arXiv:2302.07161v1 [quant-ph] 14 Feb 2023

腔量子电动力学与波导量子电动力学交界处的光与物质相互作用

Daniel Lechner、Riccardo Pennetta、Martin Blaha、Philipp Schneeweiss、Arno Rauschenbeutel 和 J¨urgen Volz
*Department of Physics, Humboldt-Universität zu Berlin, 12489 Berlin, Germany**

基于腔量子电动力学（QED）的实验被广泛用于研究具有离散频谱的光场与发射体之间的相互作用。近年来，波导量子电动力学领域因其能够在纳米光子波导中实现传播光子与发射体之间的强相互作用而备受关注；在这类波导中，允许存在连续频率模。腔量子电动力学和波导量子电动力学的共同目标，都是利用并深入理解光-物质耦合。然而，两者所依赖的实验装置和理论描述往往截然不同。在此，我们通过实验研究从腔量子电动力学到波导量子电动力学的转变：将冷原子系综耦合到一台包含纳米光纤段的光纤环形谐振器。通过将谐振器长度从几米增至几十米，我们在保持强耦合区的同时，调控谐振器的模态谱密度。我们证明，随着谐振器逐渐变长，腔量子电动力学中典型的拉比振荡会逐渐消失，而类似波导量子电动力学的非马尔可夫特征则会显现。

光与物质相互作用的量子描述通常以 Jaynes–Cummings（JC）模型为基础，该模型考虑单个量子发射体与单模光学腔耦合的情形；这是腔量子电动力学（QED）的教科书式实例 [1–4]。在这一背景下，所谓的强耦合区尤为重要。当谐振腔场与量子发射体之间的耦合速率远大于所有其他衰减率时，便达到了该区域。在这种情况下，光与物质的耦合可在频域中表现为谐振腔模的分裂，这种现象称为真空拉比劈裂 [5]。在时域中，这对应于量子发射体与腔场之间的相干能量交换，通常称为拉比振荡 [6, 7]。自量子光学发展的早期以来，JC 模型及其针对发射体系综的扩展——塔维斯-卡明斯（TC）模型

[8, 9], 已成功用于描述多种与腔耦合的量子发射体，包括原子 [5, 6, 10], 玻色-爱因斯坦凝聚体 [11, 12],分子 [13], 量子点 [14] 以及超导

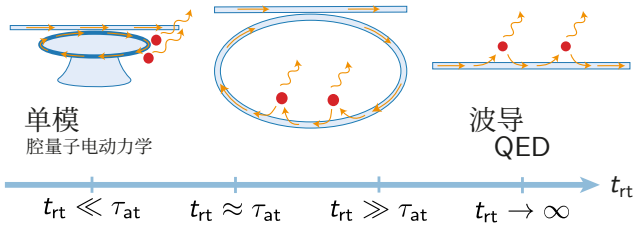


图1. 比较谐振器往返时间 t_{rt} 与发射体寿命 τ_{at}，即可区分腔量子电动力学的不同工作区间。波导量子电动力学对应于长度无限且 $t_{rt} \to \infty$ 的谐振器。为展示工作于不同区间的环形谐振腔，我们展示了与回音壁模式谐振器、光纤环形谐振器和波导耦合的量子发射体。

量子比特 [15]。然而，大多数光学腔支持的并非单一频率模式，而是无限多个频率模式。近期有研究指出，JC模型和TC模型隐含地依赖于这样一个假设：谐振器自由光谱范围 ν_{FSR}远大于系统中的其他频率，尤其是远大于发射体的自然线宽 2γ [16]。换言之，谐振器往返时间 $t_{rt} = 1/\nu_{FSR}$必须远短于发射体的激发态寿命 $\tau_{at} = 1/(2\gamma)$。如果这一假设不成立，腔量子电动力学的一些鲜明特征可能会发生显著改变。例如，当腔镜之间的距离趋于无穷大时，发射体会与连续频率模相互作用。如今，快速发展的波导量子电动力学领域正在研究这一情形，该领域关注光学模式在波导中传播时与量子发射体系综之间的单程相互作用 [17, 18]。在此背景下，真空拉比劈裂等现象将不再出现，光-物质耦合强度则通常以体系综的光学深度（OD）来衡量。

尽管腔量子电动力学与波导量子电动力学之间的转变（见图1）在概念和实践上都意义重大，但仅有少数研究讨论过这一问题[16, 19, 20]。这或许部分是因为大多数实验装置采用自由空间腔；在这类腔中，由于衍射，若要保持在强耦合区，增加腔长就必须同时增大反射镜直径。实际上，这使大多数光学腔的长度限制在厘米范围内，而在这一范围内，JC模型和TC模型的单模方法通常仍然成立。

在这篇快报中，我们通过实验探索了腔量子电动力学与波导量子电动力学之间的转变，所用系统为一种全光纤环形谐振器，其中包含面向冷原子的纳米光纤光学接口。通过改变光纤谐振器的长度，我们可以在频域调控模态密度。

我们展示了将几何长度为 L_{cav} 的 5.8 米和 45.4 米谐振器与冷铯原子系综耦合后获得的测量结果。探测针对 D2 线进行，其中 $\tau_{\mathrm{at}} = 30.4\mathrm{ns}$[21]。选择这两种谐振器长度，使得前者满足 $t_{\mathrm{rt}} \approx \tau_{\mathrm{at}}$，后者满足 $t_{\mathrm{rt}} \gg \tau_{\mathrm{at}}$。由于在此处考虑的长度尺度下不存在衍射，且光纤的传输损耗可忽略不计，该系统中的腔长不会影响系统的合作参数 $C = \frac{g^2}{2\kappa\gamma}$；其中，$g$ 为系综–谐振器耦合率，κ 为腔损耗率 [4, 22, 23]。我们尤其关注腔量子电动力学中原子–光相互作用的一项关键特征，即真空拉比振荡现象。我们通过实验表明，随着腔长增加，拉比振荡逐渐被非马尔可夫特征 [20, 24, 25] 所取代；这些特征以往返时间的多个整数倍为周期重复，让人联想到波导量子电动力学中的超辐射动力学。最终，在腔量子电动力学所谓的超强耦合区或多模强耦合区 [16, 19, 20, 26, 27], 中，真空拉比振荡不复存在；在该区域内，多个腔模会同时与原子系综相互作用。

如前所述，JC和TC模型能够正确描述短谐振器的动力学（即，如果$t_{\mathrm{rt}} \ll \tau_{\mathrm{at}}$）。为了从理论上描述较长谐振器中的光与物质相互作用（此时 t_{rt} 变得与 τ_{at}相当，甚至更大），我们采用文献 [16, 28, 29]中的方法。该方法提出了一种更为通用的实空间量子力学方法，考虑了光与各个原子之间的级联相互作用，并纳入了所有腔频率模的耦合。这使我们能够描述长谐振器中出现的、对原子系综的延迟相干反馈。下文将这种理论方法称为级联相互作用（CI）模型。

我们的实验装置示意图见图2，其中包括一个光纤环形谐振器，内含一段光学纳米光纤，该段由锥形光纤的腰部构成。纳米光纤的标称直径为400 nm，标称长度为10 mm。纳米光纤周围的倏逝场使我们能够将谐振器与一团来自磁光阱的冷铯原子耦合起来。我们使用一根可变光纤

用于将光耦入和耦出环形谐振器的耦合器。通过在光纤耦合器的两端之间熔接不同长度的单模光纤，可以轻松改变谐振器的往返时间。系统的时域响应通过以下方式进行研究：在开启弱探测脉冲后，使用单光子计数模块（SPCM）记录经光纤耦合器的透射；该脉冲的功率积分值小于每个激发态寿命对应的一个光子。通过采用马赫-曾德尔结构的电光调制器，我们测得脉冲的上升时间为 $\approx 850\mathrm{ps}$，远

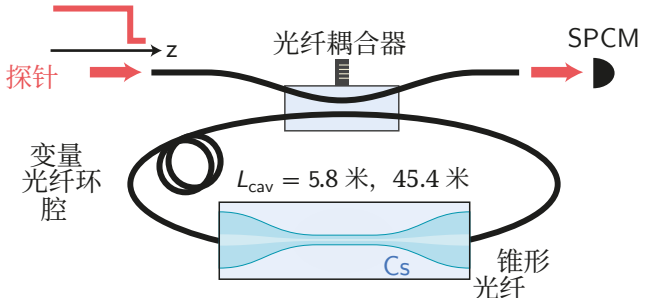


图 2. 可变腔长光纤环形腔系统的实验装置，L_{cav}。在迅速开启与铯（Cs）D2线共振的探测激光后，使用单光子计数模块（SPCM）对系综–腔系统的透射信号进行探测。

快于铯激发态的寿命。所有实验中，探测激光和腔均与铯的 D2 线共振（$6^2S_{1/2},\ F = 4 \rightarrow 6^2P_{3/2},\ F = 5$）。为表征系统的稳态频率响应，我们扫描连续波探测激光，使其扫过原子跃迁，并用 SPCM 记录透射。不同长度环形谐振器的系统频率响应和时间响应如图 3 所示。为完整起见，我们还展示了测量结果，以及 TC 和 CI 模型对长度短得多、仅 5 cm 且工作于腔量子电动力学单模区域的环形谐振器所作的预测。我们的实验平台不易实现这一工作区域，但文献中已有广泛研究 [5, 6, 30]。为恰当地比较不同谐振器，我们选择系统参数，以确保系统工作于强耦合区，同时将 g 与 κ 和 γ 的最大值之比大致保持恒定，并限制在实验设备的能力范围内（见表 I）。在 TC 模型中，该比值表示系统在达到稳态之前经历的拉比振荡次数。

单模腔的标准情况如图 3（a、d、g）所示，其中一个长 5 cm 的谐振器（$t_{\mathrm{rt}} = 241.7\mathrm{ps} \ll \tau_{\mathrm{at}} = 30.4\mathrm{ns}$）与 OD $= 1.42$ 的原子系综耦合。在频域中，可以在零失谐附近（$\Delta = 0$）观察到明显的真空拉比分裂（图 3（a））。如预期所示，时域信号（图 3（d））表现为常规的正弦拉比振荡，并因耗散而逐渐衰减。为进一步阐明时域信号，我们在图 3（g）中绘出了光纤耦合器之前的腔内场振幅 $E_{\mathrm{cav}}(t)$ 与在 $t = 0$ 处进入腔内的场振幅之比的计算结果，E_{in}。所观察到的腔内场振荡源于储存在腔和原子中的能量之间的周期性交换。后者吸收谐振器中传播的场，并在共振时重新辐射出

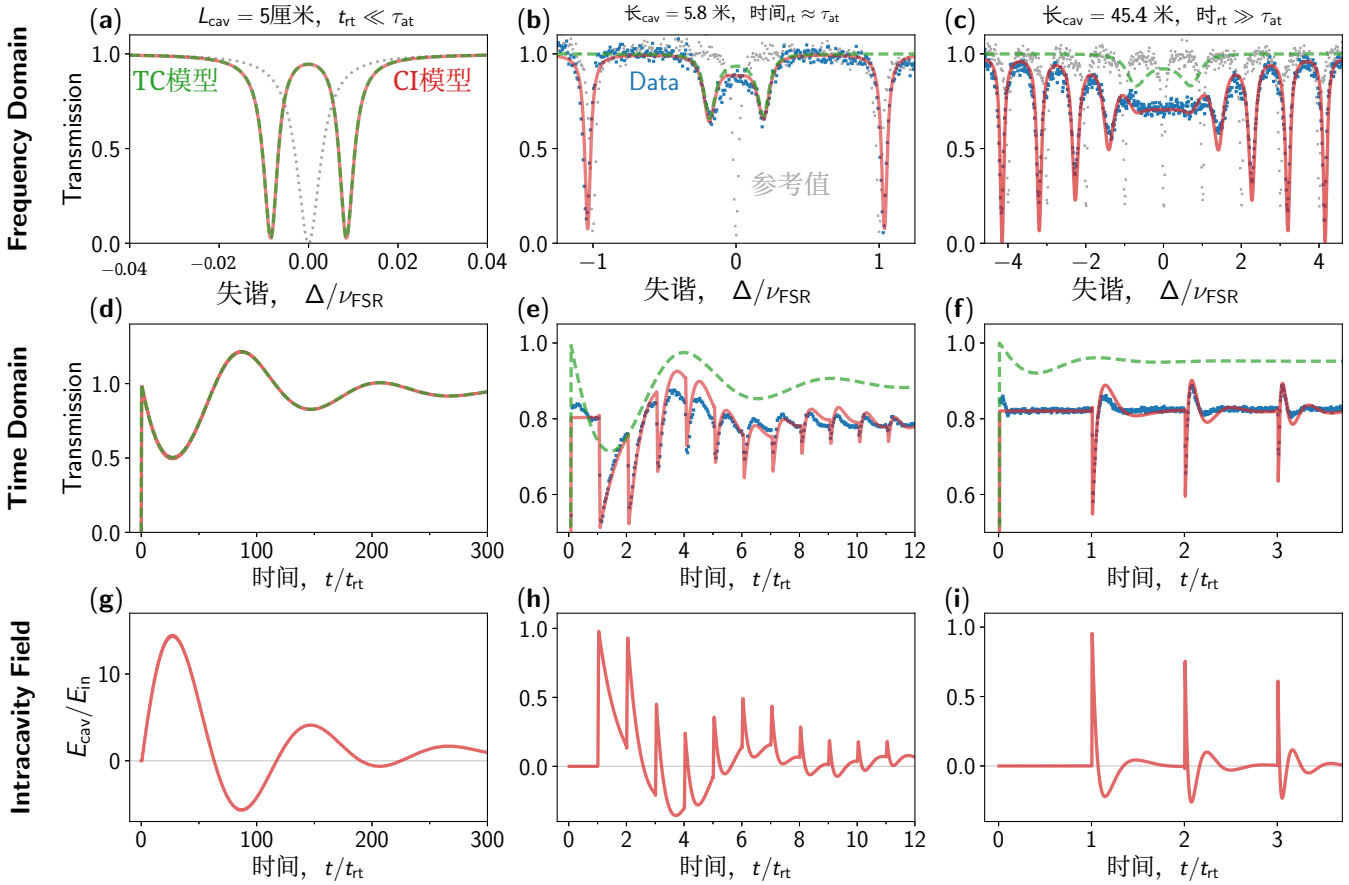


图 3. 不同谐振器长度 L_{cav} 下，系综–腔系统在频域（上方各图，(a, b, c)）和时域（中间各图，(d, e, f)）中的透射。实验数据以蓝色方块表示，空腔的参考光谱以灰色表示。塔维斯-卡明斯（TC）模型和级联相互作用（CI）模型的预测分别以绿色虚线和红色实线绘出。中间区域（b, e）同时呈现单模情形（a, d）和多模情形（c, f）的特征。(g, h, i) 对应于 (d - f) 中的参数，计算得到的光纤耦合器前方腔内场振幅 $E_{\mathrm{cav}}(t)$，以进入腔的场在 $t = 0$, E_{in} 处的振幅归一化。比值 $E_{\mathrm{cav}}(t)/E_{\mathrm{in}}$ 为实数，这是因为探测场同时与腔和原子系综共振。 t_{rt}：谐振器往返时间， τ_{at}：发射体的自然寿命， Δ：激光器-腔失谐， ν_{FSR}：谐振器自由光谱范围。

相位偏移为 π 的场。探测器处的计算信号如图 3（d）所示，它是由光纤耦合器透射的光（该部分从未进入腔内）与腔内场（图 3（g））中被耦合输出的那一部分光发生干涉所产生的结果。由于腔共振条件，这两个场在 $t = 0$ 处具有 aπ-相位差，因而探测到的信号是腔内场的反相版本。

图 3（c、f、i）展示了环形谐振器工作于腔量子电动力学的超强耦合或多模状态时截然不同的情形。这里，我们呈现了将一个 OD 为 $= 14.4$ 的系综与长达 45.4 米的谐振器（$t_{\mathrm{rt}} = 219.7\mathrm{ns} \gg \tau_{\mathrm{at}} = 30.4\mathrm{ns}$）耦合后获得的实验和理论结果。在系统的频率响应中，可以清晰地观察到光-物质耦合的多模特性（见图 3（c））。除了在 $\Delta = 0$ 处熟悉的劈裂之外，

与空谐振器光谱相比，其他几个模式向外移位了 [19, 27]。该系统显然超出了TC模型的适用范围；TC模型只能定性地再现真空拉比劈裂，见绿色虚线。然而，在时间域中（见图3（f）），观测到的动力学偏离标准腔量子电动力学的程度更加显著。看不到拉比振荡；相反，透射信号表现为由往返时间分隔的尖锐特征。这与CI模型的预测非常吻合，该预测是通过以光学深度（OD）作为唯一自由参数拟合数据得到的。所有其他腔参数均通过空腔响应独立测量获得。为理解这些尖锐特征的起源，我们再次考察图3（i）所示的腔内场。光场在 $t = 0$ 进入腔，并到达输出耦合器

表 I. 图 3 中研究的三个谐振器的腔参数。对于铯的 D2线，激发态的自然寿命为 $\tau_{\mathrm{at}} = 30.4(2)$ ns，自发辐射率为 $\gamma = 2\pi \cdot 2.62(1)$ MHz [21]。误差根据拟合结果以及时域测量的时间分辨率估算。括号中的数字表示所测量量的 95% 置信区间。

		$t_{\mathrm{rt}} \ll \tau_{\mathrm{at}}$	$t_{\mathrm{rt}} \approx \tau_{\mathrm{at}}$	$t_{\mathrm{rt}} \gg \tau_{\mathrm{at}}$
腔长	L_{cav}	5.0 cm	5.843(5) m	45.423(5) m
腔往返时间	t_{rt}	241.67 ps	28.26(3) ns	219.70(3) ns
自由光谱范围	ν_{FSR}	4.14 GHz	35.38(3) MHz	4.5517(6) MHz
光学深度	OD	1.42	6.61(7)	14.4(1)
系综–谐振器耦合率	g	$2\pi \cdot 34.98$MHz	$2\pi \cdot 6.98(4)$ MHz	$2\pi \cdot 3.70(2)$ MHz
腔损耗率	κ	$2\pi \cdot 13.11$MHz	$2\pi \cdot 919.6(3)$ kHz	$2\pi \cdot 114.2(1)$ kHz
协同性	C	17.84	10.1(1)	22.9(2)
与主导损耗率之间的比值 g	$g/\max(\kappa,\gamma)$	2.67	2.67(2)	1.413(6)

在 $t/t_{\mathrm{rt}} = 1$处，此时可以观测到激光脉冲的开启。随后，由于原子系综的吸收，场振幅开始衰减，其发生的时间尺度远短于腔往返时间。具体而言，考虑集体光-物质耦合后，腔内场振幅的衰减初始速率近似为（$1 + \mathrm{OD}/4$）/（$2\tau_{\mathrm{at}}$） [31]。这一过程不受扰动地持续，直到光完成一次完整的腔往返。由于 t_{rt} 如此之长，光场达到稳态并具有 $E_{\mathrm{cav}}/E_{\mathrm{in}} = e^{-\mathrm{OD}/2}$，这意味着进一步增加腔长将不再从定性上改变结果。到此为止，系统响应与波导量子电动力学中的单次通过动力学完全等价。在 $t/t_{\mathrm{rt}} = 2$ 处，原子在激光脉冲第二次往返开启时再次受到驱动。吸收过程此时以类似方式重复，但其初始衰减速率更快。这是因为第二次往返到达原子的光场已经与同一原子系综发生过一次相互作用。因此，从波导量子电动力学的角度看，观测到的行为应与光场单次通过光学深度为两倍OD的原子系综进行比较 [29]。一般而言， m^{th} 次往返之后的腔内动力学近似等同于光场单次通过总光学深度为$\mathrm{OD}_{\mathrm{tot}} = m \times$OD的原子系综。事实上，在这一状态下，腔内场不会建立起来，环形谐振器充当一个非马尔可夫储库，这意味着它会向原子系综提供延迟的相干反馈。我们注意到，腔内场初始衰减之后出现的振荡，是单空间维度排列的发射体系综中集体光-物质耦合的典型特征 [31]。同样，在考察图3（f）中探测器处的信号时，由于腔共振条件导致的 π-相移，上述所有特征都会反转。

丰富多样的动力学特征展现于这一中间状态。我们通过将长 5.8 m 的环形谐振器（$t_{\mathrm{rt}} = 28.26$ns $\approx \tau_{\mathrm{at}} = 30.4$ns）耦合至一个原子系综（OD $= 6.61$）而达到了这一状态。系统的频率响应如图 3(b) 所示。乍看之下，光-物质耦合的多模特性似乎可以忽略。事实上，观测到的真空拉比劈裂与TC模型的预测相当吻合，但该模型对共振激发下的稳态透射预测有误。此外，与空谐振器光谱相比，相邻腔模略微向外偏移。然而，对系统时域响应的仔细分析揭示了更清晰的图景。值得注意的是，我们对透射光的测量（见图 3(e)）显示，常规拉比振荡与非马尔可夫动力学叠加在一起，也就是说，系统同时呈现单模和多模特征。为进一步支持这一观点，我们指出，测得信号的包络（即拉比振荡）与 TC模型的预测大致吻合。我们的测量结果与 CI模型之间的小幅偏差，可归因于原子系综中的非均匀展宽。图 3(h) 展示了腔内场的时间演化，有助于阐明这一相当复杂的行为。从图中可以看到，初始动力学与此前讨论的多模情形非常相似。同样，在 $t/t_{\mathrm{rt}} = 1$ 时激光脉冲开启后，原子吸收会导致场衰减，其衰减速率仅取决于 τ_{at} 和 OD。然而，由于此处的 t_{rt} 显著更短，腔内场还来不及达到稳态，第一次往返就已完成。因此，随着每次往返的进行，腔内场逐渐建立起来，同时出现类似于单模情形（见图 3(g)）所示的拉比振荡，并伴随非马尔可夫动力学。

总之，在本快报中，我们对腔量子电动力学与波导量子电动力学过渡区域的集体光-物质耦合进行了详细的实验研究。采用全光纤系统，使我们能够通过实验探索腔量子电动力学的新机制，在这些机制中，腔的非马尔可夫响应变得不可忽视

光-物质耦合的关键特征（例如拉比振荡）也会逐渐消失。我们指出，本文考察的三种机制全面展示了可能出现的情形，因为进一步增大或减小谐振器长度，不会定性改变系统的响应。要用冷原子系综观测到这些效应，需要异常长的谐振器。然而，对于本征线宽大几个数量级的其他类型量子发射体，这些效应在谐振器短得多时就会变得显著。例如，对于辐射寿命在 100ps 至 1ns 之间的量子点 [14] ，只需将其耦合到长度仅几厘米的谐振器中，就应已能观察到非马尔可夫特征。近年来，人们已在光子电路 [32]以及相距遥远的量子发射体之间的集体自发辐射 [24, 33]背景下，讨论了具有相干延迟反馈的非马尔可夫系统的性质。从这一角度看，我们的结果揭示了原子的单程集体响应与由此产生的系综-腔动力学之间的相互作用，并有望揭示这些新型光与物质相互作用机制中新颖且违反直觉的现象。

感谢 L. A. Orozco 提供了有益的讨论。我们感谢亚历山大·冯·洪堡基金会在亚历山大·冯·洪堡教授项目框架下提供的经费支持，该项目由联邦教育与研究部资助；同时也感谢奥地利科学基金会的支持（NanoFiRe 项目资助，编号 P31115）。

D. Lechner 和 R. Pennetta 对本工作的贡献相同。

* daniel.lechner@physik.hu-berlin.de

[1]E. Jaynes 和 F. Cummings，《束射脉泽的量子与半经典辐射理论比较》，《IEEE会刊》**51**，89（1963）。[2] S. Haroche 和 D. Kleppner，《腔量子电动力学》，《今日物理》**42**，24（1989）。[3] C. C. Gerry 和 P. Knight，*Introductory Quantum Op-tics*（剑桥大学出版社，英国剑桥；纽约，2005）。[4] A. Reiserer 和 G. Rempe，《基于腔的单原子与光学光子量子网络》，《现代物理评论》**87**，1379（2015年）。[5] R. J. Thompson、G. Rempe 和 H. J. Kimble，《光学腔中原子的正则模劈裂观测》，《物理评论快报》**68**，1132（1992）。[6] M. Brune、F. Schmidt-Kaler、A. Maali、J. Dreyer、E. Hagley、J. M. Raimond 和 S. Haroche，《量子拉比振荡：腔中场量子化的直接检验》，《物理评论快报》**76**，1800（1996）。[7] S. L. Mielke、G. T. Foster、J. Gripp 和 L. A. Orozco，《耦合原子-腔系统的时间响应》，《光学快报》**22**，325（1997）。[8] M. Tavis 和 F. W. Cummings，《N 个原子的精确解——分子-辐射场哈密顿量，《物理评论》170，379（1968）。[9] M. Tavis 和 F. W. Cummings，N分子-辐射场哈密顿量的近似解，《物理评论》188，692（1969）。[10] G. Rempe、H. Walther 和 N. Klein，单原子微波激射器中的量子坍缩与复苏观测，《物理评论快报》58，353（1987）。[11] F. Brennecke、T. Donner、S. Ritter、T. Bourdel、M. K¨ohl 和 T. Esslinger，玻色–爱因斯坦凝聚体的腔量子电动力学，《自然》450，268（2007）。[12] Y. Colombe、T. Steinmetz、G. Dubois、F. Linke、D. Hunger 和 J. Reichel，芯片光学腔中玻色–爱因斯坦凝聚体的强原子-场耦合，《自然》450，272（2007）。[13] A. Pscherer、M. Meierhofer、D. Wang、H. Kelkar、D. Mart´ın-Cano、T. Utikal、S. G¨otzinger 和 V. San- doghdar，单分子真空拉比劈裂：单光子水平下的四波混频与光学开关，《物理评论快报》127，133603（2021）。[14] P. Lodahl、S. Mahmoodian 和 S. Stobbe，利用光子纳米结构连接单光子与单量子点，《现代物理评论》87，347（2015）。[15] J. M. Fink、M. G¨oppl、M. Baur、R. Bianchetti、P. J. Leek、A. Blais 和 A. Wallraff，攀登杰恩斯–卡明斯梯并观测其在腔量子电动力学系统中的非线性，《自然》454，315（2008）。[16] M. Blaha、A. Johnson、A. Rauschenbeutel 和 J. Volz，超越塔维斯-卡明斯模型：重新审视量子发射体系综的腔量子电动力学，《物理评论 A》105，013719（2022）。[17] D. E. Chang、J. S. Douglas、A. Gonz´alez-Tudela、C.-L. Hung 和 H. J. Kimble，*Colloquium*：由原子和光子纳米尺度晶格构建的量子物质，《现代物理评论》90，031002（2018）。[18] A. S. Sheremet、M. I. Petrov、I. V. Iorsh、A. V. Poshakin- skiy 和 A. N. Poddubny，波导量子电动力学：集体辐射与光子-光子关联（2022），arXiv:2103.06824 [physics, physics:quant- ph]。[19] D. Meiser 和 P. Meystre，腔量子电动力学的超强耦合区间，《物理评论 A》74，065801（2006）。[20] D. O. Krimer、M. Liertzer、S. Rotter 和 H. E. T¨ureci，腔量子电动力学中从自发衰变到复杂多模动力学的路径，《物理评论 A》89，033820（2014）。[21] D. A. Steck，铯D线数据，在线获取：http://steck.us/alkalidata（2019）。[22] P. Schneeweiss、S. Zeiger、T. Hoinkes、A. Rauschenbeutel 和 J. Volz，带纳米光纤段的光纤环形谐振腔：用于手性腔量子电动力学和多模强耦合，《光学快报》42，85（2017）。[23] S. K. Ruddell、K. E. Webb、I. Herrera、A. S. Parkins 和 M. D. Hoogerland，冷原子与全光纤环形腔的集体强耦合，《光学》4，576（2017）。[24] K. Sinha、P. Meystre、E. A. Goldschmidt、F. K. Fatemi、S. L. Rolston 和 P. Solano，宏观分离发射体的非马尔可夫集体发射，《物理评论快报》124，043603（2020）。[25] V. S. Ferreira、J. Banker、A. Sipahigil、M. H. Matheny、A. J. Keller、E. Kim、M. Mirhosseini 和 O. Painter，与结构化光子储层耦合的人造原子的坍缩与复苏

结构化光子储层，《物理评论 X》**11**，041043（2021）。[26] N. M. Sundaresan、Y. Liu、D. Sadri、L. J. Sz˝ocs、D. L. Underwood、M. Malekakhlagh、H. E. T¨ureci 和 A. A. Houck，多模腔中的强耦合之外，《物理评论 X》**5**，021035（2015）。[27] A. Johnson、M. Blaha、A. E. Ulanov、A. Rauschenbeutel、P. Schneeweiss 和 J. Volz，冷原子与30米长光学谐振器的集体超强耦合观测，《物理评论快报》**123**，243602（2019）。[28] J.-T. Shen 和 S. Fan，单模波导中的单光子传输理论。一：与含有二能级原子的腔耦合，《物理评论 A》**79**，023837（2009）。[29] R. Pennetta、M. Blaha、A. Johnson、D. Lechner、P. Schneeweiss、J. Volz 和 A. Rauschenbeutel，与光学波导耦合的冷原子系综的集体辐射动力学，《物理评论快报》

ters **128**, 073601（2022年）。[30] J. Bochmann、M. M¨ucke、G. Langfahl-Klabes、C. Erbel、B. Weber、H. P. Specht、D. L. Moehring 和 G. Rempe，《单原子腔系统的快速激发与光子发射》，《物理评论快报》**101**，223601（2008年）。[31] R. Pennetta、D. Lechner、M. Blaha、A. Rauschenbeu- tel、P. Schneeweiss 和 J. Volz，《集体耦合至单一传播光学模式的冷原子系综中超辐射态与亚辐射态之间相干耦合的观测》，《物理评论快报》**128**，203601（2022年）。[32] H. Pichler 和 P. Zoller，《具有时间延迟和量子反馈的光子电路》，《物理评论快报》**116**，093601（2016年）。[33] P.-O. Guimond、H. Pichler、A. Rauschenbeutel 和 P. Zoller，《V型能级原子的手性量子光学与相干量子反馈》，《物理评论 A》**94**，033829（2016年）。