《Astronomy&Astrophysics》手稿编号：main_aa ©ESO 2023年2月10日

arXiv:2302.04707v1 [astro-ph.SR] 9 Feb 2023

模拟日珥中的瑞利-泰勒诱发磁流体湍流

M. Changmai[1] *、J. M. Jenkins[1]、、J. B. Durrive[1]，和 R. Keppens[1]

数学等离子体天体物理学中心，Celestijnenlaan 200B，3001 Leuven，鲁汶大学，比利时

摘要

目标。太阳日珥是太阳大气中悬浮在引力作用下的大尺度凝聚体。瑞利-泰勒（RT）不稳定性被认为是导致太阳日冕中这些长期存在、低温且高密度结构产生多种空间和时间尺度动力学的重要基础过程之一。我们旨在利用高分辨率的太阳日珥直接数值模拟研究这类湍流过程。

方法。我们使用开源代码 MPI-AMRVAC 运行 2.5维理想磁流体动力学（MHD）模拟，深入研究日珥-日冕界面处受扰动的瑞利–泰勒不稳定性的非线性演化。模拟在大小为 30 兆米 × 30 兆米的二维 (x,y) 计算域上，实现了低至 ∼ 23 千米的分辨率。我们追踪该不稳定性从多模线性扰动向非线性、完全湍流状态的转变。在随后 ∼ 25 分钟的时间段内，我们以 ∼ 0.858 秒的时间间隔对日珥进行统计分析。

结果。我们发现，起主导作用的导引磁场 B_z 分量主要在垂直速度 V_y 分量中诱发相干结构的形成，这与观测结果一致，表明日珥内部存在各向异性湍流状态。我们发现，速度场、磁场和温度场在惯性区呈现幂律标度关系。场涨落的概率密度函数偏离高斯性，且尺度越小，这一现象越明显，清楚地显示出间歇性的存在。与此完全一致，高阶结构函数量化了多重分形性，并揭示了纵向和横向之间不同的尺度特征与行为。因此，统计结果与先前观测研究的结论一致，使我们能够将瑞利–泰勒不稳定性直接与宁静日珥中发现的湍流特征联系起来。

关键词。磁流体力学（MHD）/ 太阳：暗条 / 日珥 / 太阳：大气 / 方法：数值 / 不稳定性 / 湍流

1。引言

S日珥是大型结构，其中包含相对冷的
(10^4 K）以及致密的凝聚体，它们嵌入温度高得多的
(10^6 K）和稀薄的太阳日冕中。日珥的典型尺寸
s日珥的长度范围为 60 至 600 兆米，宽度为 15
t高 100 兆米、厚 5 至 15 兆米（Tandberg-
H安森 1995年）。它们主要分为三种类型：交流-
t活跃型、中间型和宁静型，根据其寿命、位置-
t太阳日冕中的电离，以及相互关联的磁场强度
（Mackay 等，2010年）。它们起源于暗条通道
a并在磁极性反转线之上发展（这些-
s主要为正和负的明确划分
fi光球层高度处的磁场）。宁静日珥通常位于太阳大气的宁静区域
a ，分布于从低纬到高纬的各个区域，并占据上述尺度中最大的一类。

典型的宁静日珥存在于太阳日冕的宁静区域内，其电子数密度为 ∼ 10^{11} 厘米$^{-3}$(Hirayama，1986年)，温度约为 ∼ 10^4 开尔文（Tandberg-Hanssen 1995）。根据早期观测，内部磁场大多平行于太阳表面，与日珥长轴之间形成约 40° 的锐角（Bommier 与 Leroy，1998年）。除Merenda 等人(2006年)发现磁场方向近乎垂直外，后续大多数研究仍发现证据表明，内部磁场方向近乎水平，磁场强度为数十高斯，且纤维偏转角的范围略宽——（> 15°）相对于引导轴的纤维偏转角范围略宽，磁场强度为数十高斯（Collados 等，2003年；Casini 等，2003年；Levens 等，2016年）。

最初，Rust（1967年）估计等离子体 β 比值，即热压力与磁压力之比，为 ≈ 0.02。日珥中如此低的 β 意味着洛伦兹力，尤其是磁张力分量，必定负责支撑日珥物质；因此，这种磁流体静力平衡的关键力平衡就是磁张力与引力。Zhou等人（2021年）讨论了关键力在日珥动力学中的相对重要性。值得注意的是，即使对于 $\beta < 1$，只要系统尺度大于压强标高，引力在日珥中也可能具有动力学上的重要作用。对于宁静日珥，近期研究发现，压力和磁场强度通常分别约为 ≈ 0.1 达因 cm^{-2} 和 10 高斯；在宁静型和活动型环境中，两者最高可分别增至 0.4–0.6 达因 cm^{-2} 和 60–80 高斯（Hirayama，1986年；Casini 等，2003年；Luna等人，2018年；Schwartz等人，2019年）。因此，自Rust（1967年）首次估计等离子体β以来，进一步的研究使我们能够得出结论：日珥中的等离子体β 范围可跨越四个数量级，介于 0.0004–4 之间。自然，这对太阳日珥内部可能出现的等离子体动力学范围具有重大影响。

对这些现象的详细观测发现，内部动力学呈现出一定的时空范围，奇特的是，其中有许多垂直条纹结构占主导地位（Berger 等人 2008）。这些日珥

* 电子邮件：madhurjya.changmai@kuleuven.be

羽流在较冷的谱线中表现为暗色的上升空洞。根据Berger 等人（2010）利用日之出太阳光学望远镜（SOT）观测到的上升羽流，其初始特征宽度为 0.5 至 1.7 兆米。这些结构似乎以近乎恒定的 10 至 17 km s^{-1}速度上升，面积尺寸为 2 至 6 兆米，达到 11 至 17 兆米的最大高度，随后最终以 0.48 至 3.2 k m s^{-2}的加速度下降，形成柱状结构。Berger 等人（2010）、Ryutova 等人（2010）、Innes 等人（2012），以及 Mishra 和 Srivastava（2019）提出，瑞利–泰勒不稳定性可能是驱动上升羽流和下降柱状结构的关键机制。瑞利–泰勒不稳定性是一种由引力驱动的基本不稳定性：较重流体被加速并抵向较轻流体，两者由一个容易受到扰动而失稳的界面分隔。在理想的分层磁流体动力学（MHD）模型中，较重流体与较轻流体之间的不连续界面同样容易受到此类扰动而失稳。在此过程中，局部压力梯度与密度梯度错位，导致流体力学斜压涡量的产生，从而放大界面的初始形变（Zhou等人 2021）；随后，线性增长率会随模态数增加而增大（Chandrasekhar 1961）。

我们对日珥内部动力学非线性行为的认识，很大程度上得益于日出卫星太阳光学望远镜的高分辨率观测（Chae 2010；Hillier 等 2012a）。Chae （2010）通过观测发现，称为结的垂直精细子结构会突然向下加速。作者将此现象与磁重联以及磁构型的交换联系起来。Berger 等人对日出卫星太阳光学望远镜的观测Berger 等人（2008、2010）；Berger 等人（2011）还将这些动力学现象与前述磁瑞利–泰勒不稳定性以及广为人知的开尔文–亥姆霍兹（KH）不稳定性联系起来，随后数值研究也证实了这一点（Hillier 等 2011，2012a）。自然，早期研究主要关注速度场，尤其是垂直方向上范围广泛的运动（Engvold1981；Kubota 和 Uesugi 1986），并着重指出这些上流随后如何演化为涡旋（Liggett 和 Zirin 1984）。此外，向上的流动可能达到超声速，Berger 等人 Berger 等人（2010）报告了弓形激波压缩的证据。因此，总体而言，宁静日珥表现出具有高度可变性特征的时空演化。其动态特性以及普遍存在的较大雷诺数表明，日珥中的涨落本质上具有湍流特征。

基于这些结论，Leonardis 等人 (2012年) 首次使用日出卫星太阳光学望远镜的 Ca II H 强度图像，探索与太阳日珥相关的湍流的定量特征。作者考察了湍流的非高斯性、多重分形性和间歇性，研究了功率谱密度（PSD）中随波数变化的幂律标度关系。基于此，Freed 等 (2016年) 也使用日出卫星太阳光学望远镜数据研究了等离子体流的特征，主要关注动能和涡量。不久之后，Hillier 等 (2017年) 使用$H\alpha$ 多普勒图来研究日珥湍流运动的性质，并对速度增量应用结构函数（SF）分析。在本文中，我们将使用直接数值模拟，并以与上述先前研究大致相同的方式分析宁静日珥的磁流体力学模型。

采用理想磁流体力学模拟开展的理论研究由 Hillier 等 (2012a,b)；Keppens 等 (2015)；Xia 和 Keppens (2016a)开展，作者在这些研究中成功再现了——与观测值一致的上流和下流速度。 Hillier 等 (2012a,b)对日珥边界下部区域的瑞利–泰勒不稳定性模态演化开展了三维磁流体动力学模拟，以研究 Kippenhahn-Schlüter 模型（Kippenhahn 和 Schlüter 1957）的非线性稳定性。在此次三维数值模拟中，共使用了 $40\times150\times320(x\times y\times z)$ 个网格点。非线性瑞利–泰勒不稳定性形成了沿磁场方向排列的低密度丝状结构，这对在日珥中产生上流十分重要。在 Keppens 等 (2015)中，研究者利用三维理想磁流体力学模拟研究了瑞利–泰勒不稳定性的宏观行为，以及其形成气泡和柱状结构的能力。在该研究中，通过动态网格加密模拟弱磁场（8 高斯）情况下的晚期非线性阶段，分辨率达到了 $600\times600\times280$。研究显示，系统中最大气泡边缘处形成了子结构，这与观测中此前发现的强剪切流相符。这些研究主要关注宁静日珥中早期非线性瑞利–泰勒阶段（直至饱和状态）的演化。尽管如此，迄今对随后持续湍流的研究仍然有限。

此外，Terradas 等人 (2015)利用全局日珥模型的三维磁流体动力学模拟，研究并联系日珥形态与动力学和不同模型参数之间的关系。研究嵌入剪切磁拱中的太阳日珥的时间演化时，作者证明磁剪切和较低的等离子体 β 能够稳定这一构型。 Terradas 等人 (2015)的研究采用了 $150\times150\times100$的分辨率。该设置没有初始速度扰动，但由于人为设定的质量沉积，随着质量受引力作用下坠，系统产生了垂直速度扰动。Terradas 等人 (2015)所研究的流动源于引力势能，并导致形成类瑞利-泰勒不稳定性动力学；粗糙的分辨率无法与观测尺度进行直接比较。随后，Terradas 等人 (2016)利用三维磁流体动力学模拟，继续研究嵌入三维磁通量绳中的冷太阳日珥的时间演化，其中日珥沿磁通量绳轴的取向完全阻止了瑞利–泰勒不稳定性的发展。

自此之后，Xia 和 Keppens （2016b）利用三维 MHD 模拟，研究了双层日珥中的非线性磁对流运动；模拟以主要呈水平分布的磁场和重力平衡的太阳大气为初始条件。为此，他们采用了一个大小为 $30\times30\times30$ 兆米、网格分辨率为 $600\times600\times600$ 的计算盒，最小网格单元尺寸为 50 千米。由于磁场提供支撑，两层日珥的初始演化非常相似；随后，瑞利–泰勒不稳定性导致磁场发生互换。这种相似性在之后的湍流阶段减弱，并在双层日珥中引发整体性的扭结形变。Kaneko 和 Yokoyama （2018）对日珥中的瑞利 – 泰勒不稳定性进行了高分辨率三维 MHD 建模，成功再现了通过重联–凝聚模型从伪第一性原理出发形成的日珥中的磁瑞利–泰勒动力学。在这项研究中，作为初始条件，他们对密度和速度施加了必要的扰动，从而产生了非均匀的辐射凝聚。有趣的是，研究发现的凝聚率与维持日珥总质量所需的质量排放率相当。与Keppens 等人 （2015）的研究相比，该研究的计算域在较低色球层边界上方设有过渡区，导致瑞利–泰勒不稳定性产生的下落尖峰中的物质发生反射，随后上升至日冕高度；Kaneko 和 Yokoyama （2018）则采用了完整日冕计算

域。关于日珥中瑞利–泰勒不稳定性的更详细说明，请参阅 Hillier （2018）；同样也可参阅Jenkins 和 Keppens （2022），作者主张应及时转向通过重力互换不稳定性实现普适性。

总之，前述研究大多侧重于日珥中瑞利–泰勒不稳定性的早期线性阶段和非线性阶段，采用了复杂程度差异很大的多种模型。为了明确瑞利–泰勒不稳定性是否可能是导致日珥中观测到湍流的关键因素，需要进行物理细节充分、持续时间较长的模拟。随后应将所得统计结果与观测直接比较。此外，依据这些作者展示的所有结果，显然需要更高的分辨率，才能捕捉不稳定性中更小的尺度以及由此产生的湍流；否则，这些尺度上的动力学将由数值扩散主导。瑞利–泰勒不稳定性的增长将仅限于较早期的大尺度演化。

关于太阳日珥中瑞利–泰勒不稳定性的解析和数值研究，大多采用单流体磁流体力学方法。使用双极扩散项刻画部分电离效应的数值研究数量有限，已针对磁通浮现（效应（Arber 等，2007年；Martínez- Sykora 等，2015年）以及日珥（Díaz 等，2014年；Khomenko 等，2014年）开展了相关研究。在更为完备的双流体方法框架下，关于太阳日珥的数值研究则少得多。Díaz 等（2012）采用双流体方法研究部分电离等离子体中瑞利–泰勒不稳定性的线性起始及增长率。Popescu Braileanu 等人的近期研究Popescu Braileanu 等（2021b，c）采用非线性双流体模型，研究部分电离对瑞利–泰勒不稳定性增长率的影响。作者发现，只有在约 ~ 3千米的极小尺度上，结果才会显著偏离磁流体力学。双极扩散项和真正的双流体处理确实会影响小尺度的增长。不过，在本次模拟中，我们将忽略等离子体-中性粒子耦合的这些效应，相关问题可留待未来研究。在采用理想磁流体力学方法的研究中，我们将考察大于 20 千米的尺度，以了解瑞利–泰勒不稳定性导致的太阳日珥湍流对尺度的依赖性。在这些尺度上，单流体磁流体力学描述已足够。

本文首次研究了 2.5维太阳日珥中由瑞利–泰勒不稳定性触发的高分辨率模拟湍流（参见Popescu Braileanu et al. 2021a）。本文分为两部分。首先，在第2节，我们讨论数值模拟的设置，包括将 2.5维理想磁流体力学日珥表示为瑞利–泰勒不稳定状态所采用的控制方程、初始条件和边界条件。我们将讨论这种不稳定性从线性阶段演化到非线性阶段，最终进入湍流阶段的过程；在湍流阶段，能量会在中间尺度间传递。然后，在第3节，我们分析不同磁场强度下模拟日珥中的湍流，并讨论有助于理解日珥湍流特征的统计方法。最后，我们在第4节给出总结和结论。

2. 数值设置

为研究瑞利–泰勒不稳定性所诱发湍流的特性，我们使用并行开源自适应网格细化

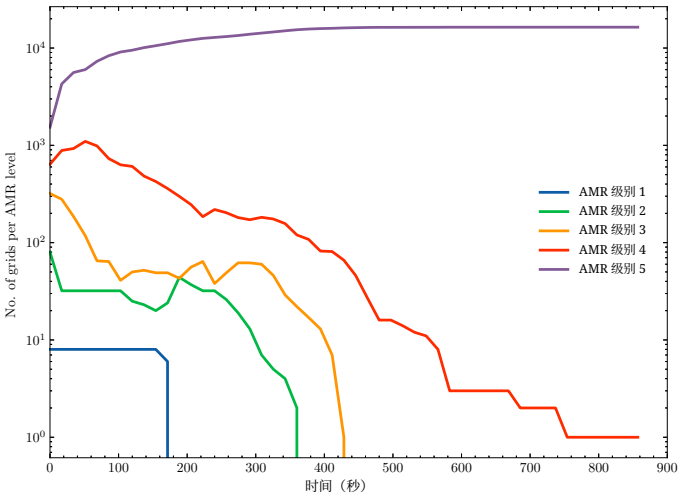

图 1. 流动演化过程中每个 AMR 级别的网格数量。

Versatile Advection Code 或 MPI-AMRVAC(Keppens 等，2012；Porth 等，2014；Xia 等，2018；Keppens 等，2021）。这是一种并行自适应网格细化代码，通过有限体积网格上的守恒变量（密度、动量密度、总能量密度和磁场）求解（主要为双曲型）偏微分方程。我们采用2.5维设置，以便从解析和计算角度简化问题。这是使用理想磁流体力学模型研究太阳日珥湍流时解析小尺度的有效方法。2.5维意味着速度和磁场分量垂直于所模拟的（x、y）平面，并假设沿z方向保持不变。我们在笛卡尔几何下设置了一个大型计算域：沿太阳表面水平方向延伸30兆米，高度为30兆米，从光球—低色球层延伸至太阳日冕。基础网格分辨率设为 40×40 ，并采用最高六级的细化级别，最终网格分辨率达到 1280×1280。图1展示了AMR网格级别随时间的演化，并给出了每个AMR级别的网格数量。模拟从基础网格AMR级别0开始，直至最高AMR级别5。图中最高（计算成本最高）AMR级别的覆盖率变化了一个数量级，这意味着计算时间相应地即时减少。随后约600秒的计算成本恰好与均匀网格分辨率模拟相同。由于我们旨在研究并量化动态演化的分层日珥设置中的湍流，采用自适应网格细化（AMR）可以有效计算系统向体积填充湍流状态的转变；与始终采用1280×1280均匀网格相比，还能显著节省计算资源。这一过程可由最高级别网格的计算域覆盖率表征：覆盖率从t = 0 秒时的59.44%上升至t = 420 秒时接近100%。

我们注意到，Leonardis 等人(2012对日珥中强度涨落的湍流特征所进行的观测研究，使用了日之出航天器获取的强度图像，其空间分辨率为 ~ 77。22 千米，平均时间分辨率为 16。8 秒，总时间区间为 ~ 4。5 小时。每幅图像由 800×400 个像素组成。我们实现了更高的空间分辨率 ~ 23 千米，并基于时间分辨率为 0。858 秒、总时间区间为 ~ 25 分钟的数据进行分析。

2.1. 控制方程

我们使用 MPI-AMRVAC 代码求解质量、动量、总能量密度和感应的守恒方程，即理想磁流体力学方程。这些方程如下：

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\mathbf{v}\rho) = 0\,, \tag{1}$$
$$\partial_t (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\mathbf{v}\rho\mathbf{v} - \mathbf{BB}) + \nabla p_{tot} = \rho \mathbf{g}\,, \tag{2}$$
$$\partial_t e + \nabla \cdot (\mathbf{v}e - \mathbf{BB}\cdot\mathbf{v} + \mathbf{v}p_{tot}) = \rho \mathbf{g}\cdot\mathbf{v}\,, \tag{3}$$
$$\partial_t \mathbf{B} + \nabla \cdot (\mathbf{vB} - \mathbf{Bv}) = 0\,, \tag{4}$$

其中 $\mathrm{p} = (\gamma - 1)(\mathrm{e} - \rho \mathrm{v}^2/2 - \mathrm{B}^2/2)$，且 $\mathrm{p}_{tot} = \mathrm{p} + \mathrm{B}^2/2$；各物理量 ρ、v、p、p_{tot}、e、γ 和 B 分别表示密度、速度矢量、等离子体压力、总压力、总能量密度、绝热指数 γ（即比热之比；在假设为单原子理想气体的情况下取 5/3）以及磁场矢量。后者所采用的单位使磁导率等于 $\mu_0 = 1$。等离子体温度 T 由理想气体定律定义为

$$p\mu = R\rho T\,, \tag{5}$$

其中 R 和 μ 分别为气体常数和平均分子质量。我们在代码中设置以下归一化量：单位长度为 $= 1 \times 10^9$ cm，单位温度为 $= 1 \times 10^6$ K，单位数密度为 $= 1 \times 10^9$ cm^{-3}。等价地，在代码单位制中，单位速度为 1.16×10^7 cm s^{-1}，单位质量为 2.34×10^{12} g，单位密度为 2.34×10^{-15} g cm^{-3}，单位时间为 85.87 s。随后，根据太阳表面处的引力加速度大小，将恒定引力加速度表述为无量纲形式：$= -2.74 \times 10^4$ 单位长度 单位速度$^{-2}$，方向沿 y 轴。

方程（1）—（4）在不断演化的分层块自适应网格上求解，采用四–阶段、三–阶 Runge-Kutta 方法（Ruuth & Spiteri 2002），并采用用于处理多个间断的 HLLD Harten-Lax-van-Leer 近似黎曼求解器（Miyoshi & Kusano 2005），以及 Koren 给出的三阶非对称斜率限制器（Koren（1993年）。HLLD 方法是一种保正方法，旨在更稳健地解析高分辨率磁流体演化；与线性化黎曼求解器相比，它在数值精度方面效率更高。为确保湍流达到稳定状态，我们遵循 Lohner方案，根据当前时间步的瞬时等离子体性质及其梯度设定加密判据。我们采用广义拉格朗日乘子方法（Dedner等人 2002）修正磁场散度，将散度约束与守恒定律耦合，并引入一个额外的标量变量 ψ。在每次迭代的显式时间积分中，我们采用 0.8 的库朗数，以确保时间步长稳定。

2.2. 初始条件和边界条件

二维模拟区域初始化于 $\mathrm{t} = 0$，范围为 $0 \le \mathrm{x} \le 30$ 兆米和 $0 \le \mathrm{y} \le 30$ 兆米。初始时纯粹插入的日珥底部位于 $\mathrm{y}_b = 11.25$ 兆米处，日珥从 $\mathrm{y}_p = 17.5$ 兆米处开始过渡到外日冕。平均磁场强度取为约 4 高斯。初始磁场取为 $\mathrm{B} = (0.1$ 高斯, 0, $\mathrm{B}_z(\mathrm{y}))$，这是一个纯一维分层剖面，且为非均匀场，其最强分量 $\mathrm{B}_z(\mathrm{y})$ 在高度 y_b 至 y_p之间呈指数衰减。磁场与水平 x 轴的夹角 (θ) 为 ~88.5°，因此几乎垂直于模拟平面。$\mathrm{B}_z(\mathrm{y})$ 的精确解析形式为：

$$B_z = \begin{cases} B_{z0}, & y < y_b \\ B_{z0} \exp\left[-(y - y_b)/\lambda_B\right], & y_b \leqslant y \leqslant y_p \\ B_{z0} \exp\left[-\left(y_p - y_b\right)/\lambda_B\right], & y_p < y, \end{cases} \tag{6}$$

其中参数为 $\mathrm{B}_{z0} = 4$ 高斯，压力标高为 $\lambda_B = 15$ 兆米。在 y_b 至 y_p之间的过渡区内，洛伦兹力 ($(\nabla \times \mathrm{B}) \times \mathrm{B}$) 不为零，因此该区域内的磁场构型为非无力场。在引力作用下，磁静力平衡的控制方程变为：

$$-\nabla p + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g} = 0, \tag{7}$$

这构成了日珥物质中等离子体的压力、洛伦兹力与引力之间的垂直力平衡。日珥主体内磁场强度的减小产生向上的磁压力力，使日珥物质能够抵御太阳大气中的引力，同时也因磁场旋转而产生连续剪切。

因此，首先根据图中所示的垂直温度分布初始化磁流体静力平衡，从而建立初始垂直平衡结构，其中包括色球层、日珥下方的日冕部分、日珥以及日珥上方的日冕2，其形式为：

$$T_j = \begin{cases} T_{ch} + \frac{1}{2}(T_{co} - T_{ch})\left(\tanh\frac{y_j - 2}{0.1} + 1\right), & y_j \leqslant 4 \\ T_{co} + \frac{1}{2}\left(T_{co} - T_{promin}\right)\left(\tanh\frac{y_j - 11.25}{0.1} + 1\right), & 4 < y_j < 17.5 \\ T_{promin} + (T_{promax} - T_{promin})\left(\frac{y_j - 17.5}{20 - 17.5}\right), & 17.5 \leqslant y_j < 20 \\ T_{promax} + \frac{1}{2}\left(T_{co} - T_{promax}\right)\left(\tanh\frac{y_j - 20}{0.1} + 1\right), & y_j \geqslant 20, \end{cases} \tag{8}$$

其中 y 的单位为兆米，T_{ch} 为色球层的温度 $= (8 \times 10^3)$，T_{co} 为日冕的温度 $= (1.8 \times 10^6)$，T_{promin}为日珥的最低温度 $= = (6 \times 10^3)$，T_{promax} 为日珥的最高温度 $= (1.4 \times 10^4)$。这设定了色球层温度为 8000 K，过渡至日冕的 1.8×10^6 K；在 $\mathrm{y} = \mathrm{y}_b$ 处，温度降至 6000 K，作为日珥下部的温度；而日珥上部的温度则从 6000 K 线性递增至 14000 K，并在 20 Mm 处结束。分层太阳大气垂直方向上的不同温度区域通过双曲正切函数平滑连接。随后，根据式（7）所示的磁流体静力平衡关系，推导出相应的气体压力和密度分层。假设等离子体完全电离，且 H:He 的丰度比为 10:1，$\left(n_{\frac{H}{H_e}} = 10\right)_n$，则有关系式$\rho = 1.4 \mathrm{m}_p \mathrm{n}_H$，其中 m_p 为质子质量，n_H 为氢的数密度。在高度 $\mathrm{y} = \overline{\mathrm{y}_b}$以下，我们直接结合理想气体定律与离散公式，以任意高的分辨率计算一维压力和密度数组：

$$p_j = \frac{p_{j-1} + \frac{\Delta y (g_j + g_{j-1})\rho_{j-1}}{4}}{1 - \frac{\Delta y (g_j + g_{j-1})}{4T_j}}, \tag{9}$$

其中，g_j 是局部太阳引力值，表示为 $\mathrm{g}(\mathrm{y}) = -2.74 \times 10^4 (\mathrm{R}_\odot^2/(\mathrm{R}_\odot + \mathrm{y})^2)$ cm s^{-2}，j 是垂直方向上的网格索引

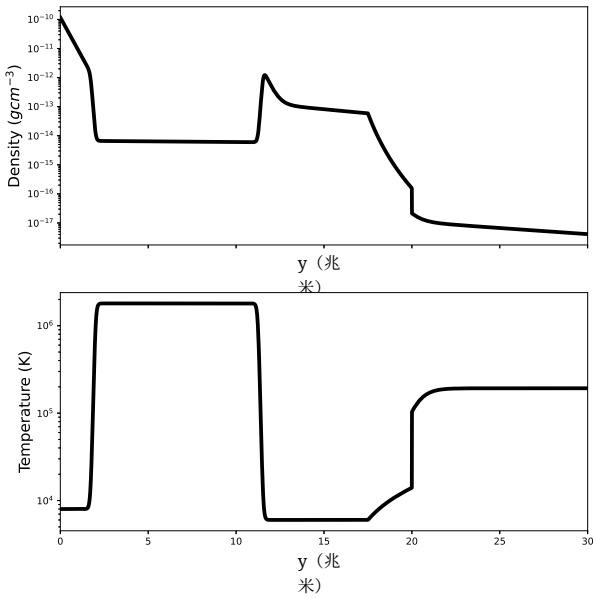

图 2. 初始状态下垂直方向上的密度（上）和设定的初始温度（下）剖面。色球层温度设为 8000 K，日冕温度则过渡到 1.8×10^6 K；在 $y = y_b$ 处，温度降至 6000 K（对应日珥下部），随后在 $y = y_p$ 至 $y = 20$ Mm 之间线性升高，从 6000 K 增至 14000 K（对应日珥上部）。

方向。对于 $y > y_b$，使用类似的公式，同时计入洛伦兹力。在此情况下，B_z 场由以下公式定义，

$$B_{z_j} = \left(B_{z,j}\cdot e^{-\frac{(y_{j-1}-y_b)}{\lambda_B}}\right)^2 + \left(B_{z,j}\cdot e^{-\frac{y_j-y_b}{\lambda_B}}\right)^2, \tag{10}$$

并根据式9求解相应的压力，结果如下：

$$p_j = \frac{\left(p_{j-1} + \frac{\Delta y(g_j+g_{j-1})\rho_{j-1}}{4} + \frac{\Delta y}{\lambda_B}\cdot\frac{B_{z_j}}{2.0}\right)}{1-\frac{\Delta y(g_j+g_{j-1})}{4T_j}}. \tag{11}$$

图 2 展示了与指定温度分层相对应、通过自洽方式推导出的密度剖面。由此采用的模拟参数代表了宁静日珥的典型条件。从建模角度来看，要捕捉日珥动力学，最重要的是采用日珥中实际存在的适当密度和温度反差，同时允许磁化环境中的大气具有完整的引力分层。我们的初始条件符合这些反差，并采用了温度分层（与以往模型研究的做法一致，例如 2Keppens & Xia（2014））。日珥下缘存在的两个数量级的密度反转，与早期局部模拟箱研究中广泛考察的情况相符（Hillier 等 (2012a,b); Keppens et al. (2015);Xia & Keppens(2016a); Terradas et al. (2016)). 采用的磁场较弱（4 高斯），处于宁静日珥范围的下限；不过需要指出，压力是根据磁流体静力平衡推导得出的。更重要的无量纲参数——等离子体 β 显示为随高度变化的函数，在不同时间的结果见后文图 4。大多数时候，尤其是在初始阶段，整个日冕中的数值都低于 1。我们注意到，关于日珥的多项研究报告了等离子体β达到或超过 1 的数值（综述见 Gibson (2018)）。我们的 $t = 0$ 模型要素与当前对理想磁流体动力学建模的认识相符。

边界条件设为左右两侧周期性边界；在模拟设置中，对顶部和底部的边界条件进行了特殊处理。底部边界值在所有时间步中保持固定；对于顶部边界，假设流体处于流体静力平衡，并根据内部单元外推密度和压力。相比之下，磁场采用法向梯度为零的假设进行外推，而速度值则从内部单元复制到幽灵单元中。

日冕中密度较高的区域模拟了我们的日珥主体，从下部日珥-日冕过渡区延伸至$y_b = 11$。25 兆米处，高度可达 20 兆米。我们通过在下部日珥-日冕界面施加多模态扰动来触发瑞利–泰勒不稳定性。该扰动由 50 个小振幅正弦速度场叠加而成，在x方向上周期性变化，且相位随机。由于初始条件不稳定，扰动会使界面变形，形成气泡和柱状结构。在平均磁场作用下产生的混合取决于扰动波矢$\mathbf{k}$ 与平均磁场$\mathbf{B}$之间的夹角，此时磁场张力能够抑制不稳定性的增长。这一效应最早由 Chandrasekhar (1961) 通过解析方法进行研究。在不可压缩性假设下，存在磁场时，简化的双层平面平行模型中的色散关系为

$$\sigma^2 = gAk - \frac{(\mathbf{k}\cdot\mathbf{B})^2}{2\pi(\rho_+ + \rho_-)}, \tag{12}$$

其中，σ 是不稳定性的增长率，A 是阿特伍德数，由 $A = \frac{\rho_+-\rho_-}{\rho_++\rho_-}$ 给出，且我们使用厘米-克-秒制单位。ρ_+是较重流体的密度，ρ_- 是较轻流体的密度。上述扰动呈不可压缩流的形式，在 y_b 界面附近局部初始化水平和垂直速度分量。扰动的空间振幅设为 50 km。对于选定的磁场强度和角度，磁瑞利–泰勒不稳定性受到抑制时对应的临界波长 λ_c 由下式给出：

$$\lambda_c = \frac{B^2\cos^2\vartheta}{g(\rho_+ - \rho_-)}, \tag{13}$$

其中 ϑ 是波矢$\mathbf{k}$ 与磁场$\mathbf{B}$之间的夹角。在研究瑞利–泰勒不稳定性时，这一角度十分重要，因为磁场剪切会影响瑞利–泰勒不稳定性的增长率；有磁场存在时，增长率会受到限制（Ruderman等人，2014）。由于在我们的设置中，磁场几乎垂直于模拟平面（该平面包含$\mathbf{k} = k_x\mathbf{e}_x$，使得 $\theta = \vartheta$），磁张力的稳定作用微乎其微，因为 $\sigma^2 \to gAk$。这意味着尽管磁场通常具有稳定作用，系统仍会发生不稳定。在完全垂直的方向（$\vartheta = 90°$）下，瑞利–泰勒不稳定性的增长最容易受到最短波长扰动的影响，因为 $\lambda_c \to 0$。我们注意到，真正的三维设置会提供更大的自由度，但我们所选的磁场角度（几乎垂直于图示平面）使我们的设置接近实现理想的 $\mathbf{k}\cdot\mathbf{B} = 0$条件。这一众所周知的磁力线弯曲最小化要求，决定了实验室及天体物理环境中低β等离子体的稳定性（Goedbloed等人 (2019)）。最后，

阿特伍德数的取值范围为0到1，其中流体之间的密度差异（此处为 $A \approx 1$）与不稳定性的增长率成正比（Zhou等人，2021）。需要注意的是，磁剪切（如我们的设置中日珥底部边界处存在的磁剪切）以及对可压缩演化过程的求解，使公式（12）和（13）中简单的双层不可压缩流体预测仅近似成立。

2.3. 整体演化至充分发展的湍流

图 3 展示了在静稳日珥中瑞利–泰勒不稳定性的理想磁流体力学模拟里，密度和速度随时间的演化，其中 $\theta = 88。5°$。从图 3可以看出，此情形下密度和速度场的大小如何演化。在初始多模扰动的作用下，引力使不稳定性开始发展，并逐渐形成垂直结构。这些呈柱状结构和气泡形态的相干结构逐渐显现出越来越精细的结构。在 85.9 秒时，我们已进入早期非线性阶段，可以看到下落的指状结构或柱状结构，以及上升的蘑菇状结构。根据色散关系（钱德拉塞卡 1961；Priest 1982），小尺度模态的增长速度快于大尺度模态。非零的极向（即 B_{XY} 平面）磁场分量会在小尺度上产生张力，从而减弱流体之间的剪切和混合，并影响气泡和指状结构从界面处位移的速率。

气体压力增加而磁压力减小，两者共同导致 β 其随湍流程度增强而随时间增加。模拟从宁静日珥条件下的初始状态开始，该状态的体积平均等离子体 β，因此磁压力在线性阶段影响显著。随着非线性阶段的发展，系统向湍流状态转变，等离子体 β 值随之不断增加；等离子体压力也会通过形成小尺度结构来影响能量级联过程，如图4所示。在湍流阶段（见$t = 858。7$ s），等离子体 β 值在初始日珥顶部上方显著增加，此处等离子体压力相比磁压力占据主导地位。湍流会影响动能、热能与磁能之间的详细平衡。在选定时刻的局部垂直等离子体β剖面，只是量化这一转变的一种方式。图3所示气泡状结构的浮力上升与密集物质指状结构的下落相结合，在高度$y = 15$ 兆米处产生瞬时密度变化，如图3上排面板（绿色曲线）所示。这些水平切片表明，柱状结构与羽流之间的密度对比确实仍然很强。一些物质在撞击过渡区时也会从上方的色球区域被卷入，随后被带入我们的日冕体积中。在后期，上方区域的等离子体β达到或超过1，浮力作用下的物质穿过我们的上边界上升，细尺度混合使热压升高。

各个阶段以及湍流逐渐转向越来越精细尺度的趋势，尤其是在下落柱状结构部分反射过渡区 高度并混合向上和向下运动的等离子体之后，在图 5所示的涡量图中尤为明显。

磁场最初设置为产生向上的磁压力力，在局部抬升日珥物质。演化过程中会形成$B_y(x,y)$ 磁场分量。这一点如图6所示，可以注意到附近许多位置形成了反平行的极向（平面内）磁力线。这自然促成了能量从磁能向动能的（数值）耗散交换。257 秒后，甚至可以看到日珥顶部形成激波。这些激波在日珥上方原有的高度稀疏层中发展，也就是说，在该处，初始密度极低，几乎是真空。激波最终使这一顶部区域变形，随后它在约 500 秒前的瞬态阶段通过我们的开放上边界消失。

图 7 展示了较晚时刻出现的真正湍流状态下的密度、温度和涡量场。事实上，日珥中冷而致密的物质与过渡区相撞，导致密度和温度迅速变化；正如图 8(A) 所示，这使水平方向的动能显著增加。800 s 后，我们认为日珥已转变为完全湍流状态。在这些非线性湍流阶段，应将整个日冕区域视为日珥结构；此时，日珥结构已重新分布于整个日冕域中。从图 x 对过渡区上方密度剖面的平均值也可看出这一点：图 3上方各面板中的蓝线表明，原始日珥的大部分质量（由该曲线下的积分给出）仍留存在整个日冕区域中。

图 8A 展示了计算域内体积平均动能的演化。初始日珥上方区域的冲击波发展瞬态过程中，y方向上的动能增加。此外，根据图8B（另见图 4），磁场的y方向分量的急剧增加也发生在动能增加之后。在此期间，下落的物质从剧烈的过渡区梯度处反射回来。因此，垂直动能的增加描述了与瑞利–泰勒不稳定性的线性阶段和非线性阶段相关的下落指状结构和上升羽流的形成。上部日珥边界高度的上升主要是由气泡的发展所驱动的。对于一般的瑞利–泰勒不稳定性，在引力作用下，低温高密度物质会沿向下方向加速。随着时间推移，等离子体的混合会导致低温高密度物质的体积增加。在图 8C 中，低温物质体积百分比随时间的演化与其质量一起绘出。该数值的计算仅考虑温度低于上阈值 5×10^4 K 且密度高于阈值 $10^{-11}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$的等离子体。我们可以看到，在湍流阶段，体积总体略有减少，而相应的质量则明显减少。这表明，穿过顶部边界的低温物质程度，部分由色球边界上方计算域内的混合所补偿。

从图3 和5 在时间 515.2秒时可以看到，大尺度气泡和羽流边缘处子结构的形成，这些结构在放大插图中有所展示。Keppens 等人（2015）讨论了这些小尺度结构的出现，认为它们是在模拟中由气泡边缘形成的强剪切流所致。这些作者仅模拟了七分钟的物理时间，因此尚未（还）达到我们接下来将更详细分析的充分湍流阶段。这些子结构促成了KH不稳定性及沿垂直方向形成的涡旋，这一点可从图3中方框标示的速度大小图看出。Mishra 和 Srivastava（2019）讨论了环状爆发日珥中磁性RT不稳定羽流的证据。他们提出，这种磁性RT不稳定羽流的非线性阶段会因下降过程中形成KH涡旋而发生坍缩

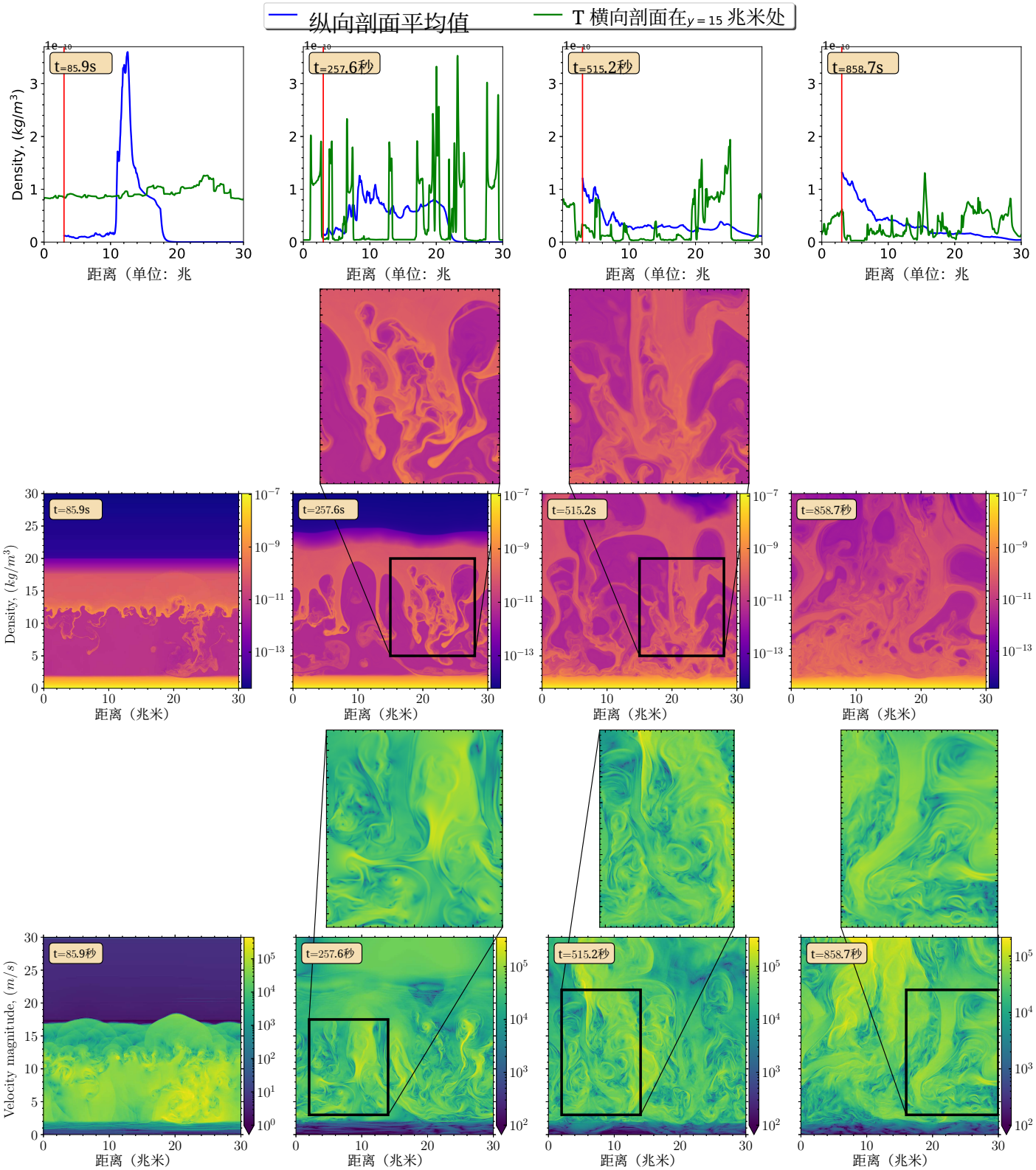

图 3. 每个时刻的密度剖面：纵向平均剖面（蓝色，顶部）以及高度 y = 15 兆米处的横向剖面（绿色）。密度（中部）和速度大小（底部）随时间的演化，展示 $\theta = 88.5°$ 的情形。在 85.9 秒时，下方日珥-日冕界面处形成瑞利–泰勒不稳定性，对应于早期非线性阶段。在 257.6 秒时，受扰层因瑞利–泰勒不稳定性而发生形变，并形成气泡和羽流，进入后期非线性阶段。在 515.2秒时，非线性阶段进一步发展，部分物质向上反射，同时我们看到气泡和羽流边缘形成了更多子结构。在 858.7 秒时，日珥中形成了许多小尺度结构，它们将能量传递至中间尺度，此时湍流十分显著。

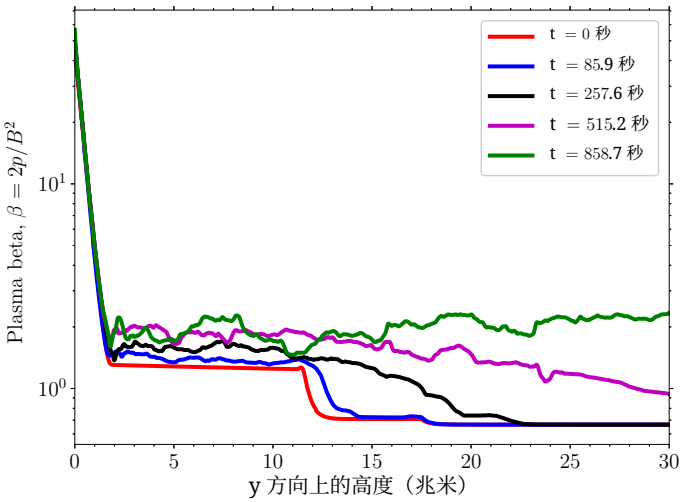

图 4. 参考算例 $\theta = 88$ 中初始日珥的局部等离子体β（沿 x 方向取平均值）在 t = 0 秒时的情况（红色），并与其随时间的演化进行比较：t = 85.9 秒、257.6 秒、515.2秒以及 t = 858.7 秒。

等离子体。我们观察到相同的过程：在本研究的非线性阶段，日珥物质向下坠落，同时伴有开尔文–亥姆霍兹涡旋。

在我们的研究中，密度结构的演化显示日珥中逐渐形成湍流，图 3 中出现的精细尺度结构便是其表现。在时间 858.7 秒时，图 8A 所示的动能演化呈现出有趣的特征。水平方向（即 x 方向）小尺度结构的形成，与同一方向上动能的增加相吻合。在非线性阶段，受引力作用而向下加速的低温高密度物质撞击不断演化的过渡区，并从色球层汇集物质和能量。这导致水平方向上的涨落增加，动能不断积累。在此之前，动能主要集中在垂直方向，这归因于瑞利–泰勒不稳定性的线性阶段和非线性阶段的发展。因此，在这一后期阶段，涡旋和涡旋结构的形成会在不同尺度之间以及两个方向上传递能量。下文将分析这一湍流阶段。

3. 湍流阶段的结果

3.1. 观测对应现象

宁静日珥呈现出丰富多样的动力学和结构，其主要沿垂直方向排列（Berger 等人 2008）。垂直日珥结构通常表现为暗色上流，以及流动下流、涡旋、横向振荡和膨胀拱事件的持续运动。另一方面，水平日珥结构的运动相对较少，其动力学似乎仅限于短暂瞬态流的出现。Leonardis 等人 (2012）的观测和理论研究表明，宁静日珥中的这些特征共同体现出湍流特性。他们对日出号太阳光学望远镜 Ca II H线观测图像应用统计方法，量化了一例长寿命宁静日珥的湍流特征。他们研究了长寿命宁静日珥中湍流特性的多重分形和间歇统计标度。这种有限区域内的湍流呈现出非高斯统计、多重分形性和扩展自相似性。这些统计结果提供了相关信息

关于尺度行为及尺度间相关性的信息，并揭示了强度涨落在时间和空间上的测量结果呈幂律分布，从而体现出非高斯性。

同样，Freed 等（2016年）利用 Ca II 和 $H\alpha$ 日之出卫星的观测，研究了宁静日珥中与等离子体流相关的动能和涡量，并发现幂律拟合指数介于 −1 至 −1。6。Hillier 等 （2017年）利用日之出卫星太阳光学望远镜观测获得的 $H\alpha$ 多普勒图，通过结构函数研究日珥的湍流特性，并指出存在两个截然不同的区域，幂律在约 2000 km 处出现转折。他们还确定了观测到的日珥中湍流的非高斯性和间歇性动力学。作者得出结论，湍流耗散导致的加热率极低，对日珥等离子体的加热并不重要。然而，磁重联导致的扩散与估算的双极扩散处于相近量级，且比欧姆扩散大几个数量级。迄今为止，这些太阳日珥中等离子体流的湍流特性主要通过观测加以研究。这些研究关注垂直和水平方向的动力学：前者表现为持续时间长、寿命长的条纹结构，后者则形成持续时间较短的瞬态现象。观测研究从非高斯统计、多重分形性和扩展自相似性等方面分析湍流。接下来的段落将详细讨论这些特性。本文的主要目标是证明，我们模拟的日珥在湍流阶段表现出的性质与观测到的对应现象非常相似。

3.2. 模拟分析

为了了解模拟中湍流的特性，我们对磁流体动力学数据进行处理并应用统计方法。我们使用特定时刻、具有完整空间分辨率的数据 1280 × 1280。我们还提取了一个跨越~ 25 分钟的数据子集，时间采样间隔为 ~ 0.858 s，涵盖日珥中瑞利–泰勒不稳定性的演化时期。与Leonardis 等人（2012）的工作类似，我们在纵向和横向各使用五条条带；前者对应于图9所示日珥中占主导地位的垂直流动。分析时，我们考虑上色球层上边界以上的计算域。每条纵向（横向）条带沿线有 1131（1280）个网格点，因此分辨率约为 23 km。实际操作中，我们为横向（纵向）方向上的每条条带取小型样本组，其中包含 11 行（列）相邻网格单元（包括中心行（列）及其两侧各五行（列））。我们先分别计算 11 条条带各自的统计量，再沿条带宽度求平均，以获得更一致的统计结果，并捕捉空间域中各场的变化。此外，如图9所示，我们使用计算域内一个位于中心的点 A，通过 MPI-AMRVAC 的粒子模块获取模拟中时间涨落的高分辨率时间序列。我们对场变量（速度、磁场分量或其大小）的涨落值应用所有统计方法。我们还对温度场进行统计，以便与以往的观测结果进行有意义的比较。场变量的这些涨落值表示为 I′(u)，其计算方法是从场的瞬时分量中减去平均分量，即 $I'(u) = I(u) - \langle I(u) \rangle$，其中 u 是空间坐标 x 或时间状态 t，平均值为$\langle I(u) \rangle = R\, {}_{u_{max}}\, {}_{u_{min}}\, I(u)\, du/(u_{max} - u_{min})$，取值范围为 $u \in [u_{min}, u_{max}]$。

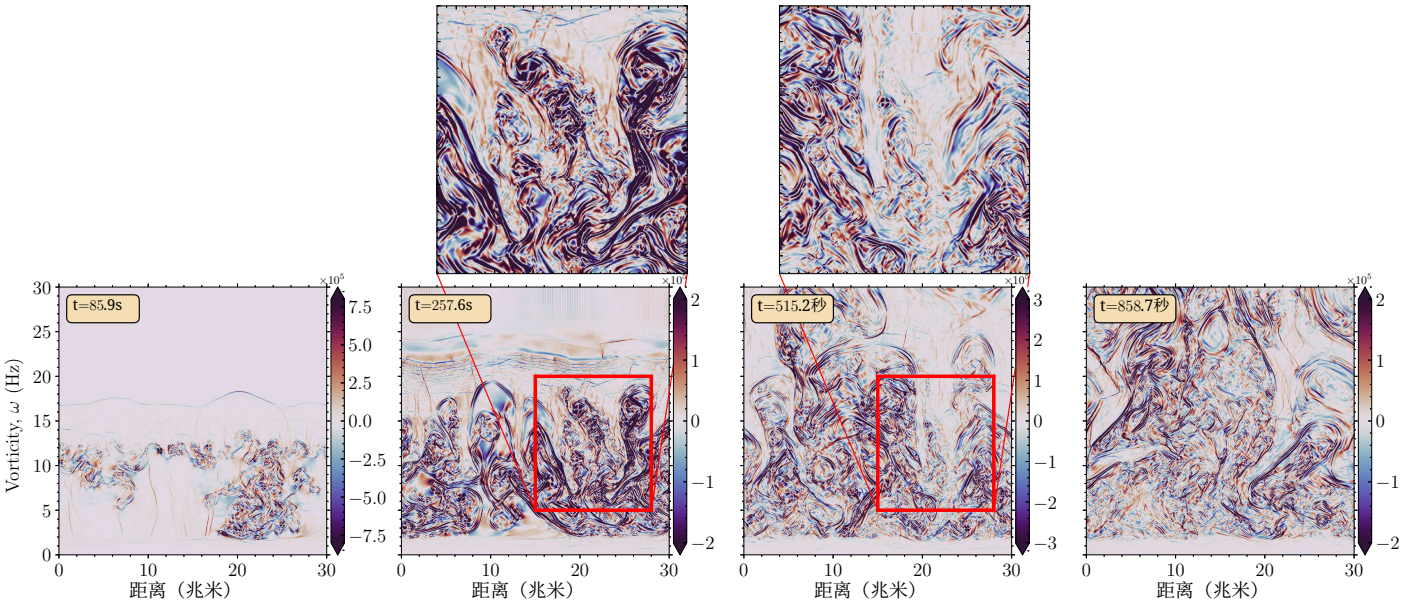

图 5. $\theta = 88.5°$ 情况下涡量场的时间演化。初始阶段显示瑞利–泰勒不稳定性的出现，随后在 257.6 s 时形成气泡和羽流形状的涡旋结构。此后，系统在时间 515.2秒 进入后期非线性阶段，气泡和羽流边缘剪切增强，形成小尺度结构。在时间 858.7 s 时，这些子结构组织成涡旋及其他相干结构，且主要沿垂直方向分布。

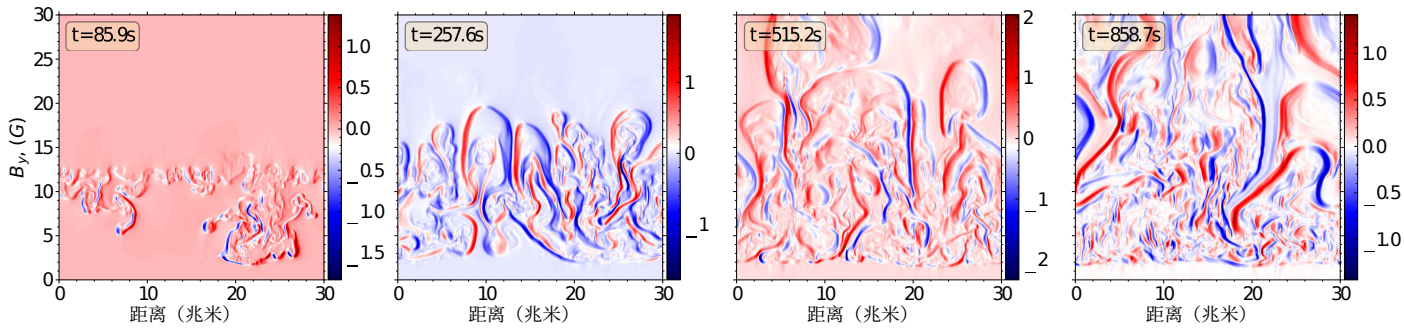

图 6. 对于 $\theta = 88.5°$ 的情形，B_y（分层的 y 方向上的磁场分量）的时间演化。随着日珥流从线性阶段过渡到非线性阶段，可以看到存在许多局部反平行的极向磁力线。

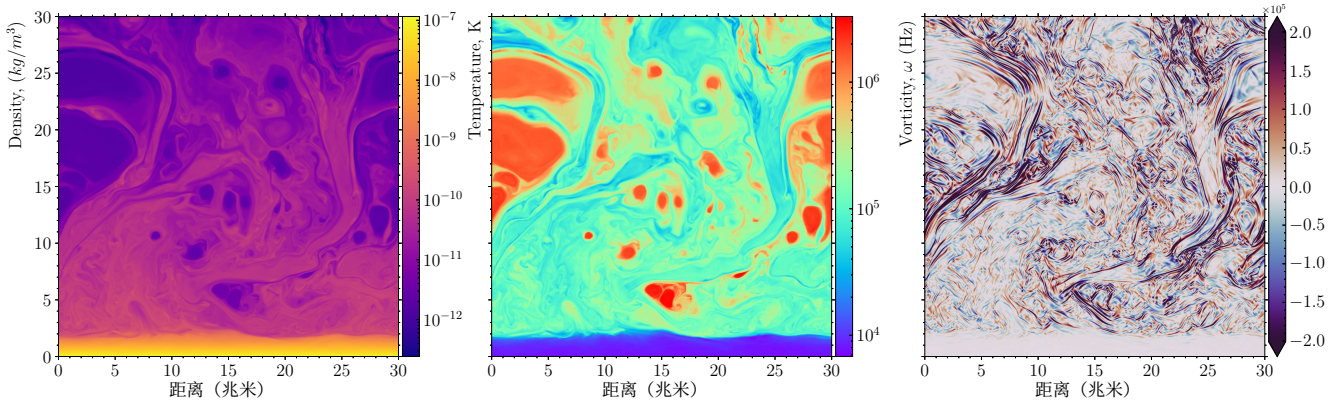

图 7. 在时间=1073.38 s 时，日珥已消散，此时案例 $\theta = 88.5°$ 的密度、温度和涡量场的后期演化。

下文中，我们将简化记法，因此例如将位置 r 处速度场的涨落写作 V(r) ≡ V′(r)。

对于空间分析，我们分析了模拟中时间为 558.15 秒和 858.7 秒的两个代表性快照，此时横向（即 x 方向）的结构开始增长

与图 8A 所示的纵向情况相比，我们在模拟中观察到了湍流状态。从图3所示的快照中也可以看到这一点：混合使两个方向都形成了大尺度结构，改变了RT不稳定性中清晰的气泡和羽流形态。在统计分析中，我们计算不同的差分或增量，取值为

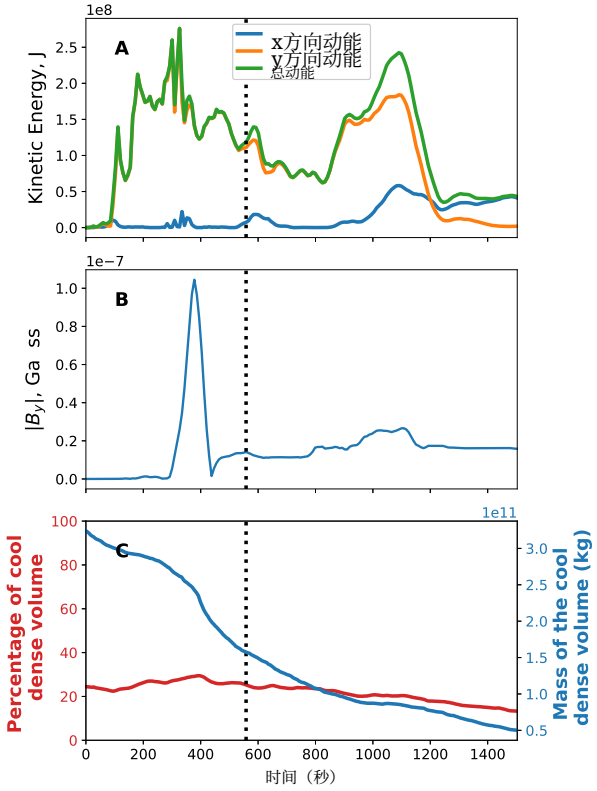

图8. 面板 **A**：计算域内沿 x 和 y 方向的体积平均动能以及日珥体积平均总动能的时间演化。面板 **B**：日珥垂直磁场分量 B_y（体积平均）的平均幅值随时间的演化。面板 **C**：随时间变化的冷致密太阳日珥（日冕界面）物质体积百分比，即排除色球层后，温度低于阈值 + K 且密度大于 5×10^4 kg m 10^{-11-3}（参见图 2），并同时绘出相应的质量。面板 **C** 中的黑色点线表示时间 558.15秒，此时进行了湍流分析。

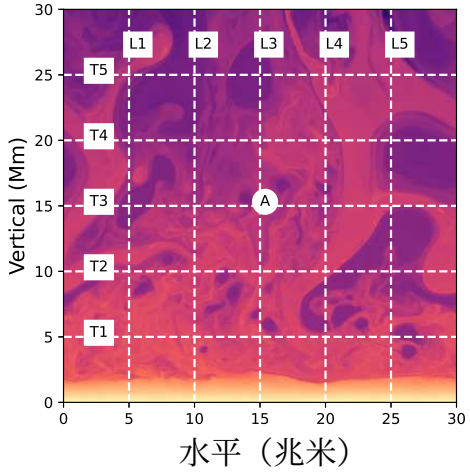

图 9. 数据被划分为五条纵向条带 L1-L5 和五条横向条带 T1-T5，并针对特定时刻的场进行了空间分析。我们还在点A处提取了时间采样数据，其中记录了数据以 0.858 秒为间隔的时间演化（背景中显示的是时间 858.7 秒时太阳日珥的密度场）。

不同的空间和时间间隔（滞后），分别以 L 和τ表示。图 10 展示了条带 L5 中速度场瞬时空间变化（沿条带宽度取平均）。A面板展示原始 V(r)，B面板展示其对应的一阶差分速度增量 δV = V(r + L) − V(r)，其中 r 为空间坐标（对于水平/垂直条带，r 分别为 x 或 y）。沿条带的空间滞后为 L = 23 km，因此减去的是瞬时邻近值；面板B展示了一阶差分的空间速度序列 δV(r, L = 1)。我们发现该序列波动显著，且相对于均值的标准差始终一致。类似地，图 9 所示设置中的样本点A从 747.01 s 到 1747.01 s 的时间序列见图 10（C面板和面板D），展示了速度场的时间变化，即 V(t)（C面板）及其对应的一阶差分时间增量 δV(t, τ) = V(t + τ) − V(t)（面板D），其中 t 为时间尺度，时间滞后为 τ = 0.858 s。

3.3. 相关时间尺度

我们使用按方差归一化的速度场和磁场自相关函数来分析相关时间，即相关系数定义为：

$$R(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau)\rangle}{\langle I(t)^2\rangle}, \tag{14}$$

其中 ⟨.⟩ 表示沿时间方向 t 的平均值。因此，该自相关函数是滞后量 τ 的函数；在接下来的分析中，我们将其取值范围设为 0.85–600 s。相关系数的取值介于 -1（完全负相关）和 +1（完全正相关）之间，而零值表示数据不相关。由于湍流是一种随机、随机性的现象，当时间滞后趋于极大时，自相关函数趋于零，因此湍流的相关时间尺度 T_c 定义为：

$$T_c = \int_0^\infty R(\tau)d\tau\,. \tag{15}$$

由于湍流，随着滞后时间 τ 增加，过程的时间相关性会减弱。因此，对积分进行积分会得到相关（或积分）时间尺度。T_c 的值反映了湍流的记忆效应（Pope 2000年）。对于有限时间采样序列，通常使用近似的 T_0, ，其对应于函数$R(\tau = T_0) = 0$ 的首次过零点，以量化这一相关时间。从图11可见，在我们的模拟数据中，速度场的相关时间 T_0 约为 185 s，磁场的相关时间约为 107 s。我们可以将其与Hillier 等 (2017年)进行比较；他们发现速度的相关时间为 328 s。强度为 544 s，该值是通过自相关函数的半高半宽（HWHM）计算得到的。

与观测不同，我们可以对每个矢量分量进行自相关分析。此前所有关于日珥湍流的分析（Leonardis 等（2012）；Freed 等（2016）；Hillier 等（2017））都是基于强度图像开展的。在本研究中，我们充分利用现有的场变量（磁场强度和等离子体速度场强度），量化它们之间的相互依赖性，以及它们对模拟湍流特征的影响。速度场和磁场各矢量分量的贡献分别如图12 （A 和 B）所示。对于速度场，我们看到V_y 的相关时间较长，为246秒，

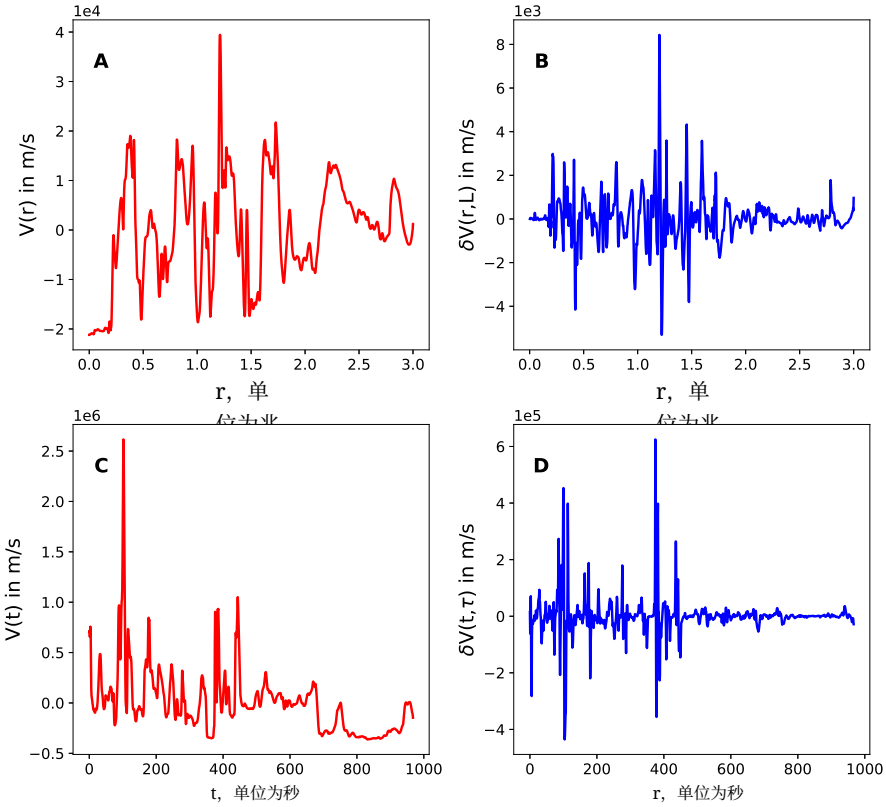

图 10. 日珥在时间 858.7 s 时，条带 L5 (A) 的速度场 V(r) 空间序列及其对应的一阶差分 $\delta V = V(r + L) - V(r)$，其中 L 为 = 1 滞后 ~ 23 km (B)。(C) 显示图 9 中点A从时间 747.01 s 到 1747.01 s 的速度场 V(t) 时间序列。其对应的一阶差分 $\delta V = V(t + \tau) - V(t)$，其中 τ = 1 滞后 ~ 0.858 s，如 (D) 所示。

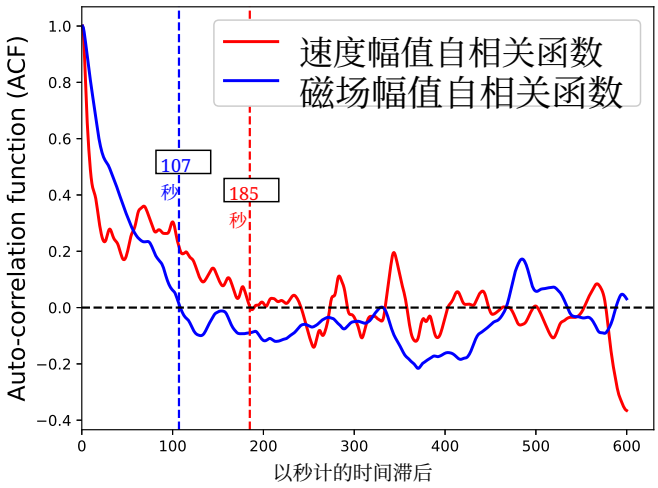

图 11. 归一化时间自相关函数（$R(\tau)$），用于模拟盒中心（图 9 中的点A）处的速度场和磁场。首次过零点对应的相关时间给出的速度场相关时间尺度为 185 秒，磁场相关时间尺度为 107 秒。

相比之下，V_x 分量的相关时间为178秒。相干结构在垂直方向上持续的时间更长，并促使该方向上的能量增长加快。这一特性此前已在日珥中观察到（Engvold(1976)）。速度分量随时间推移变得越来越反相关。B_z 磁场的分量是完整磁场中最大的分量。事实上，B_z 分量的相关时间比幅度小得多的B_x （37秒）或B_y （21秒）分量的相关时间长十倍（268秒）。这证实了各向异性湍流受到平均磁场方向的影响（此处最大的场分量为B_z，垂直于模拟平面）。极向磁场分量的相关时间尺度较短，而（平均）场分量B_z的相关时间尺度较长，与极向速度分量的相关时间尺度相当，这与预期的各向异性一致。

3.4. 功率谱

在本研究中，瑞利–泰勒不稳定性促使纵向（垂直）主导结构发展为羽流和气泡的形态，从而在太阳大气中形成初始大尺度扰动或相干结构，进而引发湍流。在稍后的时间 ~ 500 s，冷而致密的物质开始与计算域内的上层色球层（过渡区）边界碰撞（计算域延伸至较低的色球层区域），导致结构的横向（水平）运动增强。这可由图x方向的动能在那一时刻左右上升看出，见图8（A）。此后，800 s 之后，x方向和y方向的动能均进一步增加。从视觉上看，这一阶段也呈现出更充分发展的湍流特征。在湍流状态下，能量从最大尺度流向最小尺度或耗散尺度，通过自相似级联过程传递。由此，湍流的功率谱呈现幂律标度，即能量在整个惯性区内以相同速率传输（

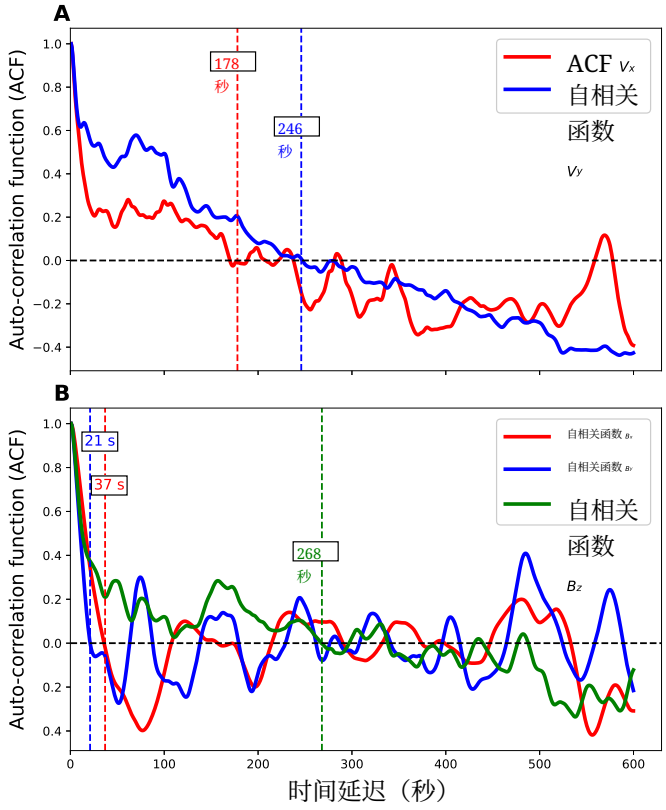

图12. 面板**A**：模拟盒中心（图x 和y 分量速度场的归一化时间自相关函数（图中点A所示9）。**B**： 同一位置处磁场x、y和z 分量的归一化时间自相关函数。V_y 的速度分量相关时间尺度最高，为 = 246 秒；相比之下，V_x为178秒。类似地，B_z 的相关时间尺度最高，为268秒，而B_x 为37秒，B_y 为21秒。

，Kolmogorov1941）。

我们使用功率谱密度（PSD）量化能量在各空间尺度上的分布，以估计有限数据集的功率谱。若对信号采用快速傅里叶变换（FFT）方法，某些尺度上的频谱可能会受到噪声影响。该方法中与这些尺度相关的斜率可能不具备任何物理意义（Bruneau 等人 (2005)）。为避免这种副作用，我们使用汉宁窗，通过 Welch 周期图法计算信号（空间序列）的功率谱密度，而非采用快速傅里叶变换（FFT）方法（Welch 1967）。该周期图有助于在计算变换前平滑样本序列、对样本序列进行分段，并计算其他估计量；这些估计量可通过重叠样本序列求平均。我们将包含 1280 个点（每条条带上的像素数）的横向信号（$I(r)$) 划分为高斯 = $1280/M$ 个分段，每段包含 M 个观测值（M < 1280），各分段可以重叠，即 M 为每个分段的长度。若各分段不重叠，则参数 S = M；若重叠 50 %，则参数 S = $M/2$。对于每个分段，我们应用汉宁窗函数，并计算加窗周期图，形式如下：

$$\hat{\phi}_j(r) = \frac{1}{MW_S}\left|\sum_{n=1}^{M} w(n) I_j(n)\exp(-irn)\right|^2, \qquad (16)$$

其中 j = 1, ..., G，而 W_S 是窗函数 w(n) 的功率，定义为 $W_S = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}|w(n)|^2$。对加窗周期图取平均，即可得到 Welch 功率谱密度估计，

$$\hat{\phi}_W(r) = \frac{1}{G}\sum_{j=1}^{G}\hat{\phi}_j(r). \qquad (17)$$

对于仅含1131个点的纵向信号，我们采用相同的处理方法。图13 展示了RT不稳定性导致的湍流阶段（上）和完全湍流阶段（下）中，纵向的（L3、L4）条带以及横向的（T3、T4）条带的功率谱密度双对数图。这两个阶段通过对下落物质与色球碰撞前后拍摄的快照进行系综平均来定义。第一阶段的系综平均取自558.15–772.83秒，第二阶段则取自858.7–1073.38秒。图中展示了这两个阶段各条带的速度（A面板和D面板）、磁场（面板B和面板E）及温度场（面板C和面板F）。可以看出，在这两个阶段中，场变量的能量级联速率相近。对这些双对数分布进行线性拟合，其斜率给出了幂律标度。对于这两个阶段，误差拟合均针对某一方向上各场的条带，在所有面板共有的波数范围0。32 – 3。2兆米$^{-1}$ 内计算。

从图13可以看出，所有场的幂律标度值（也称为谱指数）介于 –1.84 和 –2.6 之间；在图13的 A 面板中，横向速度涨落与 Kolmogorov 各向同性均匀流体动力学湍流著名的 σ 谱相差不到一个 –5/3。惯性区较大尺度上的能量级联过程比这种理想的均匀湍流更快。当然，引力的存在以及垂直平面各向异性，可能在我们的非均匀分层日珥构型中发挥关键作用；也就是说，等离子体的混合和能量耗散过程会受到平面内磁场的影响。其他场也呈现出不同于Kolmogorov的较高标度 –5/3。对较大的波数范围（> 3. 2 兆米$^{-1}$），我们通过估算线性拟合测得了不同的标度指数，尽管对于所有场而言，在所有条带（两个方向）的惯性区末端，平均值均约为 –3.5。惯性区延伸至间歇性效应减弱的波数处，随后在最小尺度上，不可避免的数值耗散效应开始占主导。较大的波数对应耗散尺度，其中最大的波数代表 ~ 23 千米的尺度。比较所有场在两个阶段的情况可以发现，随着日珥中湍流行为日益普遍，谱指数变得较平缓。这表明，脱离瑞利–泰勒不稳定性后，自持日珥消散，湍流强度随之增大。图8A 中可以看到这一现象：水平动能相对于垂直动能有所增加。日珥中的相干结构最初主要沿纵向分布，在第一阶段之后也逐渐沿横向演化。

就观测而言，Leonardis 等人(2012)测量了强度图像的功率谱密度，得到的斜率值为 –2 对于介于 2.43 – 4. 55 兆米$^{-1}$ 的较小波数范围，纵向条带为 2.07 –4.61 兆米$^{-1}$，横向条带则为。对于较大的波数，横向条带的谱指数约为 –3，纵向条带则为 –2.7。这些较小波数下的数值与我们所得的速度、磁场.....

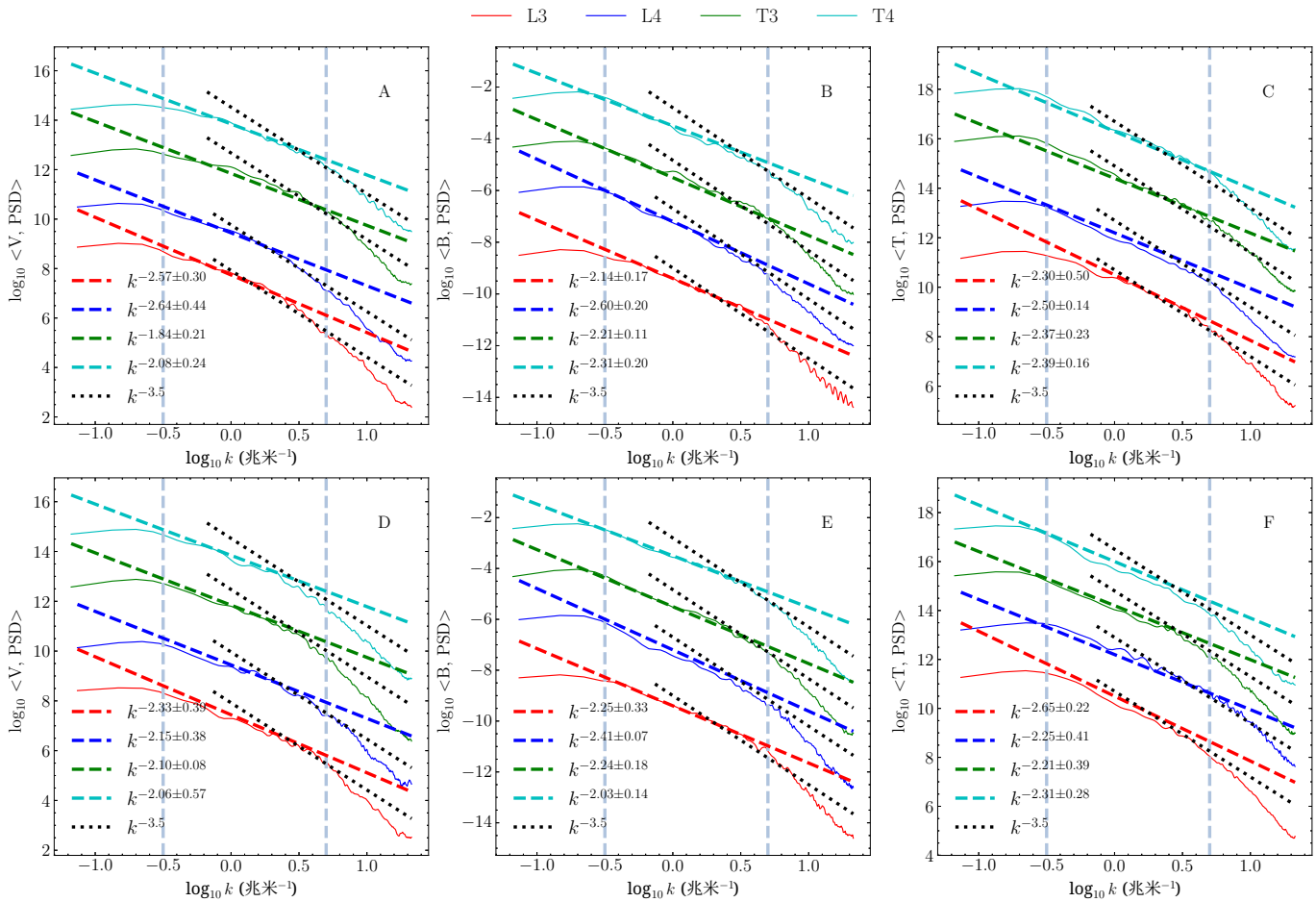

图 13. 绘出了纵向条带（L3、L4）和横向条带（T3、T4）在波数域中的功率谱密度，分别对应物质与上层色球边界发生碰撞之前的两个时间系综平均（上图，此时瑞利–泰勒不稳定性驱动的湍流较明显），以及碰撞之后的两个时间系综平均（下图，此时湍流发展得更充分）。为便于观察，所有功率谱密度均沿纵轴作了平移。彩色虚线表示对某一方向上的特定场，在 0.32–3.2 兆米$^{-1}$ 范围内拟合得到的标度关系；所有面板中的竖直虚线标示了该范围。在较大的波数处还存在一个更陡的次级标度关系（-3.5），如黑色点线所示。

磁场和温度场。相比之下，对于较大的波数，我们的斜率值更接近 −3.5。此类比较对于原始温度场和速度场最有意义（对于磁场也有意义，但程度较低），因为它们的结构和涨落以一阶方式影响观测中记录到的辐射比强度，尽管这种影响并非简单直接。

3.5. 概率密度函数

与许多其他物理系统的情形一样，太阳日珥中的湍流很可能是混沌且无序的，并会导致完全不可预测的等离子体流。空间中某一位置处场变量 I 的湍流可用其概率密度函数（PDF）P(I)进行概率描述，其中 P(I)dI 表示该变量取值介于 I 和 I +dI 之间的概率，并满足归一化条件 $\int_{-\infty}^{\infty} P(I)dI = 1$。

要进行这样的分析，我们必须绘制信号的直方图，将所有可能的信号值划分到大小合适的区间中。然后将每个区间中的计数除以实现总数。当实现数量趋于无穷、区间宽度趋于零时，我们就能得到概率密度函数的极限曲线（George 2013年）。在这项分析中，我们重点研究瑞利–泰勒不稳定性阶段产生的湍流，即时间约为 558.15秒 时的情况。对于平稳的高斯过程，其概率密度函数呈高斯分布；但在存在湍流时，场会偏离高斯过程，呈现重尾分布。这与信号中的间歇性或稀有事件有关，也就是数值出现远超均值标准差范围的大幅跳变。这种现象可见于流体动力学湍流（Anselmet 等人 1984年；She 等人 1988年；Castaing 等人 1990年；Vincent 和 Meneguzzi 1991年；Kailasnath 等人 1992年；Mordant 等人 2001年）、磁流体力学湍流（Müller 和 Biskamp 2000年；Biskamp 和 Müller 2000年；Homann 等人 2007年；Biskamp 2003年），以及太阳风湍流中（Burlaga 1993年；Grauer 等人 1994年；Politano 和 Pouquet 1995年；Marsch 和 Tu 1997年；Horbury 和 Balogh 1997年；Sorriso-Valvo 等人 1999年；Narita 等人 2006年；Koga 等人 2007年）。

在图 14 （A 和 B）中，绘制了速度场增量 δV（r，L）在固定间隔 L 为 0.468 兆米、1.406 兆米、2.344 兆米、3.281 兆米、4.219 兆米和 5.156 兆米时的概率密度函数（PDF），不同间隔以彩色线表示，时间为 558.15秒。该分析分别针对纵向 L3 条带（A）和横向 T3 条带（B）进行，其中我们将其归一化为方差 σ，即 P（δV）$= \delta V/\sigma$。作为参考，绘制虚线黑线表示单位方差高斯分布，以展示间歇性的程度。

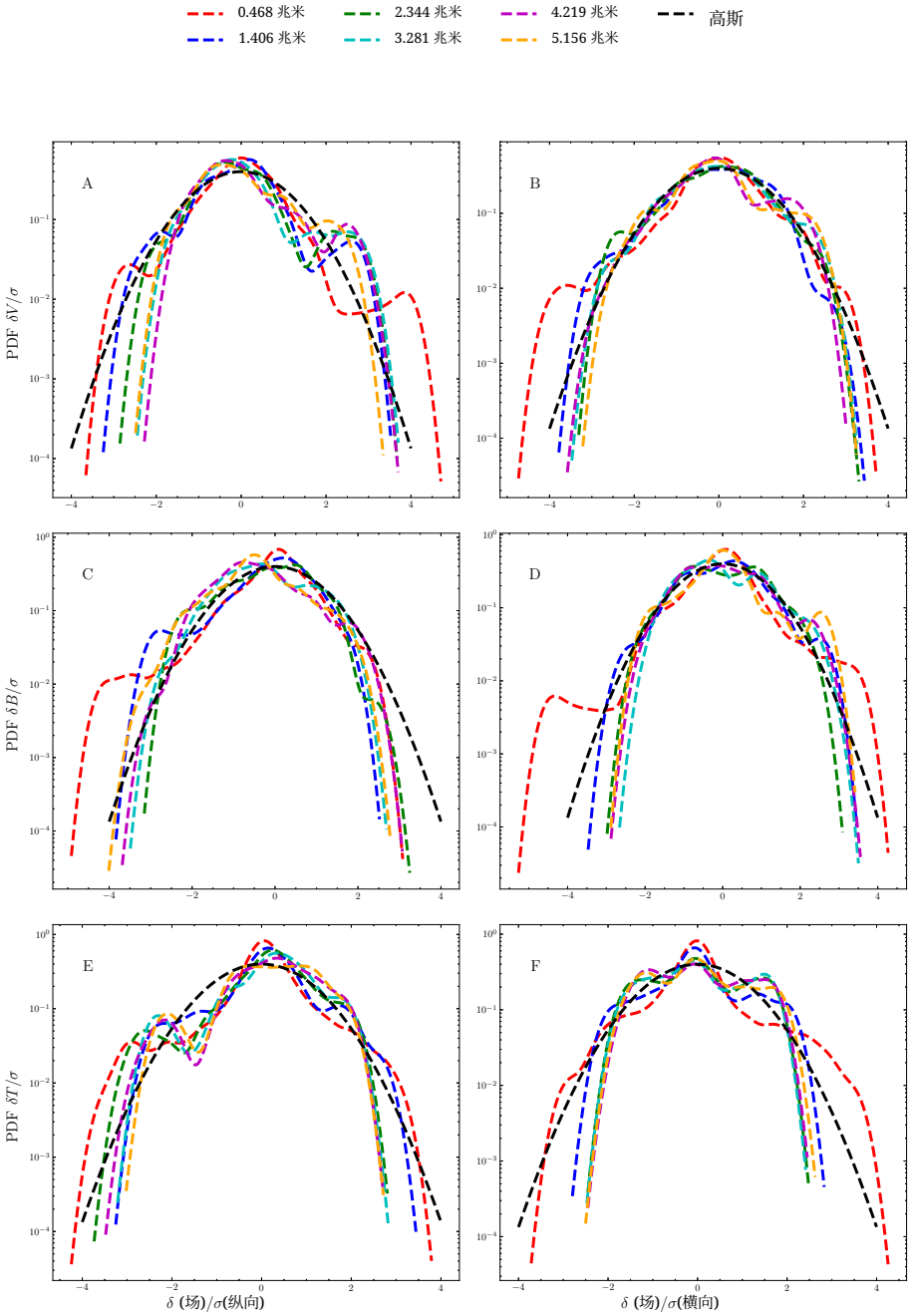

图 14. 参考时间 558.15秒下，空间域中 L3 纵向方向（左）和 T3 横向方向（右）的速度（A、B面板）、磁场（面板C、D）和温度场（E、F面板）增量的概率密度函数，针对逐渐增加的滞后（或尺度）L = 0.468 兆米、1.406 兆米、2.344 兆米、3.281 兆米、4.219 兆米和 5.156 兆米绘制，并与高斯分布的黑色虚线进行比较。

在图 14 （C 和 D）以及（E 和 F）中，我们使用相同的间隔 L，分别绘制了 L3（C）和 T3 条带（D）中的磁场增量，以及 L3（E）和 T3 条带（F）中的温度场增量，其中我们再次将其归一化为场的方差 σ 。从图 14中可以看出，在较大的间隔 L下，分布趋近于高斯性。这也可以通过概率分布的四阶矩进行量化，该四阶矩称为峰度，其参数表示为 $K = \langle P(\delta V)\rangle^4/\sigma^4$，用于描述分布中峰值的突出程度。较小的值（按绝对值计）表示更平坦、更均匀的概率分布（George 2013）。高斯分布的峰度值为 3，而 K表示超额峰度的系数，定义为 $K = K-3$。

从表 1可见，对于速度场、磁场和温度场，概率密度函数的超额峰度值往往会随滞后（间隔尺度）的增大而减小。因此，随着尺度增大，概率密度函数逐渐变得尺度无关，最终趋近于高斯性（K 接近于零）。因此，在如此大的尺度上，各场的涨落很可能大体上互不相关。另一方面，较小尺度偏离高斯性的程度更高，表明这些尺度上发生间歇事件的频率更高。从图14可见，小尺度的纵向速度场中存在正偏斜值，描述了向上的垂直运动；而纵向磁场和温度场则呈现更多负值，描述了日珥中的下流

。Frisch （1995年）将这种行为与间歇性联系起来；因此，我们的结果表明日珥湍流中存在间歇性。

3.6. 结构函数

太阳日珥中的湍流由各种类型和尺度的相干结构相互作用所产生的涨落构成。充分发展的湍流具有尺度不变性，其特征是一系列标度指数（Kolmogorov1941；Frisch 1995）。在尺度不变的情况下，无法识别出主导尺度。由于仅凭功率谱不足以评估惯性区内的尺度不变性，因此有必要考察高阶矩。概率密度函数定性地反映了日珥中的湍流动力学，而计算这些分布的高阶矩则可以对其进行定量表征。我们使用结构函数（结构函数），它衡量涨落与长度尺度之间的相关性。场 p 的$f(r)$ 在滞后量 L 下的 p 阶结构函数定义如下：

$$S^p(L) = \langle |(f(r+L) - f(r))|^p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |\delta f|^p P(\delta f) d(\delta f), \quad (18)$$

其中，我们先对分布取绝对值，再进行系综平均（在实际操作中，可以对 r 的位置范围取平均值）。结构函数可以描述惯性区内湍流涨落的特征，其呈现幂律函数，

$$S^p(L) \sim L^{\zeta(p)}, \quad (19)$$

其中 $\zeta(p)$ 是标度指数。以对数坐标绘图时，$\zeta(p)$ 给出结构函数的斜率。斜率越陡，表明分布的间歇性越强。如果斜率随尺度变化，则表明间歇性随尺度而变化。图15 确实显示了这种行为，分别对应速度场（A 和 B）、磁场（C 和 D）以及温度场（E 和 F）。

在自相似假设或分形（单分形）过程中——这是一种定性衡量，表示不同尺度上的涨落具有相同行为—— ζ(p) 随阶数 p 呈线性函数变化，

$$S^p(L) = C_p L^{\zeta(p)} = C_p L^{pH}, \quad (20)$$

其中，H 为赫斯特指数，取值范围为 0 到 1，C_p 是一个普适常数。在这种情况下，标度指数的关系可简单表示为 ζ(p) = pH。然而，流体湍流的结构函数在阶数较高时，其标度指数会偏离线性关系；与 Kolmogorov 自相似定律的这种差异会随着 p 阶数增大而加剧，表明存在间歇性。因此，标度指数关于 p 的非线性反映了多重分形和间歇性行为。

图 15 展示了时间为 558.15s 时，速度（A 和 B）、磁场（C 和 D）以及温度场（E 和 F）的三阶结构函数双对数图：L1-L5 条带的纵向（左）和 T1-T5 条带的横向（右）。这里值得注意的是，在较宽的尺度范围内存在不同的斜率。我们测量了各条带的幂律标度值，并计算了图 15 中以黄色和浅珊瑚色竖列分别标出的两个区域内各尺度的误差拟合。两种颜色分别表示。

两种条带的这些指数值列于表 2中。在小于 0.14 兆米的最小尺度上，标度更陡，意味着间歇性高于较大尺度。对于速度（纵向和横向）场以及温度（纵向）场，第二个尺度范围约为 0.14 - 0.96 兆米，如黄色（α_1）列所示；纵向的斜率值高于横向。超过这一尺度范围后，第三个范围为 0.96 - 6.3 兆米（以浅珊瑚色α_2 列标出），两个方向的斜率值均较小尺度显著降低。温度场横向的第三个范围为 0.96-4.24 兆米。6.3 兆米范围内的尺度可能是驱动日珥中上流和下流的尺度。较大尺度的相关性似乎较弱，可能无法驱动瑞利–泰勒不稳定性所产生的平均流。结构函数随尺度增大而增大，这意味着空间涨落之间具有很强的相关性，因此纵向存在相干结构。

在横向上，与 Leonardis 等人 (2017年) 和 Hillier 等 (2017年) 的结果类似，我们发现速度场的拐点约位于 0.2-1.7 兆米范围内，温度场的拐点约位于 1.4-5 兆米范围内。Leonardis 等人 (2017年) 发现，这一拐点尺度范围划分了小尺度湍流与大尺度相干结构之间的交界。这一点也体现在图 13中：惯性区高波数范围内的幂律谱出现了折断，小尺度和大尺度上的能量耗散速率有所不同。这一拐点可能归因于逆级联过程（典型的真实二维磁流体湍流特征），该过程导致能量传递尺度与负责能量耗散的间歇尺度之间产生竞争。

至于速度场和温度场，图 15 展示了五条条带中每一条的磁场纵向和横向三阶结构函数。我们发现这里也有类似的特征；不过，在第二个尺度范围（即 0.14–0.96 兆米）内，磁场纵向结构函数的斜率更陡，间歇性也更强。随着磁场尺度增大，第三个尺度范围在纵向上为 0.96–7.57 兆米，在横向上为 0.96–6.3 兆米。磁场在第三个尺度范围内的斜率值低于较小尺度处的斜率值，这与我们此前对速度场和温度场的观察一致。我们还发现磁场横向存在拐点，大约位于 0.64–3.8 兆米之间。

与 Leonardis 等人 (2012) 类似，我们发现结构函数并不遵循公式（19）给出的幂律标度；该公式描述标度指数 $\zeta(p)$ 与p之间的线性关系。这可能是因为系统受到有限范围湍流效应的限制效应（Dubrulle 2000年；Bershadskii 2007年），此时湍流尚未充分发展。根据扩展自相似性（ESS）理论（Benzi 等人 1993年；Carbone 等人 1996），我们可以通过比较不同阶数的结构函数来表征日珥中的湍流，并得到一组标度指数 $\zeta(p)$，比较不同阶数效的结构函数，其中p 对应于 q，其定义如下：

$$S^p(L) = (S^q(L))^{\zeta(p)/\zeta(q)}, \quad (21)$$

我们通过计算双对数图中 ff 不同阶标度指数的直线斜率，推导出其比值，该图表示 S^p与 S^q 的关系。我们以相同方式绘制 S^2 与 S^3 在双对数尺度下的关系，从而根据图 $\zeta(2)/\zeta(3)$ 中的图16，分别获得速度场（A和B）、磁场（C和D）以及温度场（E和F）在558.15秒时左侧面板中的比值

表1。 对应于图 14，不同分离尺度 ffi下速度场、磁场和温度场增量的超额峰度系数值（K），适用于L3和T3条带，时间为558.15秒。ff L。

超额峰度系数值（K）							
间距 L（单位：兆米）		0.468	1.406	2.344	3.281	4.219	5.156
V	纵向	3.49	1.35	1.31	1.29	0.87	0.01
	横向	2.37	0.20	0.09	0.08	-0.05	0.2
B	纵向	3.39	1.05	-0.42	-0.53	0.08	0.11
	横向	3.57	0.18	-0.71	-0.51	-0.21	-0.86
T	纵向	2.96	0.88	1.52	0.94	0.81	0.16
	横向	2.00	-0.18	-0.99	-1.06	-1.12	-0.9

表2。 对应于图 15，对所给黄色区域和浅珊瑚色区域之间尺度的幂律指数进行了两次误差拟合。该表列出了时间为558.15秒时，纵向和横向方向上条带L1-L5和T1-T5中速度场、磁场和温度场的数值。

指数		α_1	α_2
V	纵向	1.35 ± 0.31	0.46 ± 0.31
	横向	0.97 ± 0.29	0.58 ± 0.4
B	纵向	1.11 ± 0.31	0.22 ± 0.4
	横向	0.98 ± 0.28	0.42 ± 0.33
T	纵向	1.39 ± 0.22	0.33 ± 0.32
	横向	1.51 ± 0.19	0.37 ± 0.37

表3。对应于图 16，速度、磁场和温度场在条带 L1-L5 以及 $\zeta(2)/\zeta(3)$ 中的标度指数值
纵向 a 中的 T1-T5 条带 和横向方向上，时间为 558.15秒

标度指数， $\zeta(2)/\zeta(3)$						
条带编号		1	2	3	4	5
V	纵向	0.83	0.74	0.72	0.84	0.81
	横向	0.74	0.58	0.72	0.89	0.80
B	纵向	0.76	0.81	0.74	0.80	0.65
	横向	0.76	0.73	0.74	0.76	0.73
T	纵向	0.80	0.82	0.81	0.94	0.74
	横向	0.84	0.80	0.80	0.81	0.83

（右侧）给出了五条纵向（横向）条带的结果。利用惯性区内整个尺度范围上的曲线进行线性回归拟合，我们得到了对应的标度指数比值 $\zeta(2)/\zeta(3)$，分别对应纵向和横向条带。比值 $\zeta(2)/\zeta(3)$按相应方向和场列于表3中。我们发现，它们与每条条带的线性值 $2/3 = 0.66$ 不同，这表明标度指数$\zeta(p)$具有非线性形式。因此，我们发现，模拟日珥中由瑞利–泰勒不稳定性导致的湍流特征表现出多重分形行为，并且在较小尺度上呈现出高度间歇性。

我们从图15 中可以看出，速度场、磁场和温度场的小尺度均具有很强的间歇性

与较大尺度相比，因此，随着结构函数阶数提高，即p增大，湍流中极端和稀有事件的权重也会增加。表3 清楚地给出了 ESS理论中二阶与三阶的多重分形性数值。相比之下，图17 展示了速度场（A 和 B）、磁场（C 和 D）以及温度场（E 和 F）各条带的标度指数 $\zeta(p)/\zeta(3)$，分别针对两个参考时间，在左（右）面板中绘出纵向（横向）方向上从一阶到八阶的结果。黑线表示 K41（Kolmogorov1941）自相似定律，其随结构函数阶数呈线性变化。对于速度场和磁场在纵向及横向方向上的所有条带，标度指数均偏离线性自相似线，因此日珥中的湍流

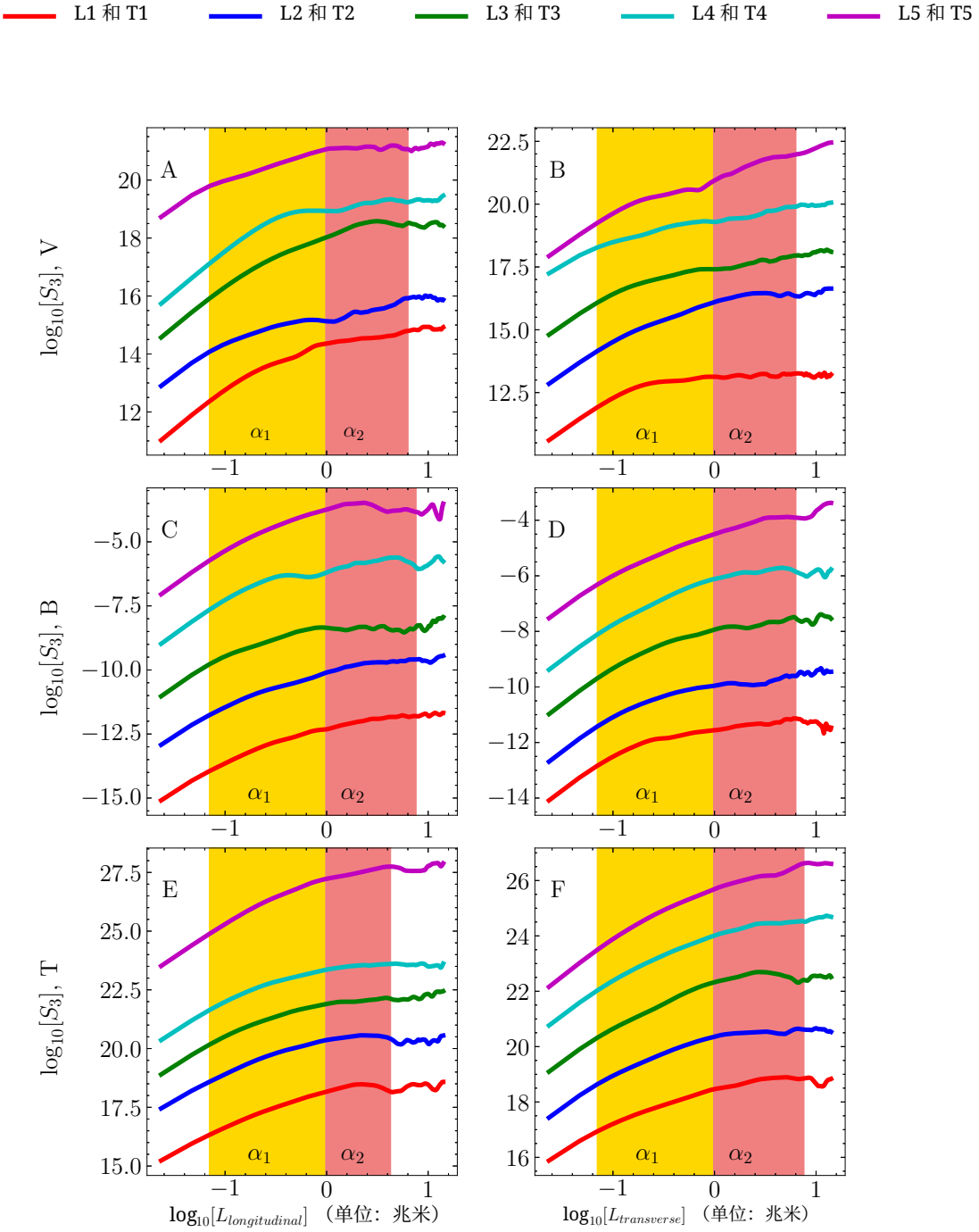

图15。 速度场（A 和 B）、磁场（C 和 D）以及温度场（E 和 F）在参考时间 = 558。15 秒时，纵向条带 L1-L5（左）和横向条带 T1-T5（右）的三阶结构函数（双对数图）y轴上为便于观察进行了平移。对于 A、B、C、D、E 和 F，间歇性速率随尺度增大而降低。黄色（α_1）和浅珊瑚色（α_2）区域标出了针对各个条带的尺度进行两次幂律指数误差拟合所用的波数范围。这些拟合值见表 2。

清楚地表现出间歇性行为；随着我们关注更小的尺度并提高结构函数的阶数，其非线性程度也随之增强。高阶结构函数得到的指数容易产生误差，因为随着阶数p增加，它会越来越多地影响存在虚假大幅涨落时的$S^p(L)$。Leveque 和 She （1997 年）以及 Padoan 等 （2003年）采用一种方法，通过计算 $|\delta f|^p$ 的直方图峰值来确定最高显著阶数；该峰值对应的 δf 必须在 δf的概率密度函数中由足够多的点表示。Hillier 等 (2017 年) 使用了一种经验方法以合理噪声计算高阶结构函数研究中可适用的最高阶数的方法。因此，在本研究中，对于阶数大于 6 的指数值，我们采取谨慎态度，因为它们可能容易受到误差影响。

4. 结论

本文采用宁静型日珥条件下的理想磁流体力学模拟，分析模拟数据所呈现的湍流特征。模拟过程从

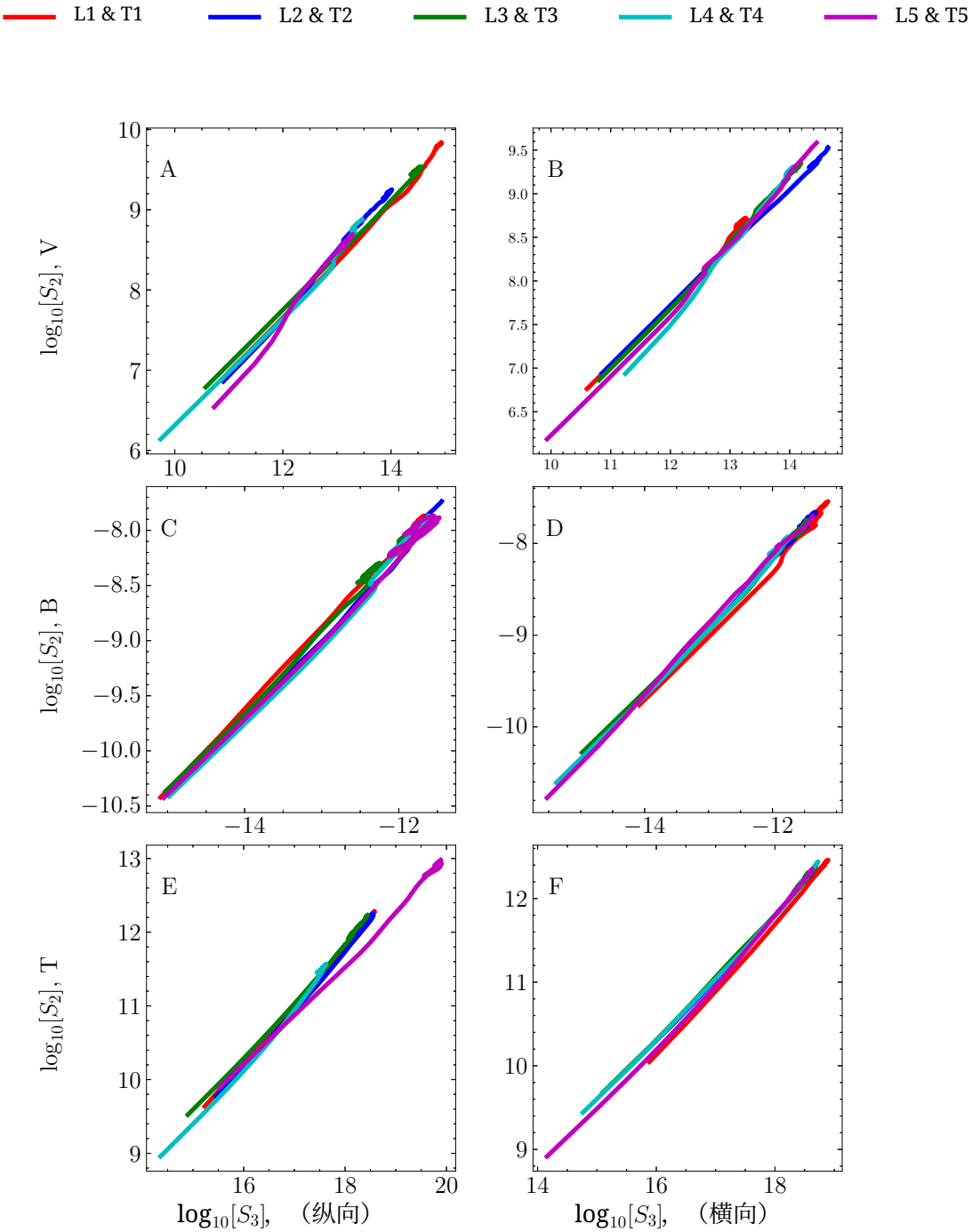

图 16. 速度场（A 和 B）、磁场（C 和 D）以及温度场（E 和 F）在时间 = 558.15 s 时，所有纵向条带 L1-L5（左）和横向条带 T1-T5（右）的二阶结构函数与三阶结构函数的 ESS 图（双对数图）。对惯性区内整个尺度范围进行线性回归，得到的斜率（即标度指数） $\zeta(2)/\zeta(3)$ 如表 3 所示。 $\zeta(2)/\zeta(3)$ 的数值在所有情况下均与线性值 0.66 不同，表明存在多重分形性。

线性RT阶段开始，随后转入非线性阶段，最终在更晚的时间进入湍流阶段。下落气泡和上升柱体形成连贯结构，并进一步组织成主要沿垂直方向分布的结构，这揭示了湍流在分层日珥流混合过程中的作用。日之出卫星太阳光学望远镜（Hinode SOT）的早期观测首次显示，日珥中存在湍流，且特征尺度会影响湍流的驱动。对观测到的强度图像进行分析时采用了一些假设，例如假定图像中的运动结构遵循流动，作为等离子体动力学的标记或被动标量。它们仅限于视线方向测量。在本研究中，我们展示了理想磁流体力学模拟的结果，该模拟在一个 30×30 兆米的计算域内再现了太阳日珥。模拟中的动力学进入湍流状态后，对这些快照的分析揭示并量化了磁场和速度场涨落的湍流行为。

我们发现，与 V_x 分量相比，V_y 分量的相关时间更长，这表明垂直流更加持久，

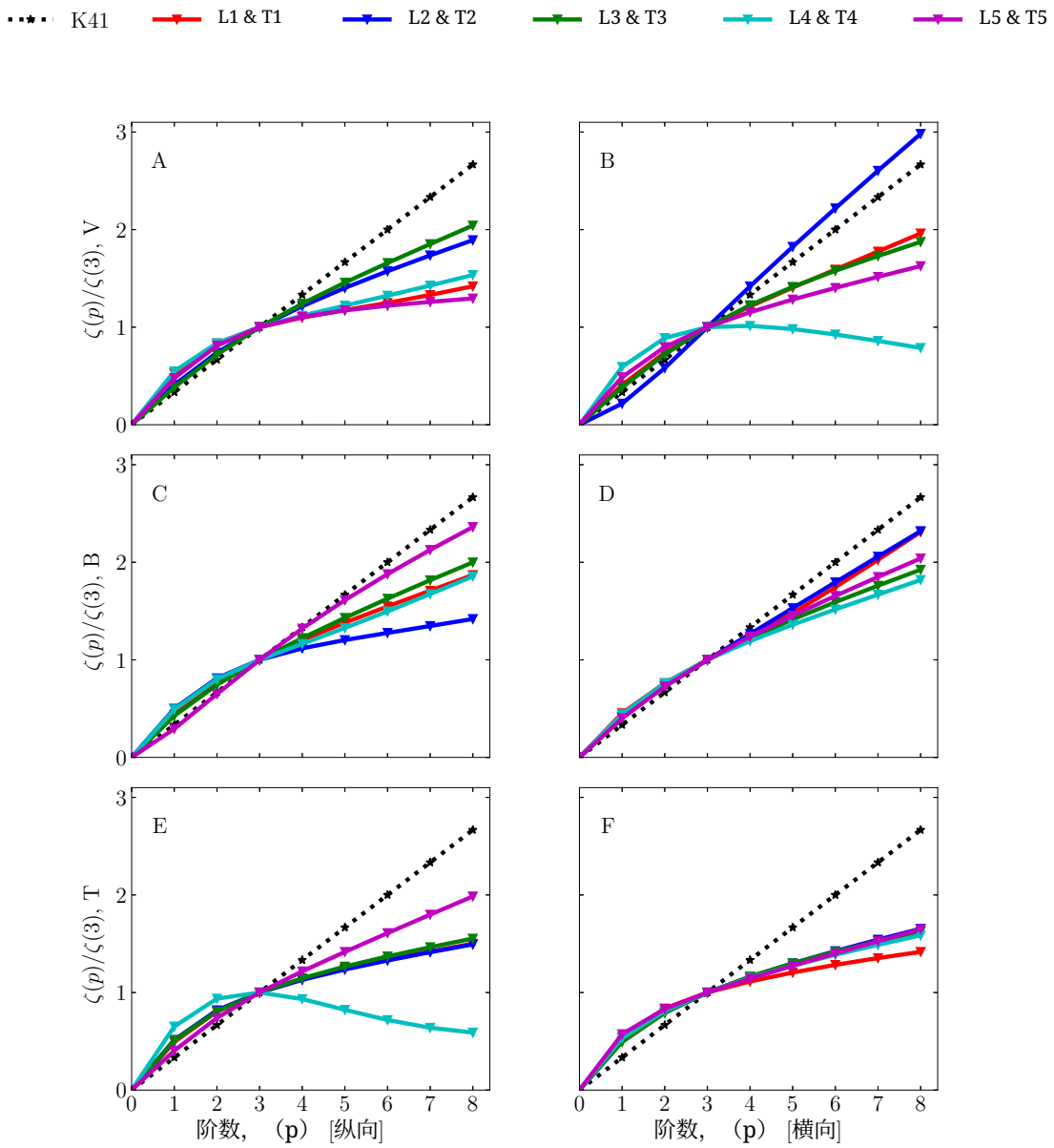

图 17. 标度指数 $\zeta(p)/\zeta(3)$，根据图 16 中纵向（左）和横向条带（右）的不同斜率推断得出，分别绘制了速度（A 和 B）、磁场（C 和 D）以及温度场（E 和 F）随阶数 p变化的曲线，阶数范围为 1 至 8，时间为 558.15秒。此处的黑色点线表示 K41 自相似线或线性线（$p/3$）。

正如观测中所指出的那样。我们研究了速度和磁场的功率谱密度中明显呈现的幂律标度，以确定能量从较大尺度级联到较小尺度时所遵循的标度。我们发现，在速度、温度和磁场的惯性区内，这些幂律标度值比 Kolmogorov 的 $k^{-5/3}$ 标度更陡。此外，在惯性区较高波数处，所有场都呈现出可辨识的 $k^{-3.5}$次级标度。这表明，模拟中的湍流在这些波数处受到数值耗散的影响。我们观察到，随着时间推移，由瑞利–泰勒不稳定性产生的日珥逐渐耗散，系统进入代表更强湍流行为的湍流状态，各场的谱指数也随之变浅。由于用于确定谱指数的拟合仅覆盖一个数量级，因此很难将湍流特征与 Kolmogorov 或 Iroshnikov-Kraichnan 的理论联系起来，

因此应谨慎对待。在检查间歇性时，速度增量和磁场增量的概率密度函数显示，随着空间间隔增大，分布持续变化，表明其偏离高斯性。分布的峰度进一步反映了非高斯性和间歇性的程度。随着间隔增大，分布逐渐恢复为近似高斯分布，超额峰度趋近于零。在较大的空间尺度上，分布失去连贯性，变得更加接近高斯分布，也就是说，相关性减弱。我们注意到，较小尺度上的分布具有更强的非高斯性和间歇性。我们进一步利用结构函数分析其在惯性区内的行为，以及其在湍流跨尺度发展过程中的作用。三阶结构函数显示，惯性区内不同尺度具有不同的斜率值，可将其划分为三个区间。斜率越陡，间歇性程度越高。对于所有场，最小尺度至 0.14 兆米的第一个区间

在纵向上的斜率均比横向更陡；速度、温度和磁场在两个方向上的第二个尺度区间（0.14–0.96 兆米）也呈现相同趋势。与观测结果相似（Leonardis 等（2012）；Freed 等（2016）； Hillier 等（2017））， 我们注意到，速度、磁场和温度场的横向结构函数在约 2–5 兆米的尺度范围内出现转折。此前，这被解释为小尺度湍流向更大尺度延伸的能力存在物理极限。纵向速度增量也表现出更强的相关性，说明垂直方向上的流动占主导，这一点也可从观测中看出。最后，通过标度指数之比 $\zeta(2)/\zeta(3)$其数值ff偏离了线性自相似假设或分形湍流假设（即 0.66），由此表明多重分形湍流的程度。

在这项关于瑞利–泰勒不稳定性导致日珥形成的数值研究中，我们研究了在平均磁场指向平面外的2.5维设置下日珥特征的演化。我们采用理想磁流体力学方案，因此数值耗散起作用的尺度将对所选数值分辨率极为敏感。我们计划在后续工作中研究真正的耗散效应，届时将采用在数值上可承受（即低于实际值）的磁雷诺数开展充分收敛的电阻磁流体力学研究。当前选择的2.5维设置存在局限，可能无法准确呈现太阳日珥中可能形成的三维湍流，但我们的数值模拟有力地表明，瑞利–泰勒不稳定性是日珥湍流的主要成因之一。在我们的2.5维设置中，等离子体流受到平面外平均磁场的显著影响，因此我们亟需开展这项研究的完整三维版本。请注意，磁场与模拟极向平面之间所选的初始夹角会影响线性不稳定性特征及随后的湍流。在我们的设置中，磁张力初始为零，因为2.5维设置中日珥仅由磁压力支撑。正如图6所示，模拟平面内的磁张力确实会在后续演化过程中发挥作用。当然，未来的三维研究可以从更真实的、由磁张力支撑的日珥模型出发，其中致密物质最初位于向上凹陷的磁阱中。

此外，在理想磁流体力学的设置中，我们不考虑耗散尺度，而这些尺度会对模拟中随后发生的数值磁重联的线性阶段和非线性阶段产生影响。磁重联会导致间歇性的加热和能量耗散事件。 Hillier 与 Polito (2021)， 他们利用界面区成像光谱仪（IRIS）的观测，研究了观测到的日珥内部形成的电流片沿线喷射双向团块这一现象所体现的磁重联事件。我们将在后续研究中，针对日珥条件，利用数值电阻模型考察此类重联事件。磁普朗特数定义为 $Pm = Rm/Re = \nu/\eta$，其中Rm 为磁雷诺数，Re 为雷诺数， ν 为运动黏度，而 η 为磁扩散率。该参数决定黏性耗散尺度和电阻耗散尺度中哪一个更大。在太阳大气中，这一数值非常低。因此，为了进一步确定这些尺度的影响，我们需要在模拟设置中加入电阻磁流体力学模型。此外，我们的模型还缺少系统的其他物理过程，例如霍尔效应、部分电离（双极扩散）、不同的离子与电子温度、辐射损失和热传导。加入这些过程中的任意组合都将加深我们对太阳日珥中湍流的理解。这也是未来研究的重点。

致谢。本研究得到了 ERC 高级资助项目 PROMINENT 和 FWO 项目 G0B4521N 的资助。本项目获得了欧洲研究理事会（ERC）通过欧盟地平线 2020 研究与创新计划提供的资助（资助协议编号：833251 PROMINENT ERC-ADG 2018）。此外，本研究还获得了鲁汶大学内部经费支持，项目编号为 C14/19/089 TRACESpace。

参考文献

Anselmet, F., Gagne, Y., Hopfinger, E. J., & Antonia, R. A. 1984年, 《流体力学杂志》, 140, 63 Arber, T. D., Haynes, M., & Leake, J. E. 2007年, 《天体物理学杂志》, 666, 541 Benzi, R., Ciliberto, S., Tripiccione, R., et al. 1993年, 《物理评论 E》, 48, R29 Berger, T., Testa, P., Hillier, A., et al. 2011, 《自然》, 472, 197 Berger, T. E., Shine, R. A., Slater, G. L., et al. 2008年, 《天体物理学杂志》, 676, L89 Berger, T. E., Slater, G., Hurlburt, N., et al. 2010, 《天体物理学杂志》, 716, 1288 Bershadskii, A. 2007年, 《统计物理学杂志》, 128, 721 Biskamp, D. 2003, 磁流体湍流 Biskamp, D. & Müller, W.-C. 2000年, 《等离子体物理学》, 7, 4889 Bommier, V. & Leroy, J. L. 1998, 收录于《太平洋天文学会》会议系列第150卷，国际天文学联合会第167次专题讨论会：太阳日珥的新视角，编者 D. F. Webb、B. Schmieder 和 D. M. Rust， 434 Bruneau, C. H., Fischer, P., Peter, Z., & Yger, A. 2005, 《信号与图像处理中的采样理论》, 4, 169 Burlaga, L. F. 1993年, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 98, 17467 Carbone, V., Veltri, P., & Bruno, R. 1996, 《地球物理学中的非线性过程》, 3, 247 Casini, R., López Ariste, A., Tomczyk, S., & Lites, B. W. 2003, 《天体物理学杂志快报》, 598, L67 Castaing, B., Gagne, Y., & Hopfinger, E. J. 1990年, 《物理学 D：非线性现象》, 46, 177 Chae, J. 2010, 《天体物理学杂志》, 714, 618 Chandrasekhar, S. 1961, 流体动力学与磁流体稳定性 Collados, M., Trujillo Bueno, J., & Asensio Ramos, A. 2003, 收录于《太平洋天文学会》会议系列第307卷《太阳偏振》， 编者 J. Trujillo-Bueno 和 J. Sanchez Almeida， 468 Dedner, A., Kemm, F., Kröner, D., et al. 2002, 《计算物理学杂志》, 175, 645 Díaz, A. J., Khomenko, E., & Collados, M. 2014, 《天文学与天体物理学》, 564, A97 Díaz, A. J., Soler, R., & Ballester, J. L. 2012, 《天体物理学杂志》, 754, 41 Dubrulle, B. 2000, 《欧洲物理学杂志 B》, 14, 757 Engvold, O. 1976, Sol. Phys., 49, 283 Engvold, O. 1981, 《太阳物理学》, 70, 315 Freed, M. S., McKenzie, D. E., Longcope, D. W., & Wilburn, M. 2016, 《天体物理学杂志》, 818, 57 Frisch, U. 1995, 湍流：A.N. Kolmogorov的遗产 George, W. K. 2013, 查尔姆斯理工大学 Gibson, S. E. 2018, 《太阳物理学生活评论》, 15, 7 Goedbloed, H., Keppens, R., & Poedts, S. 2019, 磁流体力学：实验室与天体等离子体（剑桥大学出版社） Grauer, R., Krug, J., & Marliani, C. 1994, 《物理快报 A》, 195, 335 Hillier, A. 2018, 《现代等离子体物理学评论》, 2, 1 Hillier, A., Berger, T., Isobe, H., & Shibata, K. 2012a, 《天体物理学杂志》, 746, 120 Hillier, A., Isobe, H., Shibata, K., & Berger, T. 2011, 《天体物理学杂志快报》, 736, L1 Hillier, A., Isobe, H., Shibata, K., & Berger, T. 2012b, 《天体物理学杂志》, 756, 110 Hillier, A., Matsumoto, T., & Ichimoto, K. 2017, 《天文学与天体物理学》, 597, A111 Hillier, A. & Polito, V. 2021, 《天文学与天体物理学》, 651, A60 Hirayama, T. 1986, 收录于美国国家航空航天局会议出版物第2442卷，美国国家航空航天局会议出版物，149–153 Homann, H., Grauer, R., Busse, A., & Müller, W. C. 2007, 《等离子体物理学杂志》, 73, 821 Horbury, T. S. & Balogh, A. 1997, 《地球物理学中的非线性过程》, 4, 185 Innes, D. E., Cameron, R. H., Fletcher, L., Inhester, B., & Solanki, S. K. 2012, 《天文学与天体物理学》, 540, L10 Jenkins, J. M. & Keppens, R. 2022, 《自然·天文学》, 6, 942

Kailasnath, P., Sreenivasan, K. R., & Stolovitzky, G. 1992年, 《物理评论快报》, 68, 2766 Kaneko, T. & Yokoyama, T. 2018, 《天体物理学杂志》, 869, 136 Keppens, R., Meliani, Z., van Marle, A., et al. 2012, 《计算物理学杂志》, 231, 718 Keppens, R., Teunissen, J., Xia, C., & Porth, O. 2021, 《计算机与数学及其应用》, 81, 316，面向数值偏微分方程问题的开源软件开发与应用 Keppens, R. & Xia, C. 2014, 《天体物理学杂志》, 789, 22 Keppens, R., Xia, C., & Porth, O. 2015, 《天体物理学杂志快报》, 806, L13 Khomenko, E., Díaz, A., de Vicente, A., Collados, M., & Luna, M. 2014, 《天文学与天体物理学》, 565, A45 Kippenhahn, R. & Schlüter, A. 1957, 《天体物理学杂志》, 43, 36 Koga, D., Chian, A. C. L., Miranda, R. A., & Rempel, E. L. 2007, 《物理评论 E》, 75, 046401 Kolmogorov, A. 1941, 《苏联科学院院报》, 30, 301 Koren, B. 1993, 一种用于平流、扩散和源项的稳健迎风离散方法，数值数学系：报告 NM（数学与计算机科学中心） Kubota, J. & Uesugi, A. 1986, 《日本天文学会刊物》, 38, 903 Leonardis, E., Chapman, S. C., & Foullon, C. 2012, 《天体物理学杂志》, 745, 185 Levens, P. J., Schmieder, B., López Ariste, A., et al. 2016, 《天体物理学杂志》, 826, 164 Leveque, E. & She, Z.-S. 1997, Phys. Rev. E, 55, 2789 Liggett, M. & Zirin, H. 1984年, 《太阳物理学》, 91, 259 Luna, M., Karpen, J., Ballester, J. L., et al. 2018, 《天体物理学杂志增刊系列》, 236, 35 Mackay, D., Karpen, J., Ballester, J., Schmieder, B., & Aulanier, G. 2010, 151, 333 Marsch, E. & Tu, C. Y. 1997, 《地球物理学中的非线性过程》, 4, 101 Martínez-Sykora, J., De Pontieu, B., Hansteen, V., & Carlsson, M. 2015, 《伦敦皇家学会哲学汇刊A辑》, 373, 20140268 Merenda, L., Trujillo Bueno, J., Landi Degl'Innocenti, E., & Collados, M. 2006, 《天体物理学杂志》, 642, 554 Mishra, S. K. & Srivastava, A. K. 2019, 《天体物理学杂志》, 874, 57 Miyoshi, T. & Kusano, K. 2005, 《计算物理学杂志》, 208, 315 Mordant, N., Metz, P., Michel, O., & Pinton, J. F. 2001, 《物理评论快报》, 87, 214501 Müller, W.-C. & Biskamp, D. 2000, 《物理评论快报》, 84, 475 Narita, Y., Glassmeier, K. H., & Treumann, R. A. 2006, 《物理评论快报》, 97, 191101 Padoan, P., Boldyrev, S., Langer, W., & Nordlund, Å. 2003, 《天体物理学杂志》, 583, 308 Politano, H. & Pouquet, A. 1995, 《物理评论 E》, 52, 636 Pope, S. B. 2000, 湍流 Popescu Braileanu, B., Lukin, V. S., & Khomenko, E. 2021a, arXiv 电子版, arXiv:2112.13043 Popescu Braileanu, B., Lukin, V. S., Khomenko, E., & de Vicente, Á. 2021b, 《天文学与天体物理学》, 646, A93 Popescu Braileanu, B., Lukin, V. S., Khomenko, E., & de Vicente, A. 2021c, arXiv 电子版, arXiv:2101.12731 Porth, O., Xia, C., Hendrix, T., Moschou, S. P., & Keppens, R. 2014, 《天体物理学杂志增刊系列》, 214, 4 Priest, E. R. 1982, 太阳磁流体力学，卷21 Ruderman, M. S., Terradas, J., & Ballester, J. L. 2014, 《天体物理学杂志》, 785, 110 Rust, D. M. 1967, 《天体物理学杂志》 , 150, 313 Ruuth, S. J. & Spiteri, R. J. 2002, 《科学计算杂志》, 17, 211 Ryutova, M., Berger, T., Frank, Z., Tarbell, T., & Title, A. 2010, 《太阳物理学》, 267, 75 Sc hwartz, P., Gunár, S., Jenkins, J. M., et al. 2019, 《天文学与天体物理学》, 631, A146 She, Z.-S., Jackson, E., & Orszag, S. A. 1988, 《科学计算杂志》, 3, 407 Sorriso-Valvo, L., Carbone, V., Veltri, P., Consolini, G., & Bruno, R. 1999, 地球物理研究快报, 26, 1801 Tandberg-Hanssen, E. 1995, 太阳日珥的性质, 卷199 Terradas, J., Soler, R., Luna, M., Oliver, R., & Ballester, J. L. 2015, 《天体物理学杂志》, 799, 94 Terradas, J., Soler, R., Luna, M., et al. 2016, 《天体物理学杂志》, 820, 125 Vincent, A. & Meneguzzi, M. 1991, 《流体力学杂志》, 225, 1 Welch, P. D. 1967, 《IEEE音频与电声汇刊》, 15, 70 Xia, C. & Keppens, R. 2016a, 《天体物理学杂志》 , 823, 22 Xia, C. & Keppens, R. 2016b, 《天体物理学杂志快报》, 825, L29 Xia, C., Teunissen, J., El Mellah, I., Chané, E., & Keppens, R. 2018, 《天体物理学杂志增刊系列》, 234, 30 Zhou, Y., Williams, R. J. R., Ramaprabhu, P., et al. 2021, 《物理学 D：非线性现象》, 423, 132838