arXiv:2302.07432v1 [math.HO] 15 Feb 2023

关于“数学家”定义的探讨

Ron Buckmire CarrieDiazEaton Joseph E. Hibdon, Jr. Katherine M. Kinnaird DrewLewis Jessica Libertini Omayra Ortega Rachel Roca Andr´es R. Vindas-Mel´endez

2023年2月16日

摘要

谁是“数学家”或什么样的人才算“数学家”的定义，是数学界亟待解决的重要问题。人们常常采用较狭窄的定义来界定谁被视为数学家（以及什么被视为数学），从而有意或无意地将一些人排除在这一学科之外。然而，采用狭义的数学家定义，有助于我们审视并挑战数学界某些领域中存在的系统性障碍。本文探讨并阐明狭义定义与广义定义之间的张力，以及如何同时利用这两种定义促进包容与排斥。我们提出一个基于身份认同、职能和资格的定义框架，并探讨 $mathematician$的几种不同含义。通过审视各种定义，我们着重指出其风险与机遇，并特别关注这些定义对扩大和／或限制代表性不足群体参与的影响。

回顾数学共同体迈向社会正义的历程时，我们一直在思考如何运用数学和数据，让这些共同体在实现这一目标的过程中承担责任并保持专注；具体而言，我们关注的是有关哪些人被纳入、哪些人被排除、哪些人比例过高以及哪些人比例过低的数据。在着手构思可能的研究项目时，我们开始讨论数据的可获取性和数据收集，随之浮现出一个自然而然的问题：我们开始问：“我们如何定义数学共同体？”

思考定义是数学探究中常见的第一步。思考我们如何定义“数学共同体”，使我们开始追问“数学家”的具体定义。合著者们反思了这样一个问题：界定谁是数学家、谁不是数学家，本身就是一个复杂的社会正义议题。若不同时思考什么是数学，就很难探讨如何定义数学家。当然，人们完全可以用多种方式合理地定义数学。

在本文中，我们将“数学”广义地用作数学科学的统称。此外，虽然我们作为作者认为，“数学界”是由所有认同自己是数学家的人组成的，但在全文中，我们经常会用“数学界”或“数学家”来指通过明确采用某个特定定义而界定出的数学家群体。我们明白，“数学家群体”并不意味着“社区”，但仍有意使用“社区”一词，以使我们的表述更具人情味。这种做法使我们能够探讨不同的“数学家”定义如何影响由此形成的群体构成——即当某个定义被用来划定内群体与外群体的边界时，最终形成的群体会有何不同。

本文旨在明确揭示并剖析与“数学家”一词相关的假设和意识形态。本文将完成三项工作：1）基于三种不同的“数学家”定义方式（身份认同、职能和资格），并结合合著者的生活经历，提出一个框架，以补充文献中已有的、更广泛的数学身份认同框架；2）分析并讨论“数学家”一词的定义、假设及其影响；3）为本文读者提供一个切入点，使其能够自我反思作为数学家的身份认同，以及不同定义的重要性和影响。我们的目标是为其他使用有关“数学界”的数据开展工作的人提供一个框架，帮助他们明确自己的定义，并说明针对所处理的具体问题选择该定义的理由。

我们指出，本文是从具有不同数学背景、拥有不同生活经历的人们的视角撰写的，而非立足于围绕身份认同的社会科学研究。第2.1节将提供更详细的立场陈述。

本文其余部分安排如下。我们将在本节末简要讨论与数学身份相关的文献。第1节将基于“数学家”一词的三个方面——资格、身份认同和职能——提出我们的定义框架，并为每种定义类型提供宽泛和狭义的示例。接下来，第2节将分析这一框架的意义，首先介绍我们的立场陈述，并对其进行反思；同时通过表2.1.1中的可视化图示，展示合著者如何体现我们提出的定义框架。本节还将介绍我们采用的极性分析，讨论“数学家”定义框架中每种定义类型的宽泛和狭义版本各自涉及的风险与机遇，并通过图1展示分析结果。论文最后以两个简短章节收尾：第3节总结全文，第4节讨论未来工作。

数学身份认同研究综述

“数学家”一词的定义问题与数学身份这一概念密切相关。数学身份认同在数学教育文献中得到了充分研究，尤其是在幼儿园至高中教育领域，以及与数学身份认同的形成相关的研究中；而“数学家”的定义则常被视为公理或普遍接受的既定事实。本文以数学身份认同研究为基础，分析这些身份认同建构，并着重以数学从业者为对象来界定“数学家”。

在对这一主题进行广泛的文献综述后，Darragh [7] 将数学身份认同的定义大致归为五类：参与型、叙事型、话语型、精神分析型和施为型。参与型定义通过参与社会群体并融入其中来界定身份认同。叙事型方法则通过我们讲述的有关数学的故事来界定身份认同。Sfard和Prusak [19] 甚至认为，身份认同就是故事。话语型身份认同观从人们互动时使用的语言来理解身份认同。这既可以指人们做数学时使用的语言，也可以指更广泛的有关数学的社会叙事。精神分析型定义将身份认同描述为意识与无意识过程之间的互动。施为型概念认为，身份认同是通过个人长期重复的行为建构而成的。

Black 等人 [4]使用了三类定义。前两类是话语型和

精神分析型，如上所述；他们将第三类称为社会文化的，这是对上文参与型定义的扩展。

Gee [9] 概述了理解身份认同的四种相互交叠的方式。自然身份指一种内在的存在状态。制度身份指由某个机构赋予的身份认同。话语身份指一个人如何进行话语交流并与他人互动，以及他人如何谈论这个人。亲和身份以共享身份共同体为中心，人们选择归属于这类共同体；这与 Darragh 的参与型定义相似。

Darragh 沿着 Guti´errez [10]和 Gee [9], 的思路，进一步强调了两种观点之间的二分：一种将数学身份视为个人内在拥有的特质；另一种则将数学身份视为一系列行动，即个人所做的事情。

Guti´errez [10] 强调了（数学）身份认同与权力如何交织在一起。无论“数学家”如何定义，获准进入“数学家”社区，就意味着可以接触这些权力结构。接下来，我们将以关于数学身份认同和权力的上述文献为基础，转而探讨“数学家”的定义。随后，我们将分析不同定义选择带来的机遇与风险，并结合这些视角，聚焦其对身份形成、维系和权力的影响。

1 定义

本节将介绍我们为“数学家”一词构建的定义框架。该框架基于三类定义，每类定义都可以在一个连续范围内调整。这些定义及其相应的范围，为从多个视角探索个人身份认同提供了丰富的洞见。以这些定义为基础，我们通过对前三类定义取并集和交集，构建出另一组定义。

根据我们的生活经历和讨论，我们认识到有必要明确设计一个框架，以更具体地界定“数学共同体”和“数学家”。下文的框架——突出职能、身份认同和资格——并非要与以往关于身份认同的研究相悖，而是对其加以补充，并将重点放在数学所特有的结构和政治层面上。与其他框架一样，我们的框架明确承认身份的社会属性十分复杂，同时也回应数学界面临的具体问题。

我们还提出了多种定义类型，用以界定谁是数学家，以及何为数学家。当然，这份清单并不详尽。对于职能、身份认同和资格这三种类型，我们各提供三个示例定义：包括对数学家的狭义和广义定义，以及介于广义和狭义两端之间的“混合型”定义。请回想一下，我们在本文的语境中将“数学”定义为数学科学；不过我们也指出，对数学的定义方式同样可能扩大或缩小符合下文所列定义的人群范围。我们强调，这些都是我们作为作者所构建的、基于职能、基于资格和基于身份认同的定义示例。我们鼓励其他人探索同样符合这一框架的其他定义。

1.1 基于职能的定义

基于职能的数学家定义，是一种取决于他们日常所做之事（或他们如何“发挥职能”）的定义。基于功能的示例可以包括一系列具体行动，也可以是更笼统的习惯或整体活动清单。

下面我们提供基于职能的定义的宽泛和狭义示例，随后给出一个混合型示例定义。我们强调，这些是我们作为作者所提出的基于职能的定义示例。

基于职能的定义 1 (宽泛)。 数学家是指运用数学概念、工具或技术来研究和解决问题的人。

基于职能的定义 1 可能涵盖所有人。如果把计数视为一种数学技术，那么任何为了问题求解而进行计数的人，都可以被定义为数学家。Keith Devlin 的《数学本能》一类书籍常常援引这一定义 [8]，以此论证“我们都是数学家”。这种用法与一项更广泛的努力相关：增强更多人的信心，使他们能够在数学工作中取得成功，并对抗“有些人天生就不是学数学的料”这一普遍且有害的观念。

基于职能的定义 2 (狭义)。 数学家是指运用证明技巧证明定理的人。

在设置数学专业时，常常隐含着基于职能的定义 2。在一些机构的数学本科专业课程设计中，证明课程作为基础“方法”课程的要求，体现并强化了这一点。

基于职能的定义 3 (混合型)。 数学家是指在日常工作中运用数学技术和工具解决数学及其他问题的人。

有许多介于狭义和广义示例定义之间的基于职能的示例定义。不过，基于职能的定义 3 可用于识别这类数学家所从事的工作，从而为学生提供学术界以外的职业选择建议。

1.2 基于资格的定义

在基于资格的定义中，数学家是指通过了某种规范性门槛的人，该门槛旨在认证其知识或成就。这个门槛或“资格”可以根据衡量目的而调整。此定义的构建意味着存在一个外部机构，负责认证资格是否达成。

Qua **基于资格的定义 1 (广义)。 数学家是指已经完**
m **任意级**
p **级别的数学课程。**

在基于资格的定义 1 中，认证该资格（即“完成”）的外部机构就是课程的教师。我们可以在这个定义中进一步明确，例如选择“能够数到十”、“能正确地将两位整数相乘”或“修读过某个特定数学主题的课程，如三角学”这样的例子。

基于资格的定义 2 （狭义）。数学家是指拥有数学博士学位且目前在数学领域从事研究工作的人。

基于资格的定义 2 常用于制定招聘决策，以符合高等教育认证审查对终结学位的要求。

基于资格的定义 **3** （混合型）。 数学家是指拥有数学学士学位或更高学位，或修读过数学课程，且所修数学课程足以使其能够教授中学数学的人。

数学教师资格认证过程采用基于资格的定义，将一系列高等教育课程视为足以培养教学所需的学科教学知识。美国数学教师全国委员会 [1]制定了这些标准的指导方针。然而，基于资格的混合型定义会随时间变化，并依赖一些任意标准。许多此类资格最初设定后，却未能及时更新，因而无法与当前社会需求保持一致。

1.3 基于身份认同的定义

与处于狭窄—宽泛连续谱上的基于资格的定义和基于职能的定义不同，我们可以从内部—外部连续谱的角度考察基于身份认同的定义。基于内在身份的定义以个人视角为中心，而外部基于身份的定义则取决于他人对该个体是否具有数学家身份的集体认知。

这些基于身份的示例定义凸显了 Gee 的亲和身份与话语身份之间的重叠 [9]。

基于身份的定义**1** （内部）。数学家是指任何自称是数学家的人。

归根结底，如果你认定自己是数学家，那么根据基于身份的定义**1**，你就是数学家。如果你认定自己不是，那么你就不是。这个定义援引了身份自决的理念；对于因自身身份认同而遭受压迫的人来说，这可能是一种尤为有力的行动 [16]。

基于身份的定义**2** （外部）。数学家是指他人认为是数学家的人。

基于身份的定义2要求他人认定其数学家的身份，并且需要达成足够的共识，才能正式或非正式地授予这一称号。这类身份验证的正式形式可能包括获得仅授予数学家的奖项。

***Iden*于身份的定义3** （混合型）。数学家是指任何有人认为是
偲说位数学家。

与基于身份的定义2一样，基于身份的定义3仍然是外部的，但只要求满足一个人对数学家的标准。因此，它可能比上述定义更容易成立。例如，如果有人介绍你是一位数学家，那么你就会获得数学家的身份认同。在这种情况下，这种身份认同可能转瞬即逝，只持续一段简短的交谈。

1.4 生成更多定义

在上述各节中，我们介绍了三个不同的维度，可据此确定谁是（以及谁不是）数学家。就像群的生成集可以生成其他元素一样，我们上面给出的每个定义都可以引出更多定义，用来判断某人是否是数学家。大多数人会结合这些定义来界定自己或他人为“数学家”。在本小节中，我们将把前面三个定义视为一个生成集，然后考察是否满足某种并集、交集或其他组合。由于这个新定义指的是由其他数学家定义生成的集合，我们将这些新生成的定义称为复合 定义。

复合定义 **1** (并集／宽泛)。 数学家是指符合任何一种数学家定义的人。实际上，这一定义是所有定义的并集。

复合定义 **2** (交集／狭义)。 数学家是指符合每一种数学家定义的人。实际上，这一定义是所有定义的交集。

这种狭义定义完全有可能导致空集。我们通过考察合著者在第2.1节的位置性陈述中表达的身份认同，来探究这一可能性，结果汇总于表2.1.1。

2 分析

本节将分析上述示例定义，以探讨其相似之处，并厘清两方面的差异：示例定义的类型（基于职能、基于资格和基于身份认同）以及每种类型所具有的二分变体（即狭义／宽泛或内部／外部）。我们的分析分为两个层面，从微观逐步扩展到宏观：首先将这些定义应用于本文的各位合著者，然后探讨这些示例定义在学科层面产生的更广泛影响。本节安排如下。首先，在第2.1节中，我们为本文每位合著者提供立场陈述，并说明他们与各类示例定义（及其维度）的关系。接着，在第2.2节中，我们运用极性映射分析，探讨使用第1节中的示例定义来界定“数学家”所带来的影响。具体而言，我们采用参与式过程，收集作者对应用每种定义类型的极端版本所带来的机遇与风险的看法。最后，在第2.3节中，我们从对示例定义（第1节）的拓展分析，延伸至关于整个数学领域的未来讨论及其影响。

2.1 位置性陈述

在此，我们通过各自的立场陈述，提供一系列关于自我定义的个人实例，帮助读者将我们的工作置于具体语境中。随后，我们运用第1节中的定义分析这些立场陈述，并提供一张总结分析结果的表格。

Ron Buckmire

我是一名顺性别的男同性恋者，拥有非裔加勒比血统，自1994年起一直在加利福尼亚州洛杉矶的一所小型文理学院担任数学教职人员。我在一所以工程为导向的机构——伦斯勒理工学院——获得了全部三个数学学位。或许受我所接受教育的地方影响，我做数学时常常会从解决某个具体问题的语境来思考，几乎总会借助计算来辅助求解。我认为“数学是用来解决问题的”，也认为“数学是一项人类事业”。数学由人们从事、教授、学习、发现和创造，而从事数学的人所具有的身份认同及其过往经历都很重要。

Carrie Diaz Eaton

从学位来看，我是一名数学家。我所获得的每一个高等学位都属于数学领域，但我的所有学位都与生物学有很强的跨学科联系。我的职位头衔并非数学家；毕业后，我曾在生物学和计算研究系任职。我过去常开玩笑说，在一屋子数学家中我是生物学家，在一屋子生物学家中我是数学家，因此，我的学科身份有时显得流动且相对，分别很像我的酷儿身份和多族裔身份。我的主要研究领域是STEM教育。我的研究方法包括统计、计算和定性方法。我在学术研究中不做形式证明，但所有工作都需要严谨的逻辑。我深度参与数学界，也参与生物教育界。作为一名拉丁裔女性，我对Nepantla [11]这一理念深有共鸣，并视跨界为自己的超能力。如果我必须符合数学家或任何学科的所有定义，那我就不会拥有任何学科身份。相反，我选择拥抱自己所有跨界的学科身份，并将其视为一种优势。

Joseph E. Hibdon, Jr.

我是顺性别的美洲原住民男性，是路易塞诺˜族印第安人后裔。我拥有应用数学博士学位。目前，我在一所公立四年制大学从事应用数学教学与研究，该大学是一所西班牙裔服务机构。我的大部分研究属于数学教育领域；除了所教授的课程之外，我不进行证明研究。总体而言，我向他人介绍自己时，会称自己是一名致力于让所有人都能接触数学的数学家。

Katherine M. Kinnaird

我每天都会思考计算任务，包括：规划项目以利用现有数据（或即将收集的数据）、起草算法、设计数据收集方法、编写算法、分析数据，或撰写结果。我拥有数学学士、硕士和博士学位。读博士期间，我确实证明了一个引理和几条推论，但至今还没有在同行评审期刊上发表过证明。虽然别人可能会因我的资格而称我为数学家，但我不再称自己为数学家。我认同自己是一名计算科学家，我所说的计算科学家，是指处于数据科学与计算机科学交集中的人。

Drew Lewis

我是一名顺性别异性恋白人男性数学家。职业生涯早期，我的研究完全属于“纯”数学领域（代数几何），但现在，称我为从事教育研究的数学家可能更贴切。后者的工作让我认识到，人们如何看待谁是“数学家”会产生切实影响，因为在数学教育领域，数学家的观点（包括我的观点）往往受到不成比例的重视。

Jessica Libertini

我日常工作的内容包括统筹跨学科研究项目，运用创造力科学、设计思维和运营规划应对全球性挑战。虽然这些工作很少属于最严格意义上的“数学”，但我经常借助数学、建模、计算和逻辑框架来推动进展。我不写证明，对证明也经验有限，因为我的专业背景是机械工程（理学学士和理学硕士）、应用数学（理学硕士和博士学位）以及国际关系（文科硕士）。我不认为自己是数学家；相反，我自认为是无学科主义者，致力于挑战学科边界。

Omayra Ortega

作为一名应用数学家，我的日常工作包括教授数学和统计学课程，以及与各个阶段的合作者开展研究（本科生、研究生、博士后、教职人员和其他专业人士）。除非是在课堂上，我很少写证明。我的研究侧重于解决现实世界的问题，并高度依赖数据分析和模型拟合。我拥有应用数学与计算科学博士学位，此外还取得了音乐、“纯”数学、生物统计学和公共卫生方面的学位。总体而言，我认同自己是一位巴拿马裔非洲拉丁裔非二元女性，根植于纽约。

Rachel Roca

在日常生活中，除了课程学习，我大部分时间都用来阅读和讨论文章（主要涉及应用数学和STEM教育）、编写代码，以及担任一门计算方法课程的助教。迄今为止，我的工作主要围绕课程学习展开，其中有些课程以证明为基础；而我目前的研究则更多以计算为基础。2021年，我毕业于一所小型文理学院，获得数学学士学位，同时辅修了计算机科学和西班牙语。目前，我是密歇根州立大学计算数学、科学与工程专业的博士二年级学生。我的研究兴趣涵盖拓扑数据分析、计算教育和社会正义数学。从更广泛的意义上说，我认同自己是一名酷儿白人女性数学家（正在接受培养）。在我的院系里，我是一名数学家，但在传统数学系的人群中，我并不觉得自己是数学家。由于刚进入学术界，加上我的工作具有跨学科性质，我仍在探索和发展自己的身份认同。

Andr´es R. Vindas-Mel´endez

我是一位酷儿、患有慢性疾病的哥斯达黎加裔美国人数学家，在加利福尼亚州洛杉矶东南部´长大。我是第一代大学毕业生，曾获得数学学士学位，并辅修哲学和奇卡诺/拉丁裔研究。

后来，我又获得了数学硕士学位和博士学位。在攻读博士学位期间，我还取得了拉丁美洲、加勒比及拉丁裔研究研究生证书。我的所有学业都是在公立机构完成的。我的研究主要集中在组合学，并逐渐拓展研究兴趣，探索数据科学在组合学中的应用，以及服务于社会正义的数学。具体而言，在组合学研究中，我证明了关于格点及有理多胞体的格点计数和三角剖分的结果。在服务于社会正义的数学研究中，我关注数据分析、跨学科研究（如社会科学、历史、经济学），以及开发用于探究种族/社会问题的数学技术。

我相信，数学如同使用数学的人一样，既多样又充满活力。我的数学观受到自身经历的影响，我也将自己的看法带入其中。我希望与数学建立有意义且赋能的联系，同时也促使他人思考数学空间内外存在的权力结构。

2.1.1 对合著者立场陈述的思考

我们从第1节所概述的各项定义出发，审视了自己的立场陈述。我们分析了本文每位作者在上文给出的立场陈述，并将分析结果汇总成表格，由此发现了一些有趣的模式。我们原本预计这组合著者会有许多相似之处，因为我们于2022年夏季在著名的数学机构数学计算与实验研究所（ICERM）担任研究员时，开始了这项工作。事实上，根据以下七种示例定义，所有合著者都被归类为“数学家”：广义功能型、混合功能型、广义资历型、混合资历型、外部身份型、混合身份型和广义复合型；因此，表2.1.1未列出这些列。这七种共同定义既包含了数学家通常所具备的核心特征，也包含了那些多年来深耕这一领域并获得其认可的个体所特有的特质。我们列出表2.1.1，旨在凸显我们群体内部的多样性，同时也通过省略这些共同点加以呈现。

作者	职能型—狭义	资格—狭义	身份认同—内部	复合-狭窄
RB		X	X	
CDE		X	X	
JEHJ		X	X	
KMK		X		
DL	X	X	X	X
JL				
OO		X	X	
RR	X		X	
ARVM	X	X	X	X

表1：此表突出显示了作者对每个示例定义立场的差异。

我们许多人曾自我认同为应用数学家，而他们往往会被排除在外 d

原因是狭隘的基于职能的定义认为他们缺乏证明写作能力；我们也在立场陈述中明确提到了这一点。尽管从理智上说，我们知道，某个狭隘的功能性定义并不一定能定义我们这个群体，但我们许多人还是倾向于采用其他关于数学家的定义。也许我们只是在回应文中所述的各种定义；但对我们中的一些人来说，外部实体是否会认定我们是数学家，尤其是当我们在数学领域还拥有其他边缘化社会身份时，会让我们感到创伤。

当狭义的功能性定义无法满足时，许多人建议采用更广义的功能性定义（例如 RB 和 DL），或明确提出，或通过描述自己如何运用数学来含蓄表达（例如 JEH、CDE 和 OO）。大多数合著者还借鉴了其他对数学家的定义，例如基于资格的定义和基于身份的定义（见表2.1.1）。RB、JH 和 AVRM 表达了这样的信念和未来愿景：数学应向所有人开放，或应服务于人类。通过未来主义重新界定边界，是研究边缘化身份与权力的学者所推崇的传统（即[2, 15]）。

我们这些接受过纯数学训练的人，则通过思考数学与数学教育之间的权力差异，或更广泛地思考数学领域中的权力差异，以其他方式探讨基于身份的权力差异。例如，CDE 过去常说：“在一屋子生物学家中，我是数学家；在一屋子数学家中，我是生物学家。”如果存在其他选择，这便是身份相对于语境而言的一个例子。

这段引文还提到了立场陈述所体现的另一种身份认同观察：身份认同会随着时间而变化。职业生涯早期的合著者坦然承认，他们对自身数学家身份认同的探索仍在继续。处于职业生涯中期的合著者 KMK 则表示，她已不再认同数学家的身份，而转而认同计算科学家的身份；这反映了她在职业生涯中研究领域的演变。

最后，我们看到一些合著者愿意同时接受多种学科身份认同。这可以表现为 ARVM 所描述的子学科身份，也可以像 CDE 所描述的那样，涉及不同学科。或者，JL 觉得学科标签令自己受到限制和束缚，因此拒绝任何学科身份认同，转而自称“无学科主义者”。

分析立场陈述的另一项挑战，在于个人心目中对数学家的定义，与个人可能觉得自己必须遵循的外部定义之间存在差异。许多人承认，他们在立场陈述中列出了自己认为数学科学领域大多数人会认可的资格或特质，也就是成为数学家所需的资格或特质。这种内部与外部的二元性，使个人立场陈述的分析更加复杂。

2.2 定义的影响：极性分析

作者们于 2022年夏季 在 ICERM 期间，使用极性框架来帮助我们探讨“数学家”一词的包容性（广义或内部）定义与排他性（狭义或外部）定义之间的张力。该框架由 Barry Johnson 于 20世纪90年代 提出，现已广泛应用于商业领导力和设计思维领域 [13]。极性分析是一种参与式方法论，允许一个群探讨看似截然相反的观点或方法的两面都具有价值与智慧时所产生的张力。在本例中，我们运用极性分析来理解，在推进数学领域社会正义的过程中，我们可以如何根据自身目的，从所有定义中找到价值。

作者团队采用的方法与 University Innovation Fellows 概述的极性映射练习非常相似（https://universityinnovation.org/wiki/Resource: Polarity_Mapping）。首先，我们界定了每个极点；在本例中，两极分别是对数学家的广义定义和狭义定义。（请注意，对于基于身份的定义，我们将内部归为广义，因为自主权交由个人；将外部归为狭义，因为授予称号的权力掌握在他人手中，而他们可能会采用排斥自我认同为数学家的人的定义。）

随后，我们分别花时间构思聚焦于每一极所带来的机遇，以及过度聚焦于某一极而牺牲另一极活力所产生的风险。接着，我们在小组团队中讨论了个人构思的结果，最终又与包括合著者团队及 ICERM 项目其他参与者在内的更大群体分享了这些结果。每个想法都记录在一张便利贴上（见附录中的图 2），这既使团队能够认识到高度协同的领域（即多名团队成员发现了共同主题的领域），也突出了那些处于边缘的创意想法——它们可能只有某一位成员想到。随后，我们作为一个完整的群体，讨论了这次初步分析所揭示的内容。

最后，团队还探讨了可用于激发某一极积极作用的行动步骤，以及某一极可能因过度强调而牺牲另一极时所出现的早期预警信号。极性分析的这一部分并不完全适合我们的工作，因为我们并不受制于采用单一定义；事实上，我们主张根据具体目的，有意识地选择、陈述并论证一个独特的定义。因此，行动步骤和早期预警分析未被纳入本文。

基于我们的极性练习，以及我们在探索不同类型定义方面的工作，我们以下文所述的机遇与风险为视角，明确使用狭义或广义定义的潜在动机及其影响。我们承认，一些团队成员在参与练习时持怀疑态度，明确表达了对更具包容性的定义的强烈偏好。然而，分析揭示了每种定义类型各自的机遇与风险。我们还要指出，由于这种定性研究方法具有参与式性质，研究结果反映了参与者的看法、信念和价值观。由于这项工作是在一个关于社会正义与数学科学的研究项目背景下开展的，合著者将社会正义视角引入了极性映射练习及其分析之中。

2.2.1 狭义定义的机遇

狭义定义起初可能显得有所局限，但在某些目的和情境下，使用更狭义的定义有助于推进社会正义工作。下面，我们将探讨每一种狭义定义及其对于社会正义的效用。

狭义的基于职能的定义 2（“数学家是使用证明技巧证明定理的人”）使数学家这一群体的成员资格能够拥有明确界限，从而使测量、数据收集和统计工作得以在相对狭窄的语境中开展。此类研究可以利用该定义的狭义性，突出性别、种族及其他代表性差异，研究旨在解决这些差异的干预措施所产生的影响，并将数学共同体中的差异与其他具有狭义定义的职业（如医生或出庭律师）中的差异进行比较。

狭义的基于资历的定义2（“数学家是指拥有 s

数学博士学位且目前在数学领域担任研究职位的人。”）也有一个优点，即其界限明确，可用于针对数学领域开展社会科学研究。例如，可以依据这一定义，对拥有数学博士学位且在某个明确界定的数学分支领域积极开展研究的人进行调查或访谈。此类研究有助于揭示这个狭义界定的社区对符合成员资格标准的代表性不足群体成员是否友好；类似的研究还可以探讨白人男性博士学位研究人员与其他数学研究人员在经历上的差异。

同样，从以正义为导向的视角来看，采用狭义的基于职能和基于资格的定义，可以让我们更容易识别谁被排除在数学界之外。按照以获得数学博士为标准的基于资格的定义，已有大量文献记录，与白人男性相比，女性和有色人种在这一版本的“数学界”中代表性不足 [5]。数学界具有异质性，包含许多学科领域，因此我们还可以思考：采用狭义的基于职能的“数学家”定义（例如，“数学家是发表定理证明论文的人”）时，哪些类型的人最有可能被排除在不同的数学子领域之外。

对于基于身份认同的定义，可以将外部定义视为基于职能和基于资格的定义中狭义模式的对应形式。回想一下，外部基于身份的定义 2 是：“数学家是任何被他人称为数学家的人。”我们发现，很难设想以可能武断的方式将某些群体排除在数学共同体之外能带来什么社会正义方面的益处。不过，我们指出，这至少有可能提高透明度，并让我们有机会了解那些对“谁算数学家”划定更严格界限者的观点。例如，论文中采用的定义可能会被明确说明。或者，即便是在非正式对话中，我们也能从中获得见解和语境，揭示不同个人和群体对谁算数学家的社会认知动态。当我们参与关于谁是数学家的正式和非正式对话时，致力于在数学领域促进社会正义的人可以关注数学共同体各类生态系统中的社会动态。这有可能揭示哪些障碍正在消退、哪些没有，从而使我们能够更有针对性地努力，让更多人分享数学的力量。

本小节表明，在某些条件下，采用“数学家”一词的狭义定义可能带来社会正义方面的益处，尽管狭义定义本身带有排他性的语气。具体而言，狭义的、基于职能和基于资格的定义，能够为研究者提供清晰的界定，帮助他们揭示不平等。通过使用狭义定义，有可能识别出系统性问题，从而推动建立一个更加公平、正义的数学界。

2.2.2 狭义定义的风险

如上所示，采用“数学家”一词的狭义定义有一些益处，但也存在风险。下面我们将探讨，采用极端的（狭义且外部的）基于职能、基于资格和基于身份认同的数学家定义所带来的社会正义风险。

狭义的基于职能的定义 2（“数学家是指运用证明技巧证明 -

定理的人。”）无法对数学界作出包容性的解读，除非依据某种主观标准来界定数学家“应该”能做什么（即证明定理）。未能享有修读基于证明的课程的机会，或刚刚开始探索数学的人，都不会被基于职能的定义 2 视为数学界的一员。通过应用基于职能的定义 2 而被排除在社区之外的人，很可能更常是有色人种、女性，以及较难接触证明类课程、可能就读于资源较少院校的人。因此，狭义的基于职能的定义通常会降低按此定义形成的社区的多样性（并维持男性和白人的过度代表）。这种特定影响是采用狭义基于职能的定义所造成的重大负面后果。

使用狭隘的基于职能的定义 2 还存在另一项风险：该定义未能涵盖日益进入数据科学及其他高度应用型项目的学生和毕业生，而这些项目可能并不要求证明。由于排除了这些人，我们也失去了将他们所从事的工作计入数学的机会；鉴于数据科学家接受过明确使用数据来理解周围世界的训练，这些工作有可能对社会结构作出更切实的贡献。

审视狭隘的基于资格的定义 2（“数学家是拥有数学博士并且目前正在从事数学研究的人”）同样暴露出推进数学领域社会正义的若干风险，因为它对谁属于内群体设置了障碍，并将许多人留在外群体之中。例如，如果我们采用另一种狭隘的基于资格的定义——“数学家是在常春藤盟校机构获得数学博士的人”——那么符合标准的人可能会产生强烈的社区归属感，从而加剧那些不属于该群体者的排斥感。再如，关于数学（及其他学科）教师聘用的研究表明，通过采用狭隘的基于资格的定义，例如“数学家（值得在名牌大学任教的人）是目前在另一所名牌大学担任数学研究职位的人”，会形成精英主义与排斥的循环。其结果是，高声望大学彼此交换教职人员，或将教职人员输送到声望较低的学校，却很少从不那么精英的大学聘用教职人员 [20]。此外，这一定义可能会劝阻未来的学生选择数学专业，因为这一定义对数学家这一身份的界定会大幅限制他们可以从事的职业，尽管数据显示，数学专业学生能够在广泛的职业选择中取得成功，其中许多职业并不符合狭隘的基于资格的定义 2。

在分析外部基于身份的定义2（“数学家就是他人称其为数学家的人”）时，我们揭示了与第2种定义类似的风险。这些定义需要外部评审；与基于职能的定义不同，这种对谁有资格成为数学家的评审，可能会在数学共同体中造成主观的归属障碍，助长精英主义和排他性的心态，从而边缘化那些不符合标准的人。这意味着，如果不谨慎采用这类狭隘／外部定义，就可能延续对不符合某个选定定义的外部标准者的边缘化。

狭隘定义带来的负面影响并非静止不变，因为它们会形成反馈回路，加剧排他性。例如，借助可能自我理论，社区中潜在的未来成员如果在内群体中看不到与自身身份认同相似的人，可能会主动选择退出 [18]。

2.2.3 宽泛定义的机遇

在此，我们将讨论通过极性分析所发现的社会正义机遇；在分析“谁是数学家”的职能型、基于资格的以及基于身份的广泛定义时，我们发现了这些机遇。

回顾我们宽泛的基于函数的定义 1：“数学家是指运用数学概念、工具或技术来研究和解决问题的人。”这样的定义能够促进一个更具包容性的数学共同体，让那些原本被排除在“谁是数学家”这一讨论之外的人也能参与其中。采用宽泛的基于职能的定义后，我们会发现，由此形成的数学共同体如今也包括那些未必撰写证明、却会结合具体语境运用数学工具的人，例如数据科学家、统计学家和定量社会科学家。圈子越广，纳入的人就越多，这也让更多人有机会掌握数学的权力（以及“数学家”这一称号所赋予的权力），从而形成比由规模较小（且成员大多为白人男性）的群体所主导的视角更为多元的集体视角。这种做法还能够扩大招募和参与范围，并有助于推动人们从某些人被限制在学科壁垒之中的环境，转向更具协作性的跨学科环境。

通过探讨广义的基于资格的定义 1（“数学家是指在任何层级完成过数学课程的人”），我们可以看到，这一定义具有高度的包容性。这种对层级的包容可以用来赋能各个年龄段的人，但它尤其有可能对那些刚开始思考未来职业的年幼儿童发挥作用，在他们心中播下各种可能性的种子。采用广义的基于资格的定义，为重新塑造数学的形象提供了机会，使人们认识到数学是每个人都能做的事情，培养成长型思维，并挑战“数学很难”这一社会规范。通过投入精力培养年幼儿童以及其他此前未曾认为自己是数学家的人的思维方式和认知，并邀请他们加入数学家的圈子，我们便有机会开始拆除一些障碍，使人们不再因被告知自己已经是数学家，而无法将未来的自己视为数学家。这种方法有可能挑战通过应用广义的基于资格的定义而在数学界形成的白人男性霸权。

在考虑一种“宽泛”的基于身份的定义时，我们选择了内部身份定义1：“凡是自称数学家的人都是数学家。”这一界定本质上赋予个人选择加入数学家社区的权力，也有可能提升该社区的多样性。请回想，狭义定义通常带来的风险之一，是那些觉得自己在群体中看不到自身代表的人可能会被排斥，从而离开社区。相反，宽泛的定义能涵盖更多人，因此能描绘出一幅更加多元的“谁是数学家”图景。多样性的提升也可能使更多成员感到受欢迎；如果定义较为狭隘，他们或许原本会选择不参与社区。受到这种变化影响最大的人包括有色人种、女性以及其他代表性不足的身份群体。请注意，这一概念与前一节第2.2.2节中关于可能自我以及排他性或狭义定义所产生的非静态影响的观点互为逆否命题。因此，在这种情况下，扩大“数学家”的定义更有可能让社区的多样性持续增长。

2.2.4 宽泛定义的风险

将“谁是数学家”的定义采用宽泛版本，也有其弊端。本节将探讨“谁是数学家”的宽泛职能型、基于资格的和基于身份的定义所带来的弊端。

如前所述，宽泛的基于职能的定义 1（“数学家是运用数学概念、工具或技术来研究和解决问题的人”）本身具有很强的包容性。然而，它可能包容性过强，几乎将所有人都纳入其中，以至于这个称谓本身的价值被稀释。例如，估算自己农作物产量的农民算数学家吗？采用更宽泛的数学家定义，可能会削弱那些依据现行定义享有这种身份所带来权力的人；这种权力可能遭受的损失，或许可以解释为什么某些群体会执着于对这一称谓作出较狭义的定义，并反对更宽泛的定义。另一方面，采用更宽泛的定义也可能是一种修辞策略，旨在有意瓦解这种权力。

因此，或许可以讨论混合型基于职能的定义 3：“数学家是指在日常工作中运用数学技术和工具来解决数学及其他问题的人。”然而，即使是这一界定也可能包容性过强，导致从事截然不同类型数学工作的人（即使用非常理论化和非常应用型技术的人）被归入同一类别。当自认为差异很大的人被贴上同一标签时，如果他们对自身身份的内在认知与他人对其身份的外部印象不一致，就会面临实际困难，例如获取资源的机会更加有限（[12]），以及需要花费更多时间来建立外部身份认同（[14]）。由宽泛的基于职能的定义引发的身份危机可能造成的负面后果包括：缺乏从事数学的信心、对数学界的认同感降低，以及学科壁垒进一步加剧。

宽泛的基于资格的定义 1（“数学家是指完成过任何层次数学课程的人”）也存在风险。如果通过采用内部身份定义1（“任何自称是数学家的人都是数学家”），将数学家的定义拓宽到几乎适用于所有人，那么曾经排斥人们的障碍，尤其是排斥非白人和男性的障碍，就会被人为地抹去。准入障碍以及迫使人们离开数学社区的压力可能依然真实存在，并使一些人受到边缘化；因此，采用如此宽泛的定义，可能会掩盖人们对这些障碍和压力的认知，减少用于消除这些障碍和压力的资源，并淡化对受其影响者所遭受伤害的承认。换言之，这样宽泛的定义或许适用于乌托邦，但若用于当今世界，则有加剧伤害的风险。

内部（广义）身份认同定义1允许任何人自我认同为数学家。尽管这一界定支持个人能动性，但由于很难评估由此形成的人群具有哪些共性，因此也可能削弱数学界的社区意识。此外，这也可能影响社区可获得的资源，因为对数学家的身份、数学家做什么以及数学家要在其追求中取得成功需要具备什么的定义，可能会变得不那么统一。更重要的是，这种稀释让人想起 Guti´errez[10] 所讨论的权力稀释风险。

2.2.5 极性分析概述

极性分析揭示了智慧与机遇，但当我们探究定义连续体在狭义—广义（外部—内部）两端的极限时，也发现了风险。总体发现汇总于图1。纵观这些发现，我们注意到几个关键主题。

Dimension	Social Justice Opportunity	Social Justice Risk
Broad (and Internal)	• Includes those who are using mathematical tools in contextual ways – as data scientists, statisticians, and quantitative social scientists. • Allows recruitment and engagement • Allows for self-determination • Unions of sets in the meta carry all the utilities of the broad group	• If everyone is a mathematician, interrogating mathematicians as a community is interrogating everyone • Self-determination may be overconfident for some in dominant groups and under confident for those in groups marginalized in mathematics • Unions of sets in the meta carry the risks of all of the broad groups
Narrow (and External)	• May describe what we do in order to create support communities which help us carry out our day-to-day duties • Allows for well-defined cutoff for membership in the class of mathematicians, which can be used to define research questions around gender, race, ethnicity, and other representation in mathematics • Meta-mathematician qualifications, functions, and identities are extremely clear and therefore possibly less variation/more well-aligned • Can monitor the social dynamics in various ecosystems throughout the mathematical community, illuminating which barriers are eroding and which are not	• Imposes barriers on who is in the in-group and leaves many in the out-group, which may exacerbate the sense of exclusion for those who already feel they do not belong • If a mathematician is someone who proves theorems, it excludes applied mathematicians who do statistical and computational work or who did not receive proof-based training. • May discourage future students from selecting a mathematics major, as it limits what careers they can pursue • Requires external review, which can be arbitrary and based on biases. Can result in a cycle of elitism and exclusion through the application of multiple narrow definitions

图1：对所提出定义的广义、狭义、内部和外部维度相关的部分机遇与风险的总结。

在追求社会正义的过程中，狭义定义为该领域致力于社会正义的人提供了开展研究的机会，借此揭示系统性障碍及压力，这些障碍和压力会导致某些人口统计群体被不成比例地排除在狭义定义的涵盖范围之外。然而，狭义定义也有可能暗示“真正的数学家是……”，从而造成新的伤害并加剧已有伤害。因此，使用狭义定义时应谨慎行事，并清楚说明采用这些定义的原因。

相反，广义定义本质上更具包容性，能够让更多多样性进入社区，并形成积极的反馈回路，欢迎未来那些能在其中看到自身身影的成员加入。然而，这些定义可能会削弱数学共同体的身份凝聚力（使人们不再清楚什么样的人才是数学家），减少可用资源，并有使共同体分裂为更小、更同质的群体的风险。或许更有害的是，如果使用时不够谨慎，广义定义可能暗示，历史上被用来阻挡某些群体（例如女性和有色人种）的系统性障碍和压力已经消失，因为，毕竟，现在任何人都可以成为数学家。

这实际上可能让情况变得更糟，因为这会淡化那些遭受边缘化者的生活经历。因此，使用广义定义时也应谨慎，并明确承认有些人可能仍会面临障碍。

我们还看到，采用混合定义有其好处。例如，在探讨功能性定义时，狭义定义有可能将那些在证明之外从事数学工作的人排除在外；而广义定义的范围又过于宽泛，甚至可能把用数学计算餐厅账单小费的人也定义为数学家。如果有必要为“数学家”这一身份设定界限，同时又需要尽可能广泛地涵盖人群，那么混合功能型示例定义3（“数学家是指在日常工作中运用数学方法与工具解决数学及其他问题的人。”）便是一个合适的定义。许多取得数学及相关领域学位的人，日后不会成为数学教授，也不会以撰写证明为职业，但仍会在工作中运用数学技能。让学生认识到，即使他们选择在学术界以外发展，仍然是数学共同体的一员，这大有裨益，因为这能吸引更多人加入这一职业，从而巩固数学共同体的未来。同时，划定界限也有可能让这群符合混合型基于职能的定义的人产生社区归属感。

最后，我们注意到，任何数学家定义的应用方式都会受到其选择背后的动机影响。例如，在本文中，我们正围绕如何定义“数学家”这一术语展开公开讨论，以鼓励更多人加入数学共同体。但持有其他动机的人可能会利用这些定义来实现不同的目的。因此，我们建议参与这一话语的人留意自身定义选择所带来的影响，并以批判性的视角审视他人的定义。

2.3 从定义到未来影响

上文中，我们举例说明了各种定义如何被个人使用，以及如何应用于更大的人群。与所有数学定义一样，这些定义反映了人们所做出的选择，而我们也探讨了这些选择所带来的一些影响。重要的是，对定义的选择在很大程度上取决于语境，以及选择该定义的个人或群体的动机。因此，当面对一个定义时，重要的是要追问：是谁制定了这个定义？这一选择在哪些方面促进了正义，又在哪些方面违背了正义？哪些群体从这一选择中受益，谁又因此受到伤害?

除了请读者以批判性视角审视自己和他人如何定义数学家之外，作者还鼓励读者进行自我反思，并在自己的社群中展开讨论——与学生、同事交流，或在数学会议上讨论。不妨留出一些时间，让自己（以及他人）思考以下一系列问题：

- 我的位置性陈述是什么？我认为自己是数学家吗？这个问题的答案对我自身的身份认同有何重要意义?
- 按照基于职能的定义，我符合狭义定义吗？如果不符合，我该如何

构建一种能够涵盖我所做工作的混合定义？而根据这个新定义，哪些人会被纳入，哪些人会被排除？

- 按照基于资历的定义，我是否符合狭义定义？如果不符合，我该如何发展出一种能够涵盖我所从事工作的混合定义？在这一新定义下，哪些人被纳入，哪些人被排除？

- 按照基于身份认同的定义，谁会将我定义为数学家？这种定义会出现在哪些环境或情境中？为什么？
- 我如何定义数学家？我的机构、雇主和/或社会群体如何定义数学家？在这些定义中，哪些人被纳入，哪些人被排除？这对被排除的个人以及由此形成的数学共同体分别意味着什么？

- 随着数据科学及其他类似领域的项目数量激增，在数学家的定义中有意识地决定纳入或排除这些群体，可能会如何塑造数学共同体？

3 结论：身份即权力

Burton [6]认为，数学以及数学认识论从本质上说具有社会文化属性，而非绝对主义性质。当我们准备进入研究项目、收集并分析有关数学家的数据时，我们不得不设法对“谁是数学家”作出假设，以便为确定在各种社会正义和数据科学项目中应当收集哪些人的数据、哪些类型的数据以及哪些数据值得收集提供指导。我们对数学家恰当定义的探寻，最终得出了一个令人不太满意、但可能并不出人意料的答案：这取决于具体情况。你对“数学家”的定义选择，将取决于你收集数据的原因以及你要回答的问题；也将取决于你能够获得哪些数据用于收集；还将取决于你的目的，是利用这一定义将个人排除在机会之外，让人们进入一个对所有数学身份认同都更具包容性的空间，还是揭示出哪些障碍使一些个人和群体难以成为数学家并持续从事数学工作。

在确定谁算得上数学家时，Burton 强调了欧洲中心主义的男性主导地位在数学界所拥有的权力，以及那些不具备这些身份认同的人所遭受的剥削与抹除。“数学家”有权界定并认定哪些数学领域“重要”，在这些领域中，某些结果比其他结果更受重视；而在一个由“权力关系” [6]决定的社会里，哪些内容应该或不应该发表，也由他们来决定。就我们自己的研究群而言，为了在数学中创建服务于社会正义的数据科学领域，我们必须以数学家（以及一名计算科学家和一名无学科主义者）的身份确立自身，从而界定这一领域。因此，确定谁是数学家的理由，不再仅仅出于数据研究的目的，而是直接关系到如何界定我们研究计划的价值。

所有这些决策和数学贡献都是由人做出的，而这些人可能会将他人排除在数学界之外，也可能接纳他人。被排除在传统精英数学界（Bartholomew等人[3] 称之为“数学俱乐部”）之外的可能性，威胁到

身份形成。这个“数学俱乐部”利用恐惧以及对数学家的狭义定义，将权力保留给一部分人，并削弱其他人的权力。即使是高年级本科数学学生，也会对自己作为数学家的身份认同感到不确定 [3]。此外，研究一再表明，社会身份认同与数学身份认同的共同建构密切相关。例如，Oppland-Cordell [17], 开展的一项案例研究，考察了一名学生如何应对并克服旨在将她排除在数学界之外的种族化待遇，突出了种族、性别和阶级身份如何影响数学参与和学习。因此，我们希望强调，构建能够接纳并彰显多重社会身份优势的数学环境，与创建能够培育多样数学身份认同的环境同等重要。

4 未来工作

在前文中，我们探讨了“数学家”的各种定义，并分析了这些定义所带来的影响。尽管我们的定义源自一群背景相对多元的数学家视角，但我们只是数学共同体中的一小部分。因此，我们将这项工作视为未来研究的第一步，旨在探讨更广泛的数学界如何理解这一术语。我们希望回答的一些问题包括：1）数学界在多大程度上对“数学家”有共同的定义？2）数学界的成员会根据特定语境在多个定义之间切换，还是坚持认为数学家的身份有一个僵化的标准？如上文所述，对这两个问题的不同回答，会对这一职业以及从事或有意从事这一职业的人产生不同影响。

此外，我们希望这项工作能启发数学共同体从局部和全局两个层面思考我们所默认并使用的“数学家”定义，以及这些定义可能对更广泛的共同体、我们的课堂、专业和机构产生的影响。有鉴于此，我们邀请读者与我们一同审视数学中的身份认同，可以独自进行（在各自的影响范围内），也可以集体开展（或许与本文作者合作）。数学家和其他学科的从业者一样，往往不假思索地接受本职业的规则。我们希望本文能启发你质疑这些假设。如果我们能更审慎地界定自己、周围环境以及我们所处的共同体，就能影响这个共同体的社会契约。换言之，这是一个行动号召：共同创造你希望看到的数学界。如果你有兴趣加入我们的工作组，请联系本文作者。

作者贡献

所有列出的合著者对论文的各个部分贡献相同。

致谢

本研究部分获得了美国国家科学基金会 DMS-1929284 号资助。作者在数据科学与……期间，驻留于位于罗得岛州普罗维登斯的数学计算与实验研究所时，获得了该项资助。

社会正义：网络、政策与教育项目。ARVM 部分获得了美国国家科学基金会 DMS-2102921号资助。RB 感谢西方学院学院院长办公室提供资助，使其得以在2022—2023学年进行学术休假。KMK 是史密斯学院克莱尔·布思·卢斯计算机科学与统计及数据科学助理教授；本研究也部分获得了亨利·卢斯基金会克莱尔·布思·卢斯项目的支持。

参考文献

[1] 美国数学教师全国委员会，2022年12月。https://www.nctm. org/ncate/.[2] Gloria Anzald´ua 等。《边境地带／边界》。na，1987年。[3] 汉娜·巴塞洛缪、丽莎·达拉、菲奥娜·埃尔和珍妮特·桑德斯。“我天生就擅长，而且做这件事是因为热爱！”：探索学生对数学学习的叙述。《国际科学与技术数学教育杂志》，42(7):915–924，2011年。[4] 劳拉·布莱克、希瑟·门迪克和伊薇特·所罗门。《数学教育中的数学关系：身份认同与参与》。劳特利奇，2011年。[5] Ron Buckmire。谁在做数学？：美国数学社区的多样性与人口统计特征。《改进应用数学教育》，第1–12页，2021年。[6] 利昂·伯顿。迈向数学的女性主义认识论。《数学教育研究》，28:275–291，1995年。[7] 丽莎·达拉。数学教育中的身份认同研究。《数学教育研究》，93(1):19–33，2016年。[8] Keith Devlin。《数学本能：为什么你是数学天才（龙虾、鸟、猫和狗也一样）》。基础图书出版社，2009年。[9] 詹姆斯·保罗·吉。身份认同作为教育研究的分析视角。《教育研究评论》，2000年。[10] Rochelle Guti´errez。数学教育中的社会政治转向。《数学教育研究杂志》，44(1):37–68，2013年。[11] Rochelle Guti´errez。《活出数学：展望未来》。国际数学教育心理学组织北美分会，2017年。[12] 尚静。董事的外部身份、董事会职能与企业绩效，2009年。硕士论文，新加坡国立大学。[13] Barry Johnson。《极性管理：识别并管理无解问题》。资源发展出版社，1992年。[14] 艾丽丝·林。混合身份、身份认同与知识边界：学术社群与实践者社群之间的创意艺术家。《人际关系》，73(6):837–863，2020年。

[15] Diana Maldonado。未来主义传统：重新思考美墨边境南侧的“混合”身份认同。时间性与传统，第67–103页，2014年。[16]Terrell R. Morton 和 Eileen C. Parsons。#blackgirlmagic：本科 STEM 教育中黑人女性的身份认同概念化。科学教育，102(6):1363–1393，2018年。[17] Sarah Oppland-Cordell。多个社会政治语境中的数学与种族身份共建：一位来自城市社区的拉丁裔本科生案例研究。《城市学习、教学与研究杂志》，9:89–99，2013年。[18] Daphna Oyserman、Deborah Bybee 和 Kathy Terry。可能自我与学业成果：可能自我如何以及何时促进行动。《人格与社会心理学杂志》，91:188–204，2006年。[19] Anna Sfard 和 Anna Prusak。身份叙述：寻找一种分析工具，以研究作为文化塑造活动的学习。《教育研究者》，34(4):14–22，2005年。[20] Hunter K. Wapman、Sam Zhang、Aaron Clauset 和 Larremore Daniel B. 量化美国高校教师招聘与留任中的等级体系和动态。《自然》，610:120–127，2022年。

附录



图 2：作者进行的极性分析的说明。