arXiv:2302.03946v2 [math.OC] 7 Jan 2024

基于分位数预测和鲁棒优化的钢铁行业不确定条件下全厂副产煤气分配

Sheng-Long Jiang[a,*], Meihong Wang[b], I. David L. Bogle[c]

[a]重庆大学材料科学与工程学院，中国[b]谢菲尔德大学化学与生物工程系，英国[c]伦敦大学学院化学工程系，英国

摘要

副产煤气是现代钢铁工业最重要的能源资源之一，因为它对于向制造过程供应能源，以及将能源转化为蒸汽和电力等形式至关重要。钢铁厂副产煤气的最优分配能够显著降低能源成本和碳排放。然而，制造过程带来的数量和质量相关的不确定性很容易威胁供需平衡。遵循供应—储存—转换—需求网络，本研究开发了一种考虑不确定供应的煤气最优分配模型，并提出了一个两阶段鲁棒优化（TSRO）模型，其中包括旨在最小化转换单元启停成本的“先行决策”，以及旨在最小化煤气柜运行成本和需求惩罚的“等待观望”决策。为将TSRO模型应用于实践，本研究提出一种“先量化、后优化”的方法：（1）利用基于分位数回归的多步时间序列模型量化剩余煤气的不确定

*通讯作者：sh.l.jiang.jx@gmail.com

提交至爱思唯尔的预印本 *2024*年*1*月*9*日

性；（2）通过列与约束生成算法求得最优解。最后，本研究通过一个工业能源系统案例研究验证了所提出的方法。

关键词：
副产煤气、鲁棒优化、不确定性量化、分位数预测、钢铁工业

---

1. 引言

鉴于全球人口和生活水平不断提高，预计未来几十年钢铁需求将持续增长，尤其是在中国、印度和巴西等发展中国家 [1]。然而，钢铁工业也是一个高耗能、高污染行业，约占能源相关消费的8%，并贡献了全球CO_2排放的6% [2]。如果要实现低碳和可持续的制造业未来，这是世界必须面对的核心挑战。中国是全球最大的钢铁生产国，2021年粗钢产量超过10亿吨，并约占温室气体排放总量的15% [3]。

在钢铁联合企业中，从铁矿石到钢铁产品的生产主要依赖煤炭相关资源，并产生大量副产煤气。副产煤气被认为是最重要的二次能源，其消耗量约占全厂能源系统[4]总能耗的 30%。副产煤气来自焦炉、高炉和碱性氧气转炉，分别称为焦炉煤气（COG）、高炉煤气

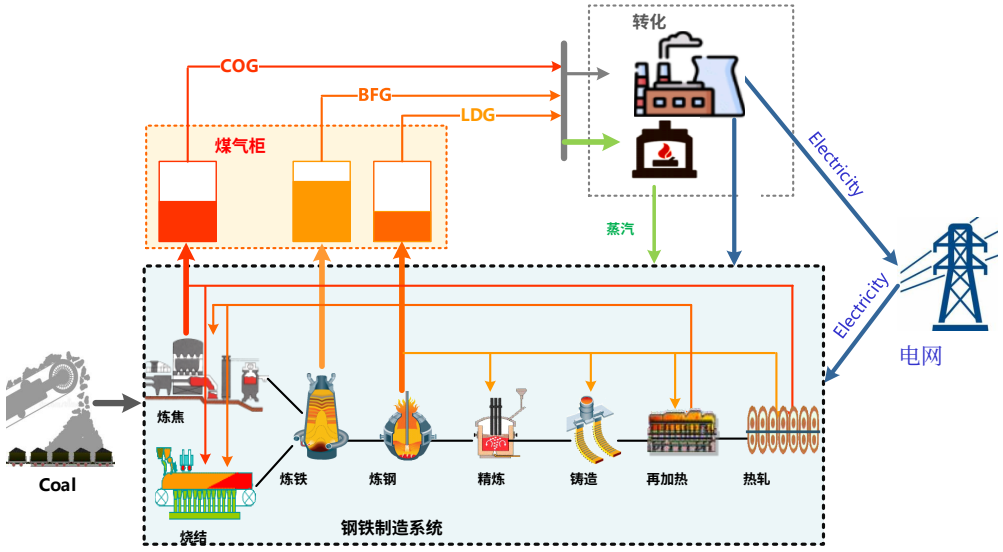


图1：钢铁联合企业中的副产煤气系统。

（BFG）和转炉煤气（LDG）。如图 1 所示，副产煤气首先输送至制造系统中的其他生产单元。此外，剩余煤气会储存在专用煤气柜中，或转化为其他能源（即蒸汽和电力），以满足部分生产单元的需求。利用副产煤气发电可降低市场采购成本。如果剩余煤气无法转化，且超过煤气柜的容量，就必须通过火炬放散排入空气中，造成能源无谓损失和环境污染。综上所述，这些流程涉及的单元分为三部分：

1）制造系统包含生产单元，既是供应方，也是用户。

2）储存系统包含煤气柜，起缓冲装置的作用。3）转换系统包含锅炉、热电联产和干熄焦装置，起调节装置的作用。

因此，如何制定最优决策，将副产煤气分配给这些子系统，是提高能源效率和减少排放的重要途径。然而，有多种因素会导致能源系统存在不确定性，包括以下几点：

1）质量相关不确定性，即制造系统产生的副产煤气热值会发生变化，因为煤气中的可燃组分（H2、CH4、CO）会随机变化。

2）数量相关不确定性，即副产煤气的体积无法准确估算，因为制造系统中的工艺单元无法得到完全控制。

鉴于这些因素相当复杂，基于副产煤气完全确定这一理想假设的传统优化分配模型往往难以在实践中奏效。为克服这些不足，本研究提出一种鲁棒优化（RO）方法，可提供多种灵活策略来应对不确定性，帮助副产煤气系统以较低风险运行。本研究的贡献可概括如下：

1）构建基于网络流的数学模型，实现钢铁联合企业副产煤气的最优分配。
2）建立两阶段鲁棒优化（TSRO）模型，以便在不确定性下做出“先行决策”和“后续决策”。

3）提出一种采用“先量化，再优化”思路求解 TSRO 的方法。

本文其余部分安排如下。第2节回顾钢铁联合企业中的最优分配模型，以及处理不确定性的鲁棒优化技术。第3节提出一个基于优化的副产煤气分配数学规划模型，并将其构建为不确定条件下的 TSRO 模型。第4节遵循“先量化，再优化”的思路，将 TSRO 重新表述为数据驱动两阶段鲁棒优化模型（DD-TSRO）。第5节介绍计算研究，以验证所提出方法的有效性。第6节总结本文并对未来研究提出建议。

2. 文献综述

基于优化的数学模型为钢铁厂副产煤气分配决策提供了有力工具。早在1980年，Markland [5] 便首次构建了基于线性规划（LP）的副产煤气最优分配模型，以提高能源效率并降低外购燃料成本。1991年，Akimoto等人 [6]首次提出了基于混合整数线性规划（MILP）的分配模型，其中纳入了煤气柜的运行成本。Kim等人构建了基于MILP的模型，以确定最优煤气分配，同时优化多个相互冲突的目标 [7], ，并使其满足变化的能源需求和价格[8]。此后，研究重点转向构建副产煤气最优分配模型，而MILP逐渐成为最受欢迎的建模工具。例如，Kong等人 [9] 同时优化了

储存、转换和制造系统中的副产煤气分配。Zhao等人研究了如何在不同目标因素（ [10] 即锅炉和煤气柜的惩罚项）以及分时电价 [11]条件下实现最优煤气分配。Zeng 等人 [12] 假设副产煤气的产气率随时间变化，从而提高了供给侧的灵活性。Hu 等人 [13] 在热电联产系统中考虑能量转换设备新的启停行为，并给出了最优煤气分配方案。这些研究为副产煤气分配的决策过程提供了见解。然而，这些研究被认为过于理想化，因为它们没有考虑不确定性，并且依赖于完全已知的参数。

近年来，一些从业者建议在副产煤气调度实践中纳入不确定性。Zhao 等人 [14] 提出了一种数据驱动的两阶段优化模型：在预测阶段，使用基于高斯核的回归模型预测外购能源的消耗量；在第二阶段，则通过数学规划模型以滚动时域的方式求取最优解。Jin 等人 [15] 建立了一种因果推理模型，用于预测各煤气柜的区间范围，并开发了一个四层因果网络来构造候选解，同时利用评价指标选出最佳解。Pena 等人[16] 提出了不同的时间序列预测模型，以考虑连续与离散过程之间的差异，随后使用混合整数线性规划模型以滚动时域的方式构建动态调节模型。针对钢铁企业对碳捕集、利用与封存的需求，Xi 等人 [17] 将梯度提升回归树用作能量转换系统的代理模型，然后使用

粒子群优化算法寻找最优分配决策。这些研究均假设决策者掌握的信息有限，但能够借助机器学习技术准确预测关键参数。

然而，现实世界中的副产煤气系统具有高度复杂的不确定性，而可获得的信息却很少。鲁棒优化是一种新颖的技术，除潜在不确定性的上下界之外，即使缺乏有关潜在不确定性的信息，也能够开展工作；它旨在一个经过综合构建的“不确定集”内，寻求涵盖最坏情况成本的最优解。有关鲁棒优化发展与应用的全面总结，可参见教程[18] 以及Gabrel等人[19] 和Rahimian等人[20]的综述。经典鲁棒优化中的信息匮乏总会使最优解过于保守，因此如今许多研究者正尝试从历史数据中挖掘更多信息，以发展一种新型鲁棒优化，称为数据驱动鲁棒优化或分布式鲁棒优化（DRO） [21]。Delage等人[22] 开发了基于矩的分布式鲁棒优化模型，并引入均值和方差信息。Bertsimas等人 [23] 利用统计假设检验确定紧致的风险价值界，并校准不确定集。Shang等人 [24] 和Ning等人 [25]利用各种机器学习技术推导出数据驱动的多面体不确定集，例如支持向量机（SVM）、主成分分析（PCA）和核密度估计（KDE）。分布式鲁棒优化也已应用于工业过程中的能源管理系统（EMS） [26]。Zhao 等人 [27] 提出了基于KDE的分布式鲁棒优化模型，以解决不确定条件下工业蒸汽系统的运行优化问题。Shen等人 [28] 在乙烯厂的能源系统中应用了基于SVM的分布式鲁棒优化模型。

近期研究倾向于关注钢铁联合企业中的不确定能源分配问题，并假设关键参数（即煤气柜液位）或不确定条件下供需之间的关系是可预测的，进而利用确定性优化模型求得最优决策。然而，现实制造与能源系统中大量无法预见的事件可能会影响预测精度以及优化模型的可行性。为构建更为合理的模型，本研究针对制造系统中不确定天然气供应条件下的副产煤气分配问题进行建模，并通过机器学习校准不确定集。

3. 供应不确定性下的最优分配

3.1. 副产煤气系统网络

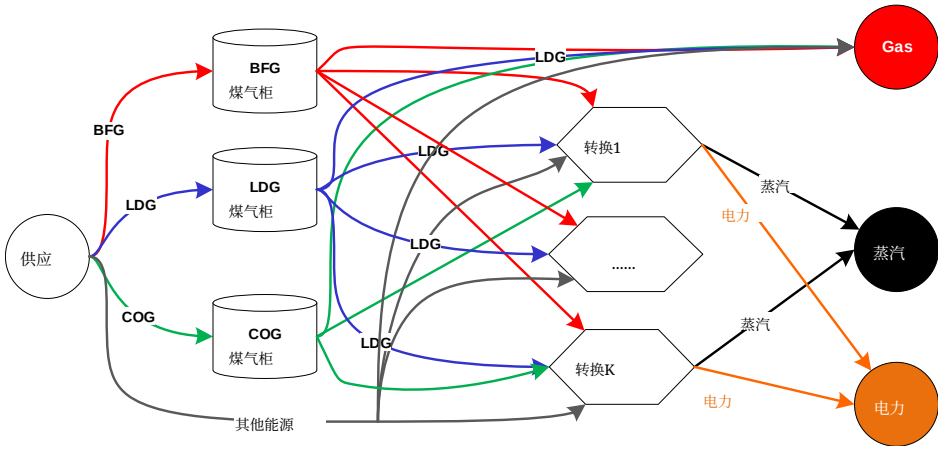


图 2：副产煤气系统的网络流。

本研究考虑副产煤气系统网络（$\mathcal{K}$，$\mathcal{A}$），其中$\mathcal{K}$ 表示处理单元，$\mathcal{A}$ 表示单元之间的流量。所有

处理单元由以下四种角色组成:

1) 供应（$\mathcal{K}^{+}$），向系统供应剩余煤气及其他能源。2) 储存（$\mathcal{K}^{S}$），包括高炉煤气、焦炉煤气和转炉煤气的煤气柜。3) 转化（$\mathcal{K}^{C}$），将剩余煤气转化为其他能源，即电力和蒸汽。4) 需求（$\mathcal{K}^{-}$），表示钢铁厂的能源需求。

假设能源管理系统收集了所有所需信息，数学模型将针对有限时间范围 $\mathcal{T}=\{1,2,\ldots,t,\ldots,T\}$ 内的副产煤气分配做出最优决策，其中 t 是时间段的索引。

3.2. 确定性优化模型

1) 储存单元:

在时间段 t 内，副产煤气流入各自专用的煤气柜（$k \in \mathcal{K}^{S}$），煤气柜液位的变化满足质量平衡[34]。这表示时间段 $t-1$ 与 t 之间的差值等于副产煤气的剩余体积减去输出流的总体积，可用以下线性方程描述:

$$u_{k,t}-u_{k,t-1}=\sum_{a\in\mathcal{A}^{+}(k)} z_{a,t}-\sum_{a\in\mathcal{A}^{-}(k)} f_{a,t},\quad k\in\mathcal{K}^{S},t\in\mathcal{T} \tag{1}$$

其中，$u_{k,\ 0}$ 为煤气柜初始液位。

由于每个煤气柜都必须在安全运行区域内运行，其液位具有以下下界和上界:

$$\underline{U}_{k}\leq u_{k,t},\leq \overline{U}_{k},\quad k\in\mathcal{K}^{S},t\in\mathcal{T} \tag{2}$$

由于运行约束，时段 $t-1$ 和 t 之间煤气柜 k 的煤气柜液位变化$|u_{k,\ t}-u_{k,\ t-1}|$不得超过 Δ_k。

$$u_{k,t}-u_{k,t-1}\leq\Delta_k, u_{k,t-1}-u_{k,t}\leq\Delta_k,\quad k\in\mathcal{K}^S, t\in\mathcal{T} \tag{3}$$

煤气柜 k 从中间液位 $u_{k,\ \mathrm{mid}}$ 到当前液位 $u_{k,\ t}$ 的偏差 $v_{k,\ t}$ 表示库存不足或库存过剩的风险。因此，偏差（$v_{k,\ t}$）可用以下不等式定义:

$$u_{k,t}-U_{k,\mathrm{mid}}\leq v_{k,t}, U_{k,\mathrm{mid}}-u_{k,t}\leq v_{k,t},\quad k\in\mathcal{K}^S, t\in\mathcal{T} \tag{4}$$

2）转换单元

通过转换单元（例如锅炉和热电联产），输入流可转化为其他输出流量，并且必须满足以下能源转换的输入-输出平衡。

$$\rho_k\sum_{a\in\mathcal{A}^+(k)}f_{a,t}\times\omega_{e:a}=\sum_{a\in\mathcal{A}^-(k)}f_{a,t}\times\omega_{e:a},\quad k\in\mathcal{K}^C, t\in\mathcal{T} \tag{5}$$

当转换单元开启时（$O_{k,\ t}=1$），其输入和输出能量流受转换单元 k 的容量限制。

$$\underline{F}^+_{k,a}O_{k,t}\leq f_{a,t}\leq\overline{F}^+_{k,a}O_{k,t},\quad k\in\mathcal{K}^C, a\in\mathcal{A}^+(k), t\in\mathcal{T} \tag{6}$$

$$\underline{F}^-_{k,a}O_{k,t}\leq f_{a,t}\leq\overline{F}^-_{k,a}O_{k,t},\quad k\in\mathcal{K}^C, a\in\mathcal{A}^-(k), t\in\mathcal{T} \tag{7}$$

为确保设备单元在正常工况下运行，输入流的混合热值必须大于最小值η^+_k。

$$\sum_{a\in\mathcal{A}^+(k)}f_{a,t}\times\omega_{e:a}\geq\eta^+_k\sum_{a\in\mathcal{A}^+(k)}f_{a,t}\times+bigM(O_{k,t}-1),\quad k\in\mathcal{K}^C, t\in\mathcal{T} \tag{8}$$

鉴于大容量设备低负荷运行被认为不经济 [13], ，输出流量与其最大限值之比不得低于规定的阈值η_k^- 。否则，应关闭转换单元。

$$\sum_{a\in\mathcal{A}^-(k)} f_{a,t} \geq \eta_k^- \sum_{a\in\mathcal{A}^-(k)} \overline{F}_{k,a}^- + bigM(O_{k,t}-1), \quad k\in\mathcal{K}^C, t\in\mathcal{T} \tag{9}$$

$$\sum_{a\in\mathcal{A}^-(k)} f_{a,t} \leq bigM \times O_{k,t}, \quad k\in\mathcal{K}^C, t\in\mathcal{T} \tag{10}$$

如果转换单元正在启动或停止（$S_{i,\ k}$），则其开关状态（$O_{k,\ t}$）也会在时段 $t-1$ 和 t之间发生变化。在实际情况下，转换单元应保持稳定运行，避免反复启停。因此，二元变量 $S_{k,\ t}$ 和 $O_{k,\ t}$ 之间的关系如下:

$$O_{k,t} - O_{k,t-1} \leq S_{k,t}, O_{k,t-1} - O_{k,t} \leq S_{k,t} \quad k\in\mathcal{K}^S, t\in\mathcal{T} \tag{11}$$

3）需求侧

需求侧有两类能源：排放气体（$\mathcal{K}_1^-$），包括高炉煤气、转炉煤气和焦炉煤气；以及产出能源（$\mathcal{K}_2^-$），包括电力和蒸汽。原则上，副产煤气（BDG、焦炉煤气、转炉煤气）的需求为零，因为盈余会造成环境污染，而短缺则会导致煤气柜的安全风险。其他能源的盈余意味着销售利润，而短缺则会产生采购成本。 t 时段的总发电能源（需求k的输入）必须满足其需求$d_{k,\ t}$。

$$\begin{cases} \sum_{a\in\mathcal{A}^+(k)} f_{a,t} - w_{k,t} \geq d_{k,t}, \quad k \in \mathcal{K}^{-,1}, t \in \mathcal{T} \\ \sum_{a\in\mathcal{A}^+(k)} f_{a,t} + w_{k,t} \geq d_{k,t}, \quad k \in \mathcal{K}^{-,2}, t \in \mathcal{T}. \end{cases} \tag{12}$$

其中，$w_{k,\ t}$ 表示 $\mathcal{K}_1^-$ 和 $\mathcal{K}_2^-$中的需求盈余和短缺。4）目标

根据上述假设和约束，所研究的副产煤气系统在时间范围（$\mathcal{T}$）内的最优目标值可表示如下:

$$\min f = \gamma_1 \sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{k\in\mathcal{K}^C} S_{k,t} + \gamma_2 \sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{k\in\mathcal{K}^C} v_{k,t} + \sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{k\in\mathcal{K}^-} \gamma_{3,k} w_{k,t} \tag{13}$$

其中，第一项表示转换单元的启停成本，第二项表示煤气柜偏离中间位置的运行成本，最后一项表示能源需求盈余或短缺的成本。需要指出的是，在（13）中，γ_1 and γ_2 是与单位无关的常数系数，而$\gamma_{3,\ k}$ 是与单位相关的系数。其他情况下，γ_2 由一组分段函数 [10]表示。

3.3. 两阶段鲁棒优化模型

需要指出的是，在煤气柜液位平衡方程 (1) 中，煤气供应的体积 ($z_{a,\ t}$) 等于生产单元的产气量减去其消耗量 [4]。鉴于生产单元无法得到完全控制，煤气体积是随机的，因此方程 (1) 需要在随机情况下成立。本研究假设 $z_{a,\ t}$ 是一个不确定变量，其变化范围为 $[z^{\circ}_{a,t} - \hat{}z^{-}_{a,\ t},\ z^{\circ}_{a,\ t} + \hat{}z^{+}_{a,\ t}]$，其中 $z^{\circ}_{a,\ t}$ 是预测值

（即标称值），而 $\hat{z}_{a,t}^{-}$，$\hat{z}_{a,t}^{+}$ 分别表示其最大负向和正向预测偏差。因此，随时间变化的随机供给可以表示为以下盒式不确定集。

$$\mathcal{Z}_{\text{box}} := \left\{ \boldsymbol{z} : z_{a,t} = z_{a,t}^{\circ} + \xi_{a,t}^{+}\hat{z}_{a,t}^{+} - \xi_{a,t}^{-}\hat{z}_{a,t}^{-}, 0 \le \xi_{a,t}^{-}, \xi_{a,t}^{+} \le 1, \forall a, t \right\} \tag{14}$$

由于盒式不确定集始终存在过度保守的问题，Bertsimas 和 Thiele [29] 引入了一个整数参数 $\Gamma_t(0 \le \Gamma_t \le T)$（不确定性预算），通过对绝对值约束求和来限制最大累积偏差。

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{\text{bud}} := \Big\{ \boldsymbol{z} : z_{a,t} = z_{a,t}^{\circ} + \xi_{a,t}^{+}\hat{z}_{a,t}^{+} - \xi_{a,t}^{-}\hat{z}_{a,t}^{-}, \\ 0 \le \xi_{a,t}^{-}, \xi_{a,t}^{+} \le 1, \sum_{t=1}^{T} \left(\xi_{a,t}^{+} + \xi_{a,t}^{-} \right) \le \Gamma_a, \forall a, t \Big\} \end{aligned} \tag{15}$$

利用上述定义的不确定集，可以构建一个 TSRO 模型：在第一阶段最小化中决定哪些机组启动或停止；而在通过对不确定集 $\mathcal{Z}$ 求最大值来实现潜在变化后，则在第二阶段最小化中确定实际运行变量。

$$\min_{O,S \in \{0,1\}} \left\{ \gamma_1 \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{k \in \mathcal{K}^C} S_{k,t} + \max_{z \in \mathcal{Z}} \min_{u,v,w,f \in \mathbb{R}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{k \in \mathcal{K}^S} \gamma_2 v_{k,t} + \sum_{k \in \mathcal{K}^-} \gamma_{3,k} \times w_{k,t} \right) \right\} \tag{16}$$

满足约束(1)-(12)

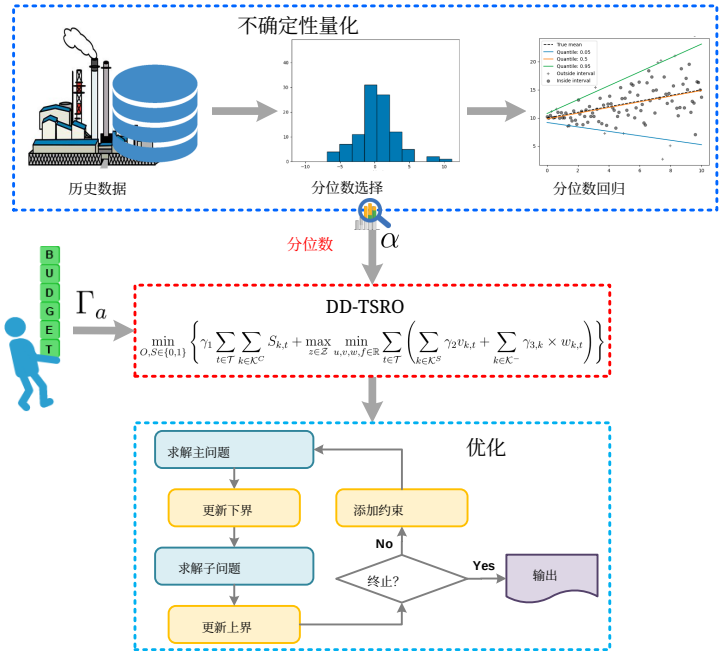


图3：所提出的DD-TSRO框架流程图。

4. DDRO建模与求解

上一节给出的公式为将TSRO应用于副产煤气分配模型提供了完整的框架，但数学模型需要与实际应用相结合。本节按照“先量化，后优化”的思路，将TSRO重新表述为DD-TSRO模型，具体步骤如图3所示。

4.1. 基于机器学习的不确定性量化

由于鲁棒优化技术在区间预测而非点预测方面颇具优势，因此可以应用 Koenker等人[31] 提出的条件分位数回归（CQR）来定义时间序列模型。CQR旨在量化时段 τ 的不确定天然气供应（$z_{a,\ \tau}$ 其中下标 a 在彩票论坛中省略】【。

本节）根据过去 p 时段的数据。

$$\tilde{z}_\tau = \psi(z_{\tau-1}, \ldots, z_{\tau-p}; \theta) + \epsilon_\tau \tag{17}$$

其中， $\tilde{z}_\tau$ 表示预测值， $\psi(\cdot)$表示形式未知的潜在函数， θ 表示其超参数， ϵ_τ 表示随机噪声，但其分布不一定服从正态分布。CQR 技术并非用于预测条件均值 $\mu(\tilde{z}_\tau|z_{\tau-1}, \ldots, z_{\tau-p})$，而是可以用于估计 $\tilde{z}_\tau$的给定分位数，例如中位数。设 L_α 为 $\tilde{z}_\tau$的累积分布函数的 α分位数，即 $\Pr(\tilde{z}_\tau \leq L_\alpha) = \alpha$ ，则 z_τ 的α条件分位数函数可改写为：

$$q_\alpha(\tilde{z}_\tau|z_{\tau-1}, \ldots, z_{\tau-p}) := \inf\{z_t \in \mathbb{R} : \Pr(\tilde{z}_\tau|z_{\tau-1}, \ldots, z_{\tau-p}) \geq \alpha\} \tag{18}$$

给定训练集 $\mathcal{D} = \{(z_{\tau-1}^{(i)}, \ldots, z_{\tau-p}^{(i)}; z_\tau^{(i)})\}_{i=1}^N$，经典回归分析通过最小化训练集上的残差平方和来估计条件均值。类似地，CQR 通过最小化以下损失函数来估计 z_τ 的条件分位数函数 q_α：

$$\mathcal{L} = \min_\theta \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[\alpha/2 \max(z_\tau^{(i)} - \tilde{z}_\tau^{(i)}, 0) + (1 - \alpha/2) \max(z_\tau^{(i)} - \tilde{z}_\tau^{(i)}, 0)\right] \tag{19}$$

当 $\alpha < 0.5$ 时，较小的预测值在损失函数中受到更多关注；当 $\alpha > 0.5$时，较大的预测值在损失函数中受到更多关注；当 $\alpha = 0.5$ 时，则简化为最小绝对偏差回归（中位数回归）。因此，给定训练集 $\mathcal{D}$ 和分位数 α，现在可以量化 z_t的不确定性：

$$\begin{cases} z_\tau^\circ = q_{0.5}(\tilde{z}_\tau|z_{\tau-1}, \ldots, z_{\tau-p}) \\ \hat{z}_\tau^- = z_\tau^\circ - q_\alpha(\tilde{z}_\tau|z_{\tau-1}, \ldots, z_{\tau-p}) \\ \hat{z}_\tau^+ = q_{1-\alpha}(\tilde{z}_\tau|z_{\tau-1}, \ldots, z_{\tau-p}) - z_\tau^\circ \end{cases} \tag{20}$$

采用梯度提升决策树（GBDT）来寻找最佳潜在函数 $\psi(\cdot)$，以覆盖训练数据。GBDT 是一种强大的机器学习技术，包含多棵回归树（例如 CART）。预测模型可改写如下：

$$\psi_M(z_{\tau-1},\ldots,z_{\tau-p}) = \sum_{m=1}^{M} tree(z_{\tau-1},\ldots,z_{\tau-p};\Theta_m) \tag{21}$$

其中，$tree(\cdot;\cdot)$表示一棵回归树，Θ_m 表示树m的参数，M 表示回归树的数量。随后，梯度提升决策树采用梯度提升和前向逐步算法来寻找最优超参数。

$$\Theta_m^* = \arg\min_{\Theta_m} \mathcal{L}(\tilde{z}_\tau, \psi_{m-1} + tree(z_{\tau-1},\ldots,z_{\tau-p};\Theta_m) \tag{22}$$

详情请参阅 [32]的开创性研究。本研究还提出了一个实现T步预测的框架，如下所示：

$$\tilde{z}_{\tau+t} = \psi_M^t(z_{\tau-1},\ldots,z_{\tau-p},\alpha), t \in 1,....,T \tag{23}$$

*4.2. TSRO*的重新表述

为简化表述，以下给出 TSRO 模型的矩阵形式：

$$\min \quad \mathbf{c}^\top\mathbf{x} + \max_{\mathbf{z}\in\mathcal{Z}} \min_{y\in\Omega(\mathbf{x},\mathbf{z})} \mathbf{d}^\top\mathbf{y} \tag{24a}$$

$$s.t. \quad \mathbf{A}\mathbf{x} \le \mathbf{b}, \mathbf{x} \in \{0,1\} \tag{24b}$$

$$\Omega(\mathbf{x},\mathbf{z}) = \begin{cases} \mathbf{G}\mathbf{y} \ge \mathbf{h} \\ \mathbf{Q}\mathbf{y} \ge \mathbf{r} - \mathbf{P}\mathbf{x} \\ \mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{z} + \mathbf{s} \end{cases} \tag{24c}$$

在公式 (24) 中，向量 $\mathbf{x}$ 表示第一阶段决策（O, S），向量 $\mathbf{y}$ 表示第二阶段决策（u, v, w, f）。目标函数 (24a) 分为两部分：一部分取决于二元变量 $\mathbf{x}$，另一部分取决于连续变量 $\mathbf{y}$。公式 (24b) 包含仅涉及二元变量的所有约束 (6)、(7)、(10) 和 (11)。在公式 (24c) 定义的域中，第一项汇总了仅涉及连续变量的约束 (2)–(5)，第二项对应涉及混合变量的约束 (8) 和 (9)，最后一项表示涉及不确定天然气供应的约束 (1)。

采用简化后的形式，可以先得出第二阶段优化问题的对偶问题是线性规划，且满足强对偶。因此，其对偶问题可改写为以下形式：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{z},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\phi}} \quad & \boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{h} + \boldsymbol{\sigma}^\top (\mathbf{r} - \mathbf{P}\mathbf{x}) + \boldsymbol{\phi}^\top (\mathbf{z} + \mathbf{s}) \\ s.t. \quad & \boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{G} + \boldsymbol{\sigma}^\top \mathbf{Q} + \boldsymbol{\phi}^\top \mathbf{W} = \mathbf{d}^\top \\ & \boldsymbol{\lambda} \geq 0, \boldsymbol{\sigma} \geq 0, \mathbf{z} \in \mathcal{Z} \end{aligned} \tag{25}$$

其中，$\boldsymbol{\lambda}$，$\boldsymbol{\sigma}$，$\boldsymbol{\phi}$ 是公式（24c）的拉格朗日乘子，且 $\boldsymbol{\phi}$ 无界。注意，$\boldsymbol{\phi}^\top \mathbf{z}$ 在目标函数中是双线性的，因此需要进行线性化。首先，由于变量 z 在方程（25）中独立于其他变量，因此可推断最优解必然是 $\mathcal{Z}$的一个极点。接下来，将不确定集代入项（ $\boldsymbol{\phi}^\top \mathbf{z}$），得到以下方程：

$$\boldsymbol{\phi}^\top \mathbf{z} = \sum_{t=1}^{T} \left(\phi_t z_t^\circ + \phi_t \xi_t^+ \hat{z}_t^+ - \phi_t \xi_t^- \hat{z}_t^- \right)$$

然后，利用大M方法将式（25）转化为以下混合整数线性规划模型

，该模型可由商业求解器轻松求解。 [33],

$$
\begin{aligned}
\max_{\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\phi}} \quad & \boldsymbol{\lambda}^{\top}\mathbf{h}+\boldsymbol{\sigma}^{\top}(\mathbf{r}-\mathbf{P}\mathbf{x})+\boldsymbol{\phi}^{\top}\mathbf{s}+\sum_{t=1}^{T}\left(\phi_t z_t^{\circ}+\pi_t^{+}\hat{z}_t^{+}+\pi_t^{-}\hat{z}_t^{-}\right) \\
s.t. \quad & \boldsymbol{\lambda}^{\top}\mathbf{G}+\boldsymbol{\sigma}^{\top}\mathbf{Q}+\boldsymbol{\phi}^{\top}\mathbf{W}=\mathbf{d}^{\top} \\
& \pi_t^{+}\leq bigM\xi_t^{+}, \pi_t^{+}\leq \phi_t+bigM\left(1-\xi_t^{+}\right), \forall t \\
& \pi_t^{-}\leq bigM\xi_t^{-}, \pi_t^{-}\leq bigM\left(1-\xi_t^{-}\right)-\phi_t, \forall t \\
& \sum_{t=1}^{T}\left(\xi_t^{+}+\xi_t^{-}\right)\leq \Gamma, \xi_t^{+}, \xi_t^{-}\in\{0,1\} \\
& \boldsymbol{\lambda}\geq 0, \boldsymbol{\sigma}\geq 0
\end{aligned}
\tag{26}
$$

其中， π_t^{+}和 π_t^{-}是辅助变量。如果 ξ_t^{+}和 ξ_t^{-}等于 1，则 π_t^{+}和π_t^{-}将分别受限于 ϕ_t 和 $-\phi_t$。如果 ξ_t^{+}和 ξ_t^{-}等于 0，则 π_t^{+}和 π_t^{-}将受限于 0。

4.3. 列与约束生成算法

$$
\max_{\mathbf{x},\beta,\mathbf{y}_i|i<I} \quad \mathbf{c}^{\top}\mathbf{x}+\beta \tag{27a}
$$

$$
s.t. \quad \mathbf{A}\mathbf{x}\leq\mathbf{b}, \mathbf{x}\in\{0,1\} \tag{27b}
$$

$$
\beta\geq\mathbf{d}^{\top}\mathbf{y}_i, i=1,\ldots,I \tag{27c}
$$

$$
\mathbf{G}\mathbf{y}_i\geq\mathbf{h}, i=1,\ldots,I \tag{27d}
$$

$$
\mathbf{Q}\mathbf{y}_i\geq\mathbf{r}-\mathbf{P}\mathbf{x}, i=1,\ldots,I \tag{27e}
$$

$$
\mathbf{W}\mathbf{y}_i=\mathbf{z}_i+\mathbf{s}, i=1,\ldots,I, \tag{27f}
$$

通过当前最先进的优化求解器（如 Cplex、Gurobi 和 SCIP），很难在短时间内直接求得式（24）的最优解。

由于不确定集 $\mathcal{Z}$ 是一个多面体，剩余气体的最坏情景仅位于 $\mathcal{Z}$ 的某个极点上；因此，可能的最坏情景数量有限 [34]。根据这一特性，本研究采用 Zeng 和 Zhao [34] 提出的列与约束生成（C&CG）算法求解 DD-TSRO 的最优解。首先，将式（24）中定义的 TSRO 松弛并重构为主问题（27）。随后，通过求解子问题（26）确定可能的最坏情况场景，并将其作为割平面加入式（27）。最后，通过迭代缩小下界与上界之间的差距，求得最优解。求解过程见算法1。

算法1 列与约束生成（C&CG）

1: 初始化：下界 $= -\infty$，上界 $= \infty$, $i = 1$

2: 构造第一阶段的可行决策 $\mathbf{x}_1$ （通过确定性模型 (1)-(13)）

3: **重复**

4：固定 $\mathbf{x}_i$求解子问题 (26)，得到最优解 ξ_i'和最优目标函数值 β'。随后，通过基于预算的集合 (15) 构造最坏情况场景 $\mathbf{z}_i$ 。5：更新上界 $=$ $\min\{\text{UB}, \mathbf{c}^\top \mathbf{x}_i + \beta'\}$6：通过添加新场景 $\mathbf{z}_i$ 和新变量 $\mathbf{y}_i$，求解式 (27) 定义的主问题。令 $(\mathbf{x}^*, \beta^*)$ 为最优解。7：更新下界 $= \mathbf{c}^\top \mathbf{x}^* + \beta^*$。8：$i \leftarrow i + 1$, $\mathbf{x}_i \leftarrow \mathbf{x}^*$。9：直到 UB –LB $\leq \delta$ 或 $i > I$ （δ 为用户定义的容差）。输出：最优解 $\mathbf{x}^*$、LB 和 UB。

5. 案例研究

本节通过一个案例研究，验证所提出的方法在中国某钢铁联合企业能源系统中的适用性。该钢厂拥有三个煤气柜、两台 35t 锅炉、两台 130 t 锅炉、两套热电联产设备和两套干熄焦设备。所研究能源系统的运行参数和网络配置见随附的补充材料（参见表 S1-S6）。

为进行不确定性量化，采用了开源软件包 Scikit-learn 1.1.1 [35]，并使用 Pyomo [36]（一种以 Python 编写的开源建模语言）对 DD-TSRO 模型进行编程，再通过“Gurobi 9.0”（https://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer/，采用默认设置的学术版）求解。所有计算研究均在一台配备 Intel Core i7 处理器（3.60 GHz）、16 GB 内存和 Windows 10 操作系统的个人电脑上完成。

5.1. 不确定性量化

从钢铁厂收集了 1000 个历史数据点（参见网页上的附件数据文件，网址为 https://github.com/janason/Energy/tree/main/gas）。采用梯度提升决策树（GBDT）技术量化不确定参数，并通过梯度提升回归器调用 Scikit-learn 中的相应类来实现。具体而言，数据集被划分为训练集（900 个样本）和测试集（100 个样本）。对数据集进行了统计分析，其归一化值的小提琴图见图4。

在所提出的 T步时间序列模型中，$T = 8$，$p = 20$。当进行预测——

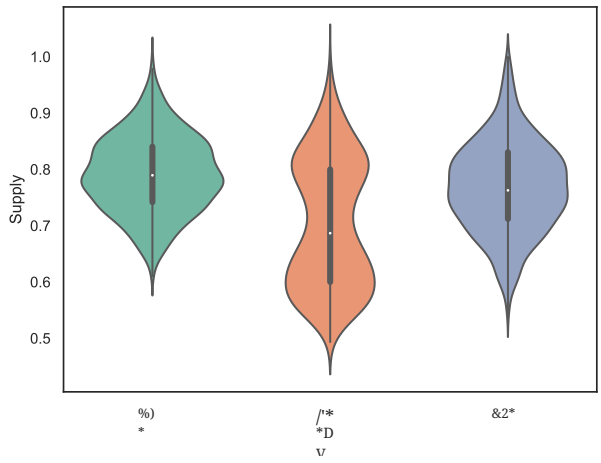


图4：数据集中气体类型与供应的小提琴图。

标称值时， $\alpha = 0.5$ 而在预测偏差时，分位数 α 从 $\{0.01, 0.05, 0.1\}$中选取。为观察预测效果，从两个方面评估量化方法的性能：（1）点预测指标，即平均绝对百分比误差（MAPE）；（2）区间预测指标，即预测区间覆盖概率（PICP）：

$$\text{MAPE} = \frac{1}{N}\sum_{\tau=1}^{N}\left|\frac{z_\tau^\circ - \tilde{z}_\tau}{\tilde{z}_\tau}\right| \times 100\%$$

$$\text{PICP} = \frac{1}{N}\sum_{\tau=1}^{N} Cov_\tau^{(\alpha)}$$

其中

$$Cov_\tau^{(\alpha)} = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad z_\tau \in (z_\tau^\circ - \hat{z}_\tau^-, z_\tau^\circ + \hat{z}_\tau^+), \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

计算所得指标分别如图5和图6所示。结-

果表明：（1）所有平均绝对百分比误差均小于0.05，说明其标称预测值并不完全准确，且存在不确定性。（2）随着分位数降低，预测区间覆盖概率的表现变差，因此分位数选择对所提出的DD-TSRO模型十分重要。使用验证集（见随附数据文件），得到八个时段内的标称预测值$z^{\circ}_{a,\ t}$和偏差$z^{-}_{a,\ t}$, $z^{+}_{a,\ t}$（见补充材料表S7），如图7所示。随后将这些值用于对模型中的基于预算的不确定集 $\mathcal{Z}$ 进行参数化。

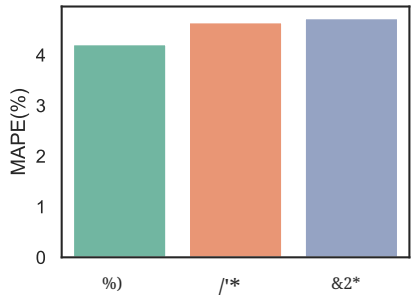


图5：测试集的平均绝对百分比误差指标。

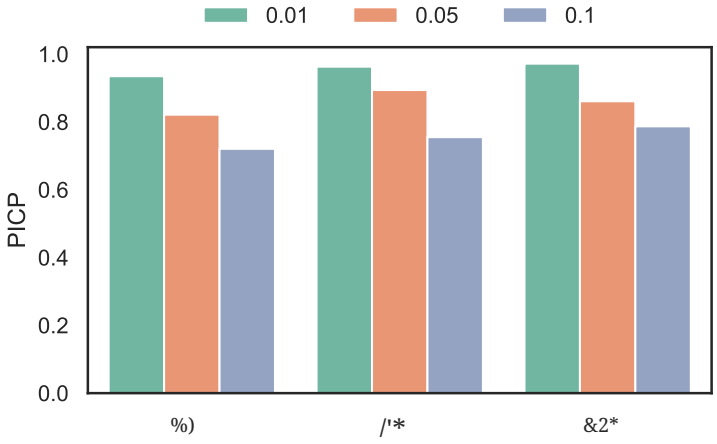


图6：测试集的预测区间覆盖概率指标。

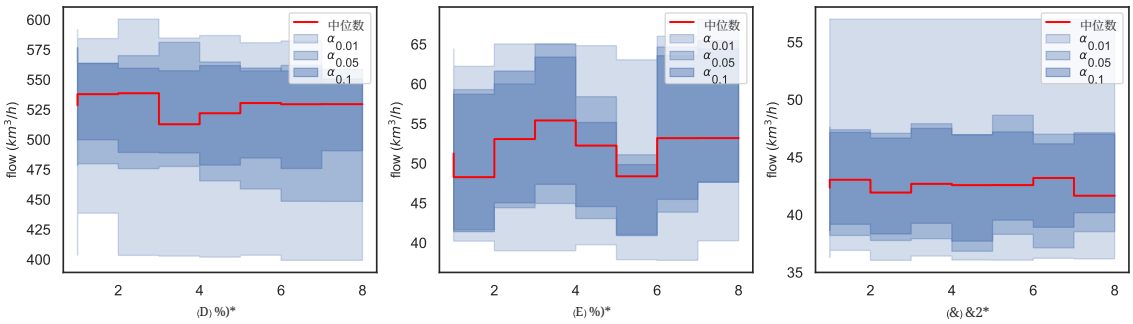


图7：副产煤气的预测区间。

5.2. 预算与鲁棒性

如第3节所述，在 TSRO 中引入了预算参数 Γ_a ，用于控制约束违反概率与最优目标值之间的权衡。在本小节中，生成了一组场景，以观察不同分位数下预算与最优目标值之间的关系。随后确定了适当的 (α、Γ_a) 组合，以避免过度保守性，其中每种燃气的预算 Γ_a 范围为 0 至 8。当 $\Gamma = 0$ 时，将其定义为确定性优化，即在不存在任何不确定性的情况下最为乐观。当 $\Gamma = 8$ 时，将其定义为采用基于盒集的不确定集的 TSRO，即最为悲观的情形。

优化目标函数值的变化如图8所示。随着所选预算的增加，所有分位数下的最优目标值均变差。当 $\alpha = 0.01$ 时，最优目标值最差，且恶化（增加）速度最快。为权衡最优性与鲁棒性，后续实验选择了 $\alpha = 0.05$ 和 $\Gamma_a = 4$ 。

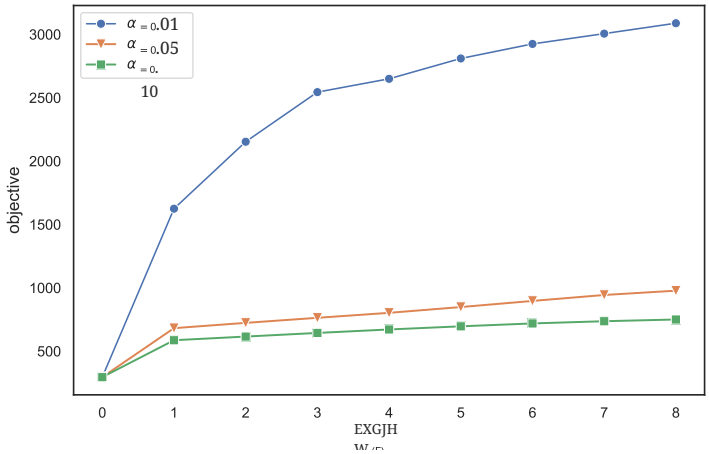


图8：不同分位数下的目标函数值。

5.3. 灵活性与鲁棒性

在所研究的模型中，每个煤气柜的最大偏差（Δ_k）以及每个转换单元的最小产出率（η_k^- ）体现了副产煤气系统的灵活性，因为它们能够吸收部分不确定性。 Δ_k 的缩放因子在 0.5 至 2.0 之间以 0.1 为步长变化，而 η_k^- 则在 0.0 至 0.3 之间以 0.05 为步长变化。

最坏情况场景下的优化目标函数值如图 9 和图 10 所示。这些曲线表明：（1）随着 Δ_k 增加，能源系统的灵活性更强，因为最优目标值逐渐减小；（2）当 $\eta_k^- \geq 0.3$ 时，能源系统的灵活性很差，因为优化目标函数值变得过大。

5.4. 所提出的方法的解

对于定义的分位数（$\alpha = 0.05$），最佳情况（$\Gamma_a = 0$）和最坏情况场景（$\Gamma_a = 4$）下的第一阶段决策如图所示

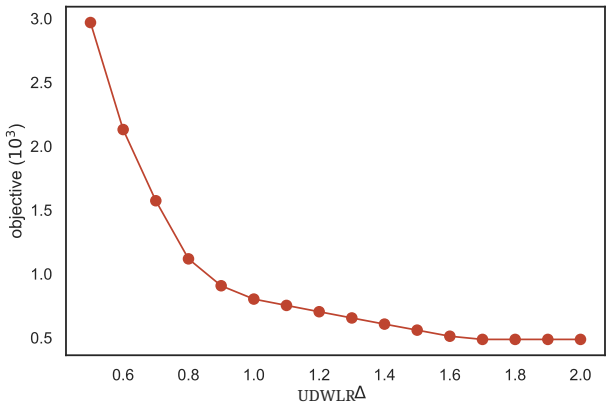


图9： Δ_k对应的最坏情况目标。

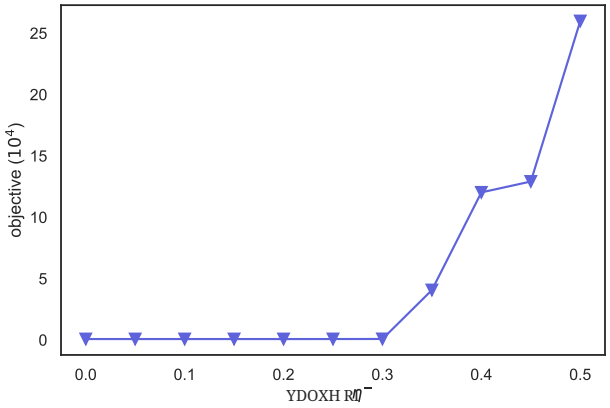


图10： η_k^- 对应的最坏情况目标。

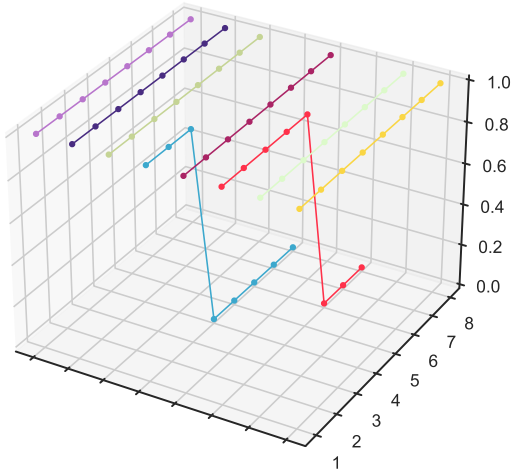
11. 最坏情况场景下相应的第二阶段决策如图12—13所示。

这些结果表明：(1) 在最坏情况场景下，由于煤气柜液位波动更为显著，其容量会缩小。(2) 为避免潜在的不确定性，更多转换单元会启动，因为转换单元的输入和输出热值也会显著波动。(3) 在两种场景下，所有需求均得到满足，且没有燃气排放。因此，未绘制需求结果。

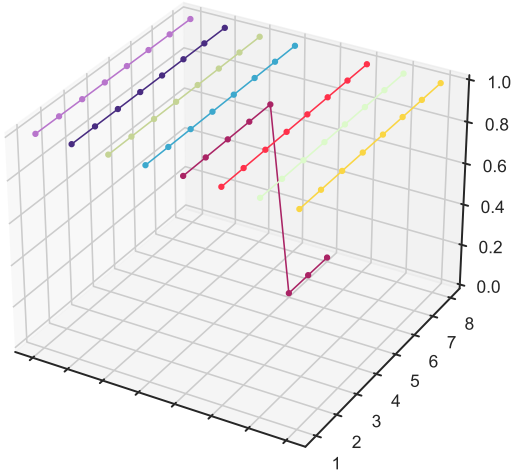
6. 结论

本研究探讨了供应不确定性下副产燃气系统的最优分配问题。基于供应—储存—转化—需求网络，本研究建立了考虑不确定供应的最优气体分配模型，并提出了一个两阶段鲁棒优化模型，其中包括“此时此地”决策，以最大限度地降低转换单元的启停成本；同时，通过“等待观望”决策，最大限度地降低煤气柜的运行成本和需求惩罚。为在实践中应用该两阶段鲁棒优化模型，本研究还提出了一种基于分位数回归的多步时间序列模型，用于量化剩余气体的不确定性，并采用列与约束生成算法求得最优解。针对某钢铁厂工业能源系统开展了案例研究，结果表明，所提出的方法能够获得有效且鲁棒的解决方案：

（1）基于分位数的不确定性量化方法可以同时预测点和区间。

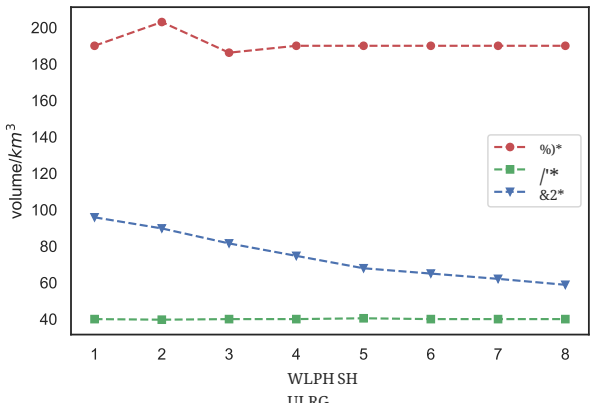


(a) 最佳情况

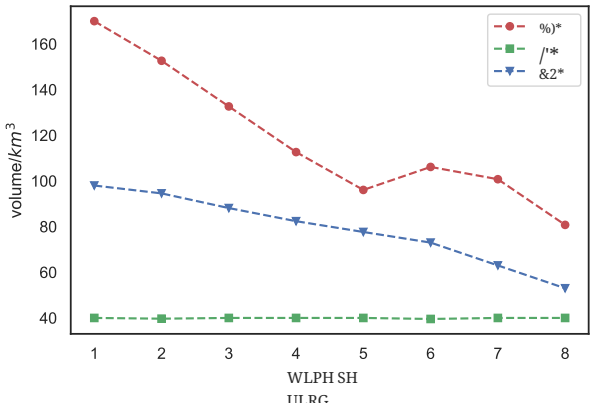


(b) 最坏情况

图11：各转换单元的通断状态。

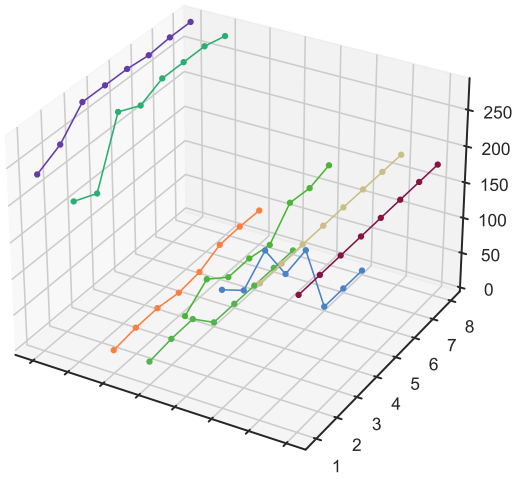


(a) 最佳情况

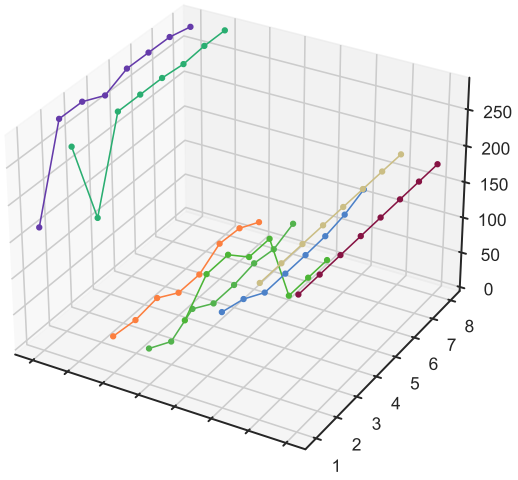


(b) 最坏情况

图 12：各储气罐的体积。



（a）最佳情况



（b）最坏情况

图13：转换单元的输入/输出卡路里。

(2) 不同分位数下的预算实现了鲁棒性与最优性之间的权衡。(3) 储存单元和转换单元的灵活性使所提出的模型能够吸收不确定性。

致谢

本研究得到国家自然科学基金（编号：61873042）资助。

参考文献

[1] Gahm、Christian 等人：《制造企业的节能调度：综述与研究框架》。European Journal of Operational Research 248.3（2016）：744-757。

[2] Fan、Zhiyuan 和 S. Julio Friedmann：《钢铁低碳生产：技术选项、经济评估与政策》。Joule 5.4（2021）：829-862。

[3]Ren、Lei 等人：《聚焦中国钢铁行业的二氧化碳减排技术与低碳发展综述》。Renewable and Sustainable Energy Reviews 143（2021）：110846。

[4] Zhao, Xiancong、Hao Bai 和 Juxian Hao。《钢铁制造业副产煤气优化调度研究综述》。《Energy Proce- dia》142 (2017)：2852-2857。

[5] Markland, Robert E.《采用线性规划提高钢厂运营中的燃料利用率》。《运营管理期刊》1.2（1980年）：95-102。

[6] Akimoto, K. 等. “采用混合整数规划模型为发电厂制定最优燃气供应方案。”《自动化》27.3（1991年）：513-518。

[7] Kim, J. H.、H-S. Yi 和 C. Han. “一种用于炼铁和炼钢过程副产煤气供应系统全厂多周期优化的新型混合整数线性规划模型。”《化学工程研究与设计》81.8（2003年）：1015-1025。

[8] Kim, J. H. 等. “变化的能源需求下炼铁和炼钢过程中全厂多周期能源资源优化分配及副产煤气柜液位控制。”《Computer Aided Chemical Engineering》第15卷。爱思唯尔，2003年。882-887。

[9] Kong, Haining 等. “用于优化钢铁联合企业副产煤气的混合整数线性规划模型。”《AppliedEnergy》87.7（2010年）：2156-2163。

[10] Zhao, Xiancong 等人：《关于优化钢铁制造过程中副产煤气短期分配惩罚因子的混合整数线性规划模型》，《Applied Energy》148（2015）：142–158。

[11] Zhao, Xiancong 等。《考虑分时电价的钢厂副产煤气系统最优调度》。Applied Energy 195（2017）：100-113。

[12] Zeng, Yujiao 等。《钢铁厂副产煤气、蒸汽和电力最优分配的新型多时段混合整数线性优化模型》。Energy 143（2018）：881-899。

[13] Hu, Zhengbiao 和 Dongfeng He。《钢铁企业煤气–蒸汽–电力转换系统的运行调度优化》。Applied Thermal Engineering（2022）：118121。

[14] Zhao, Jun 等。《钢铁行业副产煤气系统的基于数据的预测优化》。IEEE Transactions on Automation Science and Engineering 14.4（2016）：1761-1770。

[15] Jin, Feng 等。《钢铁行业多种副产煤气的联合调度方法》。Control Engineering Practice 80（2018）：174-184。

[16]Pena, Jo˜ao G. Coelho、Valter B. de Oliveira Junior 和 Jos´e L. F´elix Salles。《不确定性条件下炼铁炼钢过程中副产煤气供应系统的优化调度》。Computers & Chemical Engineering 125（2019）：351-364。

[17] Xi, Han 等。《面向碳中和的钢铁厂煤气利用系统人工智能能源调度》。Applied Energy 295（2021）：117069。

[18]Bertsimas, Dimitris, David B. Brown, and Constantine Caramanis. ”鲁棒优化理论与应用。” SIAM Review 53.3 (2011): 464-501.

[19] Gabrel, Virginie、C´ecile Murat 和 Aur´elie Thiele。《鲁棒优化的最新进展：综述》

。《欧洲运筹学杂志》235.3（2014）：471-483。[20] Rahimian, Hamed 和 Sanjay Mehrotra。《分布式鲁棒优化：综述》。arXiv 预印本 arXiv:1908.05659（2019）。

[21] Ning、Chao 和 Fengqi You。“大数据与深度学习时代的不确定性下的优化：机器学习与数学规划相遇。”Computers & Chemical Engineering 125（2019）：434-448。

[22] Delage 和 Yinyu Ye。“矩不确定性下的分布鲁棒优化及其在数据驱动问题中的应用。”Operations research 58.3（2010）：595-612。

[23] Bertsimas、Dimitris、Vishal Gupta 和 Nathan Kallus。“数据驱动的鲁棒优化。”Mathematical Programming 167.2（2018）：235-292。

[24] Shang、Chao、Xiaolin Huang 和 Fengqi You。“基于核学习的数据驱动鲁棒优化。”Computers & Chemical Engineering 106（2017）：464-479。

[25] Ning、Chao 和 Fengqi You。“不确定性下融合鲁棒优化、主成分分析与核平滑方法的数据驱动决策。”Computers & Chemical Engineering 112（2018）：190-210。[26] Qiu、Haifeng 等。“两阶段鲁棒优化理论的应用

于不确定性下的电力系统调度：综述与展望。”Energy（2022）：123942。

[27] Zhao、Liang、Chao Ning 和 Fengqi You。《通过数据驱动的鲁棒优化方法，在不确定性下优化工业蒸汽系统的运行》。《Computer Aided Chemical Engineering》46（2019）：1399-1404。

[28] Shen、Feifei 等。《不确定性下大规模工业能源系统的优化：一种数据驱动的鲁棒优化方法》。《Applied Energy》259（2020）：114199。

[29] Bertsimas、Dimitris 和 Aur´elie Thiele。《鲁棒优化在库存理论中的应用》。《运筹学》54.1（2006）：150-168。

[30] Mamani、Hamed、Shima Nassiri 和 Michael R. Wagner。《鲁棒库存管理的闭式解》。《Management Science》63.5（2017）：1625-1643。

[31] Koenker、Roger 和 Gilbert Bassett Jr.《回归分位数》。《计量经济学会期刊》（1978）：33-50。

[32]Friedman, Jerome H.《贪心函数逼近：梯度提升机》。《Annals of Statistics》（2001）：1189-1232。

[33] Guo、Yuanxiong 和 Chao Yue Zhao.《面向孤岛运行的微电网鲁棒能源管理》。《IEEE Transactions on Smart Grid》9.2 (2016): 1301-1309。

[34] Zeng, Bo 和 Long Zhao.《使用列与约束生成方法求解两阶段鲁棒优化问题》。《Operations Research Letters》41.5 (2013)：457-461。

[35] Pedregosa, Fabian 等。《Scikit-learn：Python 中的机器学习》。《机器学习研究杂志》12（2011）：2825-2830。

[36] Hart, William E.、Jean-Paul Watson 和 David L. Woodruff。《Pyomo：使用 Python 对数学规划进行建模与求解》。《数学规划计算》3.3（2011）：219-260。