arXiv:2302.03656v1 [cs.IT] 7 Feb 2023

揭示串行干扰消除对 NOMA-ISAC 的影响

Chongjun Ouyang、Yuanwei Liu 和 Hongwen Yang

摘要——本文分析了非正交多址一体化感知与通信（NOMA-ISAC）中连续干扰消除（SIC）的影响。为处理用户间干扰和功能间干扰，提出了一种基于串行干扰消除的两阶段框架。针对两种串行干扰消除顺序，即通信中心型串行干扰消除和感知中心型串行干扰消除，分析了感知与通信（S&C）性能。对于每种设计，推导了感知速率（SR）和通信速率（CR）的分集阶数、高信噪比（SNR）斜率及高信噪比功率偏移，并据此得出相关见解。解析结果表明：i）串行干扰消除顺序对 SR 和 CR 的主要影响体现在高信噪比功率偏移上；ii）通感一体化比频分感知与通信（FDSAC）具有更多自由度。数值结果显示，通感一体化的感知速率-通信速率区域完全覆盖 FDSAC 的对应区域。

索引词——一体化感知与通信、性能分析、连续干扰消除。

I. 引言

一体化感知与通信（ISAC）是一项前景广阔的技术，可使感知与通信（S&C）共享相同的频谱和基础设施 [1]。与现有的频分感知与通信（FDSAC）技术相比，这项技术被认为在频谱和硬件利用方面更加高效；在后者中，感知与通信功能使用相互隔离的频率资源和硬件资源。凭借这些优势，ISAC受到了广泛关注 [1]。

近年来，上行链路通感一体化系统的性能日益受到关注，参见 [2]–[7] 及其中的参考文献。在该系统中，双功能感知与通信（DFSAC）接收机同时观测由目标反射的感知回波信号，以及通信用户（CUs）发送的数字信号。我们将该系统称为非正交多址（NOMA）-ISAC，以凸显其中的双重非正交性，即通信用户之间的非正交性，以及感知与通信功能之间的非正交性。处理用户间干扰（ICI）的方法已得到广泛研究。对于功能间干扰（IFI），一种简单的处理方式是将彼此视为干扰源，并行执行感知任务和解码通信信息 [2],[3]。这可能会限制系统的整体性能 [4]。为改进这一点， [4]–[7] 中的作者采用基于连续干扰消除（SIC）的框架来处理功能间干扰。具体而言，首先将感知信号视为干扰，对含噪通信信号进行解码，并

C. Ouyang和H. Yang任职于中国北京邮电大学信息与通信工程学院，邮编100876（电子邮箱： {DragonAim,yanghong}@bupt.edu.cn）。Y. Liu任职于英国伦敦玛丽女王大学电子工程与计算机科学学院，伦敦，E1 4NS（电子邮箱：yuanwei.liu@qmul.ac.uk）。

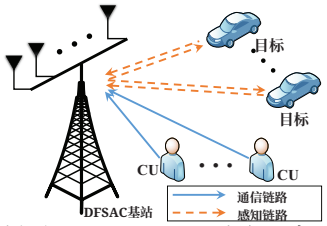


图1：上行链路NOMA-ISAC系统示意图，随后移除，从而留下无通信干扰的感知回波。

值得注意的是，先前研究采用的串行干扰消除顺序更有利于感知。除了这种顺序外，也可以先消除感知信号，这种顺序则更有利于通信。总之，串行干扰消除顺序会显著影响感知与通信性能，但其影响尚未得到充分理解。受此启发，我们分析 NOMA-ISAC 的性能，并探讨 SIC 排序的影响。本短文的主要贡献如下：i）我们提出一种基于串行干扰消除的两阶段框架，以处理用户间干扰和功能间干扰，并分析两种串行干扰消除顺序——感知中心型串行干扰消除（S-SIC）和通信中心型串行干扰消除（C-SIC）——所实现的中断概率（OP）、遍历通信速率（CR）和感知速率（SR）；ii）我们在高信噪比（SNR）区域进行渐近分析，推导分集阶数、高信噪比斜率和高信噪比功率偏移；iii）我们利用所得结果表明，SIC 排序通过影响高信噪比功率偏移来影响通信速率和感知速率；iv）我们揭示，通感一体化相比 FDSAC 可提供更多自由度，且 FDSAC 的 SR-CR 区域完全包含于通感一体化的 SR-CR 区域中。

II. 系统模型

A. 上行链路NOMA-ISAC

一个DFSAC基站（BS）为 K 个上行链路单天线通信用户提供服务，同时对目标进行感知，如图1所示。上行链路通感一体化分为两个阶段。首先，基站向周围环境广播预先设计的感知信号。其次，基站接收由目标反射的感知回波，以及通信用户发送的通信信号。感知信号的时间间隔可能长于感知信号在基站与目标之间往返传播所需的时间；因此，上述两个阶段在时间上可能相互重叠 [4]–[7]。

以上论述表明，DFSAC基站应工作在全双工模式。为简洁起见，我们假设通过为基站配备两组空间上充分分离的天线，即 N 发射天线和 M ($M \geq N$)接收天线，可以完全消除由此产生的自干扰。我们考虑 $M \geq K$ 和通信用户采用上行链路NOMA协议与基站进行通信。

假设通过使用经过适当设计的同步序列，感知与通信信号在基站处实现完美同步。因此，基站观测到以下叠加感知与通信信号：

$$\mathbf{Y}=\sum_{k=1}^{K}\mathbf{h}_k\mathbf{x}_k^{\mathsf{H}}+\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{S}+\mathbf{N}^{\mathsf{H}}. \tag{1}$$

(1) 中出现的各项定义如下：

- $\mathbf{S}=[\mathbf{s}_1\dots\mathbf{s}_L]\in\mathbb{C}^{N\times L}(L\geq M,\ L\geq N)$ 表示感知波形，其中 L 为脉冲长度，$\mathbf{s}_l\in\mathbb{C}^{N\times 1}$ 表示第 l 个时隙中的波形。
- $\mathbf{G}=[\mathbf{g}_1\dots\mathbf{g}_M]\in\mathbb{C}^{N\times M}$ 是目标响应矩阵，其中 $\mathbf{g}_m\in\mathbb{C}^{N\times 1}$ 表示从发射阵列到第 m 个接收天线的目标响应。
- $\mathbf{h}_k=[h_{k,1},\dots,h_{k,M}]^{\mathsf{T}}\in\mathbb{C}^{M\times 1}$ 是从通信用户 $k\in\mathcal{K}$，$\{1,\dots,K\}$ 到基站接收天线阵列的信道向量，假设基站已知该向量。
- $\mathbf{x}_k=[x_{k,1},\dots,x_{k,L}]^{\mathsf{H}}\in\mathbb{C}^{L\times 1}$ 表示通信用户 $k\in\mathcal{K}$ 发送的消息，满足 $\mathbb{E}\{|x_{k,l}|^2\}=p_{\mathrm{c}}$，其中 p_{c} 表示通信功率。
- $\mathbf{N}=[\mathbf{n}_1\dots\mathbf{n}_L]^{\mathsf{H}}\in\mathbb{C}^{L\times M}$ 是高斯噪声矩阵，包含 LM 个独立同分布（i.i.d.）的标准复高斯元素（复高斯元素）。

目标响应矩阵建模为 [6], [7]

$$\mathbf{G}=\sum_q\beta_q\mathbf{a}(\theta_q)\mathbf{b}^{\mathsf{H}}(\theta_q), \tag{2}$$

其中，$\beta_q\sim\mathcal{CN}(0,\sigma_q^2)$ 是第 q 个目标的复振幅，σ_q^2 表示平均强度；$\mathbf{a}(\theta_q)\in\mathbb{C}^{N\times 1}$ 和 $\mathbf{b}(\theta_q)\in\mathbb{C}^{M\times 1}$ 分别是相应的发射阵列导向向量和接收阵列导向向量，θ_q 是其到达方向。值得注意的是，目标响应矩阵 G 包含有关目标的所有信息，例如目标的位置和数量。因此，目标感知可以等价地视为对目标响应的估计。假设基站的接收天线之间相距较远，则对于 $m\in\{1,\dots,M\}$，有 $\mathbf{g}_m\sim\mathcal{CN}(0,\mathbf{R})$，对于 $m\neq m'$，有 $\mathbb{E}\{\mathbf{g}_m\mathbf{g}_{m'}^{\mathsf{H}}\}=\mathbf{0}$。我们还假设基站已知相关矩阵 $\mathbf{R}\in\mathbb{C}^{N\times N}$，该矩阵可以基于此前的多次估计得到。通信信道采用瑞利衰落模型，其满足对于 $k\in\mathcal{K}$ 有 $\mathbf{h}_k\sim\mathcal{CN}(0,\alpha_k\mathbf{I})$，对于 $k\neq k'$ 有 $\mathbb{E}\{\mathbf{h}_k\mathbf{h}_{k'}^{\mathsf{H}}\}=\mathbf{0}$，其中 $\alpha_k>0$ 表示大尺度路径损耗的影响。

B. 基于串行干扰消除的两阶段框架

接收到叠加信号矩阵 Y 后，基站旨在解码通信信号 $\{\mathbf{x}_k\}_{k=1}^K$ 中包含的数据信息，同时提取目标响应 G 中包含的环境信息。为应对载波间干扰和帧间干扰，我们提出一种基于串行干扰消除的两阶段框架：内阶段串行干扰消除用于处理载波间干扰，而外阶段串行干扰消除用于处理帧间干扰，详见图 2。

不失一般性，我们假设通信用户按升序排列，即 $\|\mathbf{h}_K\|\geq\cdots\geq\|\mathbf{h}_1\|$。如图 2 所示，信道条件较好的通信用户会在内阶段串行干扰消除中更早被解码。对于外阶段串行干扰消除，我们考虑两种串行干扰消除顺序。在第一种顺序下，基站将通信信号视为干扰，首先感知目标响应 G，然后从 Y 中减去 $\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{S}$，其余部分用于检测

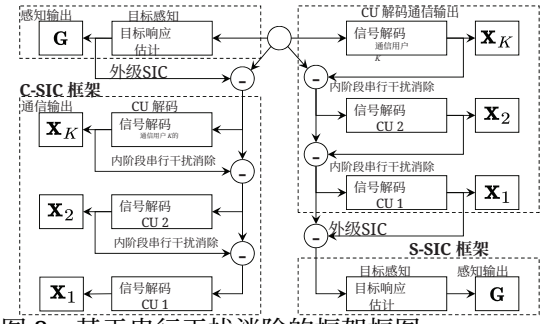


图 2：基于串行干扰消除的框架框图

通信信号。在第二种顺序下，基站将感知信号视为干扰，首先检测通信信号 $\{\mathbf{x}_k\}_{k=1}^K$，然后从 Y 中减去 $\sum_{k=1}^K\mathbf{h}_k\mathbf{x}_k^{\mathsf{H}}$，其余部分用于感知目标响应。显然，第一种串行干扰消除顺序可带来更好的通信性能，而第二种则可带来更好的感知性能。受此启发，我们分别将这两种串行干扰消除顺序称为 C-SIC 和串行干扰消除（S-SIC）。

在确立了基于串行干扰消除的两阶段框架的基本模型后，我们现在讨论这两种串行干扰消除顺序所实现的感知与通信性能。

III. NOMA-ISAC 的性能

A. 采用通信中心型串行干扰消除的通感一体化

1）感知性能：首先，我们研究 C-SIC 所实现的感知性能。如前所述，感知的目标是通过观测 Y，提取目标响应 G 中包含的环境信息。由于感知信号 S 是预先设计好的，并且基站已知，因此我们可以利用在给定 S 条件下 Y 与 G 之间的互信息（MI），来评估能够提取多少环境信息。这一互信息也称为感知互信息，用于表征感知的信息论极限。在此基础上，从信息论角度出发，我们利用 SR 来评估感知性能，其定义为单位时间内的感知互信息 [6][7]。假设每个感知波形符号持续 1 个单位时间，则 SR 可写为 $L^{-1}I(\mathbf{Y};\mathbf{G}|\mathbf{S})$，其中 $I(X;\ Y|Z)$ 表示在 Z 条件下 X 与 Y 之间的互信息。

从最坏情况设计的角度来看，总干扰加噪声 $\mathbf{Z}=\sum_{k=1}^K\mathbf{h}_k\mathbf{x}_k^{\mathsf{H}}+\mathbf{N}^{\mathsf{H}}$ 被视为高斯噪声 [8]。我们进一步考虑利用通信信道的统计信息设计感知信号，并且在不同的时隙发送的通信符号在统计上不相关，即 $\mathbb{E}\{x_{k,l}x_{k,l'}^*\}=0$ 对于 $l\neq l'$。基于这一考虑，我们得出以下引理。

引理 1。C-SIC实现的感知速率由 $\frac{M}{L}\log_2\det(\mathbf{I}+\sigma_{\mathrm{c}}^{-2}\mathbf{S}^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{S})$给出，其中 $\sigma_{\mathrm{c}}^2=1+p_{\mathrm{c}}\sum_{k=1}^K\alpha_k$。

证明：更多细节请参见附录A。值得注意的是，感知速率是感知信号 S 的函数，最大感知速率可表示为

$$\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}=\max_{\mathrm{tr}(\mathbf{S}\mathbf{S}^{\mathsf{H}})\leq Lp_{\mathrm{s}}}ML^{-1}\log_2\det(\mathbf{I}+\sigma_{\mathrm{c}}^{-2}\mathbf{S}^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{S}), \tag{3}$$

其中 p_{s} 是感知信号的每符号功率预算。为便于分析，我们假设 $\mathbf{R}\succ\mathbf{0}$。

以下定理给出了 $\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}$ 的精确表达式及其高信噪比近似。

定理 1. C-SIC 所实现的最大感知速率为

$$\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}=ML^{-1}\sum_{n=1}^{N}\log_2\left(1+\sigma_{\mathrm{c}}^{-2}\lambda_n s_n^{\star}\right), \tag{4}$$

其中，$\{\lambda_n>0\}_{n=1}^{N}$ 是矩阵 $\mathbf{R}$ 的特征值，$s_n^{\star}=\max\{0,\nu^{-1}-\sigma_{\mathrm{c}}^2\lambda_n^{-1}\}$，其中 $\sum_{n=1}^{N}\max\{0,\nu^{-1}-\sigma_{\mathrm{c}}^2\lambda_n^{-1}\}=Lp_{\mathrm{s}}$。当 $\mathbf{S}\mathbf{S}^{\mathsf{H}}=\mathbf{U}^{\mathsf{H}}\boldsymbol{\Delta}_{\mathrm{c}}^{\star}\mathbf{U}$ 时，可达到最大感知速率，其中 $\mathbf{U}^{\mathsf{H}}\mathrm{diag}\{\lambda_1,\cdots,\lambda_N\}\mathbf{U}$ 表示 $\mathbf{R}$ 的特征分解（ED），且 $\boldsymbol{\Delta}_{\mathrm{c}}^{\star}=\mathrm{diag}\{s_1^{\star},\cdots,s_N^{\star}\}$。当 $p_{\mathrm{s}}\to\infty$时，可达到的最大感知速率满足

$$\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}\approx\mathcal{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}\left(\log_2 p_{\mathrm{s}}-\mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}\right), \tag{5}$$

其中，$\mathcal{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}=\frac{NM}{L}$ 且 $\mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\log_2\left(\frac{N\sigma_{\mathrm{c}}^2}{L\lambda_n}\right)$。

证明：与 [7, 定理 3] 的证明类似。■

注 1。(5) 中的结果表明，C-SIC 实现的 SR 的高信噪比斜率和高信噪比功率偏移分别为 $\frac{NM}{L}$ 和 $\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\log_2\left(\frac{N\sigma^2}{L\lambda_n}\right)$。

2) 通信性能：感知到目标响应后，可以从 (1) 中所示的叠加感知与通信信号 $\mathbf{Y}$ 中减去感知回波信号 $\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{S}$。随后，剩余部分将用于恢复 $\{\mathbf{x}_k\}_{k=1}^{K}$ 中包含的数据信息。为揭示所考虑的上行链路 NOMA-ISAC 的性能上界，我们假设通过 C-SIC 完美消除了感知回波信号。在此基础上，基站经过 C-SIC 后观测到以下信号：

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{c}}=\sum_{k=1}^{K}\mathbf{h}_k\mathbf{x}_k^{\mathsf{H}}+\mathbf{N}^{\mathsf{H}}. \tag{6}$$

随后，采用基于最小均方误差（MMSE）-SIC 的内级解码器来检测 K 上行非正交多址信号 $\{\mathbf{x}_k\}_{k=1}^{K}$，如图 2 所示。CU k 的信干噪比（SINR）为 $\gamma_k^{\mathrm{c}}=\mathbf{h}_k^{\mathsf{H}}\left(\mathbf{I}+\sum_{i=1}^{k-1}p_{\mathrm{c}}\mathbf{h}_i\mathbf{h}_i^{\mathsf{H}}\right)^{-1}\mathbf{h}_k$。定义 $\mathbf{H}=[\mathbf{h}_1\cdots\mathbf{h}_K]\in\mathbb{C}^{M\times K}$ 后，总通信速率可计算为 [9]

$$\overline{\mathcal{R}}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}=\sum_{k=1}^{K}\log_2(1+\gamma_k^{\mathrm{c}})=\log_2\det(\mathbf{I}+p_{\mathrm{c}}\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}). \tag{7}$$

请注意，最小均方误差串行干扰消除解码器能够达到总通信速率容量。此外，无论采用哪种解码顺序，总通信速率始终相同 [9]。接下来，我们通过中断概率和遍历通信速率（ECR）评估通信性能。

中断概率定义为总通信速率低于目标速率 $\mathcal{R}$ 的概率，可写为

$$\mathcal{P}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}=\Pr(\overline{\mathcal{R}}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}<\mathcal{R})=\Pr(\det(\mathbf{I}+p_{\mathrm{c}}\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}})<2^{\mathcal{R}}). \tag{8}$$

然而，要推导中断概率的可处理闭式表达式颇具挑战 $\mathcal{P}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}$。为进一步深入分析，我们将如下刻画高信噪比区间内的中断概率。

定理 2. 当 $p_{\mathrm{c}}\to\infty$ 时，中断概率满足 $\mathcal{P}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}\simeq\mathcal{O}(p_{\mathrm{c}}^{-MK})$。

证明：更多细节请参见 [9] 。■

注 2. 定理 2 的结果表明，C-SIC 所达到的总通信速率的分集阶数为 KM。

和遍历保密速率定义为 $\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}=\mathbb{E}\{\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{c}}{}_{\mathrm{c}}\}$。注意，为 $\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}$ 推导一个可处理的表达式同样是一项具有挑战性的任务。因此，我们考察和遍历保密速率的高信噪比极限。

定理 3。当 $p_{\mathrm{c}}\to\infty$ 时，和遍历保密速率满足

$$\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}\approx\mathcal{S}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}\left(\log_2 p_{\mathrm{c}}-\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}\right), \tag{9}$$

其中 $\mathcal{S}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}=K$，$\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}=\frac{-1}{K}\sum_{k=1}^{K}\ddot{\mathrm{A}}\log_2\alpha_k+\sum_{a=1}^{M-k}{}^{a^{-1}}\underline{\ }_{C\ln 2}$ ä，且 C 为欧拉常数。

证明：更多细节请参见附录 B。备注 3。式 (9) 的结■果表明，C-SIC 所实现的和遍历保密速率的高信噪比斜率和高信噪比功率偏移分别为 K 和 $\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}$。

B. 采用感知中心型串行干扰消除的通感一体化

在研究了 C-SIC 所实现的感知与通信性能后，下面转而讨论串行干扰消除。

1）通信性能：在第 l 个时隙，基站观测到的信号向量如下：

$$\mathbf{y}_l=\sum_{k=1}^{K}\mathbf{h}_k x_{k,l}+\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{s}_l+\mathbf{n}_l, \tag{10}$$

其中 $\mathbf{n}_l\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0},\mathbf{I})$ 如图 2 所示。我们利用内级最小均方误差串行干扰消除解码器来检测信息比特，该解码器可实现总通信速率容量 [9]。从最坏情况设计的角度来看，总干扰加噪声项 $\mathbf{a}_l=\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{s}_l+\mathbf{n}_l$ 被视为高斯噪声 [8]。因此，第 l 个时隙的上行链路和保密速率如下所示。

引理 2。串行干扰消除所达到的总通信速率为 $\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{s}}{}_{\mathrm{c}\,l}=\log_2\det(\mathbf{I}+p_{\mathrm{c}}\varrho_l^{-2}\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}})$，其中 $\varrho_l^2=1+|\mathbf{s}_l^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{s}_l|$。

Proof: 详情请参见附录 C pp详见附录 C。■

上行链路总通信速率随时隙索引变化。因此，我们使用 $\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{s}}{}_{\mathrm{c}\,l}$ 关于 l 的期望来评估通信性能，即 $\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{s}}{}_{\mathrm{c}}=\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{s}}{}_{\mathrm{c}\,l}$。

上行链路总通信速率的中断概率可写为 $\mathcal{P}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}=\Pr(\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{s}}{}_{\mathrm{c}}<\mathcal{R})$。利用定理 2 和夹逼定理中的结果，我们将中断概率的高信噪比性能刻画如下。

定理 4。当 $p_{\mathrm{c}}\to\infty$ 时，中断概率满足 $\mathcal{P}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}\simeq\mathcal{O}(p_{\mathrm{c}}^{-MK})$。备注 4。定理 4 的结果表明，串行干扰消除所达到的总通信速率的分集阶数为 KM。

上行链路遍历保密速率由 $\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}=\mathbb{E}\{\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{s}}{}_{\mathrm{c}}\}$ 给出。采用与附录 B 中所述类似的步骤，可得定理 5。

定理 5. 当 $p_{\mathrm{c}}\to\infty$ 时，和遍历保密速率满足

$$\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}\approx\mathcal{S}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}\left(\log_2 p_{\mathrm{c}}-\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}\right), \tag{11}$$

其中 $\mathcal{S}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}=K$，$\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}=\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}{}_2\varrho_l^2-$ 且 $\log_2\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}{}_2\alpha_k+\sum_{a=1}^{M-k}\frac{a^{-1}_}{2}$ Älog$_{C\ln 2}$ä。

注 5. 式 (11) 的结果表明，串行干扰消除所实现的和遍历保密速率的高信噪比斜率和高信噪比功率偏移分别为 K 和 $\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}$。

2) 感知性能：在解码完通信用户发送的所有信息比特后，基站可以利用串行干扰消除，从 $\mathbf{Y}$ 中消除 $\sum_{k=1}^{K}\mathbf{h}_k\mathbf{x}_k^{\mathsf{H}}$。随后，剩余部分用于感知目标响应。为揭示性能上界，我们假设 $\sum_{k=1}^{K}\mathbf{h}_k\mathbf{x}_k^{\mathsf{H}}$ 已被完美消除。在此基础上，基站在串行干扰消除后观测到以下信号：

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{s}}=\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{S}+\mathbf{N}^{\mathsf{H}}. \tag{12}$$

因此，将 (3) 中的 p_{c} 设为 0，即可得到最大感知速率：

$$\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}}=\text{最大值}_{\mathrm{tr}(\mathbf{S}\mathbf{S}^{\mathsf{H}})\le Lp_{\mathrm{s}}}ML^{-1}\log_2\det(\mathbf{I}+\mathbf{S}^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{S}). \tag{13}$$

通过推导定理 1 的方法，我们得到定理 6。定理 6。串行干扰消除所达到的最大感知速率为

$$\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}}=ML^{-1}\sum_{n=1}^{N}\log_2\left(1+\lambda_n a_n^{\star}\right), \tag{14}$$

其中 $a_n^\star = \{0, \nu^{-1} - \lambda_n^{-1}\}$ $\sum_{n=1}^{N} \{0, \nu^{-1} - \max$ 表示最大值。感知速率在 SS U U 且 $\mathbf{\Delta}_{\mathrm{s}}^\star = \mathrm{diag}\{a_1^\star, \cdots, a_N^\star\}$ 时达到最大值。当 $p_{\mathrm{s}} \to \infty$ 时，我们有

$$\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}} \approx \mathcal{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}} \left(\log_2 p_{\mathrm{s}} - \mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}}\right), \tag{15}$$

其中 $\mathcal{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}} = \frac{NM}{L}$ 和 $\mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \log_2 \frac{N}{L\lambda_n}$。

注 6. 式 (15) 的结果表明，串行干扰消除所实现的感知速率的高信噪比斜率和高信噪比功率偏移分别为 $\frac{NM}{L}$ 和 $\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \log_2 \frac{N}{L\lambda_n}$。

C. 关于 SIC 排序的讨论

下面讨论 SIC 排序的影响。我们首先关注感知速率。通过比较式 (5) 和式 (15)，可得以下结果。

注 7. $\mathcal{S}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}} = \mathcal{S}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}} = \frac{NM}{L}$ 这一事实表明，SIC 排序不会影响感知速率的高信噪比斜率。

推论 1. 由于 $p_{\mathrm{s}} \to \infty$，我们可以得到

$$\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}} - \mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}} \approx NML^{-1}\left(\mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}} - \mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}}\right) = NML^{-1}\log_2 \sigma_{\mathrm{c}}^2 \tag{16}$$

$$= \frac{NM}{L}\log_2\left(1 + p_{\mathrm{c}}\sum_{k=1}^{K}\alpha_k\right) \triangleq \mathcal{E}_{\mathrm{s}} > 0. \tag{17}$$

注释8。上述结果表明，SIC排序通过影响其高信噪比功率偏移，进而影响SR。更具体地说，在可实现的SR方面，串行干扰消除优于C-SIC，信噪比差距为 $\mathcal{E}_{\mathrm{s}}$ 个3 dB单位 *[9]*。换言之，若要达到与串行干扰消除相同的SR，C-SIC就必须额外消耗 $\mathcal{E}_{\mathrm{s}}$ 个3 dB单位的信噪比，以抵御帧间干扰 *[9]*。

需要注意的是，差距 $\mathcal{E}_{\mathrm{s}}$ 是通信功率预算 p_{c}的单调递增函数，这符合预期。

接下来，我们考察总通信速率。通过比较定理2和定理4的结果，我们发现，SIC排序不会影响总通信速率的分集阶数。众所周知，高信噪比中断概率由阵列增益和分集阶数决定 [9]。由于SIC排序不会影响分集阶数，我们可以推断，SIC排序可能会影响阵列增益。遗憾的是，量化阵列增益方面的差距颇具挑战性，因此将其留作未来工作的一个潜在方向。接下来，我们比较(9)和(11)，由此得到以下结果。

备注9。 $\mathcal{S}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}} = \mathcal{S}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}} = K$ 这一事实表明，SIC排序对ECR的高信噪比斜率没有影响。推论2。由于 $p_{\mathrm{c}} \to \infty$，我们可以得到

$$\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}} - \mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}} \approx K\left(\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}} - \mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}\right) = KL^{-1}\sum_{l=1}^{L}\log_2 \varrho_l^2 \tag{18}$$

$$= KL^{-1}\sum_{l=1}^{L}\log_2(1 + |\mathbf{s}_l^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{s}_l|) \triangleq \mathcal{E}_{\mathrm{c}} > 0. \tag{19}$$

备注1。上述结果表明，SIC排序通过改变其高信噪比功率偏移来影响和遍历保密速率。尤其是，在可实现的ECR方面，C-SIC优于串行干扰消除，信噪比差距为 $\mathcal{E}_{\mathrm{c}}$ 个3 dB单位 *[9]*。

总结：上述论述表明，SIC顺序通过影响阵列增益和高信噪比功率偏移来影响SR和通信速率。

D. 速率区域刻画

在分析感知与通信性能并讨论 SIC排序的影响后，接下来我们刻画 NOMA-ISAC 所实现的感知速率-通信速率区域。

系统	总通信速率		SR
	$\mathcal{D}$	$\mathcal{S}$	$\mathcal{S}$
通感一体化（串行干扰消除）	MK	K	NM/L
通感一体化（C-SIC）	MK	K	NM/L
通感一体化（时分共享）	MK	K	NM/L
FDSAC	MK	$\alpha K\ (1-\alpha)NM/L$	

T表 I：分集阶数（$\mathcal{D}$）和高信噪比 S 斜率（$\mathcal{S}$）

注意，$(\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}}, \overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{s}}{}_{\mathrm{c}})$ 和 $(\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}, \overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{c}}{}_{\mathrm{c}})$ 分别表示串行干扰消除和 C-SIC 的最大可达速率元组。此外， $\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}}$ 和 $\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{c}}{}_{\mathrm{c}}$ 分别表示 NOMA-ISAC 所实现的最大感知速率和总通信速率。利用广为人知的时分共享策略，即以概率 p 应用串行干扰消除，以概率 $1-p$ 应用 C-SIC，我们发现对于 $p \in [0,1]$，速率元组 $(\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{p}, \overline{\mathcal{R}}^{p}{}_{\mathrm{c}})$ 是可达的，其中 $\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{p} = p\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}} + (1-p)\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}$ 和 $\overline{\mathcal{R}}^{p}{}_{\mathrm{c}} = p\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{s}}{}_{\mathrm{c}} + (1-p)\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{c}}{}_{\mathrm{c}}$。令 $\mathcal{R}^{\mathrm{s}}$ 和 $\mathcal{R}^{\mathrm{c}}$ 分别表示可达感知速率和和遍历保密速率。则通感一体化所实现的速率区域为

$$\mathcal{C}_{\mathrm{i}} = \left\{(\mathcal{R}^{\mathrm{s}}, \mathcal{R}^{\mathrm{c}}) \,|\mathcal{R}^{\mathrm{s}} \in [0, \mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{p}], \mathcal{R}^{\mathrm{c}} \in [0, \mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{p}], p \in [0,1]\right\}, \tag{20}$$

其中 $\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{p} = \mathbb{E}\{\overline{\mathcal{R}}^{p}{}_{\mathrm{c}}\}$。根据夹逼定理，我们得到以下结果。

推论3. 对于给定的 $p \in [0,1]$，我们有 $\lim_{p_{\mathrm{c}}\to\infty} \Pr(\overline{\mathcal{R}}^{p}{}_{\mathrm{c}} < \mathcal{R}) \simeq \mathcal{O}(p_{\mathrm{c}}^{-MK})$。

推论4. 对于给定的 $p \in [0,1]$，我们有 $\lim_{p_{\mathrm{c}}\to\infty} \mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{p} \simeq K(\log_2 p_{\mathrm{c}} - \mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{p})$，其中 $\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{p} = (1-p)\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}} + p\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}} \in [\mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}}, \mathcal{L}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{s}}]$。

推论 5 $p \in [0,1]$ $p_{\mathrm{s}}\to\infty$ $\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{p} \simeq$. 对于给定的，我们有 $\frac{NM}{L}\log_2 p_{\mathrm{s}} - \mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{p}$ $\mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{p} = p\mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}} + (1-p)\mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}} \in [\mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{s}}, \mathcal{L}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{c}}]$ $\lim(\log)$，其中 $(\,)$。

注11. 上述结果表明，时分共享策略实现的任何速率元组都具有相同的分集阶数和高信噪比斜率。

IV. FDSAC 的性能

我们将 FDSAC 作为基准场景，其中总带宽的 $\alpha \in [0,1]$ 部分用于通信，其余部分用于感知。根据 [6], [7],，总通信速率和感知速率分别为 $\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{f}}{}_{\mathrm{c}} = \alpha\log_2\det(\mathbf{I} + p_{\mathrm{c}}\alpha^{-1}\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}})$ 和 $\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{f}} = \max_{\mathrm{tr}(\mathbf{S}\mathbf{S}^{\mathsf{H}}) \le Lp_{\mathrm{s}}} {}^{M}_{(1-\alpha)L}\log_2\det(\mathbf{I} + \frac{1}{1-\alpha}\mathbf{S}^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{S})$。据此，我们推导出以下推论。推论6. 当 $p_{\mathrm{c}} \to \infty$ 时，FDSAC 实现的总通信速率的中断概率满足 $\Pr(\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{f}}{}_{\mathrm{c}} < \mathcal{R}) \simeq \mathcal{O}(p_{\mathrm{c}}^{-MK})$。

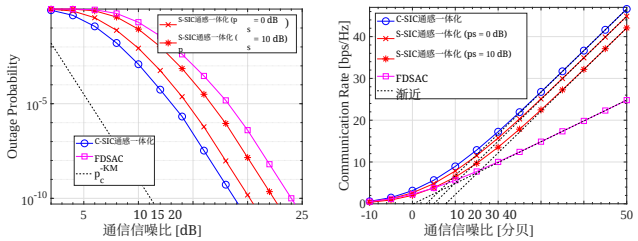
证明：与定理 2 的证明类似。推论7. $\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{f}} = \mathbb{E}\{\overline{\mathcal{R}}^{\mathrm{f}}{}_{\mathrm{c}}\}$ ■ 和 $\mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{f}}$ 的高信噪比斜率分别为 αK 和 $(1-\alpha)\frac{NM}{L}$。

证明：与定理 3 和定理 6 的证明类似。此外， ■ FDSAC 实现的速率区域为 $\mathcal{C}_{\mathrm{f}} = \left\{(\mathcal{R}^{\mathrm{s}}, \mathcal{R}^{\mathrm{c}}) \,|\mathcal{R}^{\mathrm{s}} \in \left[0, \mathcal{R}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{f}}\right], \mathcal{R}^{\mathrm{c}} \in \left[0, \mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{f}}\right], \alpha \in [0,1]\right\}$. (21)。完成所有分析后，我们在表 I 中总结了与分集阶数和高信噪比斜率相关的结果。

注释 12。表 I 中的结果表明，对于和通信速率而言，通感一体化和 FDSAC 具有相同的分集阶数。此外，由于 $\alpha \in [0,1]$，我们发现通感一体化的高信噪比斜率大于 FDSAC，这意味着通感一体化比 FDSAC 提供更多自由度 *[9]*。

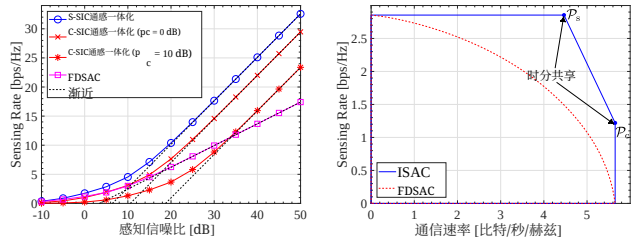
V. 数值结果

本节使用计算机仿真结果验证所推导结果的准确性。主要仿真参数设置如下： $M = 3$, $N = 3$, $K = 3$, $L = 4$,



(a) $\mathcal{R}=5$ 比特/秒/赫兹下的中断概率。 (b) 和遍历保密速率。

图3：通信性能。 $\alpha=0.5$。



(a) $\alpha=0.5$。 (b) $p_{\mathrm{c}}=5$ dB 和 $p_{\mathrm{s}}=5$ dB。

图4：(a) 感知性能；(b) 速率区域。

$\alpha_1=0.1$, $\alpha_2=0.5$, $\alpha_3=1$, 且 R 的特征值为 $\{1, 0.1, 0.05\}$。

图3(a)绘出了 OP 随通信信噪比 p_{c} 变化的曲线。如图所示，C-SIC通感一体化和 FDSAC 分别取得最低和最高的 OP。在高信噪比区域，ISAC 和 FDSAC 的 OP 曲线与表示 p_{c}^{-KM} 的曲线平行。这一观察结果意味着，所展示的四种情形具有相同的分集阶数 KM。此外，C-SIC 的 OP 低于 S-SIC，这表明 C-SIC 的阵列增益高于 S-SIC，从而支持了我们在第三节-C中的讨论。图3(b)绘出了和遍历保密速率随 p_{c} 变化的曲线。可以看出，在高信噪比区间，渐近结果与所给出的仿真结果吻合良好。此外，C-SIC通感一体化和 S-SIC通感一体化具有相同的高信噪比斜率，且该斜率大于 FDSAC 所达到的斜率，从而验证了注释12。如图3(b)所示，在高信噪比区域达到相同通信速率时，C-SIC 比 S-SIC 具有恒定的信噪比差距，且该差距随 p_{s} 增大。这与我们在注释10中关于 SIC排序的讨论一致。

图4(a)绘制了感知信噪比为 p_{s} 时的感知速率。如预期，S-SIC通感一体化 achieves the largest SR whereas FDSAC achieves the lowest high-SNR SR. 我们观察到，在高信噪比区域，渐近结果与仿真结果吻合良好。此外，通感一体化相比FDSAC具有更大的高信噪比斜率。值得注意的是，在高信噪比区域达到相同感知速率时，S-SIC相较于C-SIC具有恒定的信噪比差距优势，并且当 p_{c} 取值更大时，这一差距更加明显。这与我们在注释8中的讨论一致。图4(b)进一步比较了FDSAC和通感一体化所实现的感知与通信速率区域。对于通感一体化，点 $\mathcal{P}_{\mathrm{s}}$ 和$\mathcal{P}_{\mathrm{c}}$ 分别由S-SIC和C-SIC实现。连接 $\mathcal{P}_{\mathrm{s}}$ 和 $\mathcal{P}_{\mathrm{c}}$ 的线段由时间共享策略实现。如预期， $\mathcal{P}_{\mathrm{s}}$ 和 $\mathcal{P}_{\mathrm{c}}$ 分别实现了最大的感知速率和通信速率，这反映了SIC排序的影响。最重要的是，我们发现FDSAC的速率区域完全包含于通感一体化的速率区域内，这凸显了通感一体化的优越性。

六、结论

本文分析了非正交多址-通感一体化所实现的上行感知与通信性能。我们推导了分集阶数、高信噪比斜率和高信噪比功率偏移，以讨论SIC排序的影响。分析结果和数值结果表明，SIC排序通过塑造高信噪比功率偏移和阵列增益，影响感知速率和通信速率。

附录

A. 引理 1 的证明

令 $\mathbf{z}_m^{\mathsf{H}}$ 和 $\mathbf{n}_m^{\mathsf{H}}$ 分别表示 Z 和 $\mathbf{N}^{\mathsf{H}}$ 的第 m 行。我们有 $\mathbf{n}_m \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{I})$ 且 $\mathbf{z}_m = \sum_{k=1}^{K} h_{k,m}^{*}\mathbf{x}_k + \mathbf{n}_m$。由此可得 $\mathbb{E}\{\mathbf{z}_m\} = 0$ 和 $\mathbb{E}\{\mathbf{z}_m \mathbf{z}_m^{\mathsf{H}}\} = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k p_{\mathrm{c}} + 1 = \sigma_{\mathrm{c}}^2$。此外，对于 $m \neq m'$，有 $\mathbb{E}\{\mathbf{z}_m \mathbf{z}_{m'}^{\mathsf{H}}\} = \mathbb{E}\{|h_{k,m}|^2\}\mathbb{E}\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^{\mathsf{H}}\} + \mathbf{I} = \mathbf{0}$。此外，对于 $\mathbb{E}\{\mathbf{z}_m \mathbf{n}_{m'}^{\mathsf{H}}\} = \mathbb{E}\{h_{k,m}^{*}\}\mathbb{E}\{\mathbf{x}_k \mathbf{n}_{m'}^{\mathsf{H}}\} = \mathbf{0}$。因此，当将 Z 视为高斯噪声时，其中包含 LM 个独立同分布的复高斯元素，每个元素的均值为零、方差为 σ_{c}^2。按照 [7, 附录 C]，中所述的类似步骤，可以得到引理 1。

B. 定理 3 的证明

根据 $p_{\mathrm{c}} \to \infty$，我们有 $\mathcal{R}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{c}} \approx \mathbb{E}\{\log_2 \det(p_{\mathrm{c}}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}\mathbf{H})\}$。注意，$\mathbf{H} = \mathbf{H}\mathrm{diag}\{\sqrt{\alpha_1}, \ldots, \sqrt{\alpha_K}\}$，其中 H 包含 KM 个独立同分布的标准复高斯元素。由此可得 $\mathbb{E}\{\log_2 \det(p_{\mathrm{c}}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}\mathbf{H})\} = \mathbb{E}\{\log_2 \det(\mathbf{H}^{\mathsf{H}}\mathbf{H})\} + K\log_2 p_{\mathrm{c}} + \sum_{k=1}^{K}\log_2 \alpha_k$。借助 [9, 式 (C.28)]，，即可得到最终结果。

C. 引理 2 的证明

注意，$\mathbb{E}\{\mathbf{a}_l\} = \mathbb{E}\{\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{s}_l\} + \mathbb{E}\{\mathbf{n}_l\} = 0$，且 $\mathbb{E}\{\mathbf{a}_l\mathbf{a}_l^{\mathsf{H}}\} = \mathbb{E}\{\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{s}_l\mathbf{s}_l^{\mathsf{H}}\mathbf{G}\} + \mathbf{I}$。根据 $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1 \ldots \mathbf{g}_M]$ 的统计特性，我们有 $\mathbf{g}_m^{\mathsf{H}}\mathbf{s}_l \sim \mathcal{CN}(0, |\mathbf{s}_l^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{s}_l|)$。由于 $\mathbf{g}_m$ 与 $\mathbf{g}_{m'}$ 对于 $m' \neq m$ 相互独立，因此有 $\mathbb{E}\{\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\mathbf{s}_l\mathbf{s}_l^{\mathsf{H}}\mathbf{G}\} = |\mathbf{s}_l^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{s}_l|\mathbf{I}$。因此，当 $\mathbf{a}_l$ 被视为高斯噪声时，其包含 M 个独立同分布的复高斯元素，每个元素的均值为零，方差为 $\varrho_l^2 = 1 + |\mathbf{s}_l^{\mathsf{H}}\mathbf{R}\mathbf{s}_l|$。最终结果立即可得。

参考文献

[1] F. Liu 等，“一体化感知与通信：面向 6G 及未来的双功能无线网络”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第 40 卷，第 6 期，第 1728–1767 页，2022 年 6 月。[2] Y. Dong 等，“一体化感知与通信的联合接收机设计：串行干扰消除是否最优？”，2022 年，arXiv:2211.05535。[3] M. Liu、M. Yang 和 A. Nallanathan，“上行链路和下行链路一体化感知与通信系统的性能”，载于 IEEE Globecom研讨会论文集，2022 年，第 1236–1241 页。[4] A. R. Chiriyath、B. Paul、G. M. Jacyna 和 D. W. Bliss，“雷达与通信共存性能的内界”，IEEE Trans. Signal Process.，第 64 卷，第 2 期，第 464–474 页，2016 年 1 月。[5] C. Zhang、W. Yi、Y. Liu 和 L. Hanzo，“半一体化感知与通信（Semi-ISaC）：从正交多址到非正交多址”，IEEE Trans. Commun.，提前出版，2023 年。[6] C. Ouyang 等，“上行集成感知与通信系统的性能”，IEEE Commun. Lett.，第 26 卷，第 8 期，第 1769–1773 页，2022 年 8 月。[7] C. Ouyang 等，“下行链路和上行链路一体化感知与通信（通感一体化）系统的性能”，IEEE Wireless Commun. Lett.，第 11 卷，第 9 期，第 1850–1854 页，2022 年 9 月。[8] B. Hassibi 和 B. M. Hochwald，“多天线无线链路需要多少训练？”IEEE Trans. Inf. Theory，第 49 卷，第 4 期，第 951–963 页，2003 年 4 月。[9] R. W. Heath, Jr. 和 A. Lozano，《MIMO通信基础》，英国剑桥：剑桥大学出版社，2018 年。