利用 Autler-Townes效应对声子数态进行单次测量

Marion Mallweger，[1]，* Murilo Henrique de Oliveira，[2] Robin Thomm，[1] Harry Parke，[1] Natalia Kuk、[1] Gerard Higgins，[1,3] Romain Bachelard，[2,4] Celso Jorge Villas-Boas，[2] 和 Markus Hennrich[1]

[1] *Department of Physics, Stockholm University, SE-106 91 Stockholm, Sweden* [2] *Departamento de Física, Universidade Federal de São Carlos, 13565-905 São Carlos, SP, Brazil*

[3] *Department of Microtechnology and Nanoscience (MC2), Chalmers University of Technology, SE-4DS 96 Gothenburg, Sweden* [4] *Université Côte d'Azur, CNRS, Institut de Physique de Nice, 06560 Valbonne, France*

我们提出一种单次测量方法，用于在数态基中测量运动态。该技术可应用于至少具有三个非简并能级、且能与线性量子谐振子耦合的系统，例如囚禁离子实验中的系统。该方法通过探测一种Autler-Townes分裂来实现；当两个能级通过改变声子数的跃迁而强耦合时，便会产生这种分裂。我们使用单个囚禁离子演示了该方法，并表明它可用于以非破坏性方式制备声子数态。我们还展示了如何利用 Autler-Townes分裂测量声子数分布。

arXiv:2302.03553v1 [quant-ph] 7 Feb 2023

囚禁离子量子信息处理的常见方法是利用电子态存储信息，同时利用离子链共享的运动模实现纠缠操作 [1]。不过，运动模还可以发挥更积极的作用。例如，运动自由度可用于存储量子信息 [2], ，从而利用囚禁离子实现连续变量量子信息处理。运动模也是量子逻辑光谱学中的重要工具 [3], ，可用于实现精密原子钟 [4]。此外，在计量学中，利用离子运动的非经典态可以获得优势 [5–7]。在更基础的研究中，囚禁离子运动可作为量子热力学研究中的工作介质 [8–10]。研究阱势变化时声子对产生的动力学过程，可以模拟粒子产生，从而建立量子信息处理与宇宙学之间的联系 [11]。最后，对局域声子的测量与跟踪能够实现运动自由度上的量子模拟 [12, 13]。

囚禁离子运动可以通过多种方式进行测量 [8, 12, 14–19], ，包括利用交叉克尔非线性 [18, 20, 21] 和复合脉冲序列 [12]。此外，还有采用快速绝热通过（RAP） [22, 23] 和受激拉曼绝热通过（STIRAP） [24] 序列，或多色调幅光束 [25]的方案。然而，大多数检测方法都会在测量过程中破坏所测状态。

人们提出并通过测量验证了利用里德堡原子与腔内光子相互作用产生的色散交流斯塔克频移，以非破坏性方式分辨福克态的方案 [26, 27]。在这里，测量依赖于拉姆齐型实验，用以测量腔内光子引入的相移。同样的色散相互作用也已应用于超导电路 [28, 29], ，其中量子比特在强色散相互作用区与微波腔的模式耦合。耦合产生的交流斯塔克频移会使量子比特能谱分裂，将其转变为一列非谐能级；其中，缀饰态的能量与色散耦合率成正比，因而也与系统中的光子数成正比。

在本研究中，我们介绍了一种基于Autler-Townes效应 [30] 的新技术，可以通过单次测量在数态（福克）基中测量一个运动模。我们的方法还能够对运动福克态进行量子非破坏测量，并可用于确定声子分布。我们使用囚禁在线性保罗阱中的单个 $^{88}Sr^{+}$ 离子来展示这一方法。

Autler-Townes效应通常在三能级系统中进行探测；在本研究中，我们将这些能级记为$|S\rangle$、 $|D\rangle$和 $|D'\rangle$。通过激光场对能级 $|S\rangle$和 $|D'\rangle$进行耦合，可由以下哈密顿量描述

$$H = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & \Omega_C \\ \Omega_C & 2\Delta_C \end{pmatrix}, \tag{1}$$

其中 Ω_C 是耦合强度， $\Delta_C = \omega_L - \omega_0$是激光场频率 ω_L 相对于跃迁共振 ω_0的失谐。当激光场处于共振状态（$\Delta_C = 0$）时，本征能量为$\pm\hbar\Omega_C/2$ 的缀饰本征态分别为 $(|S\rangle \pm |D'\rangle)/\sqrt{2}$。

这两个本征态可以通过第三能级 $|D\rangle$进行探测。也就是说，如果能级 $|S\rangle$ 与能级 $|D'\rangle$ 强耦合，那么从能级 $|D\rangle$ 到能级 $|S\rangle$ 的跃迁谱共振会分裂成一个双峰。通过共振驱动系统至其中一个位于 $\pm\hbar\Omega_C/2$处的峰，可以激发相应的缀饰本征态 $(|S\rangle \pm |D'\rangle)/\sqrt{2}$。这称为Autler-Townes效应[30]。

在这里，我们展示，如果内态与一个运动自由度耦合，奥特勒-汤斯效应可用于探测运动数态。当$|S, n\rangle \leftrightarrow |D', n \pm 1\rangle$ 是一个改变声子数的跃迁，其中 n 为相应的声子数态，Ω_C

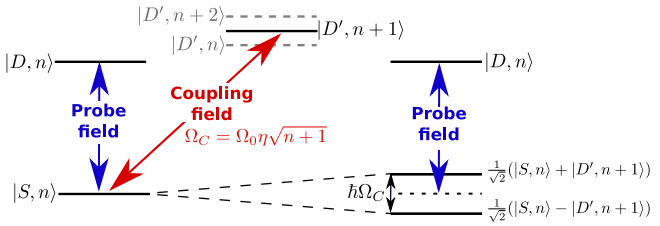


图1. 用于声子数探测的奥特勒-汤斯方案。(a) 弱探测 $|D, n\rangle \leftrightarrow |S, n\rangle$ 共振，同时通过蓝边带（BSB）跃迁上的激光将能级 $|S, n\rangle$ 和 $|D', n+1\rangle$ 强耦合。(b) 用缀饰态描述的系统。缀饰态之间的分裂揭示了 $|S, n\rangle \leftrightarrow |D', n+1\rangle$ 耦合强度 Ω_C。耦合到红边带（RSB）跃迁时，分裂行为类似。

会对运动模[31], 的布居变得敏感，如图 1 所示。奥特勒-汤斯双峰之间的分裂与 $|S,\ n\rangle \leftrightarrow |D',\ n \pm 1\rangle$ 耦合强度 $\Omega_C(n)$成正比。因此，我们可以利用奥特勒-汤斯双峰探测声子数。图 1 展示了耦合到某运动模蓝边带跃迁（BSB）时的奥特勒-汤斯效应，其耦合强度随 $\sqrt{n+1}$ 变化。类似的方案也可用于红边带跃迁（RSB），其耦合强度随 $\sqrt{n}$变化。

我们通过将单个受囚禁的 $^{88}Sr^+$ 离子制备在电子态 $|D, n\rangle$，展示了这种依赖于声子数的奥特勒-汤斯效应，其中 n 表示一个径向振动模的数态。对于所展示的测量，我们采用了状态 $|D\rangle \equiv 4^2D_{5/2}, m_J = -\frac{1}{2}$、$|S\rangle \equiv 5^2S_{1/2}, m_J = -\frac{1}{2}$和 $|D'\rangle \equiv 4^2D_{5/2}, m_J = -\frac{3}{2}$。我们探测 $|D, n\rangle \leftrightarrow |S, n\rangle$ 载波共振，同时对蓝边带跃迁 $|S, n\rangle \leftrightarrow |D', n+1\rangle$进行强耦合。所得光谱呈现出奥特勒-汤斯双峰，其分裂依赖于声子数，见图2(a)。

施加强耦合场驱动红边带跃迁 $|S$时，$n\rangle$ 到 $|D'$时，$n-1\rangle$，所得光谱同样呈现奥特勒-汤斯双峰，但其随耦合变化的标度关系不同于蓝边带跃迁，见图2(b)。在两项实验中，奥特勒-汤斯双峰的峰高都会随着声子数增加而降低，这是因为探测场的耦合强度与（$1-\eta^2 n$）成正比地发生变化。

我们通过拟合图 2(a) 和 (b) 所示的数据，提取了双峰分裂。拟合结果证实了相应的 $\sqrt{n+1}$ 和 $\sqrt{n}$ 标度关系，如图 2(c) 所示。双峰分裂的标度关系与 Lamb-Dicke 区域内激光—离子相互作用中声子数改变跃迁的强度一致 [1]。对于两种 Jaynes-Cummings 型相互作用，即与红边带和蓝边带跃迁的耦合，分裂的标度与初始耦合

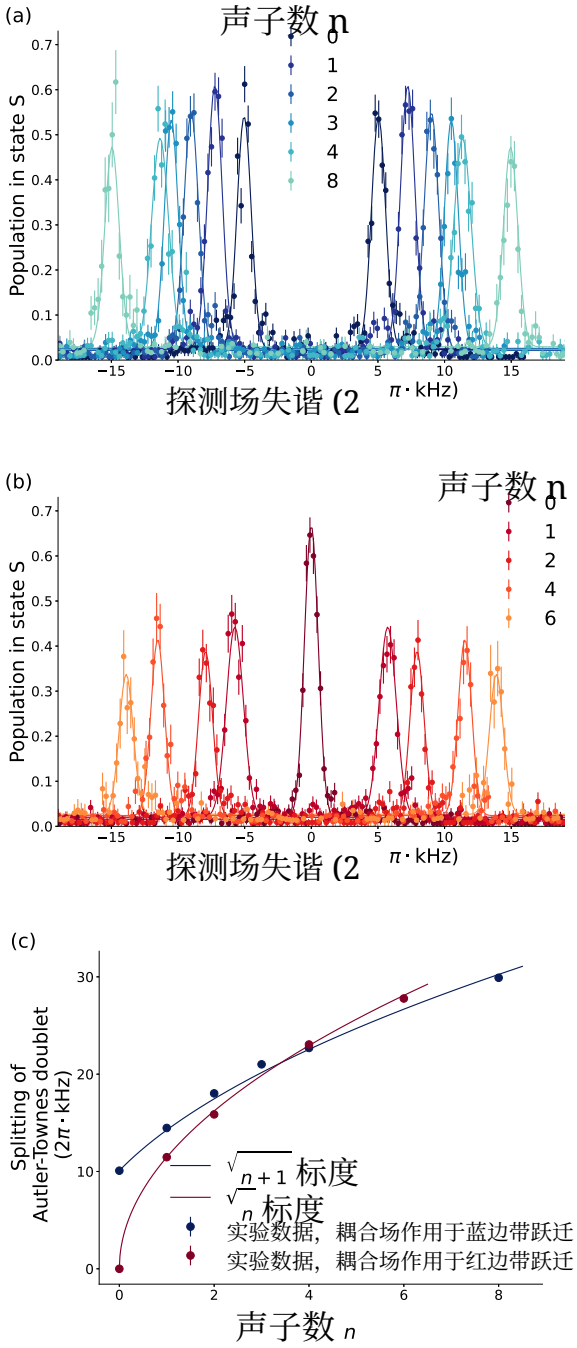


图2. 奥特勒-汤斯双峰的分裂。当耦合场与改变声子数的跃迁共振时，奥特勒-汤斯双峰的分裂取决于系统中的声子数。(a) 耦合场与蓝边带跃迁共振时，分裂随声子数 n 呈 $\sqrt{n+1}$ 标度。(b) 耦合场与红边带跃迁共振时，分裂随 $\sqrt{n}$ 标度。误差棒表示量子投影噪声（68% 置信区间）。实线是对数据的拟合，其中振幅和分裂是拟合参数。(c) 根据 (a) 和 (b) 中的拟合曲线提取的奥特勒-汤斯双峰分裂。分裂的标度分别由 $\sqrt{n+1}$（蓝边带跃迁）和 $\sqrt{n}$（红边带跃迁）描述。

强度 Ω_0成正比。在图2中，由于本次扫描中 Ω_0 的值较高，随着声子数增加，红边带的分裂呈现更大的数值。

依赖声子态的Autler-Townes分裂可用于以近乎百分之百的效率探测特定声子数态的占据情况。声子探测脉冲序列如图3(a)所示。为了制备声子数态，我们先将离子冷却至运动基态，并将状态$|S,n=0\rangle$ 初始化，然后逐次添加声子。声子添加通过施加 π 脉冲来完成：先驱动至状态 $|D,n+1\rangle$ 的蓝边带跃迁，然后驱动返回状态 $|S,n+1\rangle$的载波跃迁，如 [14]所述。为了高效制备声子数态，我们加入了多次依赖状态的荧光探测步骤。在声子数制备过程中，这些步骤针对$|S\rangle$ 至 $|f\rangle \equiv 5^2P_{1/2}$ 的跃迁进行，具体见参考文献 [32]的补充材料。未检测到荧光表明声子已成功添加。

在施加声子探测序列之前，我们使用 π 脉冲将离子初始化到态 $|D,\ n\rangle$。随后，Aπ 脉冲驱动跃迁，使其到达待探测声子数态对应的一个 Autler-Townes 双峰态。其他声子数态处于失谐状态，不会被激发。Autler-Townes 声子探测序列结束时，离子处于态 $|S,\ n\rangle$ 和态 $|D',\ n+1\rangle$的叠加态；然而，只有当离子处于 S 流形时，荧光探测才能显示信号。因此，为了增强声子探测序列结束时来自 S 流形的信号强度，我们将一个 π 脉冲作为转移步骤，作用于从态 $|D',\ n+1\rangle$ 到态 $|S',\ n+1\rangle$ 的跃迁上（其中$|S'\rangle \equiv 5^2S_{1/2},\ m_J=\frac{1}{2}$）。通过荧光探测，区分处于 $|S\rangle$ 和 $|S'\rangle$ 的布居与处于 $|D\rangle$ 和 $|D'\rangle$的布居。

采用这一脉冲方案（图3(a)），通过探测与声子数相关的峰位置相对应的离散频率，可以测定离子的运动态。我们制备并探测了处于不同声子数态的离子，声子数从0到8，如图3(b)所示。如果探测场与所探测的声子数依赖型 Autler-Townes 跃迁不共振，离子将保持不受扰动，处于 $|D,n\rangle$。如果探测场驱动声子数依赖型 Autler-Townes 跃迁，最终态将是 $|S,n\rangle$ 和$|S',n+1\rangle$的叠加态。通过荧光探测这一结果。然而，荧光探测涉及许多光子的散射，因此会改变运动态，这相当于对声子态进行破坏性（毁灭性）探测。该方法可以重复进行（无需事先重新初始化），依次检测不同的声子数，直到获得肯定结果。每次具体测试都依赖于对预期峰位置的先验了解。这些峰位置可通过图2所示的光谱确定，也可以通过测量基态冷却离子蓝边带跃迁上拉比振荡的频率。

在上述方法中，检测方案的性质决定了一旦确定了正确的声子数态，就无法恢复系统先前的状态。通过将转移步骤（图3(a)）改为在 $|S\rangle \leftrightarrow |D\rangle$ 载波跃迁上施加一个 π脉冲，若没有检测到荧光则表明结果为肯定，如图3(c)中的实验数据所示。这种替代方法实现了在声子数基中的非破坏性测量。因此，检测后系统的最终状态是 $|D,n\rangle$ 和$|D',n+1\rangle$的叠加态。接下来，可以使用补充材料中介绍的方案，将离子制备到测得的声子数态。

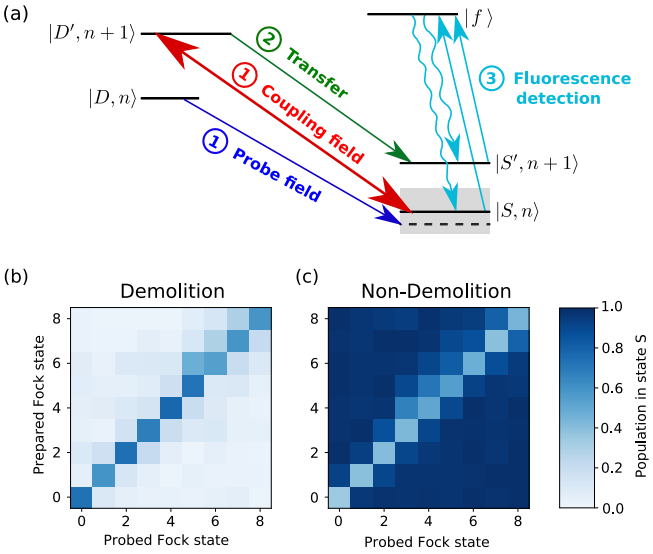


图3. (a) 测量序列：将离子初始化为$|D,n\rangle$。第一步，在 $|D\rangle \leftrightarrow |S\rangle$载波跃迁上施加一个 π 脉冲，同时强耦合一个声子数改变跃迁（图中所示为蓝边带跃迁）。此步骤中，探测场失谐设置为只有当制备的福克态$|n\rangle$ 等于被探测的福克态 $|m\rangle$时，$|D\rangle \rightarrow |S\rangle$ 转移才会发生。第二步，将 $|D'\rangle$ 中的任何布居转移到 $|S'\rangle$，然后使 S 两个态都与发荧光态 $|f\rangle$耦合。最后，检测到荧光表明 $n=m$。(b) 对(a)中测量序列的实验演示。将离子制备在不同的福克态中；当被探测的福克态与制备的福克态匹配时，检测到了荧光。(c) 将转移步骤应用于 $|D\rangle \leftrightarrow |S\rangle$载波跃迁时的实验结果，由此能够在福克基中对离子运动进行非破坏性测量。

当离子处于热态时，离子的运动态是声子数态的分布。每个声子数都会导致奥特勒-汤斯双峰产生不同的分裂。因此，热态表现为一组位于相应声子耦合强度处的峰。不同奥特勒-

汤斯峰的振幅可用于确定相应声子数被占据的概率，从而可以表征热态的声子分布，如图 4 所示。

图 4 中的热分布是通过在 Autler-Townes 劈裂扫描前缩短冷却周期产生的，因此离子未能到达运动基态。冷却周期越短，离子越可能占据较高的数态，从而使平均声子数升高。图 4 中检测到 Autler-Townes分裂两侧各有五个高斯峰，峰位置定义声子数，峰值振幅则对应其布居。

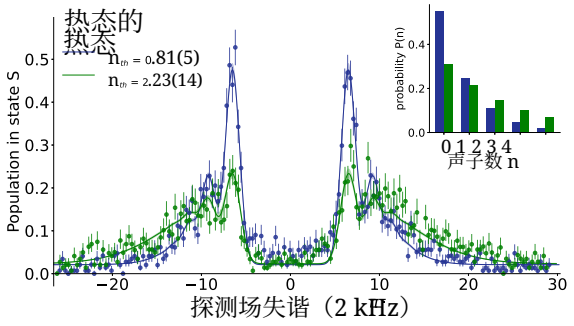


图 4. 对于离子运动的热分布，Autler-Townes分裂呈现多个峰。峰位置由声子数定义，峰值振幅则表示该声子数的布居概率。通过扫描 Autler-Townes 光谱，可以得到离子运动的热分布。

我们技术的分辨能力取决于共振线宽以及共振之间的劈裂。随着 $\sim n^{-1/2}$，相邻共振之间的劈裂会减小，使得该技术对更大的 n不那么有效。这一缺点在其他声子测量方法中也很常见 [8, 12, 14–19]。使用更强的耦合场可以增大共振之间的劈裂，但也可能因其他能级受到非期望激发而导致背景信号升高。此外，随着耦合场强度增加，与其他能级的耦合会使交流斯塔克频移增大，而耦合场强度涨落可能导致共振展宽 [33]。通过添加一个与共振具有相反失谐的非共振场，可以补偿交流斯塔克频移 [34]。

谱线宽可能受激光线宽、磁场噪声或傅里叶展宽的限制。较长的探测时间是减少傅里叶展宽所必需的，但这会增加对反常加热的敏感性，而反常加热会改变离子的运动态 [35]。

还需注意的一点是，耦合强度标度的一阶描述——对于蓝边带跃迁 $\sim \sqrt{n+1}$ 和红边带跃迁 $\sim \sqrt{n}$ ，当 $\eta^2(2n+1) \ll 1$时便不再适用，其中 η 是 Lamb-Dicke 参数。在此区间内，使用贝塞尔函数 [5]来描述耦合强度最为恰当。

然而，与此前针对里德堡原子和超导电路测得的利用交流斯塔克效应分辨福克态的方法相比，我们的方法或许有一个优势：它适用于耦合较弱的系统 [26–29] 。超导电路中的方案通常需要超强耦合，因为失谐较大 Δ with $g^2/\Delta \gg \kappa$， Γ，其中$g = i\eta\Omega_P$，才能以色散方式分辨单光子。衰减率定义为 Γ ，场耗散定义为 κ。即使在腔量子电动力学系统中也能实现我们方案所用的强耦合 [36], ，只需满足$g^2 \gg \kappa$， Γ。

我们介绍并展示了一种在数态基中测量囚禁离子运动的方法。该方法基于 Autler-Townes效应：当与声子数变化跃迁耦合时，分裂大小取决于运动福克态。我们展示了与蓝边带或红边带耦合时预期的标度关系，并证明该方法可用于探测福克态。在单次实验运行中，可反复应用该方法，直至获得阳性结果。否则，该方法可实现非破坏性测量，并将囚禁离子制备到声子数态。扫描 Autler-Townes 光谱即可确定热态的声子数分布。若各个 Autler-Townes 双峰的激发效率足够高，还可以利用 Autler-Townes 效应，从热分布制备出福克态。随后，声子数决定激光的频率，从而根据 Autler-Townes 分裂探测一个确定的峰，如图3(a)和(b)所示。我们证明，测得的标度关系与理论模型相符；对于蓝边带跃迁耦合，其标度为 $\sqrt{n+1}$，对于红边带跃迁耦合，其标度为 $\sqrt{n}$。要使用该方法，需要一个量子谐振子与三能级量子系统耦合的系统。因此，该方法也可用于其他系统，例如与微波腔耦合的超导电路、与光学腔耦合的离子，或原子。

本研究获得了克努特与爱丽丝·瓦伦堡基金会（光子量子信息和瓦伦堡量子技术中心[WACQT]）、瑞典研究理事会（囚禁里德堡离子量子模拟器，资助编号：2020-00 381）以及量子技术 QuantERA ERA-NET 联合资助计划（ERyQSenS）的支持。作者还感谢巴西—瑞典联合科研合作项目（CAPES-STINT）的资助，资助编号为 88887.304806/2018-00and

BR2018-8054。R.B.、M.H.O 和 C.J.V.-B 感谢国家科学技术发展委员会（CNPq）提供的资助，资助编号为 307077/2018- 7、311612/2021-0、141247/2018-5、409946/2018-4 和 313886/2020-2；并感谢圣保罗研究基金会（FAPESP）提供的资助，资助编号为 2020/00725-9、2019/13143-0、2019/11999-5 和 2018/15554-5。本研究获得了法国政府的支持，通过法国国家研究署（ANR）管理的 UCA^{JEDI} 未来投资项目，项目编号为 ANR-15-IDEX-01。

* marion.mallweger@fysik.su.se

[1] D. Leibfried、R. Blatt、C. Monroe 和 D. Wineland, 《现代物理学评论》75, 281 (2003年)。[2] C. Fl¨uhmann、T. L. Nguyen、M. Marinelli、V. Negnevit- sky、K. Mehta 和 J. P. Home, 《自然》566, 513 (2019年)。[3] P. O. Schmidt、T. Rosenband、C. Langer、W. M. Itano、J. C. Bergquist 和 D. J. Wineland, 《科学》309, 749 (2005)。[4] S. M. Brewer、J.-S. Chen、A. M. Hankin、E. R. Clements、C. W. Chou、D. J. Wineland、D. B. Hume 和 D. R. Leibrandt, 《物理评论快报》123, 033201 (2019年)。[5] K. C. McCormick、J. Keller、S. C. Burd、D. J. Wineland、A. C. Wilson 和 D. Leibfried, 《自然》572, 86 (2019年)。[6] F. Wolf、C. Shi、J. C. Heip、M. Gessner、L. Pezz`e、A. Smerzi、M. Schulte、K. Hammerer 和 P. O. Schmidt, 《自然·通讯》10, 2929 (2019年)。[7] J. Zhang、M. Um、D. Lv、J.-N. Zhang、L.-M. Duan 和 K. Kim, 《物理评论快报》121, 160502 (2018年)。[8] S. An、J.-N. Zhang、M. Um、D. Lv、Y. Lu、J. Zhang、Z.- Q. Yin、H. T. Quan 和 K. Kim, 《自然·物理》11, 193 (2014)。[9] J. Roßnagel、S. T. Dawkins、K. N. Tolazzi、O. Abah、E. Lutz、F. Schmidt-Kaler 和 K. Singer, 《科学》352, 325 2016( )。[10] D. von Lindenfels、O. Gr¨ab、C. T. Schmiegelow、V. Kaushal、J. Schulz、M. T. Mitchison、J. Goold、F. Schmidt-Kaler 和 U. G. Poschinger, 《物理评论快报》123, 080602 (2019年)。[11] M. Wittemer、F. Hakelberg、P. Kiefer、J.-P. Schr¨oder、C. Fey、R. Sch¨utzhold、U. Warring 和 T. Schaetz, 《物理评论快报》123, 180502 (2019年)。[12] R. Ohira、T. Mukaiyama 和 K. Toyoda, 《物理评论A》100, 060301 (2019年)。[13] M. Tamura、T. Mukaiyama 和 K. Toyoda, 《物理评论快报》124, 200501 (2020年)。[14] D. M. Meekhof、C. Monroe、B. E. King、W. M. Itano 和 D. J. Wineland, 《物理评论快报》76, 1796 (1996)。[15] D. Leibfried、D. M. Meekhof、B. E. King、C. Monroe、W. M. Itano 和 D. J. Wineland, 《物理评论快报》77, 4281 1996( )。[16] C. Shen、Z. Zhang 和 L.-M. Duan, 《物理评论快报》112, 050504 (2014)。[17] M. Um、J. Zhang、D. Lv、Y. Lu、S. An、J.-N. Zhang、H. Nha、M. S. Kim 和 K. Kim, 《自然·通讯》7, 11410 (2016年)。[18] S. Ding、G. Maslennikov、R. Habl¨utzel 和 D. Matsuke- vich, 《物理评论快报》119, 193602 (2017年)。[19] Z. Meir、T. Sikorsky、N. Akerman、R. Ben-shlomi、M. Pinkas 和 R. Ozeri, 《物理评论A》**96**, 020701 (2017年). [20] C. F. Roos、T. Monz、K. Kim、M. Riebe、H. H¨affner、D. F. V. James 和 R. Blatt, 《物理评论A》**77**, 040302 (2008年). [21] C. Marquet、F. Schmidt-Kaler 和 D. F. V. James, 《应用物理B》**76**, 199 (2003年). [22] U. Poschinger、A. Walther、M. Hettrich、F. Ziesel 和 F. Schmidt-Kaler, 《应用物理B》**107**, 1159 (2012年). [23] T. Watanabe、S. Nomura、K. Toyoda 和 S. Urabe, 《物理评论A》**84**, 033412 (2011年). [24] F. Gebert、Y. Wan、F. Wolf、J. C. Heip 和 P. O. Schmidt, 《新物理学杂志》**18**, 013037 (2016年). [25] M. M¨uller、U. G. Poschinger、T. Calarco、S. Mon- tangero 和 F. Schmidt-Kaler, 《物理评论A》**92**, 053423 (2015年). [26] M. Brune、S. Haroche、V. Lefevre、J. M. Raimond 和 N. Zagury, 《物理评论快报》**65**, 976 (1990年). [27] C. Guerlin、J. Bernu、S. Del´eglise、C. Sayrin、S. Gleyzes、S. Kuhr、M. Brune、J.-M. Raimond 和 S. Haroche, 《自然》**448**, 889 (2007年). [28] D. I. Schuster、A. A. Houck、J. A. Schreier、A. Wallraff、J. M. Gambetta、A. Blais、L. Frunzio、J. Majer、B. John- son、M. H. Devoret、S. M. Girvin 和 R. J. Schoelkopf, 《自然》**445**, 515 (2007年). [29] P. Arrangoiz-Arriola、E. A. Wollack、Z. Wang、M. Pechal、W. Jiang、T. P. McKenna、J. D. Witmer、R. Van Laer 和 A. H. Safavi-Naeini, 《自然》**571**, 537 (2019年). [30] S. H. Autler 和 C. H. Townes, 《物理评论》**100**, 703 (1955年). [31] A. Sørensen 和 K. Mølmer, 《物理评论快报》**82**, 1971 (1999年). [32] G. Higgins 、 F. Pokorny 、 C. Zhang 和 M. Hennrich, 《物理评论快报》**123**, 153602 (2019年). [33] N. B. Delone 和 V. P. Krainov, 《物理学进展》**42**, 669 (1999年). [34] H. H¨affner、S. Gulde、M. Riebe、G. Lancaster、C. Becher、J. Eschner、F. Schmidt-Kaler 和 R. Blatt, 《物理评论快报》**90**, 143602 (2003年). [35] M. Brownnutt、M. Kumph、P. Rabl 和 R. Blatt, 《现代物理学评论》**87**, 1419 (2015年). [36] C. Sames、C. Hamsen、H. Chibani、P. Altin、T. Wilk 和 G. Rempe, 《物理评论A》**97**, 053404 (2018年).

补充材料

实验装置

$^{88}Sr^{+}$ 离子被囚禁在线性保罗阱中。在单个实验周期内，首先使用 $5^2S_{1/2} \leftrightarrow 5^2P_{1/2}$ 跃迁对离子进行多普勒冷却，随后对径向振动模进行边带冷却，使其达到运动基态。之后通过光抽运将离子制备到状态 $|S\rangle \equiv 5^2S_{1/2}, m_J = -\frac{1}{2}$。在 Autler-Townes 分裂序列开始之前，通过载波跃迁上的一个 π脉冲将离子初始化为 $|D\rangle \equiv 4^2D_{5/2}, m_J = -\frac{1}{2}$。

对于弱探测，使用了一束与纵向阱轴成 $45°$ 角的激光束。量子比特跃迁上的其余脉冲则由一束从径向方向射入的激光束完成（与阱轴成 $90°$ 角）。荧光由安装在阱腔上方的光电倍增管（PMT）探测。装置示意图如图 5 所示。荧光探测通过 $5^2S_{1/2} \leftrightarrow 5^2P_{1/2}$跃迁进行。因此，只有当离子处于状态 $|S\rangle$ 或状态 $|S'\rangle \equiv 5^2S_{1/2}$，$m_J = \frac{1}{2}$时，才能探测到光子。在探测序列期间，离子以$\propto$ 6%的概率衰变至 $4D_{3/2}$ 态 [7]。为尽量减少实验循环跃迁中的布居损失，使用波长为 1092 纳米的再泵浦激光，将离子布居泵回 $5P_{1/2}$ 态。

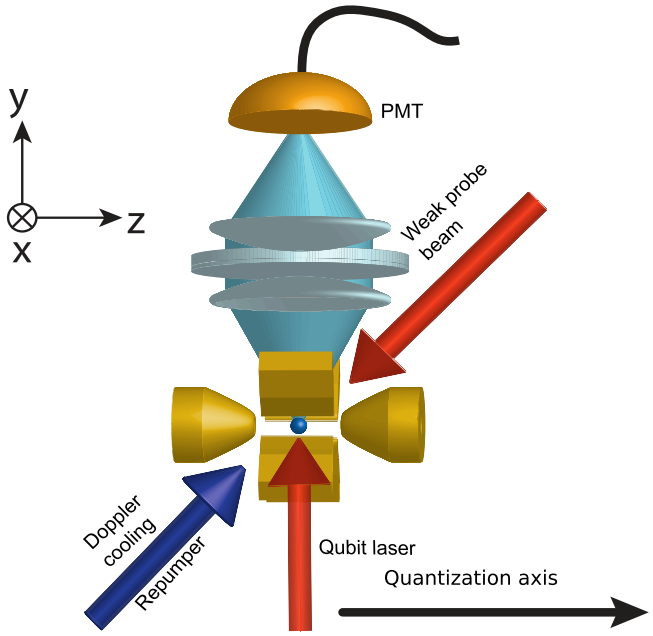


图 5. 使用线性保罗阱囚禁离子。冷却激光、再泵浦激光和弱探测光束与阱轴成 $45°$ 角。用于量子比特跃迁操作的其余激光则分别从径向和成角度的方向入射。检测由安装在实验装置顶部的光电倍增管 (PMT) 完成。

实验参数

对于涉及 Autler-Townes分裂的扫描，探测时间设为 700 μ秒。对于强耦合脉冲，两种情况下均使用了两个径向运动模中的一个。

对于在蓝边带（BSB）跃迁上进行耦合的奥特勒-汤斯方案，Lamb-Dicke 参数为 $\eta = 0.0609$。用于耦合的径向边带相对于载波跃迁的失谐为 $\Delta = 2\pi \cdot 1.3433$ MHz，运动基态的初始耦合强度为 $\Omega_0 = 2\pi \cdot 10.05(11)$ kHz。

采用红边带（RSB）耦合进行扫描时，Lamb-Dicke 参数为 $\eta = 0.0605$。径向边带相对于载波跃迁的失谐为 $-2\pi \cdot 1.36$ MHz，此时耦合强度 $\Omega_0 = 2\pi \cdot 11.08(11)$ kHz。

为生成正文图 4 中的声子热分布，我们缩短了冷却序列中的边带脉冲时长。将红边带跃迁的优化冷却时间设为 2500 μs。对于使用 $n_{th} = 0.81(5)$ 进行的扫描，冷却时间缩短至500 μs。使用 $n_{th} = 2.23(14)$ 得到的热分布仅通过冷却 200 μs 生成。

福克态制备

通过 Autler-Townes 分裂进行声子数测量序列后，离子最终处于态 $|s, n\rangle$ 和 $|D, n+1\rangle$的叠加态中。通过在跃迁 $|D', n+1\rangle \rightarrow |S, n\rangle$ 上施加一个 π脉冲，随后在跃迁 $|D, n\rangle \rightarrow |S, n\rangle$ 上施加一个$\pi/2$ 脉冲，可以调整测量方案以制备福克态。通常，制备特定声子数态时，会在每个蓝边带 π 脉冲后进行后选择步骤。此方法只需在通过 Autler-Townes 分裂激发后进行一次后选择，因此制备声子数较大的声子数态时效率更高。

Autler-Townes线型

考虑一个处于 V 构型的三能级原子系统，其基态为 $|S\rangle$，激发态为 $|D\rangle$和 $|D'\rangle$。频率为 ω_P 、拉比频率为 Ω_P的探测场耦合跃迁 $|S\rangle \leftrightarrow |D\rangle$。与此同时，拉比频率为 Ω_0 、频率为ω_C 的控制场耦合跃迁 $|S\rangle \leftrightarrow |D'\rangle$。描述该系统的哈密顿量可写为 $H = H_0 + H_{int}$,

with

$$H_0 = \omega_{D'}\sigma_{D'D'} + \omega_D\sigma_{DD} + \nu a^\dagger a \tag{2}$$

与原子内部自由度及运动模自由能相关的项。 ω_D 和 $\omega_{D'}$ 分别是状态 $|D\rangle$ 和 $|D'\rangle$的频率，而 ν 是运动模频率。总哈密顿量的第二项,

$$\begin{aligned} H_{int} = \Omega_P\left(\sigma_{SD}+\sigma_{DS}\right)\left[e^{i(\omega_P t+\phi_P)}+e^{-i(\omega_P t+\phi_P)}\right] \\ +\Omega_0\left(\sigma_{SD'}+\sigma_{D'S}\right)\Big\{e^{i\left[\eta\left(a^\dagger+a\right)-\omega_C t+\phi_C\right]} \\ +e^{-i\left[\eta\left(a^\dagger+a\right)-\omega_C t+\phi_C\right]}\Big\} \end{aligned} \tag{3}$$

是包含所有相互作用项的部分，其中 σ_{ii}， $i\in\{D,D'\}$ 表示布居算符，$\sigma_{mn}=|m\rangle\langle n|$ 表示原子的降算符和升算符，它们使状态 $|n\rangle$ 跃迁至 $|m\rangle$，适用于 $m\neq n$和 $m,\ n\in\{S,D,D'\}$。 η 是 Lamb-Dicke 参数， ϕ_P 和 ϕ_C 分别是探测场和控制场的相位，而 $a^\dagger$（a）表示作用于 Fock空间的产生（湮灭）算符。这里我们假设经典探测场不与原子的运动自由度耦合。

为方便起见，我们使用幺正变换 $U_0=e^{-iH_0t}$转到相互作用绘景。然后，在 Lamb-Dicke 区间和低激发区间内应用旋转波近似（RWA），即 $\eta\ll 1$和 $\eta\sqrt{\langle(a^\dagger+a)^2\rangle}\ll 1$，哈密顿量可写为

$$\begin{aligned} H_I = \Omega_0\sigma_{SD'}e^{i(\Delta_C t+\phi_C)}\left[1+i\eta\left(a^\dagger e^{i\nu t}+ae^{-i\nu t}\right)\right] \\ +\Omega_P\sigma_{SD}e^{i(\Delta_P t-\phi_P)}+H.c., \end{aligned} \tag{4}$$

其中 $H.c.$表示厄米共轭。

选定一个特定相位并考虑共振探测场后，哈密顿量变为

$$\begin{aligned} H_I = \Omega_0\sigma_{SD'}e^{i\Delta_C t}\left[1+i\eta\left(a^\dagger e^{i\nu t}+ae^{-i\nu t}\right)\right] \\ +\Omega_P\sigma_{SD}+H.c.\quad, \end{aligned} \tag{5}$$

其中可以看到，耦合场有三种可能的共振： $\Delta_C=0$, 它对应载波跃迁，此时控制场不会影响玻色模中的激发数； $\Delta_C=-\nu$，它与第一红边带（RSB）跃迁耦合；以及 $\Delta_C=\nu$，它与第一蓝边带（BSB）跃迁耦合。

接下来，我们求出红边带和蓝边带跃迁的线型。需要强调的是，本附录预测的线宽仅适用于理想情况。在实验过程中，还存在其他噪声源，例如激光强度、脉冲时长和运动加热的波动。这些噪声源不可忽略，而且通常在决定线型时占主导地位。

红边带（*RSB*）：考虑 $\Delta_C=-\nu$，式 5 中的哈密顿量可改写为

$$H = \Omega_P\sigma_{SD} + ga^\dagger\sigma_{SD'} + H.c., \tag{6}$$

其中 $g=i\eta\Omega_C$。在玻色模中含有 n 个激发的基底下 $b=\{|S,n-1\rangle,\ |D,\ n-1\rangle,\ |D',\ n\rangle\}$，该哈密顿量的三个本征值为 $E_0^{(n)}=0$ 和 $E_\pm^{(n)}=\pm\sqrt{g^2n+\Omega_P^2}$, 这意味着系统具有一个零本征能的暗态，以及两个能量相差 $2\sqrt{g^2n+\Omega_P^2}$ 的对称本征态。一般而言，这些本征态可写为

$$\begin{aligned} |a_0^{(n)}\rangle &= N_n^{a_0}\left[|D,n-1\rangle-\frac{\Omega_P}{g\sqrt{n}}|D',n\rangle\right], \\ |\pm^{(n)}\rangle &= N_n^{\pm}\Bigg[|S,n-1\rangle\pm\Bigg(\frac{\Omega_P}{\sqrt{g^2n+\Omega_P^2}}|D,n-1\rangle \\ &\quad+\frac{g\sqrt{n}}{\sqrt{g^2n+\Omega_P^2}}|D',n\rangle\Bigg)\Bigg], \end{aligned} \tag{7}$$

其中 N_n^D 和 $N_n^\pm$ 是归一化因子。

在控制场远强于探测场的情况下，即 $g\sqrt{n}\gg\Omega_P$, 这些本征能量和本征态变为

$$E_0^{(n)}=0:|a_0^{(n)}\rangle=|D,n-1\rangle, \tag{8}$$

$$E_\pm^{(n)}=\pm g\sqrt{n}:|\pm^{(n)}\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|S,n-1\rangle\pm|D',n\rangle\right), \tag{9}$$

这与系统的缀饰态表象相符。在该缀饰态表象中，系统由 $|D,n\rangle$ 和两个对称态$|\pm^{(n)}\rangle$构成，探测共振位于 $\Delta_P=\pm g\sqrt{n}$。

对于 Fock 空间中具有n 个激发的系统，利用相应的塌缩算符，根据费米黄金法则计算其中一个缀饰态 $|\pm^{(n)}\rangle$ 的总衰减率，即可得到线型宽度。对于系统中的自发衰减过程，考虑塌缩算符 $\sqrt{2\Gamma_{SD'}}\sigma_{SD'}$，可得总衰减率为

$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{atom}} &= \left|\langle S,n-1|\sqrt{2\Gamma_{SD'}}\sigma_{SD'}|+^{(n)}\rangle\right|^2 \\ &= \Gamma_{SD'}. \end{aligned} \tag{10}$$

对于运动模耗散和加热对线形宽度的贡献，我们考虑塌缩算符 $\sqrt{2\kappa(n_{\text{th}}^{\text{env}}+1)}a$ 和 $\sqrt{2\kappa n_{\text{th}}^{\text{env}}}a^\dagger$，其中$n_{\text{th}}$ 为环境热

声子的平均数。因此，总贡献为

$$\begin{aligned}\kappa_T = &\left|\langle S,n-2|\sqrt{2\kappa\left(n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)}a|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ &+\left|\langle D',n-1|\sqrt{2\kappa\left(n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)}a|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ &+\left|\langle S,n|\sqrt{2\kappa n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}}a^\dagger|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ &+\left|\langle D',n+1|\sqrt{2\kappa n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}}a^\dagger|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ =&\,\kappa\left[2n\left(2n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)-1\right].\end{aligned}\tag{11}$$

因此，光谱线形得到了完整表征，共振位于 $\Delta_P = \pm g\sqrt{n}$ ，半峰全宽为 $=\Gamma_{SD'}+\kappa\left[2\overline{n}\left(2n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)-1\right]$。

蓝边带（*BSB*）：当控制场与第一蓝边带跃迁共振时，即 $\Delta_C=\nu$，式 5 中的哈密顿量变为

$$H=\Omega_P\sigma_{DS}+ga\sigma_{SD'}+H.c..\tag{12}$$

在声子模中含有 n 个激发的基底下$b=\{|S,n\rangle,\ |D,n\rangle,\ |D',\ n+1\rangle\}$，在满足 $g\sqrt{n+1}\gg\Omega_P$ 的情形下，我们得到本征值 $E_0^{(n)}=0$ 和 $E_\pm^{(n)}=\pm g\sqrt{n+1}$，以及它们各自对应的本征态:

$$|a_0^{(n)}\rangle=|D,n\rangle,\tag{13}$$

$$|\pm^{(n)}\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|S,n\rangle\pm|D',n+1\rangle\right),\tag{14}$$

与红边带跃迁唯一的区别在于，此时的有效耦合强度为 $g\sqrt{n+1}$。因此，这也会改变 Autler-Townes 分裂。

考虑相同的塌缩算符$\sqrt{2\Gamma_{SD'}}\sigma_{SD'}$时，总自发衰减率为

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mathrm{atom}}&=\left|\langle S,n+1|\sqrt{2\Gamma_{SD'}}\sigma_{SD'}|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ &=\Gamma_{SD'},\end{aligned}\tag{15}$$

而声子模耗散的贡献由坍缩算符$\sqrt{2\kappa\left(n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)}a$ 和 $\sqrt{2\kappa n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}}a^\dagger$ 得出，为

$$\begin{aligned}\kappa_T = &\left|\langle S,n-1|\sqrt{2\kappa\left(n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)}a|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ &+\left|\langle D',n|\sqrt{2\kappa\left(n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)}a|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ &+\left|\langle S,n+1|\sqrt{2\kappa n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}}a^\dagger|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ &+\left|\langle D',n+2|\sqrt{2\kappa n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}}a^\dagger|+^{(n)}\rangle\right|^2\\ =&\,\kappa\left[2n\left(2n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)+4n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right].\end{aligned}\tag{16}$$

这意味着，在蓝边带跃迁的情况下，光谱线形的特征是共振位于 $\Delta_P=\pm g\sqrt{n+1}$，半峰全宽为 $=\Gamma_{SD'}+\kappa\left[2n\left(2n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right)+4n_{\mathrm{th}}^{\mathrm{env}}+1\right]$。