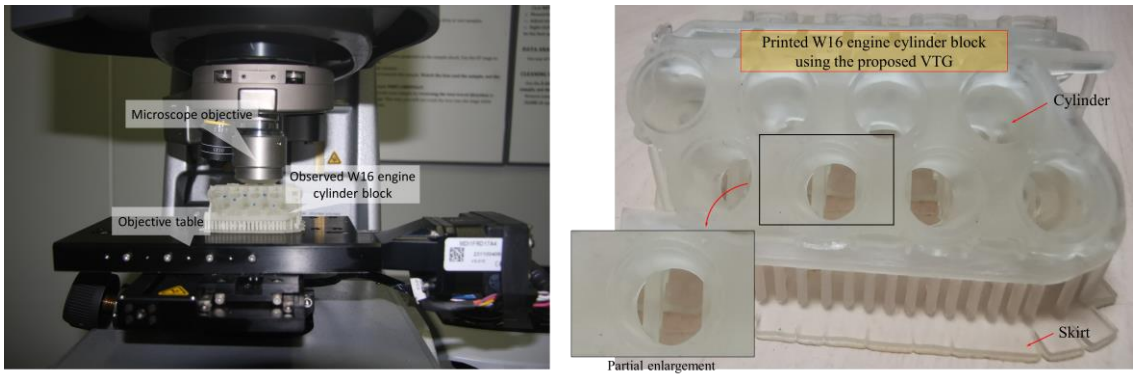


图 11 用于测量制备的试样表面粗糙度的非接触式光学轮廓仪。

图 12 展示了由非接触式光学轮廓仪测得的表面形貌图像，其中 (a) 和 (b) 是未使用所提出的 VGT方法时在两个不同区域测得的图像，(c) 和 (d) 是使用所提出的 VGT方法时在两个对应区域测得的图像。与图 12 (a) 和图 12 (b) 相比，图 12 (c) 和图 12 (d) 的表面粗糙度 (Ra) 分别降至 326.50 nm 和 407.58 nm，这表明在运动学性能得到改善的同时，所提出的 VTG方法也有助于提升表面质量。

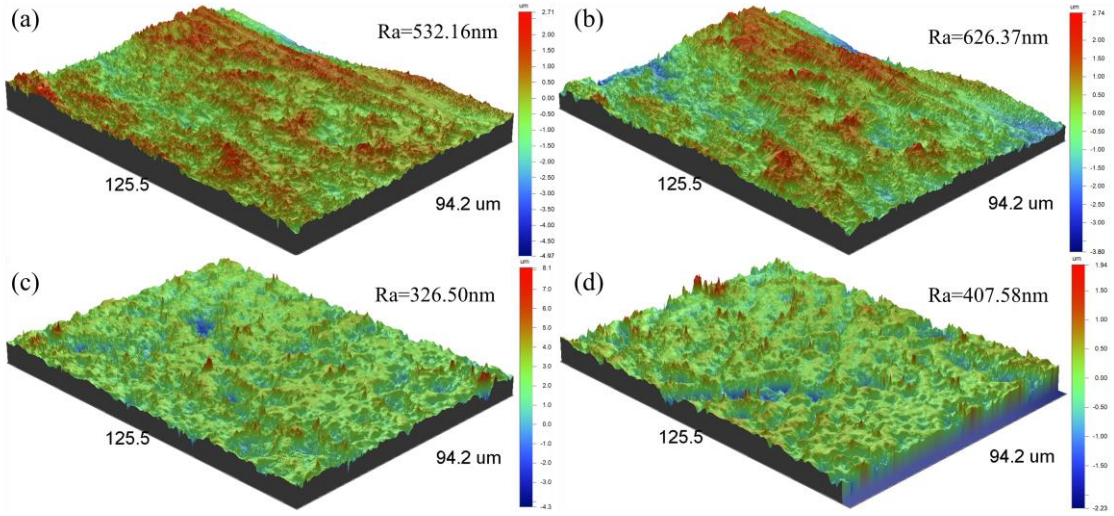


图 12 由非接触式光学轮廓仪测得的表面形貌图像,

其中 (a) 和 (b) 是未使用所提出的 VGT方法时测得的图像，(c) 和 (d) 是使用所提出的 VGT方法时测得的图像。

5.3 运动学与能量性能的比较

为总结采用我们方法所获得的改进效果，表2比较了使用所提出的VTG前后用于评估运动学与能量性能改进的各项指标。结果表明，平均刀具路径偏差和总能耗E分别降低了-11.98和12.05，说明即使所制造零件具有异常且复杂的形态，我们的VGT仍能够在LDAM中同时实现运动学与能量性能优化。

表2 采用所提出的 VTG 方法前后运动学与能量性能改进的各项度量指标。

优化 aims	指标	之前	之后	比率
运动学性能	最大刀具路径偏差（mm）	0.1676	0.1353	-19.27%
	最小刀具路径偏差（mm）	0.0018	0.0015	-12.71%
	平均刀具路径偏差 (mm)	0.0874	0.0769	-11.98%
能量性能	总能耗 E(J)	9.378e+05	8.248e+05	-12.05%
	材料消耗 m_{mater}（g）	41.9	34.0	-18.90%
	碳排放 m_{CO_2}（g）	196.0	178.6	-8.87%

6. 结论

通过采用等效集中质量模型，建立了LDAM系统的运动学建模，揭示了LDAM系统中输入力与输出位移之间的关系。在此基础上，进一步提出了与LDAM运动学相关的能耗建模，表明伺服系统的能耗占LDAM总能耗的主要部分。基于上述建立的运动学模型及相应的能耗模型，提出了振动抑制刀具路径生成（VTG）方法，用于定制伺服轨迹，以实现LDAM中的运动学与能量性能优化。VTG使插值曲率低于预定义的最大曲率，并将运动学参数保持在LDAM系统允许的合理范围内。

我们在 W16圆柱体上进行了大量数值与物理实验，以评估所提出的 VGT 在 LDAM 中的有效性。具体而言，我们测量并分析了机械振动幅值，并评估了使用所提出的 VGT 前后的表面粗糙度。结果表明，平均刀具路径偏差和总能耗分别降低了 -11.98 和 12.05，证明即使所制造零件具有异常且复杂的形态，我们的 VGT 仍能够在 LDAM系统中同时实现运动学与能量性能优化。

伦理批准：本研究不涉及人类受试者，因此免于知情同意。作者贡献：Kang WANG：方法、实验设计和论文撰写。所有作者均已阅读并同意发表本稿件。利益冲突：作者声明不存在利益冲突。数据和材料的可用性：本研究中生成和分析的数据集可根据合理请求向通讯作者索取。

参考文献

[1] K. Wang, Y. Song, H. Sheng, J. Xu, S. Zhang, J. Qin，基于多模态注意力融合的环保增材制造能效设计，J. Manuf.

Process. 79 (2022) 720–730. https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2022.05.010.[2] K. Wang, Y. Song, Z. Huang, Y. Sun, J. Xu, S. Zhang，基于可回忆多模态融合网络的点阵结构增材制造能耗测量与预测，Measurement. 196 (2022) 111215. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.111215.[3] A. Nazir, J.-Y. Jeng，一种实现高打印速度和高精度的高速增材制造方法，Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci. 234 (2020) 2741–2749. https://doi.org/10.1177/0954406219861664.[4] M. De Agostinis, G. Olmi, G. Arcidiacono，“增材制造零件的力学表征”，Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci. 235 (2021) 1701–1702. https://doi.org/10.1177/0954406220948759.[5] H. Venkit, S.K. Selvaraj，基于摩擦的增材制造技术最新趋势综述，Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci. 236 (2022) 10090–10121. https://doi.org/10.1177/09544062221101754.[6] L. Li, A. Haghighi, Y. Yang，增减材复合制造工艺表面粗糙度的理论建模与预测，IISE Trans. 51 (2019) 124–135. https://doi.org/10.1080/24725854.2018.1458268.[7] A. Haghighi, L. Li，增材制造工艺的非对称公差设计与制造决策，IEEE Trans. Autom. Sci. Eng. 16 (2019) 1259–1270. https://doi.org/10.1109/TASE.2018.2879719.[8] K. Wang, J. Xu, S. Zhang, J. Tan, J. Qin，基于变分尺度感知变换器的低预算增材制造能效设计，J. Clean. Prod. 393 (2023) 136168. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2023.136168.[9] J. Xu, K. Wang, H. Sheng, M. Gao, S. Zhang, J. Tan，基于自适应多层定制的生态3D打印能效优化，J. Clean. Prod. 245 (2020) 118826. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.118826.[10] K. Wang, L. Yu, J. Xu, S. Zhang, J. Qin，通过多源融合和层间一致性对增材制造能耗进行智能建模与预测, Comput. Ind. Eng. (2022) 108720. https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108720. [11] J. Xu, M. Gao, J. Zhan, K. Wang, S. Zhang, J. Tan，基于分层可制造性强化的薄壁复合材料3D打印无支撑设计，CIRP J. Manuf. Sci. Technol. 38 (2022) 457–472. https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2022.05.017.[12] S. Vyavahare, S. Teraiya, D. Panghal, S. Kumar，熔融沉积成型：综述，Rapid Prototyp. J. 26 (2019) 176–201. https://doi.org/10.1108/RPJ-04-2019- 0106.[13] A. Haghighi, L. Li，熔融沉积成型中的尺寸性能与制造成本关系研究，Rapid Prototyp. J. 24 (2018) 395–408. https://doi.org/10.1108/RPJ-11-2016-0177.[14] O.A. Mohamed, S.H. Masood, J.L. Bhowmik，采用确定性筛选设计对熔融沉积成型零件的尺寸精度进行建模、分析与优化，并

深度学习、前馈人工神经网络，《Adv. Manuf.》9 (2021) 115–129。
https://doi.org/10.1007/s40436-020-00336-9.[15] G.Q. Jin, W.D. Li, L. Gao，快速原型制造与制造的自适应工艺规划方法，《机器人与计算机集成制造》29 (2013) 23–38。https://doi.org/10.1016/j.rcim.2012.07.001.[16] A. Diourté, F. Bugarin, C. Bordreuil, S. Segonds，采用电弧增材制造复杂薄壁零件的连续三维路径规划（CTPP），《Addit. Manuf.》37 (2021) 101622。
https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101622.[17] J. Allum, J. Kitzinger, Y. Li, V.V. Silberschmidt, A. Gleadall，ZigZagZ：通过非平面刀具路径提升挤出式增材制造的力学性能，《Addit. Manuf.》38 (2021) 101715。
https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101715.[18]J. Jiang, X. Xu, J. Stringer，增材制造的支撑结构：综述，《J. Manuf. Mater. Process.》2 (2018) 64。
https://doi.org/10.3390/jmmp2040064.[19] J. Jiang, J. Stringer, X. Xu，基于增材制造路径规划的平面特征支撑优化，《3D Print. Addit. Manuf.》6 (2019) 171–179。
https://doi.org/10.1089/3dp.2017.0124.[20] L. Xia, S. Lin, G. Ma，熔融丝材制造的基于应力的刀具路径规划方法，《Addit. Manuf.》32 (2020) 101020。
https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.101020.[21] X. Chen, G. Fang, W.-H. Liao, C.C.L. Wang，连续纤维增强热塑性复合材料3D打印的基于场的刀具路径生成，《Addit. Manuf.》49 (2022) 102470。
https://doi.org/10.1016/j.addma.2021.102470.[22] J. Jiang, S.T. Newman, R.Y. Zhong，增材制造设备多自由度综述，《Int. J. Comput. Integr. Manuf.》34 (2021) 195–211。https://doi.org/10.1080/0951192X.2020.1858510.[23] P. Delfs, M. T¨ows, H.-J. Schmid，优化增材制造零件的构建方向，以提升表面质量并缩短构建时间，《Addit. Manuf.》12 (2016) 314–320。
https://doi.org/10.1016/j.addma.2016.06.003.[24] J. Shah, B. Snider, T. Clarke, S. Kozutsky, M. Lacki, A. Hosseini，用于增材制造的大型3D打印机：设计考量与挑战，《Int. J. Adv. Manuf. Technol.》104 (2019) 3679–3693。
https://doi.org/10.1007/s00170-019-04074-6.[25] K. Wang, J. Xu, S. Zhang, J. Tan，基于动态轨迹自适应的大行程增材制造抗振与能效设计，《Int. J. Adv. Manuf. Technol.》118 (2022) 3015–3034。https://doi.org/10.1007/s00170-021-08072-5.
[26] H. Wu, Y. Wang, Z. Yu，通过声发射对熔融沉积成型设备状态进行原位监测，《Int. J. Adv. Manuf. Technol.》(2015)。
https://doi.org/10.1007/s00170-015-7809- 4.[27]Y. Tlegenov, G.S. Hong, W.F. Lu，3D打印中的喷嘴状态监测，《机器人与计算机集成制造》54 (2018) 45–55。
https://doi.org/10.1016/j.rcim.2018.05.010.[28] S. Zhang, Z. Sun, J. Long, C. Li, Y. Bai，通过多个稀疏自编码器的误差融合对3D打印机进行动态状态监测，《Comput. Ind.》105 (2019) 164–176。
https://doi.org/10.1016/j.compind.2018.12.004。

[29] R. Dwivedi, R. Kovacevic，基于多边形细分的实体自由成形制造自动化焊枪路径规划（基于焊接），23 (2004) 14。[30] Z. Lin, J. Fu, H. Shen, X. Yao，通过双偏置方法生成用于高速加工的平滑等高线平行刀具路径，《Int. J. Adv. Manuf. Technol.》81 (2015) 1233–1245。https://doi.org/10.1007/s00170-015-7275-z.[31] J.G. Griffiths，基于希尔伯特曲线的刀具路径，《Comput.-Aided Des.》26 (1994) 839–844。https://doi.org/10.1016/0010-4485(94)90098-1.[32] T. Kuipers, E.L. Doubrovski, J. Wu, C.C.L. Wang，熔融沉积成型中密集等高线平行刀具路径的自适应宽度控制框架，《Comput.- Aided Des.》128 (2020) 102907。https://doi.org/10.1016/j.cad.2020.102907.[33] J. Etienne, N. Ray, D. Panozzo, S. Hornus, C.C.L. Wang, J. Martínez, S. McMains, M. Alexa, B. Wyvill, S. Lefebvre，CurviSlicer：适用于三轴打印机的微曲面切片，《ACM Trans. Graph.》38 (2019) 1–11。https://doi.org/10.1145/3306346.3323022。