arXiv:2302.04461v1 [cs.IT] 9 Feb 2023

用于简单可训练多输入多输出信号检测的 Hubbard–Stratonovich 检测器

Satoshi Takabe 和 Takashi Abe 东京工业大学，日本东京大冈山，152-8550

摘要—大规模多输入多输出（MIMO）是第五代及后续无线通信网络中的一项关键技术。近年来，人们提出了各种基于深度学习的多输入多输出信号检测器。特别是，深度展开（DU）通过展开现有迭代算法并嵌入可训练参数，已得到应用并展现出卓越的检测性能。尽管与传统深度神经网络相比，DU 所需的可训练参数较少，但由于基于 DU 的 MIMO 检测器通常利用矩阵求逆来提升检测性能，其训练和执行相关的计算复杂度一直是个问题。本研究尝试构建结构最简单的基于 DU 的可训练 MIMO 检测器。所提出的检测器基于 Hubbard–Stratonovich（HS）变换和 DU，称为可训练 HS（THS）检测器。它仅需 $O(1)$ 个可训练参数，每次迭代的训练和执行成本为 $O(n^2)$，其中 n 表示发射天线的数量。数值结果表明，THS 检测器的检测性能优于复杂度相同的现有算法，并且接近一种基于 DU 的检测器；后者的训练和执行成本高于 THS 检测器。

I. 引言

大规模多输入多输出（mMIMO）已被视为第五代（5G）网络及后续无线通信系统中的关键技术 [1]–[2]。在大规模 MIMO 系统中，数十或数百根天线同时通信，从而实现较高的能效和频谱效率。大规模 MIMO 系统面临的一项挑战是过载，即发射天线的数量多于接收天线的数量。过载大规模多输入多输出系统中的信号检测需要对欠定系统进行线性回归，这使问题更加复杂。近年来，人们提出了各种多输入多输出信号检测器，以克服传统检测器（如最小均方误差（MMSE）检测器）的显著性能下降问题 [3]。尤其是，基于深度学习技术的可训练检测器展现出优异的检测性能 [4]。

大规模 MIMO 系统面临的另一项挑战与超可靠低时延通信（URLLC） [5], 有关，这是后 5G 网络的一个关键概念。随着 MIMO 系统规模不断扩大，信号检测的计算复杂度变得至关重要。值得注意的是，可训练 MIMO 检测器涉及两类计算复杂度，即训练成本和执行成本。训练成本与可训练参数数量的可扩展性及其在训练过程中的更新计算复杂度有关。在实际场景中，可训练检测器应根据信道状态信息（CSI）进行在线学习。这意味着训练成本和执行成本对超可靠低时延通信都很重要。

近期的可训练多输入多输出检测器主要基于一种称为深度展开（DU）的深度学习技术 [6]–[8]。在深度展开中，我们首先展开迭代算法的递归结构，并在每一层中嵌入一些可训练参数。优化器会更新这些可训练参数，以最小化适当的损失函数；该函数的值由监督数据及展开算法的相应输出决定。与传统深度神经网络相比，深度展开所需的可训练参数数量更少 [9]。人们已为大规模 MIMO 系统提出了众多基于深度展开的算法，包括 DetNet [10], 、可训练投影梯度（TPG）检测器 [11], [12], 和 OAMP-net [13], [14]。尽管这些基于深度展开的检测器表现出色，但其训练或执行成本仍然很高。例如，在一个具有 n 根发射天线的大规模 MIMO 系统中，DetNet 的训练和执行成本为 $O(n^2)$，但包含 $O(n^2)$个参数；而 TPG 检测器和 OAMP-net 仅有 $O(1)$个参数，但需要进行矩阵求逆，因此训练和执行成本达到 $O(n^3)$。这些事实表明，有必要开发一种训练和执行成本较低的可训练 MIMO 检测器。

本研究旨在开发一种结构简单的可训练多输入多输出检测器。为此，我们提出了一种大规模 MIMO 检测器，其可训练参数仅有 $O(1)$ 个，每次迭代的训练和执行计算成本为 $O(n^2)$。为实现这一目标，我们受 HS 变换 [16], [17]启发，构建了一种新型 MIMO 检测器，称为 Hubbard–Stratonovich（HS）检测器。随后，我们将 HS 检测器与 DU 相结合，提出了可训练HS（THS）检测器。我们通过将其与可扩展的改进型TPG检测器及其他传统检测器进行比较，对其检测性能进行了数值分析。

本文结构安排如下。第二节介绍 MIMO系统模型。第三节介绍一种现有的基于 DU 的检测器。第四节提出 HS 和 THS 检测器。第五节讨论可训练检测器的训练和执行成本。第六节给出 THS 检测器的数值结果，第七节讨论其优越性。第八节总结全文。

II. 模型设定

本节将描述信道模型，并介绍若干定义和符号。

发射天线和接收天线的数量分别记为 n 和 m。如果满足 $m < n$，则认为该 MIMO 系统处于过载状态。为简单起见，我们假设发射机不使用预编码，且接收机已知完美的 CSI，即信道矩阵。

设 $\tilde{\boldsymbol{x}} := [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \ldots, \tilde{x}_n]^T \in \tilde{\mathbb{S}}^n$ 为一个向量，其中 $\tilde{x}_j$($j = 1, \ldots, n$) 表示来自第 j 根天线的发射符号。离散集合 $\mathbb{S} \subset \mathbb{C}$ 表示一个信号星座。假设信道为平坦瑞利衰落信道，则接收信号 $\tilde{\boldsymbol{y}} := [\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \ldots, \tilde{y}_m]^T \in \mathbb{C}^m$ 可表示为 $\tilde{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{H}\tilde{\boldsymbol{x}} + \tilde{\boldsymbol{w}}$，其中 $\boldsymbol{H} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ 是信道矩阵，$\tilde{\boldsymbol{w}} \in \mathbb{C}^m$ 是均值为零、协方差为 $\sigma_w^2 \boldsymbol{I}$ 的复加性白高斯噪声向量。

该信道模型可改写为实数域中的形式。等效信道 $\mathbb{R}$ 表示为

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}, \tag{1}$$

其中

$$\boldsymbol{y} := \begin{bmatrix} \Re(\tilde{\boldsymbol{y}}) \\ \Im(\tilde{\boldsymbol{y}}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^M, \ \boldsymbol{H} := \begin{bmatrix} \Re(\tilde{\boldsymbol{H}}) & -\Im(\tilde{\boldsymbol{H}}) \\ \Im(\tilde{\boldsymbol{H}}) & \Re(\tilde{\boldsymbol{H}}) \end{bmatrix}, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{x} := \begin{bmatrix} \Re(\tilde{\boldsymbol{x}}) \\ \Im(\tilde{\boldsymbol{x}}) \end{bmatrix} \in \mathbb{S}^N, \ \boldsymbol{w} := \begin{bmatrix} \Re(\tilde{\boldsymbol{w}}) \\ \Im(\tilde{\boldsymbol{w}}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^M, \tag{3}$$

且 $(N, M) := (2n, 2m)$。下文将在实值信道模型 (1) 中考虑 QPSK 调制，即 $\mathbb{S} = \{1, -1\}$。

III. TPG 检测器

这里，我们以 TPG 检测器 [11], [12] 为例，介绍现有的可训练多输入多输出检测器。

多输入多输出信号检测可表示为以下 NP 难优化问题：

$$\hat{\boldsymbol{x}} := \mathrm{argmin}_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} \frac{1}{2} \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}\|_2^2. \tag{4}$$

具体而言，当系统过载时（即 $M < N$），这是一个欠定系统中的线性回归问题。

TPG 检测器通过连续松弛和投影梯度下降求解 (4)。TPG 检测器的更新规则为

$$\boldsymbol{r}_t = \boldsymbol{s}_t + \gamma_t \boldsymbol{W}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{s}_t), \tag{5}$$

$$\boldsymbol{s}_{t+1} = \tanh(\boldsymbol{r}_t / |\theta_t|), \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{s}_0 = \boldsymbol{0}$ 和 $\{\gamma_t, \theta_t\}_{t=0}^{T-1}$是一组可训练参数。对每个元素应用 $\tanh(\cdot)$ 函数。可训练参数的数量仅为 $O(1)$，训练成本远低于 DetNet。在原始 TPG 检测器中，矩阵 $\boldsymbol{W}$ 是一个类似线性最小均方误差（LMMSE）的矩阵 $\boldsymbol{H}^T(\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^T + \alpha \boldsymbol{I})^{-1}$，其包含一个可训练参数 α，因为基于梯度下降的 $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{H}^T$ 会导致检测性能较差 [12]。然而，类似 LMMSE 的矩阵需要进行矩阵求逆，其计算成本为$O(n^3)$。训练过程中每次更新都需要进行矩阵求逆，因此训练成本为 $O(n^3)$。另一种名为 OAMP-net 的可训练检测器也存在同样的问题。

IV. HUBBARD–STRATONOVICH 检测器

我们的目标是提出一种无需矩阵求逆的可训练多输入多输出信号检测器。不同于基于连续松弛的 TPG 检测器，我们考虑使用以下玻尔兹曼分布对式 (4) 的解进行采样：

$$P(\boldsymbol{x}; \beta) := \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{\beta\lambda}{2} \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}\|_2^2\right), \tag{7}$$

其中，$\beta(> 0)$ 称为逆温度，$\lambda(> 0)$ 是缩放参数，而 Z 是称为配分函数的归一化常数。在 $\beta \to \infty$ 极限下可以获得式（4）的最优解，但由于 Z，概率的计算较为困难。

在此，我们尝试使用 Ohzeki [15] 提出的一种高效方法，从（7）中采样 $\boldsymbol{x}$。关键步骤是使用统计物理学中称为 HS 变换的恒等式 [16], [17]：对于 $a > 0$,

$$\exp\left(-\frac{ax^2}{2}\right) = \int \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \exp\left(-\frac{z^2}{2a} - ixz\right) dz. \tag{8}$$

最近，HS 变换也被应用于机器学习中的概率推断 [18]。于是，配分函数 Z 可重写为：

$$\begin{aligned} Z &:= \sum_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} \exp\left(-\frac{\beta\lambda}{2} \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}\|_2^2\right) \\ &= \int \left(\prod_{j=1}^M \frac{dz_j}{\sqrt{2\pi\beta\lambda}}\right) \sum_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} \exp\left(-\frac{\|\boldsymbol{z}\|_2^2}{2\beta\lambda} - i\boldsymbol{z}^T(\boldsymbol{H}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y})\right) \\ &\propto \int d\boldsymbol{v} \sum_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} \exp\left(\frac{\beta\|\boldsymbol{v}\|_2^2}{2\lambda} + \beta\boldsymbol{v}^T(\boldsymbol{H}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y})\right) \\ &:= \int d\boldsymbol{v} e^{-\beta H(\boldsymbol{v})}, \end{aligned} \tag{9}$$

其中，$\boldsymbol{z} = (z_1, \ldots, z_M)^T$，$\boldsymbol{v} = (v_1, \ldots, v_M)^T$，以及 $z_j = i\beta v_j (j = 1, \ldots, M)$。

如果 β 足够大，则可以使用鞍点法估计该积分，即 $Z \propto e^{-\beta H(\hat{\boldsymbol{v}})}$，其中 $\hat{\boldsymbol{v}}$ 是以下函数的一个鞍点：

$$H(\boldsymbol{v}) = -\frac{\|\boldsymbol{v}\|_2^2}{2\lambda} + \boldsymbol{v}^T\boldsymbol{y} - \frac{1}{\beta} \ln Z(\boldsymbol{v}), \tag{10}$$

$$Z(\boldsymbol{v}) := \sum_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} e^{\beta \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}}. \tag{11}$$

我们也可以用 $\hat{\boldsymbol{v}}$ 来估计 $\boldsymbol{x}$ 的期望，因为使用相同的变换，我们有

$$\begin{aligned} \sum_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} \boldsymbol{x} P(\boldsymbol{x}; \beta) &:= \frac{1}{Z} \int d\boldsymbol{v} \sum_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} \boldsymbol{x} \exp\left(\frac{\beta\|\boldsymbol{v}\|_2^2}{2\lambda} + \beta\boldsymbol{v}^T(\boldsymbol{H}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y})\right) \\ &\simeq \frac{\sum_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} \boldsymbol{x} e^{\beta \hat{\boldsymbol{v}}^T \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}}}{\sum_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{S}^N} e^{\beta \hat{\boldsymbol{v}}^T \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}}}. \end{aligned} \tag{12}$$

如果优化问题 (4) 存在唯一的最优解，则该期望等于 $\hat{\boldsymbol{x}}$。

基于梯度下降，可得到一个用于估计 $\hat{\boldsymbol{v}}$ 的简单更新规则 [15]。(10) 的导数包含 $\boldsymbol{x}$ 的期望，其定义如下：

$$\langle \boldsymbol{x} \rangle_{\boldsymbol{v}} := \frac{\sum_{\boldsymbol{x}\in\mathbb{S}^N} \boldsymbol{x} e^{\beta \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}}}{\sum_{\boldsymbol{x}\in\mathbb{S}^N} e^{\beta \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}}}. \tag{13}$$

当 $\boldsymbol{v}=\hat{\boldsymbol{v}}$ 时，这等价于 (12)。对于 $i=1,\ldots,N$，(13) 的第 i 个元素很容易计算，因为在此问题设置下，$\{x_i\}$ 成为相互独立的随机变量。我们得到

$$\begin{aligned}\frac{\sum_{\boldsymbol{x}\in\mathbb{S}^N} x_i e^{\beta \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}}}{\sum_{\boldsymbol{x}\in\mathbb{S}^N} e^{\beta \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}}} &= \frac{\sum_{x_i\in\mathbb{S}} x_i e^{\beta (\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{v})_i x_i}}{\sum_{x_i\in\mathbb{S}} e^{\beta (\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{v})_i x_i}} \\ &= \tanh(\beta (\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{v})_i). \end{aligned} \tag{14}$$

引入 $\boldsymbol{u} := \boldsymbol{H}^T\boldsymbol{v}$ 后，我们得到如下更新规则

$$\boldsymbol{u}_{t+1} = \left(1+\frac{\eta}{\lambda}\right)\boldsymbol{u}_t + \eta \boldsymbol{H}^T(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{s}_t), \tag{15}$$

$$\boldsymbol{s}_{t+1} = \tanh(\beta \boldsymbol{u}_{t+1}), \tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{s}_0 = \boldsymbol{0}$ 和 η 是步长参数。参数 λ 控制 (10) 中二次项的强度。我们称之为 Hubbard–Stratonovich（HS）检测器。请注意，若 $\boldsymbol{u}_t = \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{v}}$ 成立，则 $\boldsymbol{s}_t$ 等价于 (12)，且可能 $\hat{\boldsymbol{x}}$。因此，HS 检测器可以视为期望最大化（EM）算法 [19]，它同时搜索 $\hat{\boldsymbol{v}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{x}}$，其中 (15) 和 (16) 分别对应最大化步骤和期望步骤。还值得注意的是，使用 HS 检测器求解 (4) 的难点与寻找 $\hat{\boldsymbol{v}}$ 有关，因为函数 $H(\boldsymbol{v})$ 至少在 $\beta\to\infty$ 极限下是非凸的。

最后，我们将 DU 应用于 HS 检测器，以训练部分内部参数。该可训练的多输入多输出检测器称为 THS 检测器，定义如下：

$$\boldsymbol{u}_{t+1} = \zeta_t \boldsymbol{u}_t + \eta_t \boldsymbol{H}^T(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{s}_t), \tag{17}$$

$$\boldsymbol{s}_{t+1} = \tanh(\beta_t \boldsymbol{u}_{t+1}), \tag{18}$$

其中 $\boldsymbol{u}_0=\boldsymbol{s}_0=\boldsymbol{0}$。我们将 $\{\beta_t,\eta_t,\zeta_t\}_{t=0}^{T-1}$ 设为可训练参数，它们会影响检测性能。需要对逆温度 β_t 进行调节，因为较大的 β_t 会使算法快速收敛到不理想的局部极小值，而如上所述，β_t 应为无穷大。步长 η_t 控制收敛速度，ζ_t 与式（15）中的 λ 相关。

V. 训练和执行成本

这里，我们讨论 THS 检测器的训练和执行成本。显然，THS 检测器在每次迭代（或每一层）中仅包含三个可训练参数；由于无需进行矩阵求逆，其计算复杂度仍限制在 $O(n^2)$。

在表 I 中，我们总结了各可训练多输入多输出检测器每次迭代（或每层）的可训练参数数量以及训练和执行成本。请注意，训练成本指训练过程中更新可训练参数所需的计算复杂度，而执行成本则是运行学习得到的算法所需的计算成本。具体而言，TPG 检测器在执行期间需要进行一次矩阵求逆，这部分未计入表 I 中每次迭代的执行成本。然而，在训练过程中，每次更新可训练参数 α时都需要进行一次矩阵求逆，这意味着每次更新的训练成本为 $O(n^3)$。与 DetNet 相比，我们发现 THS 检测器在可训练参数数量方面具有优势。此外，与涉及矩阵求逆的 TPG 检测器和 OAMP-net 相比，THS 检测器的计算效率更高。总体而言，THS 检测器在可训练参数数量以及训练和执行成本方面结构最为简单，这意味着它在大规模 MIMO 系统中能够实现快速训练和执行。

表 I 每次迭代中训练和执行的可训练参数数量及计算成本。

	THS	DetNet	TPG	OAMP-net
参数数量	$O(1)$	$O(mn)$	$O(1)$	$O(1)$
训练成本	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^3)$	$O(n^3)$
执行成本	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$†	$O(n^3)$

† TPG 检测器在迭代前需要进行一次矩阵求逆。

VI. 数值结果

本节展示所提出的 THS 检测器的信号检测性能数值结果。

A. 仿真设置

我们首先介绍仿真设置。在多输入多输出系统（1）中，信噪比（SNR）定义为 SNR $=10\log_{10}\frac{n}{\sigma_w^2}$。我们将误比特率（BER）估计为信号检测性能的指标。所有实值检测信号均使用符号函数 sign(∗)进行阈值化为 $\mathbb{S}=\{1,-1\}$，以计算误比特率。

THS 检测器使用 PyTorch 1.13.1 [20]实现。其训练基于监督学习，其中传输信号与接收信号对 $\{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\}$ 均为随机生成。这些训练数据以小批量的形式输入 THS 检测器。在每次参数更新中，输入 1000 个大小为 2000 的小批量，并通过 Adam 优化器 [21] 以 2×10^{-4}的学习率更新参数，从而最小化均方误差损失函数。每个小批量都会生成一个信道矩阵 $\boldsymbol{H}$。我们采用增量训练以确保训练过程的稳定性（详见 [12]）。迭代次数设为 $T=30$，可训练参数的初始值为 $\eta_t=0.01$和 $\beta_t=\zeta_t=1$。

我们还将最小均方误差检测器、增强型反应式禁忌搜索（ERTS） [22], HS 检测器、TPG 检测器及其变体作为基线算法进行考察。最小均方误差和 ERTS 都是传统的多输入多输出检测器。最小均方误差检测器的计算复杂度为 $O(n^3)$。ERTS 从随机初始点开始搜索传输信号。其计算开销为 $O(Kn^2)$，其中 K 为迭代次数。我们在仿真中设置$K=500$。HS 检测器的执行

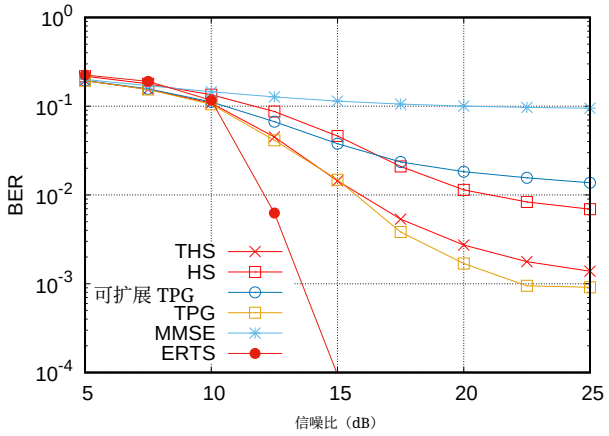

图 1. (n, m) =(50, 32) 的误码率性能。(T)HS 和（可扩展）TPG 检测器的迭代次数为 $T = 30$，ERTS 的迭代次数为 $K = 500$。

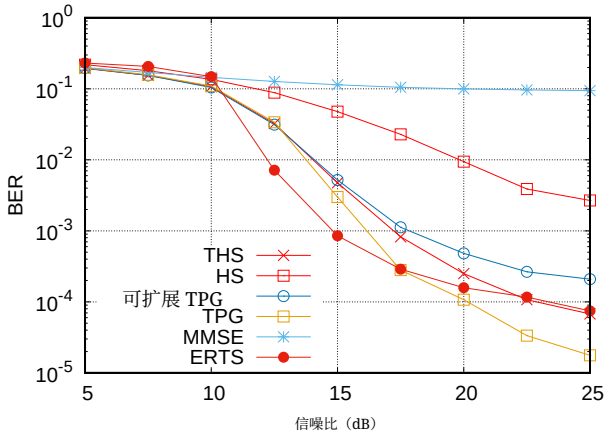

图 2. (n, m) =(100, 64) 的误码率性能。

采用固定的步长参数 $\eta = 0.1$ 和 $\lambda = 1$。TPG 检测器在与 [12]相同的条件下进行训练和执行。此外，我们还考察了采用$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{H}^T$的 TPG 检测器，称为可扩展 TPG 检测器；其训练和计算开销与 THS 检测器相同。与 THS 检测器的情况一样，HS、TPG 和可扩展 TPG 检测器的迭代次数设为 $T = 30$。

B. 数值结果

我们展示了过载大规模多输入多输出系统的检测性能。

图 1 展示了当 (n, m) =(50, 32) 时的检测性能。在此情况下，ERTS 的性能最佳，但其迭代次数 $K = 500$ 远多于 (T)HS 和 TPG 检测器。有趣的是，在高信噪比区域，未经学习的 HS 检测器性能优于可扩展 TPG 检测器。THS 检测器的检测性能优于 HS 检测器，这表明 DU 成功提升了检测性能；当信噪比 $= 20$ dB 时，THS 检测器的误码率约为 2.7×10^{-3}，而

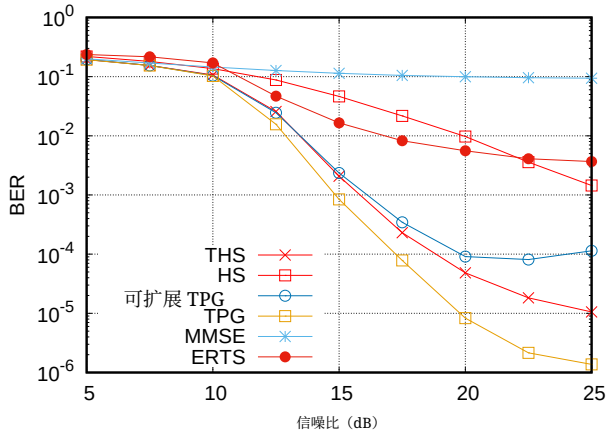

图 3. (n, m) =(150, 96) 时的误码率性能。

HS 和可扩展 TPG 检测器的误码率分别为 1.1×10^{-2} 和 1.8×10^{-2}。此外，THS 检测器的检测性能接近 TPG 检测器，但训练成本更低。当误码率为 $= 2.0 \times 10^{-3}$ 时，THS 与 TPG 检测器之间的信噪比差距约为 2.5 dB。

图 2 展示了 (n, m) =(100, 64) 时的检测性能。在这种情况下，与 THS 检测器相比，HS 检测器的性能显著下降，但仍优于 MMSE 检测器。这是因为随着天线规模增大，HS 检测器的收敛速度变慢。同样，由于在寻找良好估计时受到维数灾难的影响，ERTS 的性能也有所下降。THS 检测器的性能优于可扩展 TPG 检测器，但逊于 TPG 检测器；此外，与可扩展 TPG 检测器相比，在误码率为 $= 2.0 \times 10^{-4}$ 时，其性能增益约为 2.5 dB。在高信噪比区间，THS 检测器的性能与 ERTS 十分接近。

图 3 展示了当 (n, m) =(150, 96) 时的检测性能。我们发现，ERTS 和 HS 检测器的检测性能显著下降。此外，在高信噪比区域，可扩展 TPG 检测器在误码率 $=10^{-4}$ 附近出现误码平台。然而，THS 检测器表现出更好的检测性能，尤其是在高信噪比区域，尽管其与 TPG 检测器之间的信噪比差距有所增大。当信噪比 $= 20$ dB 时，THS 检测器的误码率约为 1.1×10^{-5}，而可扩展 TPG 检测器的误码率约为 1.1×10^{-4}。

我们可以得出结论：THS 检测器能够成功检测过载大规模多输入多输出系统中的传输信号。与 HS、可扩展 TPG 和 ERTS 检测器不同，所提出的 THS 检测器无论天线数量如何，均表现出优异的性能。此外，其性能接近需要进行矩阵求逆的 TPG 检测器。

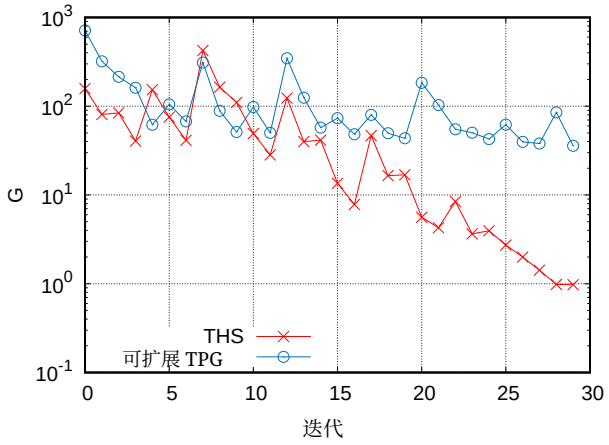

图 4. 在 $(n,\ m)\ =(50, 32)$ 的无噪声 MIMO 系统中，THS 和可扩展 TPG 检测器对 10^4 个信号的梯度 G 平均幅值。THS 和可扩展 TPG 检测器的误码率性能分别为 1.1×10^{-3} 和 4.8×10^{-3}。

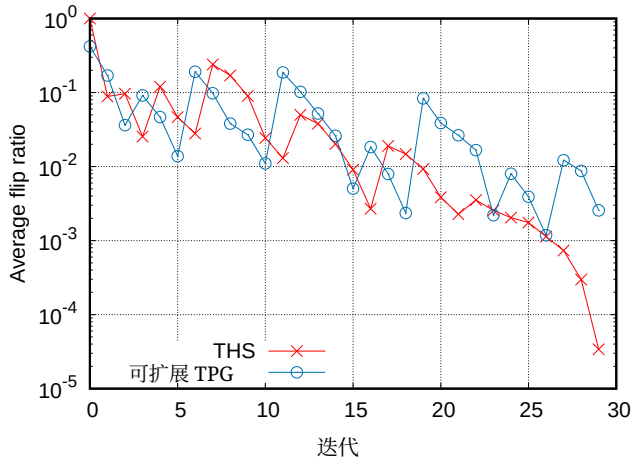

图 5. 在无噪声多输入多输出系统中，对于 $(n, m)\ =(50, 32)$，THS 和可扩展 TPG 检测器在 10^4 个信号上的平均比特翻转率。

VII. 讨论：THS 与可扩展 TPG 检测器之间的差异

上一节的数值结果表明，THS 检测器的检测性能优于可扩展 TPG 检测器。本节将讨论 THS 检测器能够成功进行信号检测的原因。

首先，我们给出这两种检测器的更新规则。可扩展 TPG 检测器的更新规则如下：

$$\boldsymbol{r}_{t+1}=\tanh(\beta_t\boldsymbol{r}_t)+\eta_{t+1}\boldsymbol{H}^T[\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\tanh(\beta_t\boldsymbol{r}_t)],\quad(19)$$

其中，我们设定 $\eta_t=\gamma_t$ 和 $\beta_t=|\theta_t|^{-1}$。在此更新规则中，$\boldsymbol{r}_t$ 是问题 (4) 的一个搜索点，不考虑约束 $\boldsymbol{x}\in\mathbb{S}^N$。为了研究 (19) 的不动点，我们来考虑无噪声情况。此时，传输信号 $\boldsymbol{x}_0$ 是 (4) 的精确解，并且应当是 (19) 的不动点，因为 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_0$ 成立。然而，很容易发现，满足 $\boldsymbol{x}_0=\tanh(\beta_t\boldsymbol{r}^*)$ 的 $\boldsymbol{r}^*$ 不可能是不动点，除非 $\beta_t\to\infty$，这是由于软投影函数 tanh(·)。回想一下，具有 $\beta\to\infty$ 的 TPG 检测器通常无法进行信号检测，因此对于有限的 β_t，很难为 TPG 检测器找到 $\mathbb{S}$ 中的不动点。

另一方面，THS 检测器定义为

$$\boldsymbol{u}_{t+1}=\boldsymbol{u}_t+\eta_{t+1}\boldsymbol{H}^T[\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\tanh(\beta_t\boldsymbol{u}_t)],\quad(20)$$

其中我们假设 $\zeta_t=1$（或 $\lambda\to\infty$）。THS（20）与可扩展 TPG（19）检测器的区别仅在于第一项。然而，如第 IV 节所述，$\boldsymbol{u}_t$ 与 HS 变换的 $\boldsymbol{v}$有关，并被视为$\boldsymbol{x}$的局部场，即 $P(x_i)\propto e^{\beta_t u_{ti}x_i}$，其中 u_{ti} 是 $\boldsymbol{u}_t$的第 i 个元素。在无噪声情况下，对于任意 $\beta_t>0$，THS 检测器都有一个不动点 $\boldsymbol{u}^*$，对应于 $\boldsymbol{x}_0=\tanh(\beta_t\boldsymbol{u}^*)$，而可扩展 TPG 检测器则不同。

此外，我们还在一个 $(n,m)\ =(50, 32)$ 的无噪声 MIMO 系统中对这些检测器进行了数值研究。在这种情况下，THS 和可扩展 TPG 检测器的误码率分别为 1.1×10^{-3}和 4.8×10^{-3}。可扩展 TPG 的训练值 β_t为 0.24 至 2.65，这表明传输信号不是式 (19) 的不动点。

图 4 展示了由 $G:=N^{-1}\|\boldsymbol{H}^T(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{s}_t)\|_2$ 定义的梯度平均幅值。如果 $\boldsymbol{s}_t=\boldsymbol{x}_0$，该值应为零。我们发现，随着迭代次数增加，THS 检测器的该值逐渐减小，而 TPG 检测器的该值则保持较大。

在图 5 中，我们绘制了平均比特翻转率，该指标表示符号($\boldsymbol{s}_t$)翻转为符号($\boldsymbol{s}_{t+1}$)的比特翻转比例。我们发现，随着 G减小，THS 检测器的比特翻转率下降，而 TPG 检测器的比特翻转率仍相对较高。这些差异表明，THS 检测器的搜索点趋近于理想的不动点，而可扩展 TPG 检测器的搜索点则远离该不动点。这种数值稳定性可能是高信噪比区域中检测性能存在差异的另一个原因。

VIII. 结论

本文提出了一种受 HS 变换和 DU 启发的新型大规模 MIMO 检测器。该检测器称为 THS 检测器，每次迭代采用简单的更新规则，并包含 $O(1)$ 个可训练参数。此外，其训练和执行成本为每次迭代 $O(n^2)$，是现有可训练多输入多输出检测器中最低的，因此适用于超可靠低时延通信。数值结果表明，THS 检测器的性能优于计算成本相同的可扩展 TPG 检测器。此外，其性能与 TPG 检测器相当，但计算成本更低。我们还讨论了 THS 检测器成功检测的条件，并表明它比可扩展 TPG 检测器更稳定，因为在无噪声情况下，其搜索点接近一个不动点。未来，我们计划研究 THS 检测器在高阶调制和编码调制中的应用。采用切比雪夫步长 [23], [24] 将有助于减少可训练参数的数量。对 HS 和 THS 检测器进行理论分析也是一个值得研究的课题。

致谢

我们感谢 Masayuki Ohzeki 就 [15] 展开的讨论。ST 也感谢 Takashi Takahashi、Jun Takahashi、Yoshihiko Nishikawa 和 Harukuni Ikeda 富有成效的讨论。本研究部分得到了 JSPS KAKENHI Grant Numbers 22H00514、22K17964 和 19K14613 的资助。

参考文献

[1] E. G. Larsson、O. Edfors、F. Tufvesson 和 T. L. Marzetta，《面向下一代无线系统的大规模多输入多输出》，IEEE 通信杂志，第 52 卷，第 2 期，第 186-195 页，2014 年 2 月。[2] S. Yang 和 L. Hanzo，《多输入多输出检测五十年：通往大规模多输入多输出的道路》，IEEE 通信调查与教程，第 17 卷，第 4 期，第 1941-1988 页，2015 年。[3] D. A. Shnidman，《脉冲调制系统的广义奈奎斯特准则与最优线性接收机》，贝尔系统技术期刊，第 46 卷，第 9 期，第 2163-2177 页，1967 年 11 月。[4] A. Balatsoukas-Stimming 和 C. Studer，《通信系统的深度展开：综述与若干新方向》，2019 年 IEEE信号处理系统国际研讨会（SiPS），2019 年，第 266-271 页，doi：10.1109/SiPS47522.2019.9020494。[5] A. Salh 等，《面向6G无线系统中超可靠低时延通信挑战的深度学习综述》，IEEE Access，第 9 卷，第 55098-55131 页，2021 年。[6] K. Gregor 和 Y. LeCun，《学习稀疏编码的快速近似方法》，第 27 届机器学习国际会议论文集，第 399-406 页，2010 年。[7] J. R. Hershey、J. L. Roux 和 F. Weninger，《深度展开：为新型深度架构提供基于模型的灵感》，arXiv:1409.2574，2014 年。[8] A. Jagannath、J. Jagannath 和 T. Melodia，《重新定义6G无线通信：信号处理与深度展开深度学习的结合》，IEEE人工智能汇刊，第 2 卷，第 528-536 页，2021 年。[9] D. Ito、S. Takabe 和 T. Wadayama，《用于稀疏信号恢复的可训练迭代收缩阈值算法》，IEEE信号处理汇刊，第 67 卷，第 12 期，第 3113-3125 页，2019 年 6 月。[10] N. Samuel 、 T. Diskin 和 A. Wiesel，《学习检测》，IEEE 信号处理汇刊，第 67 卷，第 10 期，第 2554-2064 页，2019 年。[11] S. Takabe、M. Imanishi、T Wadayama 和 K. Hayashi，《面向大规模过载MIMO信道的深度学习辅助投影梯度检测器》，已被 IEEE 国际通信会议（ICC）接收，2019 年。[12] S. Takabe、M. Imanishi、T. Wadayama、R. Hayakawa 和 K. Hayashi，《面向大规模过载MIMO信道的可训练投影梯度检测器：数据驱动的调优方法》，IEEE Access，第 7 卷，第 93326-93338 页，2019 年。[13] H. He、C. Wen、S. Jin 和 G. Y. Li，《用于MIMO检测的模型驱动深度学习网络》，2018 年 IEEE 全球信号与信息处理大会（GlobalSIP），美国加利福尼亚州，2018 年，第 584-588 页。[14] H. He、C. Wen、S. Jin 和 G. Y. Li，《用于MIMO检测的模型驱动深度学习》，IEEE信号处理汇刊，第 68 卷，1715，2020 年 1702 页。-[15] M. Ohzeki，《突破量子退火机在求解带约束优化问题时的局限》，《科学报告》，第 10 卷，第 3126 页，2020 年。[16] J. Hubbard，《配分函数的计算》，《物理评论快报》，第 3 卷，第 77 页，1959 年。[17] R. L. Stratonovich，《一种计算量子分布函数的方法》，《苏联物理学文献通报》，第 115 卷，第 1097-1100 页，1957 年。[18] F. Koehler、H. Lee 和 A. Risteski，《近似低秩伊辛模型的采样：马尔可夫链蒙特卡洛与变分方法的结合》，第三十五届学习理论会议论文集，《机器学习研究论文集》，第 178 卷，第 4945-4988 页，2022 年。[19] T. K. Moon，《期望最大化算法》，IEEE信号处理杂志，第 13 卷，第 47-60 页，1996 年。[20] PyTorch，https://pytorch.org。[21] D. P. Kingma 和 J. L. Ba，《Adam：一种随机优化方法》，arXiv:1412.6980，2014 年。[22] T. Datta、N. Srinidhi、A. Chockalingam 和 B. S. Rajan，《欠定大规模MIMO系统中的低复杂度近最优信号检测》，载于《全国通信会议论文集》，2012 年 2 月，第 1-5 页。[23] S. Takabe 和 T. Wadayama，《通过切比雪夫步长加速收敛：对深度展开梯度下降的合理解释》，《电子信息通信计算机科学基础汇刊》，第 E105.A 卷，第 1110-1120 页，2022 年。[24] T. Wadayama 和 S. Takabe，《用于加速不动点迭代的切比雪夫周期性逐次超松弛》，IEEE信号处理快报，第 28 卷，第 907-911 页，2021 年。