无线网络中信干噪比元分布的基于主导干扰源和平均场的近似

Yujie Qin、Mustafa A. Kishk，*IEEE* 会员，以及 Mohamed-Slim Alouini，*IEEE* 会士

arXiv:2302.03574v1 [cs.IT] 7 Feb 2023

摘要

本文提出一种新方法，用于计算瑞利衰落无线网络下行传输的信号干扰噪声比（SINR）元分布。该方法结合精确分析与平均场干扰分析，通过一种近似方法（基于主导干扰源的近似）降低分析复杂度并提高可处理性。具体而言，所提近似无需计算文献中通常用于贝塔近似的 SINR 一阶矩或二阶矩，但需要计算联合距离分布。我们首先针对具有标准路径损耗和瑞利衰落的泊松点过程（PPP）网络推导所提近似，随后展示其在另外四种广泛使用的点过程中的准确性和适用性：泊松双极网络、Mat´ern 簇过程（MCP）、 K 层泊松点过程和泊松线 Cox 过程（PLCP）。具体来说，我们首次获得了 PLCP 网络的 SINR 元分布。尽管所提近似看似简单，但与常用的贝塔近似及蒙特卡洛仿真相比，它表现出良好的一致性，为将该近似应用于更先进的网络架构铺平了道路。

索引词

元分布、近似、随机几何、泊松网络、可靠性、PLCP

Yujie Qin 和 Mohamed-Slim Alouini 任职于沙特阿拉伯图瓦勒 23955-6900 的阿卜杜拉国王科技大学（KAUST）计算机、电气与数学科学及工程（CEMSE）学部。Mustafa Kishk 任职于爱尔兰梅努斯 W23 F2H6 的梅努斯大学电子工程系。（电子邮箱：yujie.qin@kaust.edu.sa；mustafa.kishk@mu.ie；slim.alouini@kaust.edu.sa）。

一、引言

A. 研究动机

在无线通信中，准确建模基站（BS）的位置对于刻画系统性能并获得关键设计见解至关重要 [1]。传统上，基站的位置采用格来建模，但这类模型难以进行分析 [2]。然而，为了提高空间复用率并满足移动通信流量的指数级增长需求，基站的部署变得日益不规则且异构。例如，宏基站、微微基站和毫微微基站可以共存，无人机或其他高空平台也会被部署，以分担地面基站的负载；这些情况会导致不同的路径损耗指数 [3], [4] 和更复杂的系统模型。在这种情况下，随机几何提供了相关工具，广泛用于对随机部署节点的无线网络进行建模、刻画并获取设计见解 [5], [6]。在众多点过程中，泊松点过程（PPP）因其具有解析易处理性和平稳性而被广泛采用。这一性质使概率生成泛函（PGFL） [7]具有简洁的表达式。虽然大多数基于随机几何的分析都局限于空间平均，却忽略了从每个用户的角度看待性能。以覆盖概率为例，利用PGFL并借助干扰的拉普拉斯变换，对信道衰落和点过程进行平均，即可得到该性能指标 [8]。这类性能指标量化了整体信干噪比（SINR）性能，却无法提供有关单条链路的充分信息。例如，覆盖概率为 0。8 的蜂窝网络，并不意味着所有链路都具有相同的成功概率；有些链路的成功概率可能为 0。95，而另一些则可能只有 0。6；覆盖概率相同的两个网络，其性能可能大相径庭。换言之，获取“给定网络中单条链路成功概率的分布”这一关键信息至关重要 [9], ；它揭示了网络的可靠性和服务质量（QoS），也是蜂窝网络运营商的基本设计目标。这一新颖且基础的性能指标称为SIR元分布 [5], ，其定义为给定实现条件下SIR成功概率的互补累积分布函数（CCDF） [10], [11]。

虽然 SIR/SINR 元分布近似是一项重要的性能指标，但计算起来却很困难，因为其精确积分表达式是利用 Gil-Pelaez定理 [12] 推导得出的，而该定理需要条件成功概率的虚数阶矩。通常，采用贝塔近似来获得近似的 SIR/SINR 元分布，这只需要

条件成功概率的一阶矩和二阶矩。然而，即使是推导条件成功概率的一阶矩和二阶矩，也并非总是容易。因此，鉴于 SIR/SINR 元分布的重要性及其推导难度，本文提出了一种 SIR/SINR 元分布的替代近似方法，该方法主要需要距离分布。

我们提出了一种计算 SINR 元分布的新方法，该方法结合了对干扰进行精确分析和平均场分析的近似，从而降低了分析复杂度并提高了可处理性。本文将所提近似称为“基于主导干扰源的近似”。不过，我们想澄清的是，该近似对主导干扰源进行了精确处理，而对其余干扰者则采用平均意义上的处理。换言之，我们考虑了所有干扰。

B. 相关工作

与本研究相关的文献可分为两类：（i）元分布的概念及现有近似；（ii）元分布在不同系统模型中的应用。下面将简要讨论这两类相关研究。

随机几何是一种强大的数学工具，可用于表征各种大规模无线网络的统计特性。在基于随机几何分析随机部署节点无线网络时，泊松点过程是应用最广泛的模型。 [8], [13]中的作者介绍了点过程的基本概念、大规模网络中的干扰建模，并全面综述了单层、多层及认知蜂窝网络。大多数现有研究关注空间平均性能指标，但这只能提供关于单条链路的有限信息。

元分布的概念可追溯至 [14], ，作者在那里计算了大规模无线网络中的中断概率分布，而非其空间平均值。他们通过计算矩得到了中断分布界。关于单条链路的类似研究见 [15]–[20]。 [10]介绍了无线网络中元分布的定义和示例，包括泊松双极网络和 PPP 网络。由于计算元分布需要计算条件成功概率的矩，因此难以推导出精确公式。因此，统计不等式和近似方法极为有用。贝塔近似是最常用的方法，只需要前两个矩 [5]。在 [11], 中，作者为

通过仅考虑泊松网络和泊松双极网络中的最近干扰源，得到了 SIR元分布的闭式结果。 [21]使用矩的傅里叶-雅可比展开来重构元分布。[22], 分析了如何计算任意独立衰落下的SIR元分布的可分离性；结果表明，当 SINR 阈值足够大时，这种可分离形式能够很好地近似 Ginibre 网络和三角晶格网络中的 SIR元分布。 [9] 的作者研究了一般网络中 SINR 阈值趋近于 0 时矩的渐近分析。他们通过对泊松网络的元分布进行偏移，得出一般网络的元分布；偏移增益则通过计算所研究点过程与 PPP 之间平均干扰信号比的比值获得。基于条件成功概率的矩， [23],[24] 的作者提供了计算元分布的数值方法。

泊松蜂窝网络和非泊松蜂窝网络的元分布已经在少数研究中得到探讨。例如，文献 [25] 分析了基于二项泊松过程（二项泊松过程）的网络，文献 [9], [26] 利用部署增益来近似一般网络的元分布。文献 [27]研究了一维硬核点过程的SIR元分布。文献 [28] 研究了泊松直线 Cox 双极网络和泊松棒线 Cox 双极网络，并提出了跨维泊松点过程近似，该方法大幅降低了复杂度，提高了车联网分析的可处理性。文献 [29]–[33], 分别分析了采用功率控制、卸载或非正交多址接入（非正交多址接入）的基站协作蜂窝网络的SIR元分布。文献 [34]分析了移动网络的SIR元分布。文献 [35], 刻画了基站由泊松点过程建模时典型小区下行SIR的元分布。文献 [26], 分析了基于泊松簇过程的异构网络中下行SIR的元分布，其中作者考虑了由泊松点过程和泊松簇过程组合建模的 K层异构网络。有趣的是，他们利用映射定理 [36], [37]将来自 i层的干扰映射到一层上，从而形成一种新的未知分布，并基于新的干扰获得了元分布。

与现有文献不同，本研究旨在为瑞利衰落下行链路泊松网络中的元分布计算提供一种替代近似方法，无需计算成功概率的各阶矩。相反，所提近似主要需要计算网络中最近和次近节点的联合距离分布。

C. 贡献

本文推导了一种基于主导干扰源的下行链路网络 SINR 元分布近似方法。与主要关注贝塔分布并对成功概率的各阶矩进行近似的现有文献不同，我们采用一种新方法对干扰进行近似，进而利用 Lambert W 函数近似 SINR 元分布。在基站密度范围较广的多种场景下，所得近似与贝塔近似及蒙特卡洛仿真结果均吻合良好。

本文的贡献如下：

- 我们首先针对采用标准路径损耗模型的 PPP 网络，推导下行链路条件成功概率的近似解析表达式；所有信道均服从瑞利衰落。该表达式基于主导干扰源的精确项以及其余干扰源的均值。

- 我们得到了基于主导干扰源的 SINR 元分布近似表达式，该表达式可写为 Lambert W 函数，主要需要计算网络中第一和第二近基站的联合累积分布函数与概率密度函数。我们表明，所提近似可推广至第 j 个最近干扰基站，这种形式更具一般性；不过，仅考虑最近干扰源已足够准确。例如，对于$\lambda = 1$ km^{-2} 且 $\theta = 26$ 分贝的 PPP 网络，精确值与所提近似之间的差距约为 0.02，而在其他点处最大约为 0.03。我们还表明，所提近似在较大路径损耗场景下表现良好，例如$\alpha = 3.5$，4。

- 通过应用所提近似，我们得到了四种不同无线网络中的 SINR 元分布，这些网络分别由泊松二元网络、 K 层泊松点过程、Mat´ern 簇过程和 PLCP 建模。结果表明，所提近似与实际结果吻合良好，且计算简单，因为它主要依赖联合距离分布。

- 此外，据作者所知，我们还推导出了现有文献尚未给出的 PLCP 网络的 SINR 元分布。我们的结果表明，所提近似大幅降低了计算其 SINR 元分布的复杂度。

II. SINR 元分布

本节介绍基于标准泊松点过程无线蜂窝网络的 SINR 元分布，并聚焦于该网络中的下行传输，其中基站

（BS）由泊松点过程建模，记为 Φ，密度为 λ。我们简单地假设所有基站均处于激活状态。具体而言，我们假设蜂窝用户的密度远高于基站的密度，因此所有基站均处于激活状态；用户连接到最近基站，因为它提供最强的平均接收功率。我们关注该网络的 SINR 元分布及其近似。

令 x_i 为基站的位置，其中 $x_i \in \Phi$，$i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$，且 x_0 是距离原点最近的基站的位置。这里，我们将一个用户设定在原点，并在对点过程取平均时，该用户即为典型用户。由于泊松点过程的平稳性，我们关注典型用户的信干噪比，这与任意其他确定位置处的信干噪比等价。我们采用指数为 $\alpha > 2$ 的标准路径损耗模型；h_{x_i} 对典型用户与第 i 个基站之间信道的小尺度瑞利衰落进行建模，其为独立同分布，且服从均值为 1 的指数分布。

令 p_t 为基站的发射功率，则典型用户处的信干噪比为

$$\mathrm{SINR} = \frac{p_t h_{x_0} ||x_0||^{-\alpha}}{\sum_{x \in \Phi \setminus \{x_0\}} p_t h_x ||x||^{-\alpha} + \sigma^2}, \tag{1}$$

其中 σ^2 为热噪声。因此，典型链路的条件成功概率为

$$P_s(\theta) = \mathbb{P}(\mathrm{SINR} > \theta | \Phi). \tag{2}$$

对于 Φ 的任意一次实现，我们分析信干噪比超过可靠性阈值 θ 的链路比例，而目标可靠性是 SINR 元分布的一个参数。由此，我们的目标是获得在泊松点过程网络的任意一次实现中实现下行覆盖（信干噪比高于 θ）的用户百分位数。

定义 1 (元分布**).** 通常，下行链路的 *SINR* 元分布在 *[5]*中定义为

$$\bar{F}(\theta, \gamma) = \mathbb{P}(P_s(\theta) > \gamma), \tag{3}$$

其中，$\gamma \in [0, 1]$ 和 $P_s(\theta)$ 称为给定 Φ实现值（即基站位置）时的成功概率。

III. 数学分析

在研究 SINR 元分布之前，我们先介绍泊松点过程网络中的一些重要距离分布。在下文中，令 $R_i = ||x_i||$ 表示第 i 个干扰基站到典型用户的距离，并回顾一下 x_0 是服务基站的位置。为简化符号，我们用 x_i 表示按与

原点的距离排序的基站位置。也就是说， x_j 表示第 j 个最近的干扰基站，而 R_j 表示到第 j 个最近干扰基站的距离。

引理1 (距离分布**)**。如上所述， R_0 是用户到最近基站（即服务基站）的距离，而 R_j 是到第 j 个最近基站的距离。联合距离分布和边缘距离分布分别由 *[38]* 给出：

$$\begin{aligned} f_{R_0,R_1,\cdots,R_j}(r_0,r_1,\cdots,r_j) &= (2\lambda\pi)^{j+1} r_0 r_1 \cdots r_j \exp(-\lambda\pi r_j^2), \\ f_{R_0,R_1}(r_0,r_1) &= (2\pi\lambda)^2 r_0 r_1 \exp(-\pi\lambda r_1^2), \\ f_{R_1}(r_1) &= 2(\pi\lambda)^2 r_1^3 \exp(-\pi\lambda r_1^2), \\ f_{R_0}(r_0) &= 2\pi\lambda r_0 \exp(-\pi\lambda r_0^2), \end{aligned} \tag{4}$$

因此，条件概率密度函数和累积分布函数为

$$f_{R_0|R_1}(r_0 \mid R_1) = \frac{2r_0}{R_1^2}, \quad (0 < r_0 < R_1) \tag{5}$$

$$f_{R_1,\cdots,R_j}(r_1,\cdots,r_j) = \frac{f_{R_0,R_1,\cdots,R_j}(r_0,r_1,\cdots,r_j)}{f_{R_0|R_1}(r_0 \mid R_1)}, \tag{6}$$

$$F_{R_0|R_1}(r_0 \mid R_1) = \frac{r_0^2}{R_1^2}, \quad (0 < r_0 < r_1). \tag{7}$$

获得距离分布后，我们便能够计算信干噪比元分布及其近似结果，相关内容将在接下来的两个小节中给出。

*A. SINR*元分布的现有计算方法

显然，SINR 元分布是一个具有两个参数的互补累积分布函数（CCDF）。我们首先给出 SINR 元分布的精确表达式。通常，利用 Gil-Pelaez定理 [5], [12]求解式（3）。SIR元分布的精确表达式见 [5]，噪声则作为指数因子加入矩中。

定理 1(E SINR 元分布的精确表达式）。 精确表达式为 *y*

$$\bar{F}(\theta,\gamma) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\Im(\exp(-jt\log\gamma)M_{jt}(\theta))}{t}\mathrm{d}t, \tag{8}$$

其中， j 是虚数单位， $M_b(\theta)$ 是 $P_s(\theta)$ 的第 b阶矩，而 $\Im(\cdot)$ 是一个复数的虚部，并且

$$M_b(\theta) = \int_0^\infty \exp\left(-\lambda F_b\right)\exp\left(-\frac{b\theta}{p_t}r^\alpha\sigma^2\right) f_{R_0}(r)\mathrm{d}r, \tag{9}$$

其中，

$$F_b = \pi\delta\sum_{k=1}^{\infty}\binom{b}{k}(-1)^{k+1}\frac{\alpha\theta^k R_0^2}{-2+k\alpha}{}_2F_1(k,-\delta+k,1-\delta+k,-\theta), \tag{10}$$

其中， $\delta = 2/\alpha$ 和 ${}_2F_1$ 是高斯超几何函数。

证明：参见附录 A。 ■

然而，(8) 难以计算，因为它需要虚数阶矩和三个嵌套积分。贝塔分布近似被广泛用于近似 SINR 元分布，因为其高阶矩非常接近 [5],，而且只需要成功概率的一阶矩和二阶矩。

注 1 （贝塔近似）。使用 *[5],* 中提到的贝塔近似，*SINR* 元分布可以近似为

$$\bar{F}'(\theta,\gamma) \approx 1 - I_\gamma\left(\frac{M_1(\theta)(M_1(\theta)-M_2(\theta))}{M_2(\theta)-M_1^2(\theta)}, \frac{(M_1(\theta)-M_2(\theta))(1-M_1(\theta))}{M_2(\theta)-M_1^2(\theta)}\right), \tag{11}$$

其中，

$$I_x(a,b) = \frac{\int_0^x t^{a-1}(1-t)^{b-1}\mathrm{d}t}{B(a,b)}, \tag{12}$$

且 $B(a,\ b) = \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1}\mathrm{d}t$。

如 (11) 所示，贝塔近似只需计算前两个矩，从而大大降低了计算复杂度。

B. 所提近似

注意到，与其余干扰源相比，距离更近的干扰对系统性能的影响更大。本文提出一种替代性近似方法，通过考虑距离典型用户最近的 j 个干扰基站，以及其余干扰基站总干扰的条件期望 [39], [40]，来近似干扰。

根据上述近似策略，我们将总干扰重新表示为。

引理 2 （近似干扰）。典型用户处的干扰可近似表示为

$$I_j \approx \sum_{k=1}^{j} p_t h_{x_k} R_k^{-\alpha} + p_t G(R_j), \tag{13}$$

其中

$$G(R_j) = \frac{2\pi\lambda}{\alpha-2} R_j^{2-\alpha}. \tag{14}$$

证明： 如前所述，距离较近的干扰基站对系统性能的影响更大，因此，我们考虑由最近的 j 个干扰源的精确表达式与其余干扰项的条件均值构成的干扰项，

$$\begin{aligned} I_j &= \sum_{i\in\mathbb{N}} p_t h_{x_i} ||x_i||^{-\alpha} = \sum_{k=1}^{j} p_t h_{x_k} R_k^{-\alpha} + \sum_{k=j+1}^{\infty} p_t h_{x_k} R_k^{-\alpha} \\ &\approx \sum_{k=1}^{j} p_t h_{x_k} R_k^{-\alpha} + p_t \mathbb{E}\Bigg[\sum_{i\in\mathbb{N}\setminus\{1,\cdots,j\}} h_{x_i} ||x_i||^{-\alpha} \;\Bigg|\; R_j \Bigg], \end{aligned} \tag{15}$$

并令 $G(R_j)$ 表示来自其余干扰源的平均干扰（不含 p_t），它是距 j最近的干扰源的位置 R_j 的函数，表示为

$$\begin{aligned} G(R_j) &= \mathbb{E}\Bigg[\sum_{i\in\mathbb{N}\setminus\{1,\cdots,j\}} h_{x_i} ||x_i||^{-\alpha} \;\Bigg|\; R_j \Bigg] \\ &\overset{(a)}{=} \mathbb{E}\Bigg[\sum_{i\in\mathbb{N}\setminus\{1,\cdots,j\}} R_i^{-\alpha} \;\Bigg|\; R_j \Bigg] \overset{(b)}{=} \frac{2\pi\lambda}{\alpha-2} R_j^{2-\alpha}, \end{aligned} \tag{16}$$

其中，步骤（a）基于如下假设：所有衰落增益相互独立，且服从均值为 1 的指数分布；步骤（b）则基于坎贝尔定理 [41] 以及从笛卡尔坐标到极坐标的转换。

■

近似成功概率是推导近似 SINR 元分布的最终要求。基于对总干扰的近似，我们重写 SINR 中的干扰项，成功概率如下述引理所示。

引理 3（近似条件成功概率）。 条件成功概率可近似表示为

$$P_{s,j}(\theta) \approx \exp\Bigg(-\frac{\theta}{p_t} R_0^{\alpha} (p_t G(R_j) + \sigma^2) \Bigg) \Bigg(\frac{1}{1+\theta R_0^{\alpha} \sum_{k=1}^{j} R_k^{-\alpha}} \Bigg). \tag{17}$$

证明： 回顾一下， $R_i = ||x_i||$ 表示典型用户到第 i近的干扰基站的距离，而 R_0 表示到服务基站的距离。条件成功概率为

$$\begin{aligned} P_{s,j}(\theta) &= \mathbb{P}\Bigg(\frac{p_t h_{x_0} R_0^{-\alpha}}{\sum_{i\in\mathbb{N}} p_t h_{x_i} R_i^{-\alpha} + \sigma^2} > \theta \;\Bigg|\; \Phi \Bigg) \\ &= \mathbb{P}\Bigg(h_{x_0} > \frac{\theta}{p_t} R_0^{\alpha} \Big(\sum_{k=1}^{j} p_t h_{x_k} R_k^{-\alpha} + \sum_{i\in\mathbb{N}\setminus\{1,\cdots,j\}} p_t h_{x_i} R_i^{-\alpha} + \sigma^2 \Big) \;\Bigg|\; \Phi \Bigg) \\ &\approx \mathbb{E}_{h_{\{x_k\}}}\Bigg[\exp\Bigg(-\theta R_0^{\alpha} \sum_{k=1}^{j} h_{x_k} R_k^{-\alpha} - \theta R_0^{\alpha} G(R_j) - \frac{\theta}{p_t} R_0^{\alpha} \sigma^2 \Bigg) \Bigg] \\ &= \exp\Bigg(-\frac{\theta}{p_t} R_0^{\alpha} (p_t G(R_j) + \sigma^2) \Bigg) \prod_{k=1}^{j} \Bigg(\frac{1}{1+\theta R_0^{\alpha} R_k^{-\alpha}} \Bigg) \end{aligned}$$

$$\overset{(a)}{\approx} \exp\left(-\frac{\theta}{p_t}R_0^{\alpha}(p_t G(R_j)+\sigma^2)\right)\left(\frac{1}{1+\theta R_0^{\alpha}\sum_{k=1}^{j}R_k^{-\alpha}}\right), \tag{18}$$

其中，步骤 (a) 是通过忽略 $\theta(\frac{R_0}{R_j})^{\alpha}$ 的高阶项得到的。 ■

现在我们可以推导出所提近似的最终表达式。由于式 (17) 中条件成功概率的乘法项少于式 (46)，因此可以轻松得到 SINR 元分布。

定理 2 (近似元分布)。 近似 *SINR* 元分布， $F_j'(\theta,\gamma)$，由下式给出

$$\bar{F}_j'(\theta,\gamma)\approx\int_{(\mathbb{R}^+)^j}F_{R_0|R_1}(K_j(r_1,r_2,...,r_j))f_{R_1,R_2,...R_j}(r_1,r_2,...,r_j)\mathrm{d}r_1\mathrm{d}r_2,...\mathrm{d}r_j, \tag{19}$$

这是一个 j维积分，并且

$$K_j(r_1,r_2,...,r_j)=\left(-\frac{1}{\theta\sum_{k=1}^{j}r_k^{-\alpha}}+\frac{1}{s(r_j)}W\left(0,\frac{s(r_j)\exp(s(r_j)\theta^{-1}(\sum_{k=1}^{j}r_k^{-\alpha})^{-1})}{\gamma\theta r_1^{-\alpha}}\right)\right)^{\frac{1}{\alpha}}, \tag{20}$$

其中， $W(k,x)$ 是 *Lambert W* 函数的第 k 个分支， $s(r_j)=\frac{\theta}{p_t}(p_t G(r_j)+\sigma^2)$、$F_{R_0|R_1}(r)$以及 $f_{R_1,\ R_2,\ ...R_j}(r_1,r_2,...,r_j)$ 由式 *(6)* 和式 *(7)* 给出。

证明： 根据 SINR 元分布的定义，条件成功概率的互补累积分布函数可表示为

$$\begin{aligned}
&\bar{F}_j'(\theta,\gamma)=\mathbb{P}(P_{s,j}(\theta)>\gamma)\\
&=\mathbb{E}_{R_1,\cdots,R_j}\left[\mathbb{P}\left(\exp\left(-\frac{\theta}{p_t}R_0^{\alpha}(p_t G(R_j)+\sigma^2)\right)\prod_{k=1}^{j}\left(\frac{1}{1+\theta R_0^{\alpha}R_k^{-\alpha}}\right)>\gamma\mid R_1,\cdots,R_j\right)\right]\\
&=\mathbb{E}_{R_1,\cdots,R_j}\left[\mathbb{P}\left(\exp(-s(R_j)R_0^{\alpha})>\gamma\prod_{k=1}^{j}\left(1+\theta R_0^{\alpha}R_k^{-\alpha}\right)\mid R_1,\cdots,R_j\right)\right]\\
&\approx\mathbb{E}_{R_1,\cdots,R_j}\left[\mathbb{P}\left(\exp(-s(R_j)R_0^{\alpha})>\gamma\left(1+\theta R_0^{\alpha}\sum_{k=0}^{j}R_k^{-\alpha}\right)\mid R_1,\cdots,R_j\right)\right]\\
&\overset{(a)}{=}\mathbb{E}_{R_1,\cdots,R_j}\Bigg[\mathbb{P}\Bigg(R_0<\Bigg(-\frac{1}{\theta\sum_{k=1}^{j}R_k^{-\alpha}}+\\
&\qquad\frac{1}{s(R_j)}W\left(0,\frac{s(R_j)\exp(s(R_j)\theta^{-1}(\sum_{k=1}^{j}R_k^{-\alpha})^{-1})}{\gamma\theta\sum_{k=1}^{j}R_k^{-\alpha}}\right)\Bigg)^{\frac{1}{\alpha}}\mid R_1,\cdots,R_j\Bigg)\Bigg],
\end{aligned} \tag{21}$$

其中，步骤（a）由如下定义的 Lambert W 函数得出： $W(0,\ x)\exp(W(0,\ x))=x$。该步骤可使用 MATLAB 或 Mathematica 求解；证明则利用引理1中给出的 R_0 的条件累积分布函数和 $R_1,\ \cdots,\ R_j$ 的联合概率密度函数完成。 ■

注意到，式 (19) 需要计算从 R_1 到 R_j 的联合概率密度函数，但这仍然过于复杂，通常并不实用。考虑到最近干扰源基站对

系统性能的影响最大，我们进一步简化所提近似，使其仅由最近干扰源的精确表达式和其余项的条件均值组成。

我们想澄清，推论 1 中提出的近似是对主导干扰源进行精确处理，而将其余干扰源视为平均意义上的干扰。不过，为了简化名称，我们将其称为基于主导干扰源的近似。

推论 1（基于主导干扰源的元分布）。 如果仅对最近的基站干扰源进行精确处理，而将其余干扰源视为平均意义上的干扰，则（*19*）可进一步简化为：

$$\bar{F}_1'(\theta,\gamma) \approx \int_0^{\infty} F_{R_0|R_1}(K_1(r,\theta,\gamma)) f_{R_1}(r)\mathrm{d}r, \tag{22}$$

其中，

$$K_1(r,\theta,\gamma) = \left(-\frac{1}{\theta r^{-\alpha}} + \frac{1}{s(r)} W\left(0, \frac{s(r)\exp(s(r)\theta^{-1}r^{\alpha})}{\gamma\theta r^{-\alpha}}\right)\right)^{\frac{1}{\alpha}}, \tag{23}$$

其中 $s(r) = \frac{\theta}{p_t}(p_t G(r) + \sigma^2)$ 以及 $G(r) = \frac{2\pi\lambda}{\alpha-2} r^{2-\alpha}$。

证明：在（19）中令 $j=1$，即可完成证明。 ■

注 2。在 $\sigma^2 = 0$ 的情况下，例如 *SIR*元分布的近似，$s(r) = \theta G(r)$，（*23*）可进一步简化为：

$$K_1'(r,\theta,\gamma) = \left(-\frac{1}{\theta r^{-\alpha}} + \frac{1}{s(r)} W\left(0, \frac{s'(r)}{\gamma}\exp(s'(r))\right)\right)^{\frac{1}{\alpha}}, \tag{24}$$

其中 $s'(r) = \frac{2\pi\lambda}{(\alpha-2)} r^2$。此外，若我们仅考虑主导干扰源，即 $G(r) = 0$，

$$K_1''(r,\theta,\gamma) = \left(\frac{1}{\gamma\theta r^{-\alpha}} - \frac{1}{\theta r^{-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = r\left(\frac{1-\gamma}{\gamma\theta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}, \tag{25}$$

因此，*(22)* 变为

$$\bar{F}''(\theta,\gamma) = \min\left(1, \left(\frac{1-\gamma}{\gamma\theta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right), \tag{26}$$

这与 *[11,* 中提到的仅最近干扰者近似的结果相同

推论 *3]*。

所提近似、主导干扰者近似（*22*）与仅最近干扰者近似之间的区别和关系 *[11,Cor. 3],* 如下：*(i)* 仅最近干扰者近似是元分布的上界，而所提近似既不是上界也不是下界，且其更为紧致（更多详情见数值结果部分）；*(ii)* 所提近似考虑了所有干扰源，而 *[11,Cor. 3]* 中的结果移除了一些干扰源；*(iii)* 所提近似的信干噪比

元分布是精确信干噪比元分布的近似，而仅最近干扰者元分布和*SIR*元分布是所提近似的特殊情况。

SINR 元分布通过最近和次近基站的联合累积分布函数及概率密度函数计算，这些是点过程的基本距离分布。因此，所提近似与贝塔近似的要求有所不同。对于能够获得联合距离分布的点过程，所提近似可作为近似 SINR 元分布的一种备选方法。在数值结果部分，我们展示了基于主导干扰源的近似已具有很高的精度。例如，在 $\lambda = 1$ km^{-2} 和 $\theta = 26$ dB 条件下，泊松点过程网络中的精确值与所提近似之间的差距约为 0.02，而其余点的差距最多约为 0.03；该结果针对瑞利衰落下泊松网络的下行 SINR 元分布。

IV. 泊松网络中的所提近似

本节将所提近似应用于三种分别由三种常用点过程建模的无线蜂窝网络，以及一种自组织网络，以展示其准确性和易处理性。这一种自组织网络场景和三种蜂窝网络场景分别为：(i) 泊松双极网络，(ii) Mat´ern 簇过程（MCP），(iii) K 层泊松网络，以及 (iv) 泊松线 Cox 过程（PLCP）。对于 (i)、(ii) 和 (iii)，我们给出了贝塔近似和所提近似下 SINR 元分布的表达式。对于 (iv)，我们分别在 PLCP分布干扰和泊松点过程近似干扰下采用所提近似，并将所提近似与 [28, (16)] 中提及的基于跨维泊松点过程（TPPP）的近似进行比较。

A. 泊松双极网络

本节中，我们考虑一种泊松双极模型，其中发射机构成一个密度为 λ 的泊松点过程，记为 Φ；每个发射机都在随机方向上，距其 R 处有一个专用接收机。设 p_t 为发射功率，所有信道均服从瑞利衰落，并采用指数为 α 的标准路径损耗模型。

在研究 SINR 元分布之前，我们先介绍泊松双极网络中的一些重要距离分布。请注意，在泊松双极网络中，每个接收机都有一个专用发射机，距离为 R。因此，到服务基站的距离是确定的，且独立于最近干扰源；而最近干扰源的距离分布

遵循泊松点过程中首次接触距离分布。在给定 R_1 的情况下， R_0 的累积分布函数等于 R_0 的累积分布函数，它是一个平移后的阶跃函数，而 R_1 是泊松点过程中的接触距离，

$$f_{R_0}(r) = \Delta_R(r),$$
$$F_{R_0}(r) = \begin{cases} 0, & r < R, \\ 1, & r \geq R, \end{cases},$$
$$f_{R_1}(r) = 2\pi\lambda r \exp(-\pi\lambda r^2), \tag{27}$$

其中， $\Delta_a(x)$是在 a 处的冲激，并满足 $\int_0^\infty \Delta_a(r)dr = 1$。

泊松双极网络的 SIR成功概率以及条件成功概率的 b 阶矩已广为人知 [5], [41] ，其表达式为

$$P_{s,\mathrm{SIR}}(\theta) = \exp(-C\theta^\delta),$$
$$M_{b,\mathrm{SIR}}(\theta) = \exp\left(-C\theta^\delta \frac{\Gamma(b+\delta)}{\Gamma(1+\delta)\Gamma(b)}\right), \tag{28}$$

其中， $\delta = 2/\alpha$ 和 C 是与 θ无关的系数： $C = \lambda\pi R^2\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)$。因此，加入指数项后即可得到 SINR成功概率和 b 阶矩，分别为

$$P_s(\theta) = P_{s,\mathrm{SIR}}(\theta)\exp\left(-\frac{\theta R^\alpha}{p_t}\sigma^2\right),$$
$$M_b(\theta) = \exp\left(-C\theta^\delta \frac{\Gamma(b+\delta)}{\Gamma(1+\delta)\Gamma(b)}\right)\exp\left(-b\frac{\theta R^\alpha}{p_t}\sigma^2\right). \tag{29}$$

因此，将 (29) 代入 (11)，即可得到泊松双极网络 SINR 元分布的 beta 近似；将 (27) 代入 (22)，即可得到所提出的 SINR 元分布近似。

B. Mat´ern 簇点过程

在这一部分，我们考虑使用 Mat´ern 簇点过程对用户和基站的位置进行建模 [42]。在 MCP 中，簇被建模为半径为 r_c 的圆盘，其中心由密度为 λ 的泊松点过程建模 Φ ，而用户在圆盘内均匀分布。假设用户与其所在簇的基站关联。设 p_t 为基站的发射功率，所有信道均服从瑞利衰落，并采用指数为 α 的标准路径损耗模型。

为了使用所提近似，下面给出一些距离分布。由于我们假设用户与其簇基站关联，因此到服务基站的距离与到最近干扰源的距离相互独立。 R_0 给定 R_1 的累积分布函数等于 R_0 的累积分布函数，而R_1 是泊松点过程中的首次接触距离，

$$f_{R_0}(r) = \frac{2r}{r_c^2}, \quad r < r_c,$$

$$f_{R_1}(r) = 2\pi\lambda r \exp(-\pi\lambda r^2),$$
$$F_{R_0}(r) = \frac{r^2}{r_c^2}, \quad r < r_c, \tag{30}$$

其中 r_c 是用户簇半径。

信干噪比成功概率和 b阶矩分别为

$$P_s(\theta) = \mathbb{P}(\mathrm{SINR} > \theta) = \mathbb{P}\left(\frac{p_t h R_0^{-\alpha}}{I+\sigma^2} > \theta\right) = \mathbb{P}\left(h > \frac{\theta R_0^{\alpha}}{p_t}(I+\sigma^2)\right) = \exp\left(-g(R_0)(I+\sigma^2)\right)$$
$$= \prod_{i\in\mathbb{N}} \left(\frac{1}{1+g(R_0)p_t R_i^{-\alpha}}\right) \exp(-g(R_0)\sigma^2),$$
$$M_b(\theta) = \mathbb{E}\left[\prod_{i\in\mathbb{N}} \left(\frac{1}{1+g(R_0)p_t R_i^{-\alpha}}\right)^b \exp(-bg(R_0)\sigma^2)\right]$$
$$= \int_0^{r_c} \exp\left(-2\pi\lambda \int_0^{\infty} \left[1 - \left(\frac{1}{1+g(r)p_t z^{-\alpha}}\right)^b\right] z\mathrm{d}z\right) \exp(-bg(r)\sigma^2) f_{R_0}(r)\mathrm{d}r, \tag{31}$$

其中$g\ r_{(}\ \overline{\top}\ _{p_t\frac{\theta r^{\alpha}}{\circ}}$

因此，将（31）代入（11），即可得到MCP网络SINR元分布的贝塔近似；将（30）代入（22），即可得到SINR元分布的所提近似。

C. K层泊松点过程

本节考虑一般的 K层蜂窝网络模型，其中每一层的基站均遵循密度为 λ_i的齐次独立泊松点过程 Φ_i 。对于第 i层的基站，其发射功率为$p_{t,\ i}$。假设用户连接到提供最强平均接收功率的基站。

为了使用所提近似（其为最近和次近基站的函数），我们将第 i层的基站映射到第1层，以获得最近和次近基站的距离分布。映射后，第1层的等效密度为

$$\lambda_i' = (\frac{p_{t,1}}{p_{t,i}})^{-\delta}\lambda_i. \tag{32}$$

根据点过程的线性映射和叠加性质的结果，新的单层网络仍然是齐次 PPP Φ'，其密度为

$$\lambda' = \sum_{i=1} (\frac{p_{t,1}}{p_{t,i}})^{-\delta}\lambda_i'. \tag{33}$$

然后，我们使用单层泊松点过程网络的结果。第 b阶矩为

$$M_b(\theta) = \mathbb{E}\left[\exp\left(-\lambda' F_b\right) \exp\left(-\frac{b\theta}{p_t} R_0^{\alpha}\sigma^2\right)\right], \tag{34}$$

其中， F_b 由式（10）给出。

因此，将式（34）代入式（11），即可得到 K层 PPP 网络的 SINR 元分布的贝塔近似；将式（33）中的等效基站密度以及引理1中的距离分布代入式（22），即可得到 SINR 元分布的所提近似。

D. 泊松线 *Cox* 过程

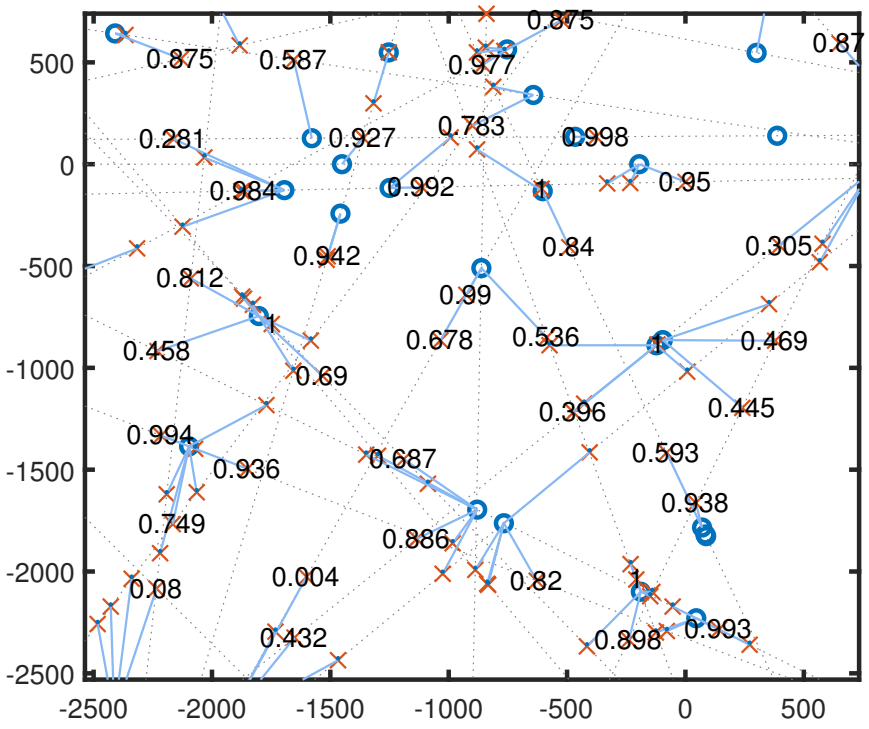

图 1. $\lambda = 1.6$ BS/km^2，（其中$\lambda_l = 0.4/\pi$ km/km^2 且 $\lambda_p = 0.4$ /km）时，泊松线 Cox 过程中条件信干噪比成功概率的示意图。标记表示基站，用户以叉号表示，蓝色线段表示链路，灰色线表示泊松线过程。每条链路旁的数字表示其成功概率。请注意，所有链路旁都有表示成功概率的数字，但由于空间有限，部分数字可能无法显示。

本节考虑一种通用的泊松线 Cox 过程（PLCP）蜂窝网络模型，如图 1 所示，其中基站和用户的位置由同一个泊松线过程建模，其线密度为 $\mu_l = \pi\lambda_l$，其中 λ_l 是表示空间中相应点过程的点密度；同时，基站和用户分别由两个相互独立的一维泊松点过程建模，其密度分别为 λ_p 和 $\lambda_{p,}$ $_u$。令 Φ 表示基站位置的点集，相应的密度为 $\lambda = \lambda_p\lambda_l\pi$。假设用户与最近基站关联。注意，在 PLCP 网络中，

我们定义用户点过程，因为它会影响距离分布，例如，一条典型直线穿过用户。

为获得距离分布，我们需要计算单位区域内落入的点数的概率。在 PLCP 中， $B(0, r)$ 内点数的 PMF 在[43], [44] 中给出，其表达式为

$$\mathbb{P}(\mathcal{N}_p(B(0,r)\cap\Phi_0^!)=k)=(-\lambda_p)^k\frac{\partial^k\mathcal{L}^!_{(0,r)}(\lambda_p)}{\partial\lambda_p^k}, \tag{35}$$

其中， $\mathcal{N}_p(A\cap\Phi)$ 表示计数测度，用于计算点集Φ 中落入 A 的点数； $\Phi_0^!$ 表示约化 Palm 分布 [44,推论 4.2], ，在该分布下典型直线穿过原点； $B(0, r)$ 表示以原点为中心、半径为 r 的球；$\mathcal{L}^!_{(0,r)}(s)$ 是在 Palm 分布下， $B(0, r)$ 中总弦长的拉普拉斯变换，

$$\mathcal{L}^!_{(0,r)}(s)=\exp\left[-2sr-2\pi\lambda_l\int_0^r 1-\exp\left(-2s\sqrt{r^2-\rho^2}\right)\mathrm{d}\rho\right]. \tag{36}$$

引理 4 （PLCP 的距离分布）。 R_0 的概率密度函数和 R_1 的概率密度函数分别为

$$\begin{aligned}
f_{R_0}(r_0)=&\,2\left(\lambda_p+\pi\lambda_l\int_0^{r_0}\frac{2r_0\lambda_p}{\sqrt{r_0^2-x^2}}\exp(-2\lambda_p\sqrt{r_0^2-x^2})\mathrm{d}x\right)\\
&\times\exp\left[-2\lambda_p r_0-2\pi\lambda_l\int_0^{r_0}1-\exp\left(-2\lambda_p\sqrt{r_0^2-\rho^2}\right)\mathrm{d}\rho\right], \qquad (37)\\
f_{\mathrm{R}_1}(r_1)=&\exp\left[-2\lambda_p r_1-2\pi\lambda_l\int_0^{r_1}1-\exp\left(-2\lambda_p\sqrt{r_1^2-\rho^2}\right)\mathrm{d}\rho\right]\\
&\times\left[\lambda_p\left(-2+4r_1\lambda_p+4\lambda_p\lambda_l\pi\int_0^{r_1}2\sqrt{r_1^2-x^2}\exp(-2\lambda_p\sqrt{r_1^2-x^2})\mathrm{d}x\right.\right.\\
&-2\pi\lambda_l\int_0^{r_1}\frac{r_1(2-4\lambda_p\sqrt{r_1^2-x^2})}{\sqrt{r_1^2-x^2}}\exp(-2\lambda_p\sqrt{r_1^2-x^2})\mathrm{d}x\\
&+4\pi\lambda_l\int_0^{r_1}\frac{r_1\lambda_p}{\sqrt{r_1^2-x^2}}\exp(-2\lambda_p\sqrt{r_1^2-x^2})\mathrm{d}x\\
&\left.\left.\times(r_1+\pi\lambda_l\int_0^{r_1}2\sqrt{r_1^2-x^2}\exp(-2\lambda_p\sqrt{r_1^2-x^2})\mathrm{d}x)\right)\right.\\
&+2(\lambda_p+\pi\lambda_l\int_0^{r_1}\frac{2r_1\lambda_p}{\sqrt{r_1^2-x^2}}\exp(-2\lambda_p\sqrt{r_0^2-x^2})\mathrm{d}x)\Big]. \qquad (38)
\end{aligned}$$

证明： 首次接触距离分布通过计算空概率得出，空概率定义为在 $B(0, r)$ 中没有点的概率。根据 PLCP 的定义，空概率（同时也是 R_0的互补累积分布函数）可立即得到，

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(R_0>r_0)=&\,\mathbb{P}(\mathcal{N}_p(B(0,r_0)\cap\Phi_0^!)=0)=\mathcal{L}^!_{(0,r_0)}(\lambda_p)\\
=&\exp\left[-2\lambda_p r_0-2\pi\lambda_l\int_0^{r_0}1-\exp\left(-2\lambda_p\sqrt{r_0^2-\rho^2}\right)\mathrm{d}\rho\right], \qquad (39)
\end{aligned}$$

$f_{\mathrm{R}_0}(r_0)$ 然后通过对上述方程关于 r_0 求导并取负得到。同样地，PLCP 中到第二个邻居的距离的互补累积分布函数可推导为

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(R_1 > r_1) &= \mathbb{P}(\mathcal{N}_p(B(0,r_1)\cap\Phi_0^!)=0) + \mathbb{P}(\mathcal{N}_p(B(0,r_1)\cap\Phi_0^!)=1)\\ &= \mathcal{L}^!_{(0,r_1)}(\lambda_p) + (-\lambda_p)\frac{\partial\mathcal{L}^!_{(0,r_1)}(\lambda_p)}{\partial\lambda_p},\end{aligned} \tag{40}$$

证明通过对 r_1求导完成，

$$f_{R_1}(r_1) = -\frac{\partial\mathcal{L}^!_{(0,r_1)}(\lambda_p)}{\partial r_1} - (-\lambda_p)\frac{\partial^2\mathcal{L}^!_{(0,r_1)}(\lambda_p)}{\partial\lambda_p\partial r_1}. \tag{41}$$

■

接下来，我们计算 PLCP 网络中的条件距离分布。

引理5 (PLCP的条件距离分布)。 条件累积分布函数 $F_{R_0|R_1}(r_0|R_1)$ 是推导 *SINR* 元分布所提近似的最后一项要求，

$$\begin{aligned}F_{R_0|R_1}(r_0|R_1) =& \frac{f_{R_0}(r_0)}{f_{R_1}(R_1)} - \frac{f_{R_0}(r_0)}{f_{R_1}(R_1)}\exp(-2\lambda_p(R_1-r_0))\\ &\times\exp\left(-2\pi\lambda_l\int_0^{R_1}1-\exp\left(-2\lambda_p\left(\sqrt{R_1^2-\rho^2}-\sqrt{\max(0,r_0^2-\rho^2)}\right)\right)\mathrm{d}\rho\right).\end{aligned} \tag{42}$$

证明： 我们首先求得$F_{R_1|R_0}(r_1|r_0)$，它表示到第二近邻的距离的累积分布函数（即，在最近邻位于距离 r_0处的条件下，到第二近邻的距离小于 r_1的概率）。为此，我们先计算互补累积分布函数，

$$\begin{aligned}\bar{F}_{R_1|R_0}(r_1|R_0) &= \mathbb{P}(R_1>r_1|R_0)\\ &= \mathbb{P}(\mathcal{N}_p(B(0,r_1)\cap\Phi_0^! - B(0,R_0)\cap\Phi_0^!)=0) = \mathcal{L}^!_{(0,r_1)-(0,R_0)}(\lambda_p)\\ &= \exp\left(-2\pi\lambda_l\int_0^{r_1}1-\exp\left(-2\lambda_p\left(\sqrt{r_1^2-\rho^2}-\sqrt{\max(0,r_0^2-\rho^2)}\right)\right)\mathrm{d}\rho\right)\\ &\quad\times\exp(-2\lambda_p(r_1-R_0)),\end{aligned} \tag{43}$$

其中，下标$(0,r_1)-(0,R_0)$表示面积 $B(o,r_1)\setminus B(o,R_0)$，随后通过应用贝叶斯定理完成证明。

■

PLCP网络的干扰分布与泊松点过程略有不同。因此，应重新计算式（22）中的干扰项 $G(R_1)$的近似，具体如下一个引理所示。

引理6 (干扰 PLCP 的干扰近似。在 *PLCP* 中，干扰的条件均值（不含 *t*

干扰 p_t）为

$$G_1(R_1) =2\pi\lambda_l\lambda_p\bigg(\int_{R_1}^{\infty}\int_{0}^{\infty}(\rho^2+r^2)^{\frac{-\alpha}{2}}\mathrm{d}r\mathrm{d}\rho+\int_{0}^{R_1}\int_{\sqrt{\rho^2-r^2}}^{\infty}(\rho^2+r^2)^{\frac{-\alpha}{2}}\mathrm{d}r\mathrm{d}\rho\bigg)$$
$$+2\lambda_p\frac{R_1^{1-\alpha}}{\alpha-1}. \tag{44}$$

证明：在 PLCP 中，剩余干扰由三部分组成：(i) 来自典型直线的干扰（该直线穿过原点，L_0）；(ii) 来自其余直线的干扰，这些直线不与 $B(0,R_1)$ 相交；以及 (iii) 来自其余直线的干扰，这些直线与 $B(0,R_1)$ 相交：

$$G_1(R_1)=\mathbb{E}\bigg[\sum_{i\in\mathbb{N}\setminus\{1\}}h_{x_i}||x_i||^{-\alpha}|R_1\bigg]$$
$$=\mathbb{E}\bigg[\sum_{x\in L_0\setminus\{B(0,R_1)\}}||x||^{-\alpha}|R_1\bigg]+\mathbb{E}\bigg[\sum_{x\in\Phi_0\setminus\{B(0,R_1)\},\rho<R_1}||x||^{-\alpha}|R_1\bigg]+\mathbb{E}\bigg[\sum_{x\in\Phi_0\setminus\{B(0,R_1)\},\rho>R_1}||x||^{-\alpha}|R_1\bigg], \tag{45}$$

其中，$\Phi_0=\Phi_0^!\setminus L_0$、$\rho$ 表示直线到原点的距离，通过使用坎贝尔定理 [41] 并将笛卡尔坐标转换为极坐标，证明得以完成。■

由于 PPP 是 PLCP 的良好近似，[44],我们分别基于式 (14) 和 (44) 计算所提近似，并在数值结果部分对这两种近似进行比较。

因此，将式 (42) 和 (41) 中的距离分布代入式 (22)，即可得到 SINR 元分布的所提近似。此外，[28] 中的作者针对具有固定传输距离的 PLP 的 SIR元分布提出了一种有趣的近似，我们将所提近似与其近似进行比较（加入噪声并对 R_0 求期望）。

这里，我们介绍所提近似的一些优点和局限性。与传统近似相比，所提近似的要求有所不同，需要联合距离分布，以及除最近干扰源之外的干扰空间平均。因此，对于已知联合距离分布或能够对其进行近似的点过程，所提近似较为简单，因为它只需要计算一个关于到最近干扰源距离的积分（即对 R_1 求期望）。此外，计算矩并非总是简单明了，这取决于系统模型，例如点过程。泊松点过程、MCP 和泊松双极网络的矩计算较为简单；然而，对于 PLCP，由于干扰源的位置，矩的计算并不直接。例如，在 [44, (7.46)] 中，PLCP 网络中干扰的拉普拉斯变换是矩的

概率生成泛函部分。因此，所提出的基于主导干扰源的近似确实简化了信干噪比元分布的计算。然而，所提近似受限于求解 R_0 （(21) 中的步骤 (a)）的能力，例如，在 Nakagami-m 衰落下无法求解；对于联合距离分布未知的点过程，所提近似可能也无法奏效。

V. 数值结果

本节通过大量迭代的蒙特卡洛仿真（5×10^5 次迭代，其中位置实现为 100 次，衰落实现为 5000 次）来验证所提近似的准确性，并将其与 SINR 元分布的贝塔近似和精确值进行比较。我们首先考虑标准 PPP 网络。首先生成用户和基站位置的两个 PPP 实现。用户位于由基站构成的沃罗诺伊单元内。在固定 PPP 实现的情况下，每次迭代都会改变衰落实现，并计算每条链路的成功概率。然后，我们得到每个实现中成功概率的互补累积分布函数。除非另有说明，本文采用下列系统参数。基站的发射功率为 $p_t = 10$ 瓦，路径损耗指数为$\alpha = 4$，噪声功率为 $\sigma^2 = 10^{-9}$ 瓦，基站密度从 0.1 变化至 10 个基站/km^2。在单层情形下，由于只与比值有关，因此 p_t 或 σ^2 可以设为 1；不过，由于我们采用 K层 PPP 网络，并希望参数保持一致，因此分别设置 p_t 或 σ^2 的值。

请注意，在（22）中使用了 Lambert W 函数 $W(\cdot,\ \cdot)$。在 MATLAB 中计算该函数时，我们需要使用对数形式的输入编写代码，因为与内置函数相比，这种方式能够处理大得多的参数，从而避免输出无穷大；相关代码见[45]。

此外，为了分析所提近似的准确性，我们通过数值计算 KL散度 [46] 进行验证，该散度比较了所提近似与精确概率分布：

$$D_{\mathrm{KL,prop|exact}} = \sum_{\gamma' \in \chi} f_1'(\gamma', \theta) \log\left(\frac{f_1'(\gamma', \theta)}{f(\gamma', \theta)}\right),$$

其中，$f_1'(\gamma', \theta)$通过对 $F_1'(\gamma, \theta)$进行离散化得到：$f_1'(\gamma'(i)\ \theta) = F_1'(\gamma(i)\ \theta) - F_1'(\gamma(i+1)\ \theta), \gamma'(i) = \gamma(i)$，$\chi$ 表示概率空间：$\chi = 0.01, 0.02, \cdots, 0.99$，并通过类似步骤从 $F(\gamma', \theta)$得到 $f(\gamma', \theta)$。此外，我们比较了所提近似的 KL散度

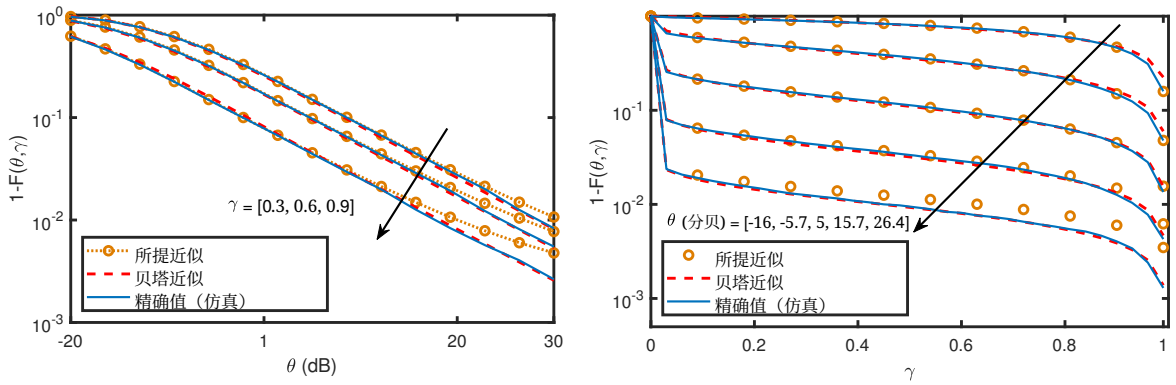

图2. $\lambda = 1$ 基站/平方公里、 $\alpha = 4$ 和 $p_t = 10$ 瓦条件下泊松点过程网络的信干噪比元分布。实线表示基于仿真的精确值，虚线表示贝塔近似，标记表示所提近似。

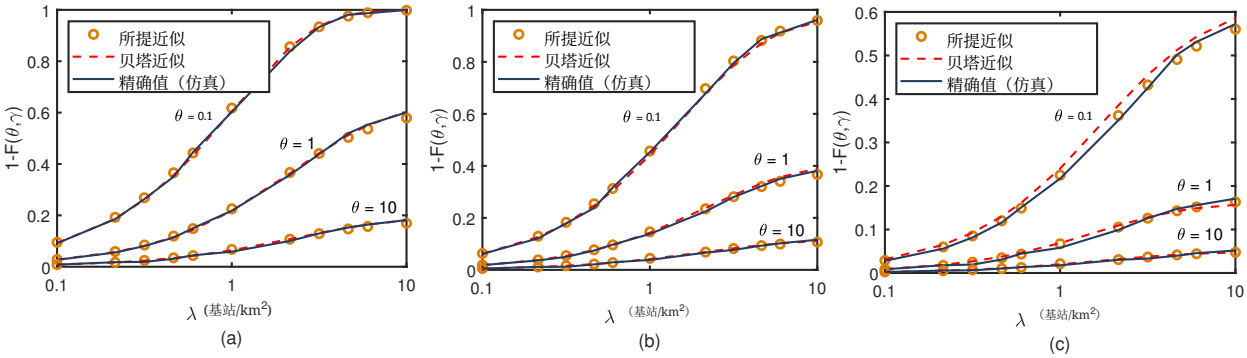

图3。不同密度下泊松点过程网络的 SINR 元分布，密度范围为每平方公里 $\lambda = 0.1$ 至 $\lambda = 10$ 个基站，功率为 $\alpha = 4$ 和 $p_t = 10$ 瓦。实线表示基于仿真的精确值，虚线表示贝塔近似，标记表示所提近似。 $\gamma = 0.3$，0。6，0。9 分别对应（**a**）、（**b**）、（**c**）。

与贝塔近似的 KL散度，而贝塔近似的 KL散度为

$$D_{\mathrm{KL,beta|exact}} = \sum_{\gamma' \in \chi} f'(\gamma', \theta) \log \left(\frac{f'(\gamma', \theta)}{f(\gamma', \theta)} \right),$$

¯其中，通过离散化 $F'(\gamma, \theta)$ 可得到 $f'(\gamma', \theta)$。请注意，上述分析基于数值结果，绝对值越小，近似性能越好。

在图2中，我们绘制了不同 γ 或 θ 取值、 $\lambda = 1$ km^{-2}条件下，SINR 元分布的精确值、贝塔近似和所提近似随 θ 或 γ 变化的曲线。如图所示，在 θ 和 γ取值较低时，所提近似与精确值吻合良好。然而，当取值非常高时，尤其是 θ时，两者之间存在小幅偏差。 θ 取值较高时出现偏差，是因为我们在式 (18) 和式 (21) 中都忽略了 θ 的高阶项。即使增大式 (19) 中 j 的取值，这种偏差依然存在（$j = 2$ 的曲线与$j = 1$几乎相同，差异小于 0.1，因此未在图 5 中展示）。因此，基于主导干扰源的近似（推论 1）是一种更高效的方法（比较式 (22) 和式 (19)），因为

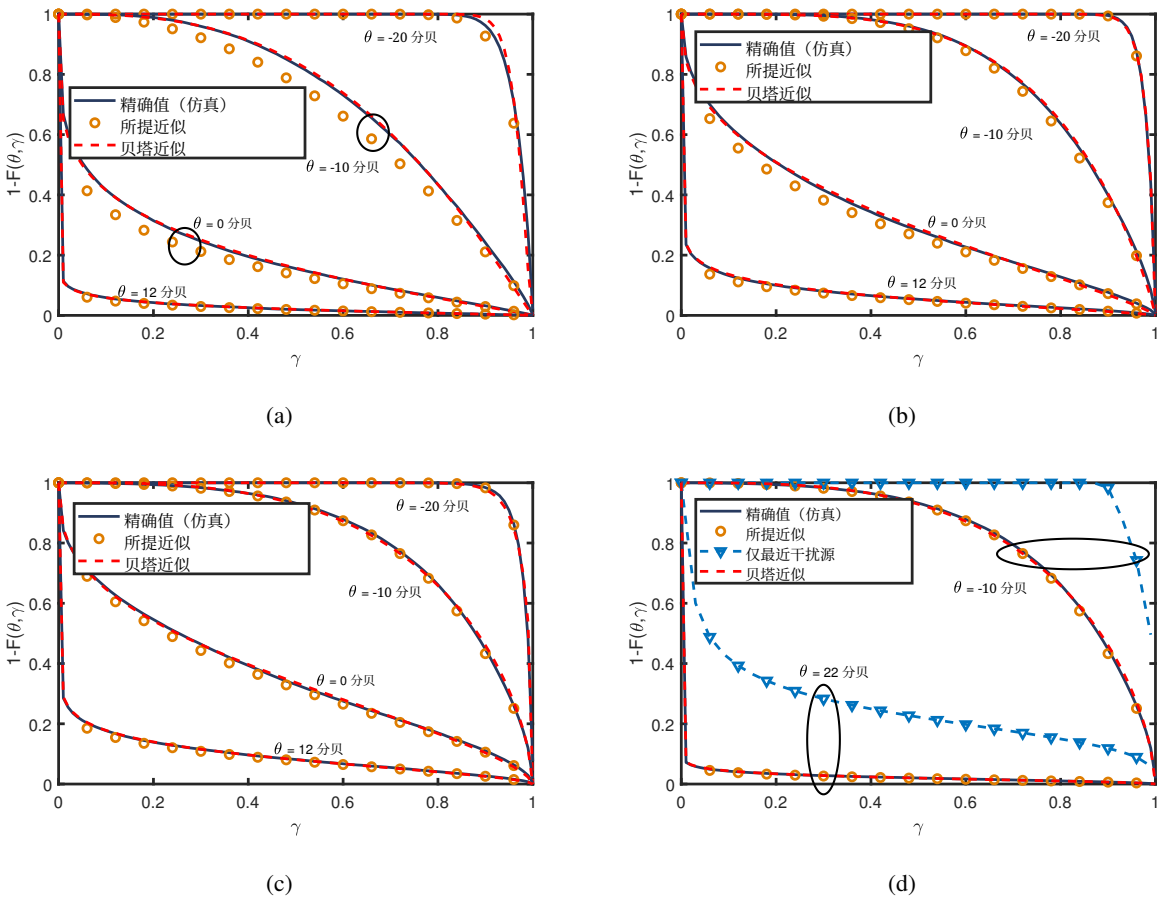

图4. 不同路径损耗值下 PPP 网络的 SINR 元分布：**(a)** $\alpha = 2.5$、**(b)** $\alpha = 3$、**(c)** $\alpha = 3.5$；其中 $\lambda = 1$ 基站/km^2 和 $p_t = 10$ 瓦。实线表示基于仿真的精确值，虚线表示贝塔近似，标记表示所提近似。**(d)** 在 $\alpha = 3.5$ 时，SINR 元分布的仅最近干扰者近似和基于主导干扰源的近似。

无需计算 R_1、$\cdots$和 R_j的联合分布（只需$f_{R_1}(r)$和 $F_{R_0|R_1}(r)$），通过简单的积分即可完成分析。请注意，图2的 y 轴采用对数刻度，因为在线性刻度下偏差可以忽略不计（例如，在 $\theta = 26$ 分贝时，所提近似与精确值之间的偏差实际上为 0.02）。

图3展示了在很大范围的基站密度下，所提近似与贝塔近似以及 SINR 元分布精确值之间的差距。在较大范围的基站密度和较低的 θ 值下，所提近似表现出色，甚至优于贝塔分布，同时大幅节省计算时间。

请注意，基于主导干扰源的近似精度高度依赖于路径损耗指数。尽管 $\alpha = 4$ 是一个重要情况，但毫米波频段中的用户连接将采用视距传播，例如无人机网络，因此我们在图4(a)、(b)、(c)中分别绘制了 $\alpha = 2.5$，3，3。5。显然，所提近似会随着 α 的增大而变得更加准确，而在较小的

值下， α 存在差距。在图4(d)中，我们绘制了仅最近干扰者近似，它是系统性能的上界；如注 2 所述，所提近似通过考虑其余干扰源（除最近干扰源之外的所有干扰源）的均值而更加紧密，但它既不是上界也不是下界：从图2可以看出，所提近似确实会高于精确值，尤其是在 θ较高时。另一方面，从图4可以看出，所提近似低于精确值。

表I 泊松点过程网络的KL散度分析

参数	$\alpha = 2.5$	$\alpha = 3$	$\alpha = 3.5$	$\alpha = 4$	$\alpha = 4, \lambda = 0.1, 0.5, 5,$ 10 千米$^{-2}$
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ ($\theta = -10$ 分贝)	0.0417	0.0095	0.0082	0.0037	0.0097,0.0050,0.0085,0.0119
$D_{\mathrm{KL,\ beta\|exact}}$ ($\theta = -10$ 分贝)	0.0122	0.0284	0.0101	-0.0045	0.0111,0.0025,0.0042,0.0335
$D_{\mathrm{KL,prop\|exact}}$ ($\theta = 0$ 分贝)	0.0109	0.0105	0.0037	0.0020	0.0007,0.0123,0.0039,0.0180
$D_{\mathrm{KL,\ beta\|exact}}$ ($\theta = 0$ 分贝)	0.0142	0.0126	0.0079	0.0064	0.0013,0.0167,0.0138,0.0322
$D_{\mathrm{KL,prop\|exact}}$ ($\theta = 12$ 分贝)	0.0012	0.006	0.0042	0.0011	-0.0030,0.0033,0.0064,0.0146
$D_{\mathrm{KL,beta\|exact}}$ ($\theta = 12$ 分贝)	0.0031	0.0025	0.0017	0.0016	-0.0025,0.0039,0.0033,0.0094

所提近似的KL散度分析见表I。如表I所示，在 α 值较高时，与贝塔近似相比，所提近似表现出较强的竞争力。

在本节接下来的部分中，我们遵循相同的仿真步骤：针对点过程的每次实现进行条件化，生成大量信道衰落迭代，并计算每条链路的条件成功概率。我们绘制了四种不同场景下所提近似的仿真结果，包括泊松双极网络、MCP、 K层泊松点过程和PLCP，并将结果与传统贝塔近似以及基于仿真得到的SINR元分布精确值进行比较。

A. 泊松双极网络的数值结果

图 5 和图 6 展示了泊松双极网络的 SINR 元分布。所提近似在所有 θ 和 γ 取值下都表现出良好的一致性。在图 6 中，我们绘制了 R 的 10 个不同取值下的 SINR 元分布。随着距离增加，系统可靠性急剧下降并趋近于 0，这是由固定的传输距离和噪声功率造成的。

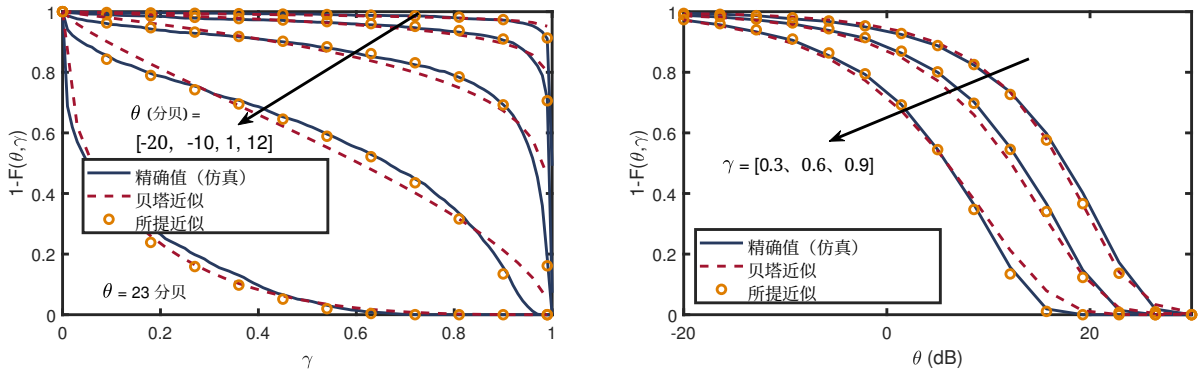

图 5. 泊松双极网络在 $\lambda = 10$ 基站/km^2, $\alpha = 4$, $p_t = 10$ 瓦 和 $R = 50$ 米时的元分布。实线分别表示基于仿真的精确值，标记表示所提近似。

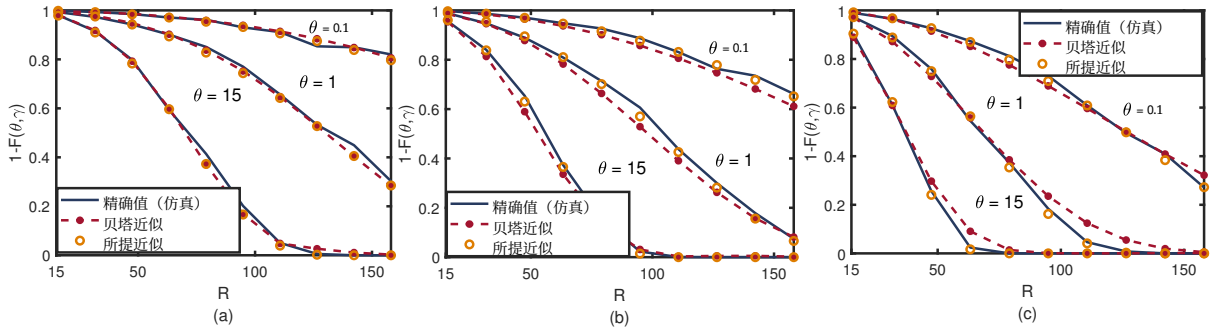

图 6. 泊松双极网络在 $\lambda = 10$ 基站/km^2, $\alpha = 4$, $p_t = 10$ 瓦时的元分布。实线分别表示基于仿真的精确值，虚线表示贝塔近似，标记表示所提近似。 R 的单位为米， $\gamma = 0.3$，0。6，0。9 分别对应（**a,b,c**）。

表 II 给出了泊松双极网络下所提近似的 KL散度分析，其中 R 的单位为米。如表 II 所示，与贝塔近似相比，所提近似具有竞争力。

B. MCP 数值结果

图 7 和图 8 展示了 MCP 网络的 SINR 元分布。在图 8 中，我们绘制了不同用户簇半径下的 SINR 元分布。正如预期，随着用户簇半径增大，SINR 元分布会降低。此外，与泊松双极网络相比，MCP 网络的可靠性下降较慢，且不会趋近于 0。显然，所提近似的表现良好，尤其是在 γ取值较大时。

表III给出了MCP网络中所提近似的KL散度分析，其中 r_c 的单位为米。如表III所示，与贝塔近似相比，所提近似的结果同样具有竞争力。

表 II 泊松双极网络的 KL散度分析

参数	$R=15$	$R=30$	$R=45$	$R=60$	$R=75$	$R=100$	$R=125$	$R=150$
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ ($\theta=-10$ 分贝)	0.0013	0.0068	0.0241	-0.0030	0.0367	0.0255	0.0289	0.0127
$D_{\mathrm{KL,\ beta\|exact}}$ ($\theta=-10$ 分贝)	-0.0065	-0.0226	-0.0285	-0.0646	-0.0814	-0.1464	-0.1239	-0.0165
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ ($\theta=0$ 分贝)	-0.0034	0.0006	0.0386	0.0269	0.0153	0.0098	0.0096	0.0230
$D_{\mathrm{KL,beta\|exact}}$ ($\theta=0$ 分贝)	-0.0267	-0.0552	-0.1085	-0.1574	-0.0740	0.0173	0.0900	0.0164
$D_{\mathrm{KL,prop\|exact}}$ ($\theta=12$ 分贝)	0.0142	0.0440	0.0097	0.0148	0.0186	0.0207	0.0204	0.0050
$D_{\mathrm{KL,\ beta\|exact}}$ ($\theta=12$ 分贝)	-0.0410	-0.1482	-0.0015	0.0543	0.0348	0.0090	0.0379	0.0143

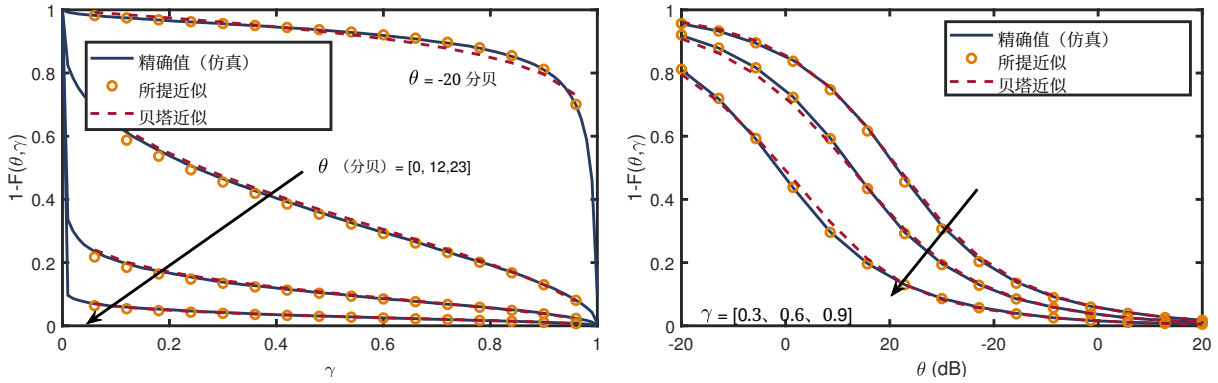

图 7. $\lambda=10$ 基站/平方千米、 $\alpha=4$ 和 $p_t=10$ 瓦条件下MCP网络的元分布。实线表示基于仿真的精确值，虚线表示贝塔近似，标记表示所提近似。

C. K层网络的数值结果

图9和图10分别展示了双层网络和三层网络的SINR 元分布。可以看出，通过将第 i层映射到第一层，并获得等效的距离分布和新点过程的密度，所提近似同样适用于多层网络。这样，我们便可以避免计算关联概率以及不同层总干扰的求和。

由于对该 层泊松点过程的分析与泊松点过程类似，因此省略 KL散度分析 .

D. PLCP 的数值结果

图11和图12展示了 PLCP 网络的 SINR 元分布。图12中，我们绘制了两种不同线密度和点密度下的 SINR 元分布。在基站总密度固定的情况下，随着线密度增加，超过可靠性阈值的链路比例也随之增加。原因在于，随着线密度增加（$\lambda_l \to \infty$），而点的总体平均数量保持不变，PLCP 会收敛于一个齐次

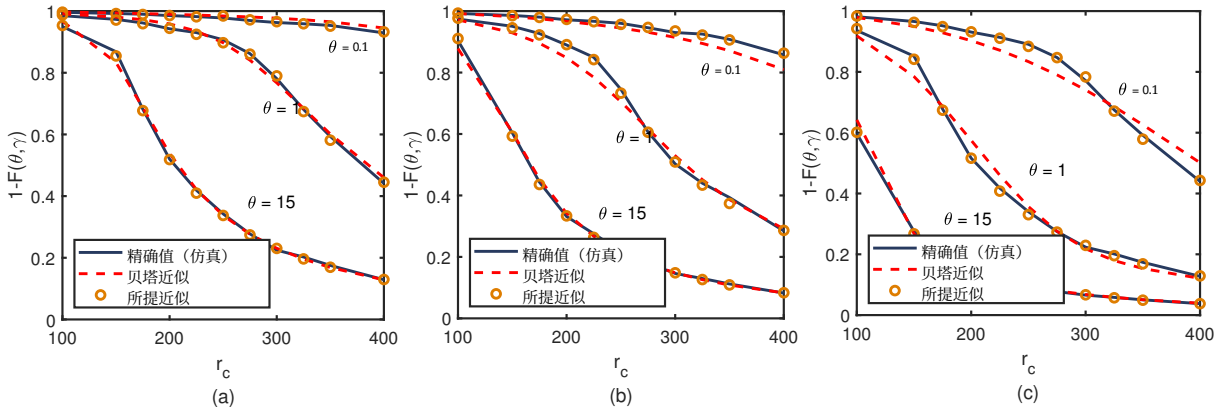

图 8. MCP网络在 $\lambda = 1$ 基站/平方千米、 $\alpha = 4$ 和 $p_t = 10$ 瓦时的元分布。实线表示基于仿真的精确值，虚线表示贝塔近似，标记表示所提近似。 r_c 的单位为米， $\gamma = 0.3$，0.6，0.9分别对应**(a,b,c)**。

表III MCP网络的KL散度分析

参数	$r_c = 100$	$r_c = 150$	$r_c = 200$	$r_c = 250$	$r_c = 300$	$r_c = 350$	$r_c = 400$
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ ($\theta = -10$ 分贝)	-0.0031	0.0059	-0.0015	0.0173	-0.0041	0.0218	-0.0012
$D_{\mathrm{KL,\ beta\|exact}}$ （$\theta = -10$ 分贝）	0.0008	0.0220	0.0293	0.0249	-0.0345	-0.0161	-0.0116
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ （$\theta = 0$ 分贝）	-0.0067	0.0117	0.0001	0.0063	-0.0027	0.0043	0.0006
$D_{\mathrm{KL,\ beta\|exact}}$ （$\theta = 0$ 分贝）	0.0206	0.0069	-0.0237	0.0332	0.0343	0.0332	0.0136
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ （$\theta = 12$ 分贝）	0.0007	0.0052	0.0004	0.0011	0.0002	0.0004	0.0002
$D_{\mathrm{KL,\ beta\|exact}}$ （$\theta = 12$ 分贝）	-0.0378	0.0435	0.0296	0.0029	-0.0011	-0.0018	-0.0115

二维泊松点过程，其点密度为 $\lambda = \pi\lambda_l\lambda_p$，如图12中带菱形标记的绿色曲线所示；而随着线密度降低（$\lambda_l \to 0$），且点的总体平均数量保持不变，PLCP 会退化为点密度为 $\lambda = \lambda_p$ 的齐次一维泊松点过程。然而，由于点密度为 $\lambda_p = \infty$ 的一维泊松点过程难以分析，我们绘制了密度为 $\lambda = 2\lambda_{p,\ 2}$ 的一维泊松点过程的 SINR 元分布，如图12中带方形标记的灰色曲线所示。在这两种渐近场景中，二维泊松点过程情况下的首次接触距离大于一维泊松点过程情况下的首次接触距离。因此，线密度越低，系统可靠性越高，因为服务距离更短；系统性能则受相应点密度下的二维泊松点过程和一维泊松点过程所界定。

此外，在图13中，我们分别绘出了所提近似在PLCP干扰和泊松点过程近似干扰下的结果，以及文献 [28, (16)], 中提到的基于跨维泊松点过程（TPPP）的近似结果。如图所示，泊松点过程是PLCP的良好近似，所有近似均得到了良好的拟合结果。

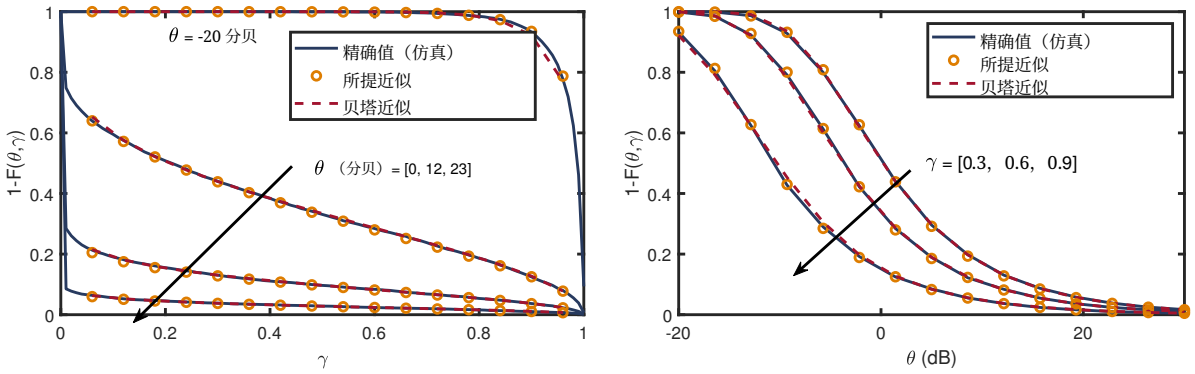

图9. K层泊松点过程网络的元分布，其中 $K=2$, $\lambda_1=1$ 基站/km^2, $\lambda_2=3$ 基站/km^2, $\alpha=4$, $p_{t,\,1}=10$ 瓦和$p_{t,\,2}=5$。实线表示基于仿真的精确值，虚线表示贝塔近似，标记表示所提近似。

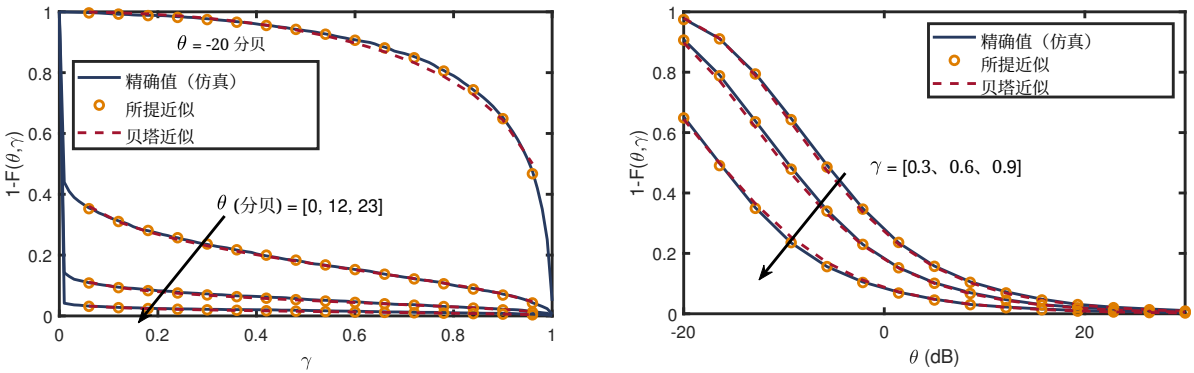

图10. K层泊松点过程网络的元分布，其中 $K=3$, $\lambda_1=0.1$ 基站/km^2, $\lambda_2=0.5$ 基站/km^2, $\lambda_3=5$ 基站/km^2,$\alpha=4$, $p_{t,\,1}=10$ 瓦、$p_{t,\,2}=2$ 瓦和$p_{t,\,3}=0.2$ 瓦。实线表示基于仿真的精确值，虚线表示贝塔近似，标记表示所提近似。

表IV给出了所提近似在PLCP网络下的KL散度分析。如表IV所示，所提近似的拟合效果良好，泊松点过程干扰的拟合效果也良好，这是因为泊松点过程是PLCP的良好近似。

VI. 结论

本文针对下行泊松蜂窝网络中的 SINR 元分布，分析了一种基于主导干扰源的近似方法：精确考虑主导干扰源，而将其余干扰源视为平均效应。我们首先在所有信道链路均经历瑞利衰落的标准 PPP 网络中，推导出所提近似。该近似在较大范围的基站密度下，与 SINR 元分布的精确值吻合良好

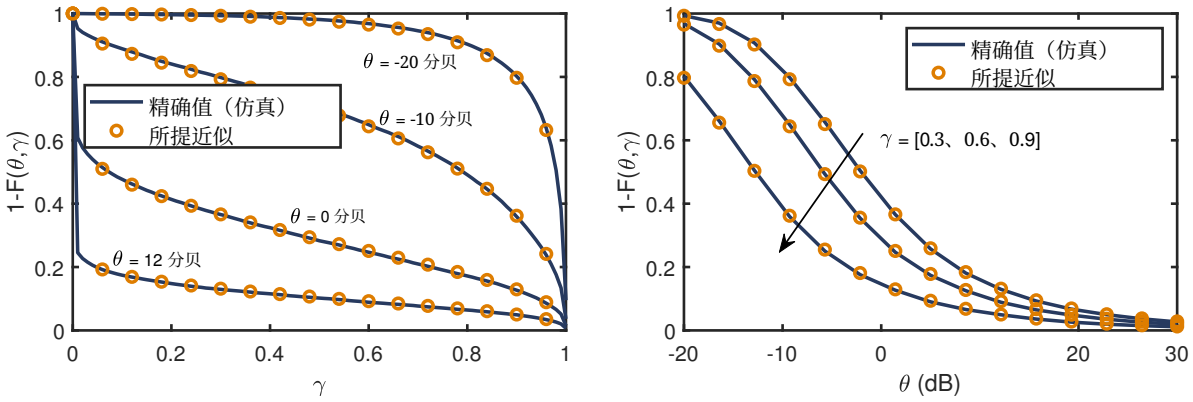

图11. PLCP 网络的信干噪比元分布，其中 $\lambda_l = 8/\pi$ km/km^2、 $\lambda_p = 0.2$ /km（基站密度为 1.6 基站/km^2）、 $\alpha = 4$、$p_t = 10$ 瓦。实线表示基于仿真的精确值，标记表示所提近似。

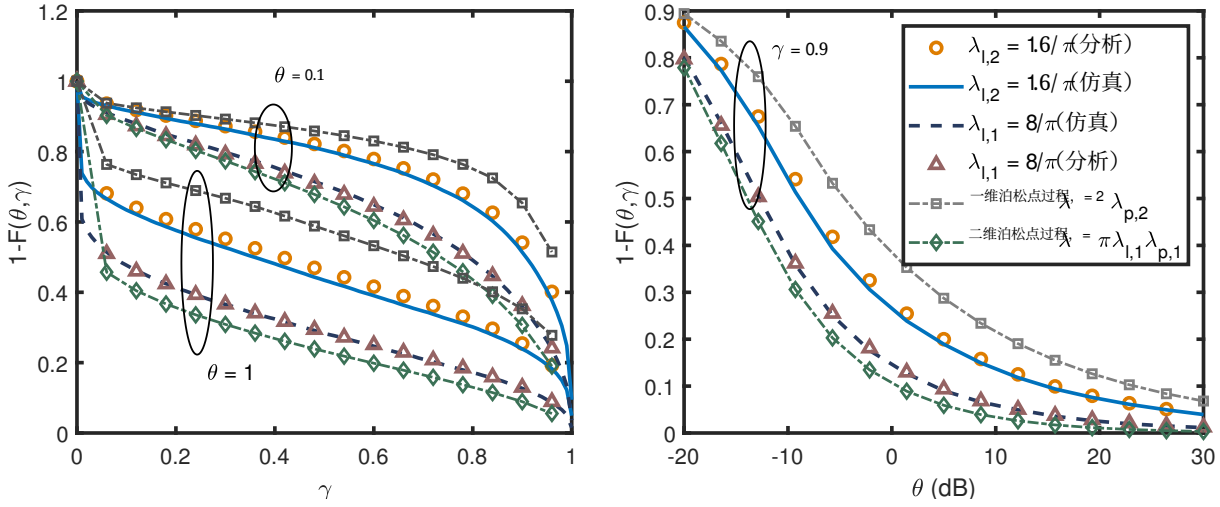

图12. PLCP 网络的信干噪比元分布，其中基站密度固定为 1.6 个基站/km^2, 线密度和点密度分别为 $\lambda_{l,1} = 5\lambda_{l,2}$, $\alpha = 4$, $p_t = 10$ 瓦。 λ_l 的单位为 km/km^2。实线分别表示基于仿真的精确值，标记表示所提近似。带菱形标记的绿色曲线表示密度为 $\lambda = \pi\lambda_{l,1}\lambda_{p,1}$ 的二维泊松点过程网络的信干噪比元分布，带方形标记的灰色曲线表示密度为 $\lambda = 2\lambda_{p,2}$ 的一维泊松点过程网络的信干噪比元分布。

，包括不同的 SINR 阈值和各种系统参数。与传统方法相比，所提近似无需计算条件成功概率的矩。基于 Lambert W 函数以及第一和第二最近基站距离分布的联合累积分布函数和概率密度函数，可以将其推导为简单形式，从而大幅降低计算复杂度，并显著提高计算效率。为展示所提近似的准确性和可操作性，我们将其扩展至四种不同场景并进行比较

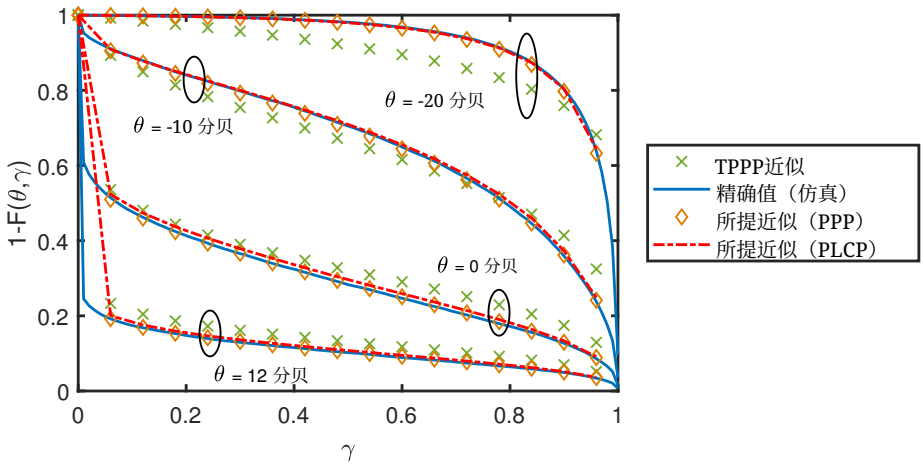

图13. 三种近似下 PLCP 网络的 SINR 元分布：(i) TPPP近似 [28, (16)]：绿色交叉标记；(ii) 采用泊松点过程近似干扰的所提近似：橙色菱形标记；(iii) 采用 PLCP干扰的所提近似：红色虚线；(iv) 精确值：蓝色实线。曲线绘制于 $\lambda_l = 8/\pi$ 千米/千米^2 和 $\lambda_p = 0.2$ /千米条件下。

表IV PLCP 网络的 KL散度分析

参数	$\lambda_l = 1.6/\pi$ 千米/千米^2, $\lambda_p = 1$ /千米	$\lambda_l = 8/\pi$ 千米/千米^2, $\lambda_p = 0.2$ /千米
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ ($\theta = -10$ 分贝)	-0.0234	-0.0031
$D_{\mathrm{KL,\ prop(PPP)\|exact}}$ （$\theta = -10$ 分贝）	-0.0280	-0.0103
$D_{\mathrm{KL,TPPP(16)\|exact}}$ ($\theta = -10$ 分贝)	0.1796	-0.0606
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ （$\theta = 0$ 分贝)	-0.0079	-0.0028
$D_{\mathrm{KL,prop(PPP)\|exact}}$ ($\theta = 0$ 分贝)	-0.0094	-0.0052
$D_{\mathrm{KL,\ TPPP(16)\|exact}}$ （$\theta = 0$ 分贝)	0.0262	-0.0404
$D_{\mathrm{KL,\ prop\|exact}}$ （$\theta = 12$ 分贝)	-0.0045	-0.0013
$D_{\mathrm{KL,\ prop(PPP)\|exact}}$ （$\theta = 12$ 分贝)	-0.0052	-0.0020
$D_{\mathrm{KL,\ TPPP(16)\|exact}}$ （$\theta = 12$ 分贝)	-0.0115	-0.0143

与常用的贝塔近似以及蒙特卡洛仿真结果。与此同时，我们首次基于所提近似推导出 PLCP 网络的信干噪比元分布，因为该近似避免了计算 b 阶矩，并大幅降低了计算过程的复杂度。

本文始终着重于通过仿真和贝塔近似验证所提近似在下行场景中的有效性。对于上行情况，系统模型更加复杂，例如，发射功率可能是服务距离的函数（反向功率控制），干扰源的位置可能更靠近基站，并且一个

Voronoi 小区内可能有多个活跃用户（取决于传输策略）。因此，距离分布以及系统模型都比下行场景复杂得多。尽管本文仅计算了下行链路中的 SINR 元分布，但上行链路分析以及一些更复杂的系统模型（例如簇分布基站） [26]和 [47], ，都可以成为未来有趣的研究方向。

附录

A. 定理 *1* 的证明

给定 Φ，成功概率为

$$P_s(\theta) = \prod_{i\in\mathbb{N}} \left(\frac{1}{1+\theta||x_i||^{-\alpha}||x_0||^{\alpha}}\right) \exp\left(-\frac{\theta}{p_t}||x_0||^{\alpha}\sigma^2\right). \tag{46}$$

因此，根据坎贝尔定理 [41] 并将笛卡尔坐标转换为极坐标，我们得到 b 阶矩，

$$\begin{aligned} M_b(\theta) &= \mathbb{E}_{||x_0||}\left[\mathbb{E}\left[\prod_{i\in\mathbb{N}}\left(\frac{1}{1+\theta||x_i||^{-\alpha}||x_0||^{\alpha}}\right)^b \,\middle|\, ||x_0||\right] \exp\left(-\frac{b\theta}{p_t}||x_0||^{\alpha}\sigma^2\right)\right] \\ &= \mathbb{E}_{R_0}\left[\exp\left(-2\pi\lambda\int_{r_0}^{\infty}\left[1-\left(\frac{1}{1+\theta r^{-\alpha}R_0^{\alpha}}\right)^b\right] r\mathrm{d}r\right)\exp\left(-\frac{b\theta}{p_t}R_0^{\alpha}\sigma^2\right)\right] \\ &= \mathbb{E}_{R_0}\left[\exp\left(-\lambda F_b\right)\exp\left(-\frac{b\theta}{p_t}R_0^{\alpha}\sigma^2\right)\right], \end{aligned} \tag{47}$$

其中，

$$\begin{aligned} F_b &= 2\pi\int_{R_0}^{\infty}\left[1-\left(\frac{1}{1+\theta r^{-\alpha}R_0^{\alpha}}\right)^b\right] r\mathrm{d}r \overset{(a)}{=} \pi\delta\int_{R_0^{\alpha}}^{\infty}\left[1-\left(\frac{u}{u+\theta R_0^{\alpha}}\right)^b\right]u^{\delta-1}\mathrm{d}u \\ &\overset{(b)}{=} \pi\delta\int_{R_0^{\alpha}}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\binom{b}{k}(-1)^{k+1}\left(\frac{\theta R_0^{\alpha}}{u+\theta R_0^{\alpha}}\right)^k u^{\delta-1}\mathrm{d}u = \pi\delta\sum_{k=1}^{\infty}\binom{b}{k}(-1)^{k+1}(\theta R_0^{\alpha})^k\int_{R_0^{\alpha}}^{\infty}\left(\frac{u^{\delta-1}}{(u+\theta R_0^{\alpha})^k}\right)\mathrm{d}u \\ &= \pi\delta\sum_{k=1}^{\infty}\binom{b}{k}(-1)^{k+1}\frac{\alpha\theta^k R_0^2}{-2+k\alpha}{}_2F_1(k,-\delta+k,1-\delta+k,-\theta), \end{aligned} \tag{48}$$

其中，步骤（a）源于使用替换 $u = r^{\alpha}$，步骤（b）源于二项式展开。注意，上述表达式不同于 [19], 中推导的表达式，因为关联策略不同：本节中的典型用户与最近基站关联，而泊松双极网络中的用户拥有专用的服务基站。因此，本节中干扰基站的位置不同于 [19]: 积分下限不为零。此外，由于此处纳入了噪声， [5] 和 [48] 中提到的相对距离过程（RDP）方法无法使用。

参考文献

[1] M. Haenggi、J. G. Andrews、F. Baccelli、O. Dousse 和 M. Franceschetti，“用于无线网络分析与设计的随机几何与随机图”，IEEE通信领域精选期刊，第27卷，第7期，第1029–1046页，2009年。[2] M. Z. Win、P. C. Pinto 和 L. A. Shepp，“网络干扰及其应用的数学理论”，IEEE会刊，第97卷，第2期，第205–230页，2009年。[3] S. Singh、H. S. Dhillon 和 J. G. Andrews，“异构网络中的卸载：建模、分析与设计洞见”，IEEE无线通信汇刊，第12卷，第5期，第2484–2497页，2013年。[4] M. Alzenad 和 H. Yanikomeroglu，“垂直异构网络（VHetNets）的覆盖与速率分析”，IEEE无线通信汇刊，第18卷，第12期，第5643–5657页，2019年。[5] M. Haenggi，“泊松双极网络与蜂窝网络中的SIR元分布”，IEEE无线通信汇刊，第15卷，第4期，第2577–2589页，2015年。[6] H. ElSawy 和 M.-S. Alouini，“关于上行蜂窝网络中的覆盖概率元分布”，IEEE通信快报，第21卷，第7期，第1625–1628页，2017年。[7] J. G. Andrews、A. K. Gupta 和 H. S. Dhillon，“使用随机几何进行蜂窝网络分析入门”，在线获取：https://arxiv.org/abs/1604.03183。[8] H. ElSawy、A. Sultan-Salem、M.-S. Alouini 和 M. Z. Win，“使用随机几何对蜂窝网络进行建模、分析与设计：教程”，IEEE通信调查与教程，第19卷，第1期，第167–203页，2016年。[9] S. S. Kalamkar 和 M. Haenggi，“一般蜂窝网络中SIR元分布的简单近似”，IEEE《通信学报》，第67卷，第6期，第4393–4406页，2019年。[10] M. Haenggi，“元分布——第1部分：定义与示例”，IEEE通信快报，第25卷，第7期，第2089–2093页，2021年。[11] ——，“元分布——第2部分：性质与解释”，IEEE通信快报，第25卷，第7期，第2094–2098页，2021年。[12] J. Gil-Pelaez，“关于反演定理的注记”，Biometrika，第38卷，第3-4期，第481–482页，1951年。[13] H. ElSawy、E. Hossain 和 M. Haenggi，“用于建模、分析与设计多层及认知蜂窝无线网络的随机几何：综述”，IEEE通信调查与教程，第15卷，第3期，第996–1019页，2013年。[14] R. K. Ganti 和 J. G. Andrews，“低移动性空间无线网络中链路中断的相关性”，载于《2010年第四十四届阿西洛马会议（信号、系统与计算机）会议论文集》。IEEE，2010年，第312–316页。[15] F. Baccelli、B. Blaszczyszyn 和 P. Muhlethaler，“用于多跳移动无线网络的ALOHA协议”，IEEE信息论汇刊，第52卷，第2期，第421–436页，2006年。[16] E. S. Sousa 和 J. A. Silvester，“直接序列扩频多跳分组无线电网络中的最优传输范围”，IEEE通信领域精选期刊，第8卷，第5期，第762–771页，1990年。[17] J. G. Andrews、F. Baccelli 和 R. K. Ganti，“蜂窝网络覆盖与速率的可处理方法”，IEEE《通信学报》，第59卷，第11期，第3122–3134页，2011年。[18] G. Nigam、P. Minero 和 M. Haenggi，“异构网络中的协作多点联合传输”，IEEE《通信学报》，第62卷，第11期，第4134–4146页，2014年。[19] M. Haenggi 和 R. Smarandache，“用于分析无线网络时间相关性的分集多项式”，IEEE无线通信汇刊，第12卷，第11期，第5940–5951页，2013年。[20] X. Zhang 和 M. Haenggi，“小区间干扰协调与小区内分集的随机几何分析”，IEEE无线通信汇刊，第13卷，第12期，第6655–6669页，2014年。[21] S. Guruacharya 和 E. Hossain，“泊松蜂窝网络中元分布及其矩的近似”，IEEE无线通信快报，第7卷，第6期，第1074–1077页，2018年。

[22] K. Feng 和 M. Haenggi，“蜂窝网络中 SIR 元分布的可分性、渐近分析及应用”，IEEE无线通信汇刊，第 19 卷，第 7 期，第 4806–4816 页，2020 年。[23] M. Haenggi，“元分布的高效计算与用户百分位数性能”，IEEE无线通信快报，第 7 卷，第 6 期，第 982–985 页，2018 年。[24] S. Guruacharya 和 E. Hossain，“泊松蜂窝网络中元分布及其矩的近似”，IEEE无线通信快报，第 7 卷，第 6 期，第 1074–1077 页，2018 年。[25] N. Kouzayha、H. Elsawy、H. Dahrouj 和 T. Y. Al-Naffouri，“二项点过程中下行链路 SIR 的元分布”，IEEE无线通信快报，第 10 卷，第 7 期，第 1557–1561 页，2021 年。[26] C. Saha、M. Afshang 和 H. S. Dhillon，“基于泊松簇过程的异构网络模型中下行链路 SIR 的元分布”，IEEE无线通信快报，第 9 卷，第 12 期，第 2144–2148 页，2020 年。[27] K. Koufos 和 C. P. Dettmann，“线性高速公路车联网中的 SIR 元分布”，IEEE《通信学报》，第 67 卷，第 12 期，第 8696–8706 页，2019 年。[28] J. P. Jeyaraj、M. Haenggi、A. H. Sakr 和 H. Lu，“用于车联网分析的变维泊松过程”，IEEE无线通信汇刊，第 20 卷，第 12 期，第 8023–8038 页，2021 年。[29] Y. Wang、M. Haenggi 和 Z. Tan，“具有功率控制的蜂窝网络中 SIR 的元分布”，IEEE《通信学报》，第 66 卷，第 4 期，第 1745–1757 页，2017 年。[30] ——，“具有小区范围扩展的 K 层下行异构蜂窝网络的 SIR 元分布”，IEEE《通信学报》，第 67 卷，第 4 期，第 3069–3081 页，2018 年。[31] N. Deng 和 M. Haenggi，“采用联合频谱分配与卸载的异构蜂窝网络中的信干噪比和速率元分布”，IEEE《通信学报》，第 67 卷，第 5 期，第 3709–3722 页，2019 年。[32] M. Salehi、H. Tabassum 和 E. Hossain，“大规模上行和下行NOMA网络中 SIR 的元分布”，IEEE《通信学报》，第 67 卷，第 4 期，第 3009–3025 页，2018 年。[33] Q. Cui、X. Yu、Y. Wang 和 M. Haenggi，“基站协作的泊松蜂窝网络中的 SIR 元分布”，IEEE《通信学报》，第 66 卷，第 3 期，第 1234–1249 页，2017 年。[34] X. Tang、X. Xu 和 M. Haenggi，“移动网络中 SIR 的元分布”，IEEE《通信学报》，第 68 卷，第 6 期，第 3614–3626 页，2020 年。[35] P. D. Mankar、H. S. Dhillon 和 M. Haenggi，“泊松蜂窝网络中典型小区下行链路 SIR 的元分布分析”，载于 2019年IEEE全球通信大会（GLOBECOM）。IEEE，2019 年，第 1–6 页。[36] P. Madhusudhanan、J. G. Restrepo、Y. Liu 和 T. X. Brown，“通过随机几何分析异构蜂窝网络中的下行连接模型”，IEEE无线通信汇刊，第 15 卷，第 6 期，第 3895–3907 页，2016 年。[37] D. Stoyan、W. S. Kendall、S. N. Chiu 和 J. Mecke，《随机几何及其应用》。约翰·威利父子公司，2013 年。[38] D. Moltchanov，“随机网络中的距离分布”，Ad Hoc网络，第 10 卷，第 6 期，第 1146–1166 页，2012 年。[39] M. A. Kishk 和 H. S. Dhillon，“基于蜂窝网络的射频供能物联网的联合上行和下行覆盖分析”，IEEE绿色通信与网络汇刊，第 2 卷，第 2 期，第 446–459 页，2017 年。[40] ——，“具有能量收集接收机的基于蜂窝网络的物联网的下行性能分析”，载于 2016年IEEE全球通信大会（GLOBECOM）。IEEE，2016 年，第 1–6 页。[41] M. Haenggi，《无线网络随机几何》。剑桥大学出版社，2012 年。[42] M. Afshang、C. Saha 和 H. S. Dhillon，“Mat´ern 簇过程的最近邻和接触距离分布”，IEEE通信快报，第 21 卷，第 12 期，第 2686–2689 页，2017 年。[43] C.-S. Choi 和 F. Baccelli，“车联网中的泊松Cox点过程”，IEEE车辆技术汇刊，第 67 卷，第 10 期，第 10 160–10165 页，2018 年。

[44] H. S. Dhillon 和 V. V. Chetlur，“泊松线 Cox 过程：基础及其在车联网中的应用”，《学习、网络与算法综合讲义》，第 1 卷，第 1 期，第 1–149 页，2020 年。[45] Michael（2022），*Lambert W* 函数（对数输入）。（ https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/57239- lambert-w-function-logarithmic-input）：MATLAB Central 文件交换平台。检索于2022年2月6日。[46] I. Csisz´ar，“概率分布的 I-散度几何与最小化问题”，《概率年刊》，第 146–158 页，1975 年。[47] M. Shi、X. Gao、K. Yang、D. Niyato 和 Z. Han，“具有簇的毫米波蜂窝网络中信干噪比的元分布”，*IEEE*《通信学报》，第 69 卷，第 10 期，第 6956–6970 页，2021 年。[48] R. K. Ganti 和 M. Haenggi，“一般蜂窝网络中 SIR 分布的渐近分析与近似”，*IEEE*无线通信汇刊，第 15 卷，第 3 期，第 2130–2143 页，2015 年。