利用分布式 GPU 并行化实现洪水淹没的高分辨率实时集合模拟与数据同化

Junyu Wei[1†]、Xiangyu Luo[2‡]、Weihong Liao[4], Xiaohui Lei[4], Jianshi Zhao[1], Haocheng Huang[3*]、Hao Wang[4]

[1] 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室[2] 俄克拉荷马大学土木工程与环境科学学院[3] 中南大学土木工程学院

[4] 中国水利水电科学研究院流域水循环模拟与调控国家重点实验室

† 现任职于中国国家开发银行

‡ 现任匹兹堡大学土木与环境工程系 * 通讯作者

摘要

洪水事件强度及演变过程的数值模拟会受到多种不确定性来源的影响，例如降水和地表条件。为量化并降低这些不确定性，本文构建了一个用于雨洪淹没的基于集合的模拟与数据同化模型。将浅水方程在x和y方向上解耦，并选用圣维南方程的惯性形式，以实现快速计算。利用蒙特卡洛样本描述输入因子和输出因子的概率分布。随后，结合粒子滤波器，实现对水文观测的同化并提高预测精度。为实现高分辨率实时集合模拟，采用基于CUDA（统一计算设备架构）的异构计算技术和分布式存储多图形处理器系统。通过采用多种优化技巧，确保模拟程序的并行效率和可扩展性。以中国福州某城区为例，构建了一个空间分辨率为3米、包含400万个单元的模型，并使用8块Tesla P100 GPU对96个模型实例进行并行计算。在这些设置下，1小时水力过程的集合模拟耗时2.0分钟；与在中央处理器上以单线程运行相比，估算加速比为2680× 。计算结果表明，粒子滤波方法能够有效约束模拟不确定性，同时给出径流、淹没面积和淹没水深等关键水文要素的置信区间。本文提出的方法在处理洪水建模中的不确定性以及提高预测效率方面展现出良好的应用前景。

关键词： CUDA；洪水模拟；高性能计算；概率预测；粒子滤波器

1 引言

洪水淹没严重威胁着人类的生计，因此成为水文学研究中的重要议题。数值模型能够基于物理机制，对现实世界中的进程进行连续分析，是预测洪水事件发生和发展的基础工具。确定性洪水淹没模型的结果通常是一系列地图，展示不同时间步的估计洪水淹没范围。然而，这类结果通常存在一定程度的误差，也无法体现不同情景发生的概率，因此并不利于决策者作出决策。因此，需要采取措施描述并控制洪水建模中的不确定性，从而提高模型预测的可靠性。

研究人员采用了各种方法来处理水文和水力模型中的不确定性。例如，分布方法可用于推导描述水力变量概率密度函数（PDF）演变的公式（Alawadhi等，2018）；贝叶斯预测系统则利用不确定性处理器，基于确定性模型生成概率预测（Han和Coulibaly，2017）。另一种常见方法是基于集合的模拟与预报，通过使用多个不同的模型实现来表示各种情景的可能性。这些模型实现本质上是蒙特卡洛样本，从预先定义的模型设置联合概率分布中抽取。随后，这些样本随时间演变，并描述模型要素的统计特征。基于集合的洪水模拟模型能够直观地表示不确定性，已广泛应用于业务预报系统（Cloke和Pappenberger，2009）、参数敏感性分析（Chaney等，2015）和不确定性量化（Teng等，2017）。此外，基于多项式混沌的方法

展开的方法（例如随机Galerkin方法（Kusch和Frank，2018））也广泛用于不确定性量化。这些侵入式方法推导出一组用于描述不确定性时空传播的方程，与蒙特卡洛方法相比，它们通常（但并非总是）耗时较少。不过，这些方法还需要额外工作来重新组织模型代码（Koppel等人，2017）。本文重点关注基于集合的建模的高效实现。

为了表征模型变量的概率分布，需要足够数量的集合成员。以往洪水预测研究中的典型集合规模为 10^1 至10^2 （Wu等，2020）。由于集合模拟模型的计算复杂度随集合规模线性增长，这类模型的时间效率便成为一个问题。在以下情况下，这一问题尤为突出：(a) 需要实时预测洪涝，以尽可能延长人员和资产疏散的时间；(b) 模型采用高分辨率构建，以模拟精细尺度上的进程，这会进一步使计算复杂度呈指数增长。在这类情况下（例如城市内涝模拟），建模者必须利用并行计算技术投入更多计算资源，以加快模拟过程。

数值模型的朴素实现通常仅使用一个处理器。并行计算将计算任务划分为更小的任务，并将其分配给多个处理器，以充分发挥其能力。使用中央处理器（CPU）的传统并行技术已广泛应用于二维（2-D）水动力模型中，例如基于进程的消息传递接口（MPI）和基于线程的开放式多处理（OpenMP）。Sanders等（2010）在浅水模型中采用了单进程多数据并行范式，并在512

个处理器上取得了令人满意的扩展性能。Noh等（2016）利用包含2,000个成员的集合研究了参数不确定性对城市洪水建模的影响，并使用MPI加速了计算。对于大尺度、高分辨率洪水模拟问题，一种有效方法是将研究区域分解为多个子域，并使用MPI将不同子域的计算分配给不同的进程（Sanders等，2019）。通过使用OpenMP加速每个MPI任务，在使用8,192个CPU对35 km × 37 km区域进行洪水淹没模拟时，达到了153的加速比（Kobayashi等，2015）。类似方法也被应用于水文建模，在不同规模的流域中取得了2至70的加速比（Vivoni等，2011）。此外，混合MPI+OpenMP方法也已被证明适用于不同尺度和案例的三维计算流体动力学模型（Afzal等，2017）。

除了基于CPU的并行化，过去十年间，GPU在科学模拟模型中的应用也大幅增长。GPU最初是为处理与计算机屏幕像素相对应的矩阵形数据而设计的。凭借在计算密集型和数据密集型任务中的出色性能，GPU在科学计算领域广受欢迎，尤其是在水文和水动力模型中（Smith和Liang，2013年；Lacasta等，2015年；Aureli等，2020年）。一项对运行数值天气模型的不同设备性能进行的比较表明，基于GPU的程序比基于CPU的程序快1.4至2.5倍（Govett等，2017年）。Nvidia提出的异构计算工具CUDA可同时利用CPU和GPU硬件，使建模者能够以较少的源代码改动，将CPU程序转换为GPU程序；它是一种便捷且功能强大的工具。Kalyanapu等（2011年）使用CUDA开发了模拟软件Flood2D-GPU，在一个包含708k个计算单元的溃坝问题中实现了88倍的加速比。Vacondio等（2014年）使用GPU加速基于有限体积法的二维浅水流

方程求解器，并实现了200× 加速比。对于大规模案例，计算负载和数据量可能超出单个GPU的容量，因此必须采用多GPU并行化范式。计算域被划分为若干子域（如上所述），每个子域的计算任务和变量都分配给相应的GPU。Xia等人（2019年）提出了一种基于多GPU并行计算的流域尺度河流洪水建模系统。通过使用8个Nvidia Tesla K80 GPU，实现了对一个分辨率为5米、包含1亿个网格单元的水动力模型进行实时模拟。此外，将GPU加速的完整水动力模型与数值天气预报相结合，构建了基于流域尺度建模的高效洪水预报系统（Ming 等人，2020年）。对于规模更大的案例，建模者必须利用超级计算中心的多个物理节点，并使用MPI技术实现节点间通信。Sharif 等人（2020年）对异构高性能计算架构上二维洪水模型的性能进行了前沿评估。研究测试了有限体积格式和有限差分格式，使用的GPU数量最多达768个。研究在50分钟内完成了对一场持续5天、包含2.72亿个网格单元且分辨率为5米的洪水事件的模拟。此外，Morales-Hernandez等人（2021年）提出的开源TRITON模型支持CPU和GPU集群，可在较大的时空尺度上实现高效水力计算。这些研究主要聚焦于确定性洪水模拟模型的GPU并行化实现。GPU在集合式淹没模拟中的应用相对较少。

除了效率问题之外，预测的准确性也是洪水建模的另一个关键方面。对于特定的模型结构，模型预测误差源于降雨、初始条件和边界条件等输入因子，以及底层表面的物理特性（例如，

糙率和入渗能力）。通过从这些因子的概率分布先验估计中进行抽样，可以构建模型实现的集合，以代表各种不确定性来源。然而，初始集合难以涵盖所有可能的情况，集合结果也可能偏离真实状态。数据同化（DA）是将系统状态的观测值（例如水深和流量等水文变量）与模型预测融合，并对模型状态场进行最佳估计的过程。在以往文献中，数据同化方法已成为减少模型误差、提高集合预报输出可靠性的有效工具（Anderson and Collins, 2007；Nerger and Hiller, 2013；Liu等人，2020）。

卡尔曼滤波器和粒子滤波器（PF）的各种变体是应用最广泛的集合数据同化方法。例如，集合卡尔曼滤波器（EnKF）（Evensen，2009年）、集合平方根卡尔曼滤波器（Whitaker 和 Hamill，2002年）以及奇异演化插值卡尔曼滤波器（Pham，2001年）已被证明在地球物理数据同化系统中有效。在洪水模拟中，EnKF 也是估计模型状态和参数的常用方法（Chen 等人，2013年；Barthélémy 等人，2017年；Cooper 等人，2019年；Ziliani 等人，2019年）。尽管 EnKF 广受欢迎，但由于其采用线性估计方案，在强非线性情形下的可靠性可能较差。粒子滤波器直接源于贝叶斯理论（Arulampalam 等，2002），在非线性系统中具有更强的适应性，可作为另一种选择。它已成功应用于一维和二维水动力模型（Xu 等人，2017年；Cao 等人，2019年）以及水文模型（Liu 等人，2012年）。例如，Abbaszadeh 等人（2020年）采用改进的粒子滤波器同化土壤湿度和径流观测，以提升耦合天气—水文模型的预测效果；Zarekarizi（2018年）则研究了粒子滤波器在多个陆面模型中预测水文变量的性能。

当数值模型的计算复杂度较高时，有必要在数据同化中应用并行化，尤其是对于本身具有良好并行性的集合数据同化。Nerger 和 Hiller（2013年）研究了基于卡尔曼滤波器的集合数据同化算法的并行化策略及其可扩展性。人们经常使用 MPI 并行运行多个模型实现（Nerger 等人，2005年；Kurtz 等人，2017年），以加快集合成员的演化。在模型层面，一些早期的集合数据同化研究（Hostache等人，2018年；Zarekarizi，2018年；Liu 等人，2020年）采用 OpenMP 和 CUDA 等技术，加速物理过程的积分计算。尽管如此，关于基于GPU的分布式并行化如何促进暴雨洪涝模型中的集合数据同化，仍鲜有研究关注。

本文成功利用最先进的并行化技术，构建了一个实时概率性暴雨洪涝模型。该二维高分辨率水动力模型采用适用于 GPU 并行化的高效离散化方案构建。模型实现的集合以不同的输入因子初始化，并在模型单元和集合成员两个层级上开展并行化。利用贝叶斯更新规则对水文变量的合成观测进行同化，以减少模型偏差并控制不确定性。第 2 节介绍数值方法和数据同化算法。第 3 节详细说明模拟模型和同化模型的并行实现。第 4 节使用真实世界的地形数据对模型进行测试，并展示模拟结果。第 5 节给出结论。

2 数值方法

2.1 淹没模型

洪水淹没过程通常采用基于二维浅水方程（SWE）的模型进行模拟。SWE 的完整求解方法，包括有限差分法和有限体积格式（Sharif 等人，2020年），能够全面描述物理过程，但也十分耗时。一种解决洪水淹没问题的简化且高效的方法是蓄水单元法（Bates 和 De Roo，2000年）。该方法将研究区域离散为计算单元，并在每个单元中求解体积的连续性方程：

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta x \Delta y} \tag{1}$$

其中，h [L] 和V [L^3] 分别表示网格单元的水深和体积。本文采用笛卡尔划分对单元进行划分，因此，Δx [L] 和Δy [L] 分别表示网格单元在x 和y 方向上的尺寸。Δt [T] 为模拟的时间步长。体积变化ΔV 由与四个相邻单元之间的通量交换决定，两个单元之间的通量可使用圣维南动量方程的惯性形式计算（Sridharan 等人，2020年）：

$$q_{t+\Delta t} = \frac{q_t - g h_{\text{flow}} \Delta t S_{\text{surf}}}{\left(1 + g n^2 |q_t| \Delta t / h_{\text{flow}}^{7/3}\right)} \tag{2}$$

其中，q_t [L^2T^{-1}] 是时间t时网格单元边界处的单位宽度流量，S_{surf} [1] 是水面坡度，g [LT^{-2}] 和 n [$L^{-1/3}T$] 分别表示重力和摩擦系数；h_{flow} 是当前水流深度。水流深度表示单元之间水流的深度，其定义如下：

$$h_{\text{flow}} = \max(h_1 + z_1, h_2 + z_2) - \max(z_1, z_2) \tag{3}$$

其中，h_1、 h_2 和z_1、 z_2 分别表示两个单元的水深和床面高程。时间步长的设置受库朗–弗里德里希斯–刘易条件约束，计算如下：

$$\Delta t_{\max} = \frac{k\Delta x}{\sqrt{g h_{\max}}} \tag{4}$$

其中，$\Delta t_{\max}$ 为最大时间步长，$h_{\max}$ 为模拟区域内的最大水深，系数 k 通常介于 0.2~0.7 之间（Bates 等，2010）。计算出网格单元之间的通量后，即可得出体积变化：

$$\Delta V_{(r,c)} = Q_{x,(r,c)} - Q_{x,(r+1,c)} + Q_{y,(r,c)} - Q_{y,(r,c+1)} \tag{5}$$

其中，(r, c) 表示行和列的索引，Q_x 和Q_y 分别表示x和y 方向上的通量。由此构建了存储单元淹没模型的局部惯性形式。与扩散格式相比，该数值格式对时间步长的限制较宽松；与完整求解相比，其计算过程也更简单，因此被广泛应用于 LISFLOOD-FP 等知名淹没模型和洪水预测研究中（Dottori and Todini, 2011; Shustikova et al., 2019; Sridharan 等人, 2020）。值得注意的是，Gozzolinio 等人（2019）指出，惯性格式在干湿界面方面存在一定的物理局限性。尽管如此，先前研究表明，该格式在实验和实际应用中均能产生可靠结果（Bates et al., 2010; De Almeida and Bates, 2013; Sridharan 等人, 2020），空间分辨率最高可达 2 米，因此适用于快速预警建模系统。

2.2 DA方案

本文采用粒子滤波对水文观测进行序贯同化，并控制模型不确定性，因为与基于卡尔曼滤波的方法相比，粒子滤波受非线性的影响较小。通常，我们使用模拟模型集合来表示模型输入引入的不确定性。模型集合的演化如下：

$$\boldsymbol{x}_{i,t+\Delta t} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{i,t}, \boldsymbol{u}_{i,t}, \boldsymbol{p}_{i,t}) \qquad i = 1, \ldots, N \tag{6}$$

其中，$\boldsymbol{x}$、 $\boldsymbol{p}$和$\boldsymbol{u}$ 分别表示模型变量、参数和外部驱动。$\boldsymbol{f}$ 是模型算子。下标i 表示集合成员（粒子）索引，N 表示集合规模。

在时刻0，模型通过从预定义的先验分布中提取$\boldsymbol{x}_{i,0}$ 和$\boldsymbol{p}_{i,0}$ 进行初始化，同时输入序列$\{\boldsymbol{u}_{i,t}\}$ 也进行初始化。模型状态$p(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p})$ 的概率密度函数由以下蒙特卡罗样本描述：

$$p(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p}) \approx \sum_{i=1}^{N} w_i \delta\big((\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p}) - (\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{p}_i)\big) \tag{7}$$

其中，w_i 是粒子i 的权重，$\delta(\cdot)$ 是狄拉克δ函数。最初，所有粒子的权重均相等。随后，各模型独立演化，直到观测数据到来，此时模型状态概率密度函数根据贝叶斯法则进行更新：

$$p^{+}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p}|\boldsymbol{d}) \propto p(\boldsymbol{d}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p}) p^{-}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p}) \tag{8}$$

其中，$p^{+}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p})$ 和 $p^{-}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p})$ 分别为后验概率密度函数和先验概率密度函数，$p(\boldsymbol{d}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p})$ 是观测值 $\boldsymbol{d}$ 在给定模型状态的条件下的似然函数。可以将模型变量 $\boldsymbol{x}$ 映射为观测空间中的相应向量 $\boldsymbol{y}$ （例如，计算

根据模拟的水深分布得出的水位测站水位），并可定义似然函数（例如，采用高斯分布）如下：

$$p(\boldsymbol{d}|\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{p}) = p(\boldsymbol{d}|\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{u},\boldsymbol{p}) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{d})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{d})\right)}{\sqrt{(2\pi)^{N_d}|\boldsymbol{\Sigma}|}} \tag{9}$$

其中，N_d 是观测值的数量，$\boldsymbol{\Sigma}$ 是$\boldsymbol{d}$的误差协方差矩阵。通常，误差彼此独立，且$\boldsymbol{\Sigma}$ 为对角矩阵。由此可以计算粒子的后验权重：

$$\tilde{w}_i^+ = p(\boldsymbol{d}|\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{p})w_i^- \tag{10}$$

$$w_i^+ = \frac{\tilde{w}_i^+}{\sum_i \tilde{w}_i^+} \tag{11}$$

其中，$\tilde{w}_i^+$ 和w_i^+ 分别是原始粒子权重和归一化粒子权重。PF 的这种公式有时会出现粒子退化，即大多数粒子的权重趋近于零，导致集合失去多样性。具体而言，可以通过有效样本数N_{eff}来评估更新后粒子的多样性：

$$N_{\mathrm{eff}} = \frac{1}{\sum_i {w_i^+}^2} \tag{12}$$

如果 N_{eff} 非常小，就不能忽视粒子退化。为缓解这一问题，我们采用系统重采样技术（Arulampalam 等，2002），通过复制并扰动高权重粒子来实现。

3 并行实现

为使更多科学计算程序能够实现 GPU 并行化，CUDA 同时支持 C/C++ 和 Fortran 语言。本文使用 CUDA Fortran 构建高性能模拟模型。

3.1 确定性模型

基于集合的模拟模型由多个相互独立的确定性模型组成，下面将对其进行说明。所述模型在一次数值迭代中依次执行以下步骤：（I）更新降水输入并将其分配给所有计算单元；（II）更新边界条件；（III）计算相邻单元之间的通量；（IV）计算所有计算单元的体积和水深。其中，步骤（I）和（II）每 5 分钟执行一次。对于在中央处理器上进行的串行实现，所有计算均由单个处理器核心按顺序执行。另一方面，在基于 GPU 的并行实现中，必须将模拟数据传输到 GPU 的独立内存空间。步骤（I）~（IV）由四个对应的 CUDA 内核执行，而不同网格单元的计算则分配给大量线程，并由众多多处理器运行。在 CUDA 中，计算线程按“网格”—“线程块”—“线程”的三层嵌套结构组织，如图 1 所示。线程块和线程的索引可以是一维、二维或三维，因而能够轻松对应现实空间中的维度。因此，二维水动力模型中的计算单元采用二维笛卡尔坐标进行索引，从而形成图 2 所示的拓扑结构。可以看到，根据方向的不同，连接相邻单元的连接边分为两组 Lx 和 Ly，且两组连接边也均采用二维笛卡尔坐标进行索引。因此，

单元（例如单元高程）和连接边（例如连接边糙率）的数据存储在二维数组中。根据上述拓扑结构和数据结构定义，我们将网格单元 $C(r,c)$ 的计算分配给线程 $T(r,c)$ （假设只有一个线程块），使网格单元、连接边、数据数组和线程的索引彼此对齐。具体而言，$C(r,c)$ 中的体积变化计算取决于连接边 $Lx(r,c)$、 $Lx(r,c-1)$、 $Ly(r,c)$和 $Ly(r-1,c)$上的通量，而这些通量分别需要$C(r,c)$ 和 $C(r,c+1)$、 $C(r,c-1)$和 $C(r+1,c)$以及 $C(r-1,c)$处的水深。这样，相邻线程负责计算相邻网格单元和连接边，并访问相邻数据，符合 CUDA 的技术特性，有助于提高计算效率。

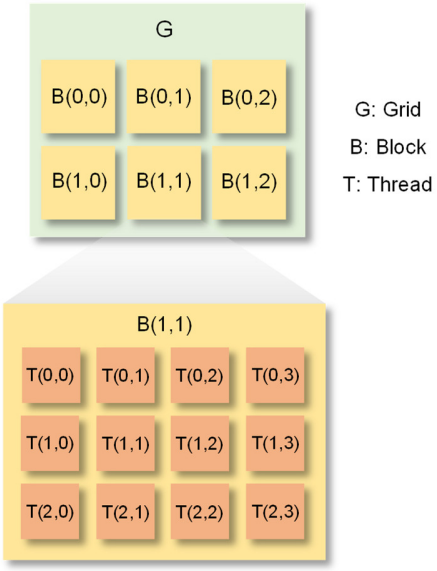

图1。 CUDA编程模型并行架构示例。一个网格对应一个 GPU 设备。括号中的二元组表示线程块或线程的索引。此处的网格由 6 个线程块组成（2 行 $\times$ 3 列），每个线程块包含 12 个线程（3 行 $\times$ 4 列）。

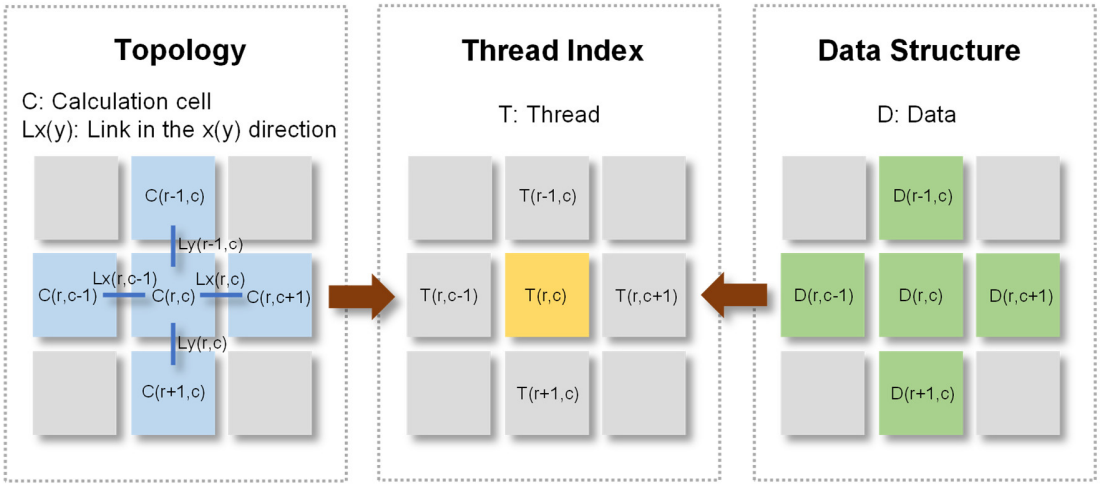

图 2。确定性模拟模型的并行设计。

3.2 集成模型

创建并行模型实现的集合会使计算复杂度增加 $10^1 \sim 10^2$ 倍，具体取决于集合规模 N。如果所有集合成员完全独立，则集成模型的时间复杂度和空间复杂度都会随 N 呈线性增长。不过，我们可以通过一些方法降低这些复杂度。

在构建概率模型时，建模者必须确定哪些模型参数被视为不确定参数，哪些被视为确定参数。不确定参数将在并行实现中进行采样，而确定参数则不会。在确定性模型中，所有空间分布参数（无论是否为不确定参数）以及模型状态变量都存储在二维数组中。在集合模拟模型中，确定参数可以由多个模型实现共享，从而避免不必要的内存使用。同时，每个蒙特卡罗样本的不确定参数和变量各不相同，因此需要增加一个数据维度。我们将这些数组以及线程索引扩展为三维，其形状为 $R_{\text{en}}(i,r,c)$ and

$T(i,r,c)$ 分别。具体而言，我们的概率预测模型中的R_{en} 数组包括

计算单元的水深、降水和排水能力，以及单元连接的通量和曼宁系数。值得注意的是，CUDA Fortran 中的数组以列主序存储，因此具有相同坐标的不同集合成员的数据具有连续的内存地址，如图3所示。该实现确保线程索引与数据数组保持对齐，从而使相邻线程访问相邻数据。此外，与确定性模型相比，基于集合的仿真程序的额外内存访问从原始地址连续地“延伸”。这种模式有利于提高缓存命中率并增强仿真效率。

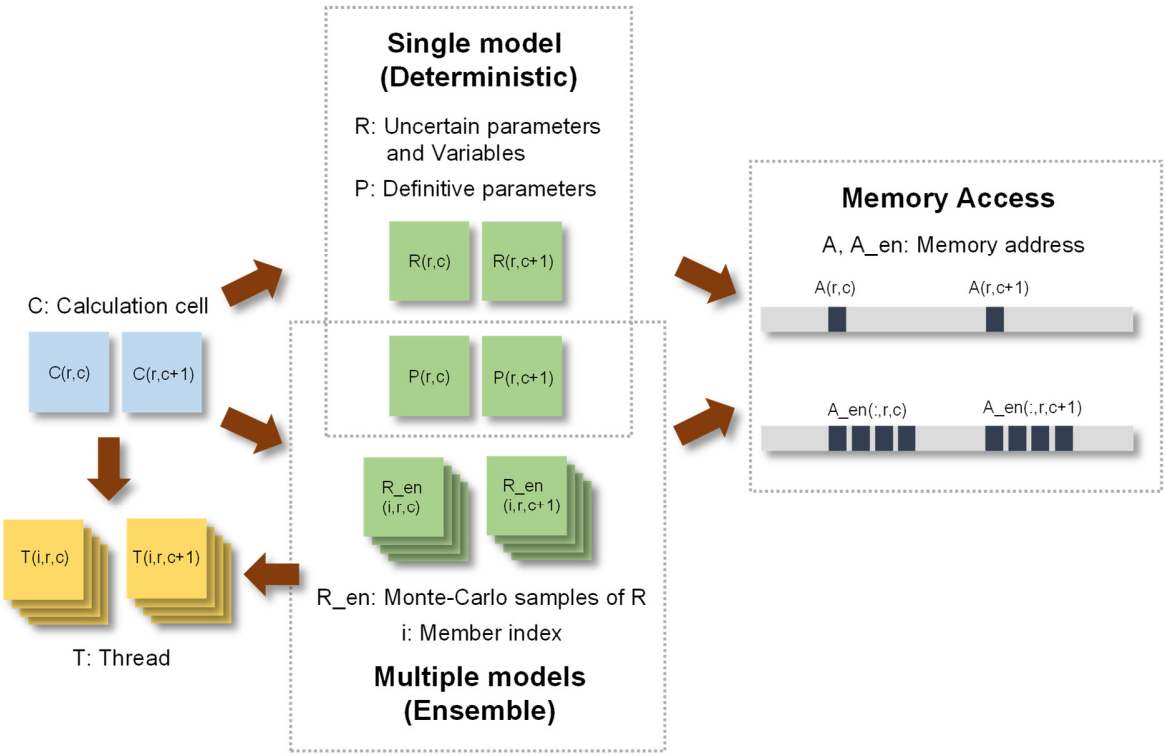

图3。集合与确定性仿真模型之间的差异。

3.3 异构计算设计

在 CUDA 对异构计算的定义中，CPU 和 GPU 分别称为主机和设备。在分布式内存系统上部署模型时，一个关键问题是降低通信开销，即减少主机与设备之间传输数据所造成的延迟。在确定性模拟中，主机负责预处理，随后将模拟数据上传到设备（图 4）。这样可确保模型迭代期间主机与设备之间无需进一步通信。

为了充分利用集合模拟中的多个 GPU，必须谨慎设计模型实现如何分配到各设备上。这里我们采用将集合解耦这一自然方法，即将集合划分为 m 组（m 等于所使用的设备数量），并将每组的数据和计算分配给一个设备。初始集合在主机上生成并分组。随后，将模型组发送到各自对应的设备（图 4），模拟过程中无需进行数据通信。

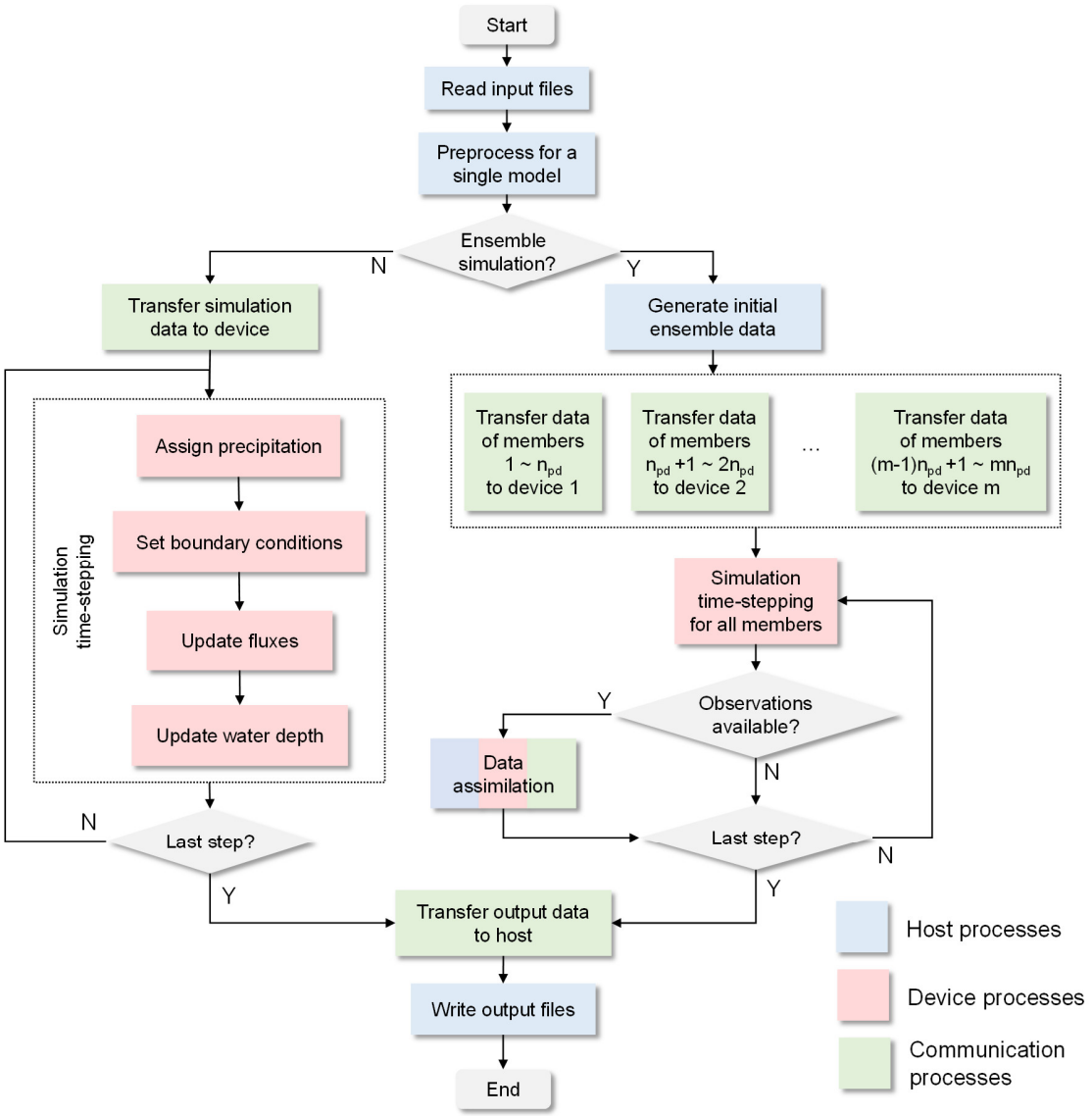

图4。 整个模拟和数据同化流程图。n_{pd} 表示每台设备上的模型实现数量。数据同化的详细步骤将在图5中进一步说明。

另一方面，同化过程中的计算涉及五个步骤：（I）对于每个集合成员 i，根据模拟状态场生成模型输出 $\boldsymbol{y}_i$；（II）计算成员权重；（III）使用公式（12）评估 N_{eff}，并在 N_{eff} 小于给定阈值 N_{thr}时执行接下来的两个步骤；（IV）重采样，即确定后验集合中每个粒子的副本数量；（V）用集合实现替换

重采样后的成员。可以很容易看出，在集合模型的分布式实现中，步骤 (II) 和 (V) 需要非局部数据。本文使用主机作为汇集和分发与同化相关数据的枢纽。具体而言，在步骤 (I) 中，集合模型输出 $\boldsymbol{y}_i$在设备上收集并传输到主机，步骤 (II) 和 (III) 则由中央处理器执行。随后，如果 $N_{\mathrm{eff}} < N_{\mathrm{thr}}$，步骤 (IV) 在主机上执行，并且

R_{en} 所有设备上的数组都会传输到主机。接下来，对于步骤 (V)，主机上的数组

$R_{\mathrm{en}}(i,:,:)$ 会被复制 k 次（k 是成员 i的副本数），然后传回设备，以替换 k 个集合成员的 R_{en} 数组。这些步骤如图5所示。通过异步执行不同设备与主机之间的内存拷贝，可以优化数据传输，例如，在内存拷贝 $\mathrm{Device0} \to \mathrm{Host}$ 完成之前，就启动内存拷贝 $\mathrm{Device1} \to \mathrm{Host}$ 。此外，根据以往研究（Doucet 等，2000；Moradkhani 和 Hsu，2005），N_{thr} 的取值范围为 $N/3$至 N 。较大的 N_{thr} 值可以进行更频繁的重采样，从而更好地处理粒子退化问题，但也会耗费更多时间，因为步骤 (IV) 和 (V) 需要大量数据传输。这里我们设定

$N_{\mathrm{thr}} = 0.8N$ 以平衡重采样性能与计算负担。

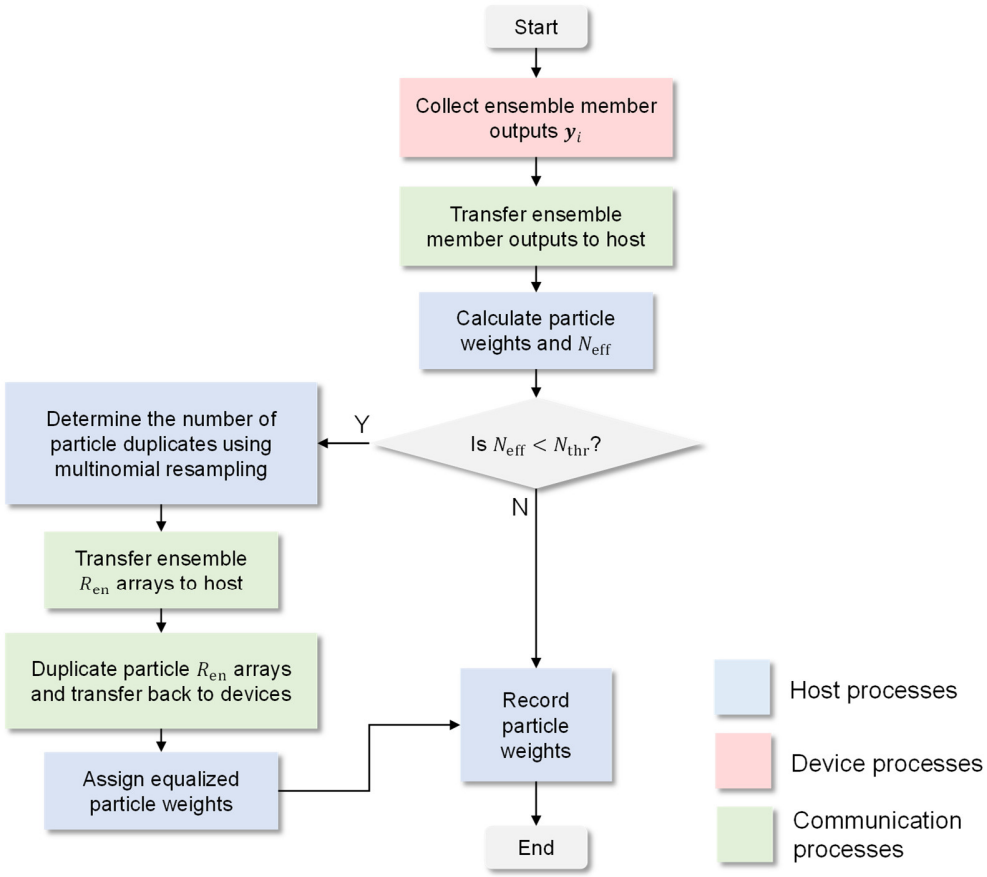

图 5。 单轮数据同化计算流程图。

4 模拟与数据同化结果

4.1 测试案例

我们选择中国福州市的一个城区，研究集合模拟和数据同化模型的性能。城市暴雨洪涝预测既要求高分辨率结果，也要求高效的计算速度，因此是测试该模型的合适案例。区划地图以及高程和土地利用状况如图 6 所示。福州市勘测院提供的数字高程模型（DEM）和土地利用数据均为基于栅格的数据，分辨率为 3 米。计算单元直接基于这些数据构建，形成空间分辨率为 3 米的笛卡尔网格。整个地图

面积为 $8.2\ \mathrm{km} \times 7.6\ \mathrm{km}$。模拟区域以外的网格单元不纳入模拟，模拟网格单元总数为 4,002,457。在当前版本的模型中，我们将淹没计算的固定时间步长设为 0.25 s。由于以下案例中的最大模拟水深为 4.2 m，在给定 $k = 0.54$ 的情况下，该时间步长不超过式（4）中定义的最大时间步长。水体网格单元的初始水位均设为 3.0 米。两个河流出口处的边界网格单元（位于图 6 中流量测站 1 和 2 附近）赋予合成水文过程线（因为缺乏实际观测数据）。这些边界水文过程线对应洪水过程和初始条件，可通过致谢部分中的数据链接获取。其他边界连接采用零通量 Neumann 型边界条件，这是城市淹没研究中常见的简化处理方式（Chen 等人，2009年；Wang 等人，2018年）。所有模拟均设置 2 小时的预热期，在此期间模型不考虑降雨。

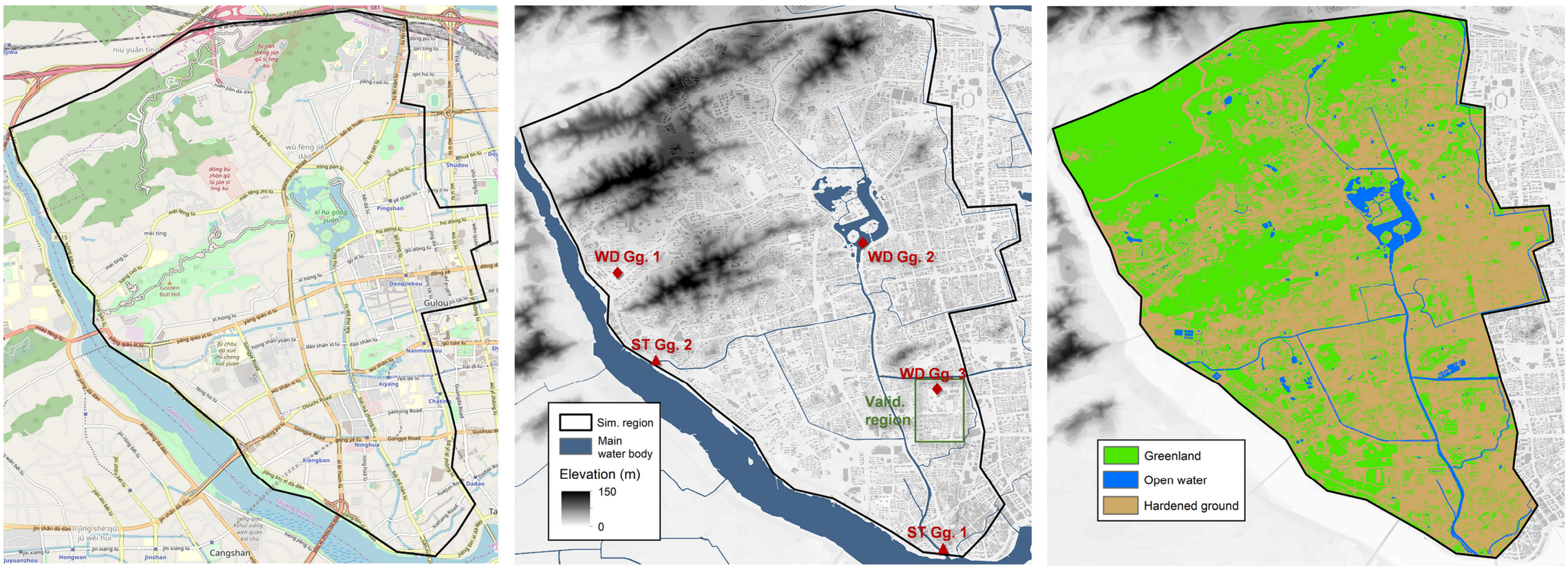

图 6。研究区域。左图显示区划地图（截取自 OpenStreetMap）。中图显示数字高程模型数据。右图为简化的土地覆盖图。在中间的地图中，水位计（ST Gg.s）和水深测量仪（WD Gg.s）分别以三角形和菱形表示。用于模型验证的研究区域以绿色矩形标出。

该暴雨洪涝情景的主要外部驱动力是降水。我们选取福州的一个典型暴雨降雨过程（图7）作为模型的输入。图6中的不同土地覆盖类型具有不同的物理属性。具体而言，硬化地面、绿地和水体的糙率系数如表1所示。绿地的径流系数为0.9，这意味着10%的降水会因入渗而损失。城市区域的地下管网具有一定的排水能力，模型通过为硬化地面区域指定固定的入渗率I_{drn}来表示这一点。I_{drn}设为12 mm/h，该值根据当地洪涝数据估算得出。水体不考虑入渗。在集合模拟中，三种土地覆盖类型的摩擦系数、排水能力I_{drn}和降水序列均被视为不确定输入因子。我们在这些输入中加入随机扰动和白噪声，从而生成初始集合的蒙特卡洛样本。

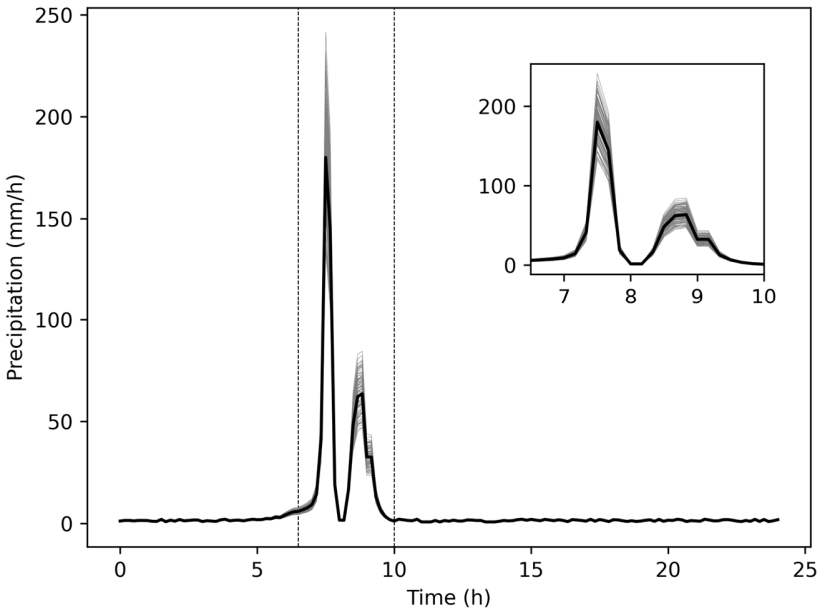

图 7。 用于模拟的降水时间序列。内嵌图展示了完整序列中 6.5 h 至 10 h 的片段。黑线表示确定性

模型。灰线是基于高斯分布对黑线进行扰动后得到的样本，并用作集合模拟的输入。

表 1. 不同土地覆盖类型的糙率系数（单位：$sm^{-1/3}$）。确定性模型的取值设定为与以往研究中的取值相近（例如，Gironás 等人，2010）。

	绿地	水体	硬化地面
确定性	0.15	0.020	0.017
初始集合	0.08 ~ 0.22	0.016 ~ 0.030	0.010 ~ 0.022

4.2 模型验证

首先，我们使用成熟的 Infoworks ICM 模型（HR Wallingford）验证所提出的模型。Infoworks ICM 支持一维和二维水动力建模框架，广泛应用于城市淹没模拟（Fan 等人，2017年；Zhou 等人，2019年）。此处我们仅使用 ICM 中的二维地表模型；根据其手册，该模型采用有限体积数值格式求解浅水方程。验证测试区域位于整个研究区域的东南部（图6），其高程图见图8（a）。该区域采用 3 米空间分辨率划分为 67,540 个计算单元。对该区域施加一场持续 24 小时的典型降雨事件（图7，黑线）和干燥初始条件，由此形成二维淹没过程。所提出的模型和 ICM 模拟得到的最终水深场分别见图8（b）和图8（c）。结果表明，两个模型预测的淹没图非常相似，仅在少数小区域存在细微差异。图8（d）显示，大多数位置的绝对水深差异在数厘米以内，均方根差为 3.2 厘米。

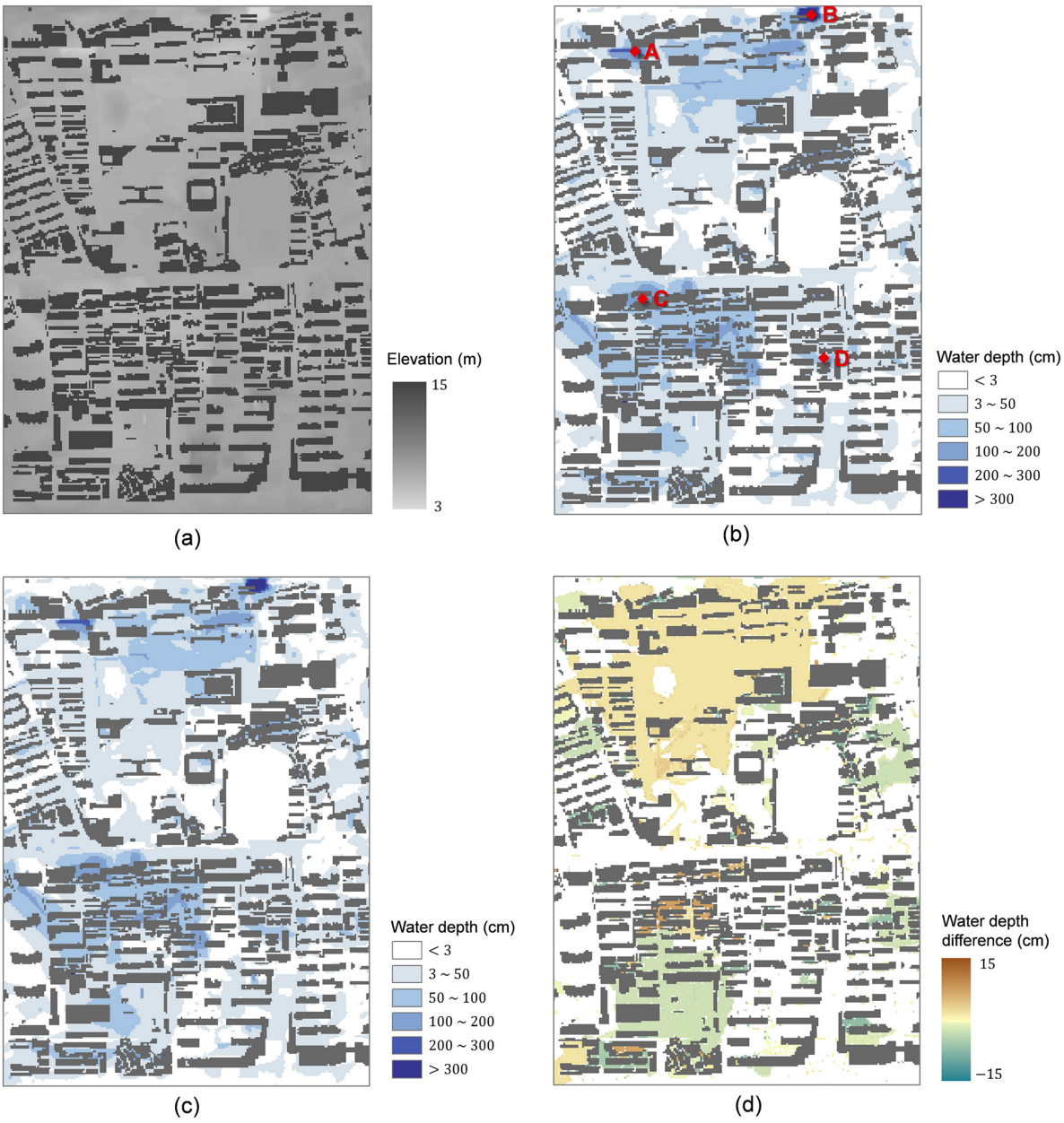

图8。 所提出模型的验证。子图 (a) 为测试区域的数字高程模型。子图 (b) 和 (c) 分别显示所提出的模型和 Infoworks ICM 预测的最终淹没图，而子图（d）显示两个模型之间的差异。

图 9 对比了四个严重淹没地点的水文过程线（图 8b），结果也表明两个模型的吻合度良好。这些结果表明，

所提出的模型能够对城市内涝事件做出可靠预测。此外，我们还检查了输出结果对计算精度的敏感性。分别采用单精度和双精度运行该案例，未发现显著差异。具体而言，两次运行结果之间的最大绝对水深差为 0.3 cm，均方根差为 0.04 cm。

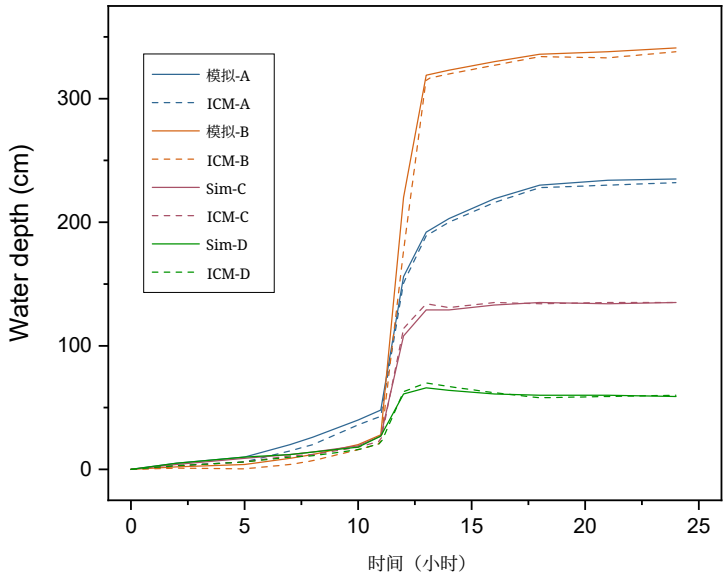

图9。所提出模型（实线）与 Infoworks ICM（虚线）预测的水文过程线对比。图8(b)中标出了所研究的 A、B、C 和 D 点。

4.3 确定性模型

在本研究中，我们使用 Nvidia Tesla P100 GPU（16GB 内存、3,584 个 CUDA核心，每个核心的基准频率为 1.33 GHz）来加速确定性模型，而基于相同数学公式的串行代码则由 Intel Xeon E5-2650 v4 CPU（12 个核心，每个核心的基准频率为 2.20GHz）运行。请注意，尽管我们使用的是多核CPU，作为对比的串行代码仅使用一个核心。由于我们发现

模型验证中单精度与双精度运行结果的差异很小，因此下文所有程序均采用单精度以降低计算负担。线程块的维度 $dim_B = (dim_x, dim_y, dim_z)$ 设为 (96,1,1)，以优化内存访问。模拟一个24小时淹没过程的运行时间分别为：并行（GPU）代码需5.9分钟，串行（单核CPU）代码需1317.6分钟，因此加速比为 $223\times$。

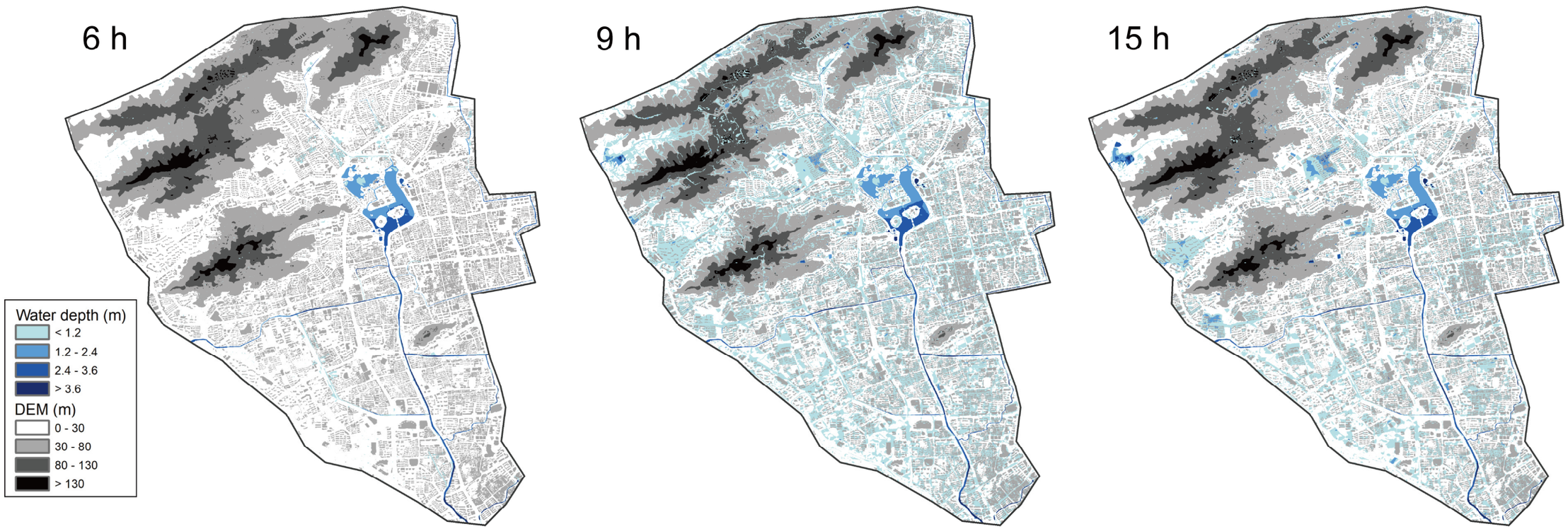

图10。 确定性预报模型模拟的水深分布，时刻为6 小时、9小时和15小时。未显示水深为< 10 厘米的网格单元 .

图10展示了第6、9和15小时的水深空间分布。可以看出，在降水主峰到来之前，只有极少数行政区出现轻微淹没。第9小时，淹没区域分布于整个模拟区域，北部山区的径流汇流清晰可见。到第15小时，地表径流几乎汇流完毕，形成了许多区域性洪涝区域，这些区域正通过管网缓慢排水。

4.4 基于集合的模拟与数据同化

集合预报所用的硬件包括前文提到的中央处理器和8× Tesla P100 GPU。在蒙特卡洛模拟中，为了精确构建概率密度函数，集合规模最高需要达到10^4（Alawadhi等，2018）。然而，考虑到计算负担以及与集合天气预报的关系，大多数基于集合的洪水模型采用的集合规模都小于100（Wu等，2020）。本研究构建了一个包含96个并发模型实现的集合（每块GPU上运行12个模型），其空间分辨率和时间分辨率与确定性模型相同，模型输入则按照4.1节所述进行变化。因此，同时更新的计算单元总数为3.84亿。随着数据数组维度增加，线程块的第三维dim_z 设为每个设备上的模型实现数量。不同的

dim_x 经过测试以获得最佳性能，并将优化后的块维度设置为

$dim_B = (8,1,12)$。在这些设置下，一小时淹没过程的概率预测平均耗时 118 秒，比实时速度快 30 多倍。由于耗时过长，未对使用一个 CPU核心和单精度的串行版本进行测试。

然而，如果假设串行耗时随集合规模呈线性增长，则在这种情况下，多 GPU 并行化所实现的加速比为 2680×。

我们从集合成员数量和设备数量两个方面研究扩展效应。首先，通过测量使用不同数量设备时的运行时间，测试设备可扩展性。这里，每台设备分配 12 个模型实现，用于模拟 1 小时的淹没过程。图 11 显示，增加设备数量几乎不会带来额外开销，而且集合模拟模型具有良好的设备可扩展性。

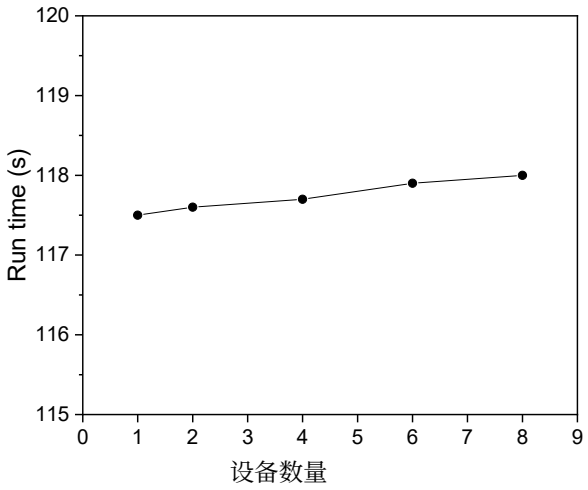

图11。集合模拟模型的设备可扩展性（$n_{\mathrm{pd}} = 12$）。

另一方面，当可用设备数量固定时，建模者必须增加 n_{pd} （每台设备上的模型实现数量），以确保有足够的蒙特卡洛样本进行可靠估计。集合模拟的一种简单实现方式是依次运行各个模型实现，其耗时会随集合规模线性增长。本文通过在不同模型实现之间共享网格单元参数来优化模型效率，如图3所示。我们测试了不同 n_{pd} 取值下的计算效率。对于每种情况，我们都使用全部 8 个 GPU 来运行一个

由 $8n_{\mathrm{pd}}$ 个模型组成的集合，模拟持续 1 小时的洪涝过程。同时，针对每个 n_{pd} 值优化线程块维度。如图1所示（二维示例），线程块是 CUDA 中程序执行的基本单位。它最多有 3 个维度（dim_x、dim_y、dim_z），其大小 $dim_x dim_y dim_z$ 应限制为 256，正如 Nvidia 的建议。这里我们设定 $dim_y = 1$ 和 $dim_z = n_{\mathrm{pd}}$，并测试 dim_x 的不同取值，以获得最佳性能。在这些设置下，测得集合运行时间并展示于图12（a）。多个模型在同一设备上运行时，图3所示的并行范式有助于复用确定的网格单元参数并降低内存访问开销，从而提高计算效率并缩短每个集合成员的平均耗时。我们将 $\bar{\eta}$ 定义为使用一台设备运行一个集合成员的平均运行时间：

$$\bar{\eta} = \frac{\eta_{\mathrm{total}}}{n_{\mathrm{pd}}} \tag{13}$$

其中，η_{total} 是集合模拟的总耗时，即图12 (a) 的纵轴。如图12 (b) 所示，当$n_{\mathrm{pd}} = 8$时，$\bar{\eta}$ 达到最小值，与$n_{\mathrm{pd}} = 1$相比提升了33%。此外还发现，n_{pd} 取值为6和10时，性能不如取值为4、8和12。这可能意味着，将块维度设置为4的倍数有利于线程并行。

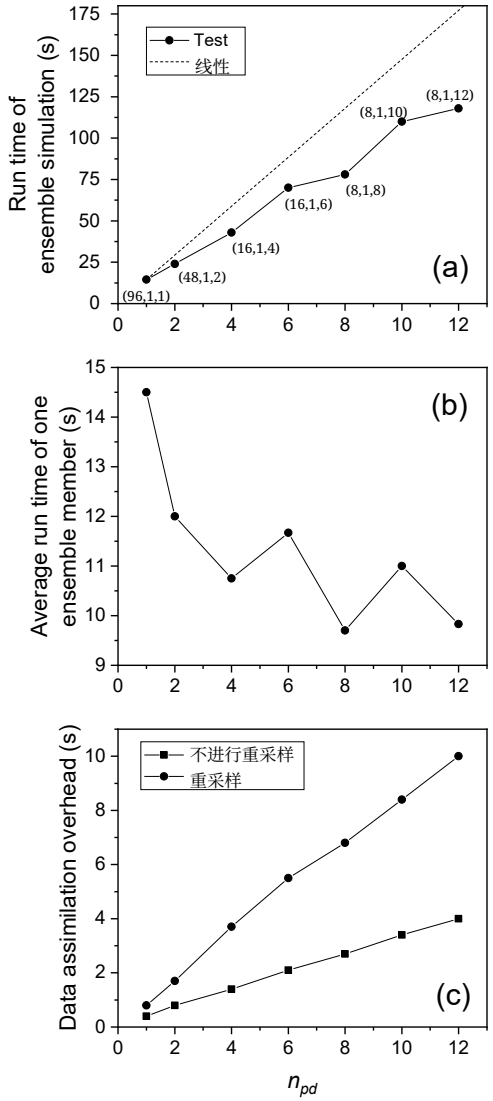

图12。使用8个GPU进行集合模拟和数据同化计算时的集合成员可扩展性。子图(a)中的三元组表示每个值对应的最优块维度(dim_x, dim_y, dim_z)

$$n_{\mathrm{pd}}.$$

此外，数据同化基于合成观测数据进行，而这些数据是根据确定性结果生成的。如图6所示，模拟区域内布设了三个水深测量仪和两个流量测站。径流通过累加观测断面上各连接边的通量计算得出。径流和水深数据均被记录

每小时一次。为每个数据点添加相对标准差为 5% 的高斯白噪声作为人工扰动，从而生成合成观测数据。按照 2.2 节所述的贝叶斯更新方案，以 1 小时为间隔将这些数据同化到模型集合中。我们使用误差协方差矩阵$\mathbf{\Sigma} = \mathrm{diag}((\alpha d_1)^2, \ldots, (\alpha d_5)^2)$计算式（9）中的似然函数，其中 d_1、…、d_5 为观测值的当前值，α =为 0.05。重采样后，将每个粒子的降水数据乘以因子β~$N(1.0,0.05^2)$ 进行扰动，以确保粒子多样性。

在图12（c）中，我们测量了涉及不同集合成员和重采样策略时，单轮同化计算（图5）所产生的开销。由于重采样过程需要额外的数据传输，因此也更加耗时。图12（c）表明，粒子重采样会使数据同化开销增加约 1.5 倍。同时还可以看出，数据同化耗时几乎随 GPU 数量线性增长；考虑到传输数据的规模，这一结果符合预期。

为测试集合数据同化模型的性能，我们采用3.3节所述的同化策略，并在每小时结束时同化合成观测。使用8个GPU对96个成员进行24小时模拟和数据同化过程，共耗时49.4分钟。与仅进行模拟的运行相比，同化观测额外耗时2.2分钟，总耗时增加了4.7%。每次同化后输出因子和输入因子的先验分布分别如图13和图14所示。在第8小时，测站2的水深预测等出现了显著的集合方差。这些差异随时间推移而减小，洪涝和径流的模拟时间序列也逐渐接近观测值，说明同化算法成功控制了模型不确定性和误差。

与此同时，输入因子的估计值与参考值之间的偏差更大。作为最关键驱动力的降水始终受到约束，保持在确定性情形所用输入序列附近。水体床面摩擦的估计精度也令人满意，在第12小时后收敛至参考值。另一方面，陆地网格的估计糙率系数存在一定偏差。绿地和硬化地面的摩擦系数相对误差均为5% ~ 10%。此外，整个模拟过程中，管网的排水能力未能很好地收敛，集合离散度也保持稳定。估计结果不理想，主要是因为这些参数具有等效性：其影响被降雨等更具影响力的输入因子所掩盖，因此在同化中较难识别。总的来说，所提出的模型识别了主要不确定性来源，并有效控制了相应的模拟误差。

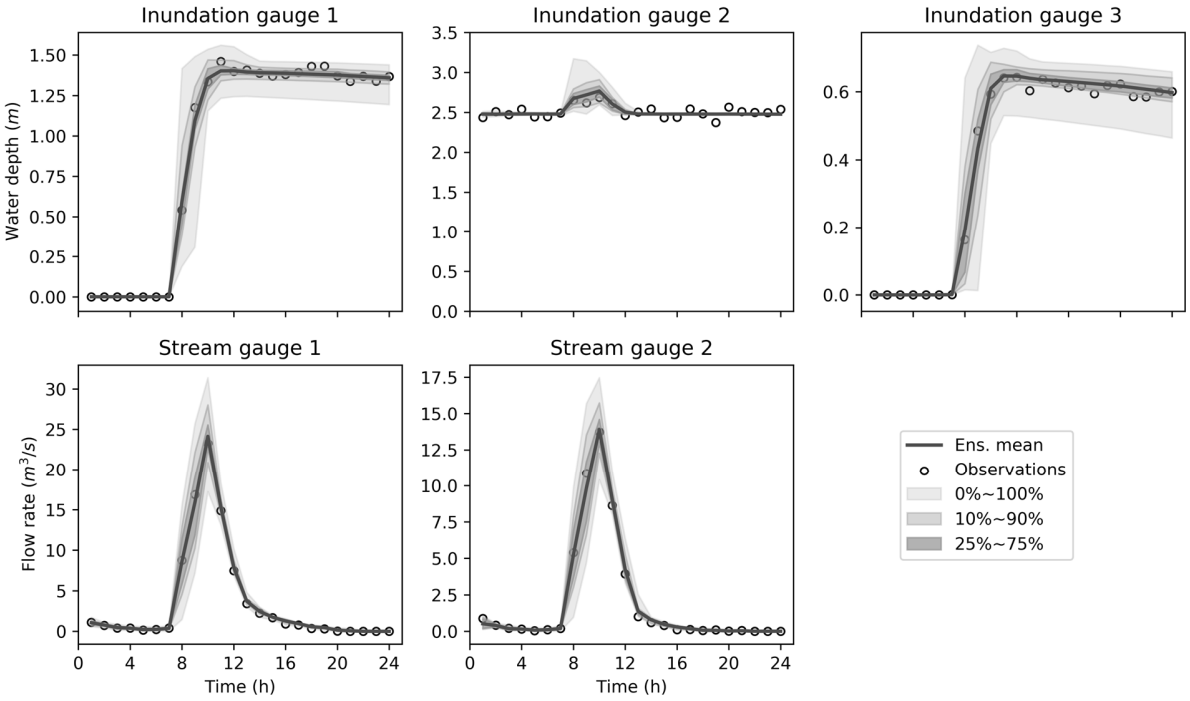

图13。 不同测站的概率预测结果。不同颜色的阴影表示不同的百分位数区间。

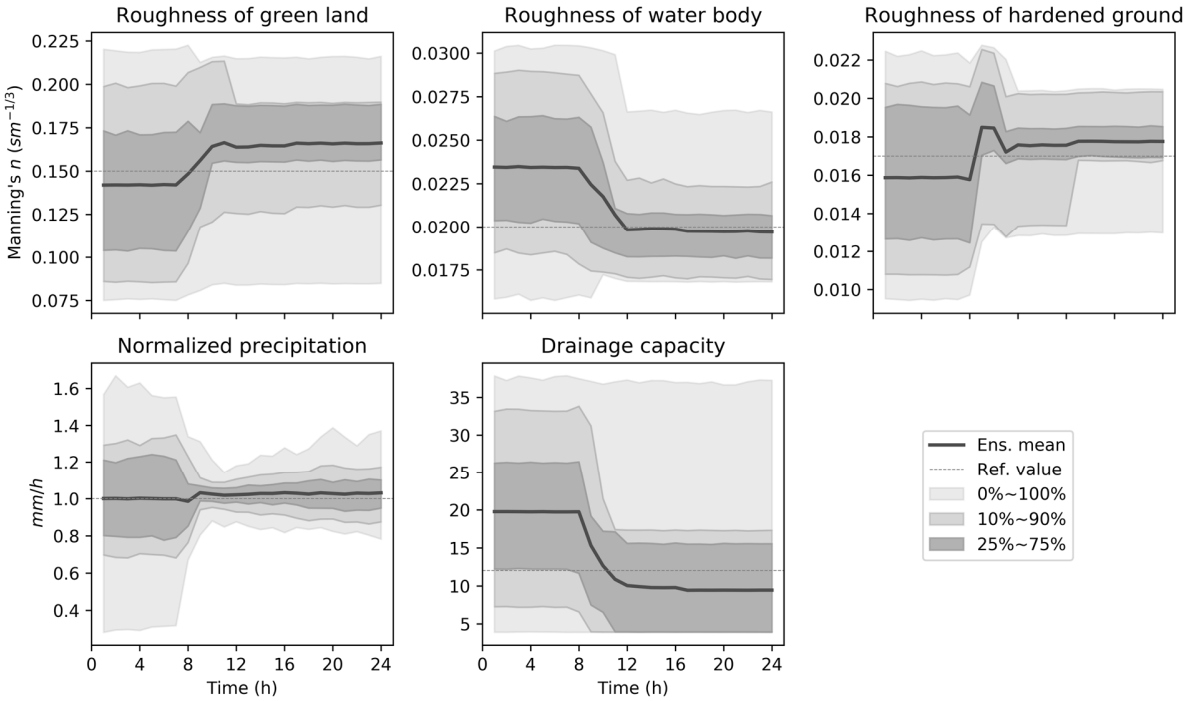

图14。输入因子概率分布的时间演变。不同颜色的色阶表示不同的百分位数区间。参考值表示用于确定性运行的输入，该运行生成了合成观测数据。归一化降水量通过将某个粒子的降水输入除以图7中的黑线数据计算得出。

基于集合的建模提供了丰富的信息，有助于更深入地了解淹没过程及其相关风险。例如，特定淹没等级的概率空间分布可直接如图15所示。区域1和区域2等严重淹水面积较大的区域应受到更多关注并采取相应策略，而橙色行政区遭受洪水的风险较低，无需过多担忧。此外，高分辨率模型支持对局部淹没状况进行细致分析。可根据集合结果推导每个网格单元的水深概率密度函数，从而评估不同百分位数下的淹没状况。以图15中的两个区域为例，我们可以进一步构建不同风险等级的精细三维洪水淹没图，如图16所示。图中展示了最大水深分布的第10和第90百分位数，分别代表乐观和悲观情形。这些信息对于地方当局和居民针对每栋建筑采取具体措施、避免不必要的损失尤其有用。

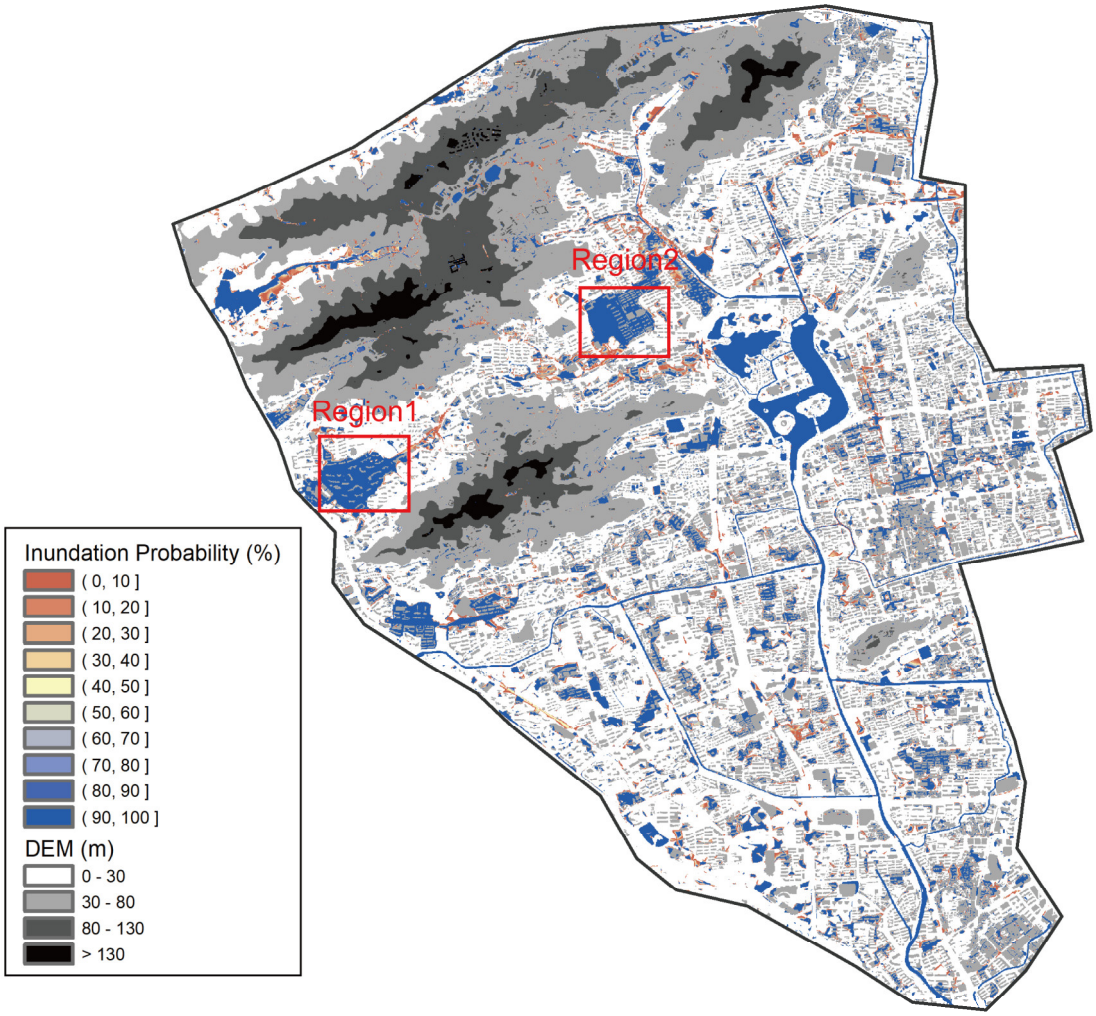

图15。 集合模拟得出的严重淹水概率空间分布。

严重淹水的阈值定义为最大水深达到20厘米。

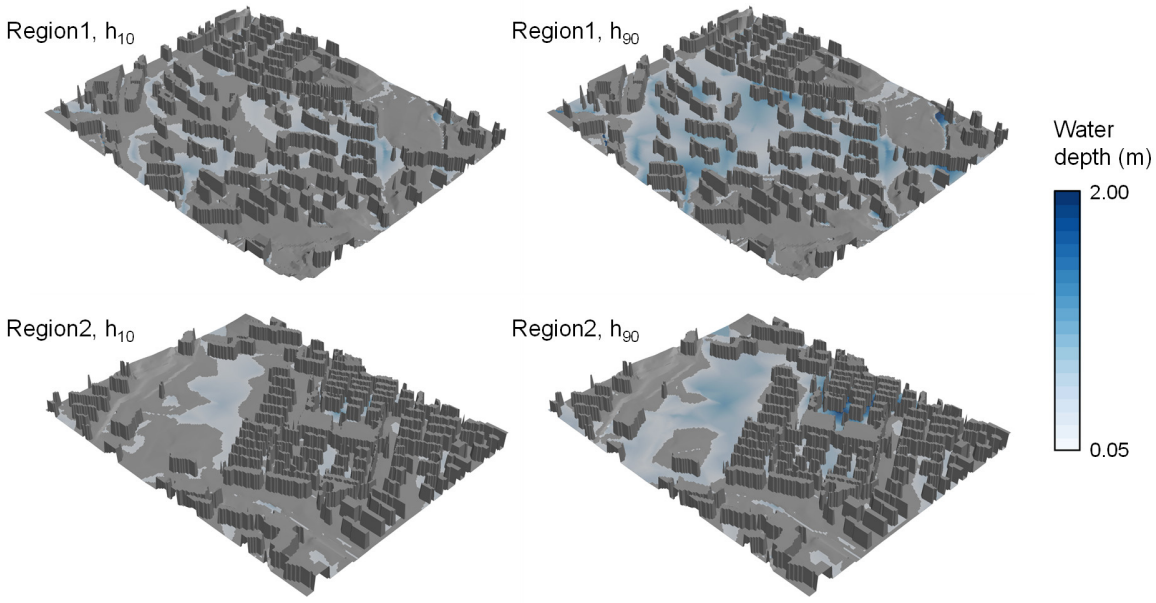

图16。不同风险等级的局部三维洪水淹没图。h_a 表示水深概率密度函数的第a百分位数。

5 结论

本文开发了一种基于高性能计算技术的实时概率洪水淹没模型。尽管先前研究已探讨了洪水建模中的不同并行化方法（Sanders and Schubert，2019年；Xia 等，2019年）和数据同化方法（Zarekarizi，2018年），但本文对多GPU架构上洪水预测与集合数据同化系统的实现和优化进行了详细研究，而这方面此前鲜有讨论。为表示模型输入中涉及的不确定性，本文构建了模型实现集合。我们采用多 GPU 并行化和多种优化技术，使计算效率较CPU上的单线程程序提高了三个数量级以上。同时，采用粒子滤波算法依次同化观测数据。合成

实验结果表明，所采用的DA方案能够有效控制模型不确定性并提高预测精度。未来的研究可重点关注将本文提出的方法与数值天气预报和高精度遥感数据（例如，Ming 等人，2020年）相结合，以提高业务洪水预报系统的效率和可靠性。

致谢

本研究得到国家重点研发计划（2018年YFE0196000）和国家自然科学基金（U2240203）的资助。本文所用的地形和土地覆盖数据可在 https://osf.io/wng2f/ 获取。作者声明不存在利益冲突。

参考文献

Abbaszadeh, P., Gavahi, K., & Moradkhani, H. (2020年). 多变量遥感与现场数据同化，以提升社区 WRF-Hydro 模型的预报能力. 水资源进展, 145, 103721. Afzal, A., Ansari, Z., Faizabadi, A. R., & Ramis, M. K. (2017年). 计算流体动力学软件的并行化策略：现状综述. 《计算工程方法档案》, 24(2), 337-363. Alawadhi, A., Boso, F., & Tartakovsky, D. M. (2018年). 不确定参数条件下水锤方程的分布方法. 水资源研究, 54(11), 9398-9411. Anderson, J. L., & Collins, N. (2007). 用于数据同化的集合滤波算法的可扩展实现. 《大气与海洋技术杂志》, 24(8), 1452-1463. Arulampalam, M. S., Maskell, S., Gordon, N., & Clapp, T. (2002). 在线非线性/非高斯贝叶斯跟踪的粒子滤波器教程. 《IEEE 信号处理汇刊》, 50(2), 174-188. Aureli, F., Prost, F., Vacondio, R., Dazzi, S., & Ferrari, A. (2020年). 用于地表径流模拟的 GPU 加速浅水方案. Water, 12(3), 637. Barthélémy, S., Ricci, S., Rochoux, M. C., Le Pape, E., & Thual, O. (2017年). 用于业务洪水预报的基于集合的数据同化——以“Adour Maritime”河的一维水动力预报为例，探讨状态估计的优势. 水文学杂志, 552, 210-224。

Bates, P. D., & De Roo, A. P. J. (2000). 用于洪水淹没模拟的简易基于栅格的模型. 水文学杂志, 236(1-2), 54-77. Bates, P. D., Horritt, M. S., & Fewtrell, T. J. (2010). 用于高效二维洪水淹没建模的浅水方程简易惯性公式. 水文学杂志, 387(1-2), 33-45. Cao, Y., Ye, Y., Liang, L., Zhao, H., Jiang, Y., Wang, H., ... & Yan, D. (2019年). 一种改进的基于粒子滤波器的数据同化方法：考虑糙率的时空变化，用于高精度二维水动力模型——溃坝洪水淹没模拟. 水资源研究, 55(7), 6049-6068. Chaney, N. W., Herman, J. D., Reed, P. M., & Wood, E. F. (2015年). 洪水与干旱水文监测：模型参数不确定性的作用. 水文学与地球系统科学, 19(7), 3239-3251. Chen, H., Yang, D., Hong, Y., Gourley, J. J., & Zhang, Y. (2013年). 使用集合平方根滤波器进行水文数据同化：利用径流观测更新模型状态，实现实时山洪预报. 水资源进展, 59, 209-220. Chen, J., Hill, A. A., & Urbano, L. D. (2009年). 用于城市洪水淹没的基于地理信息系统的模型. 水文学杂志, 373(1-2), 184-192. Cloke, H. L., & Pappenberger, F. (2009年). 集合洪水预报：综述. 水文学杂志, 375(3-4), 613-626. Cooper, E. S., Dance, S. L., García-Pintado, J., Nichols, N. K., & Smith, P. J. (2019年). 河流洪水淹没预报中卫星观测同化所用的观测算子. 水文学与地球系统科学, 23(6), 2541-2559. Cozzolino, L., Cimorelli, L., Della Morte, R., Pugliano, G., Piscopo, V., & Pianese, D. (2019年). 基于局部惯性近似的洪水演进建模：物理局限性的理论与数值分析. 水资源进展, 133, 103422. Cunge, J. (1980). 计算河流水力学的实践要点. 皮特曼出版有限公司. 伦敦,(17 CUN), 1980, 420. De Almeida, G. A., & Bates, P. (2013). 浅水方程的局部惯性近似在洪水建模中的适用性. 水资源研究, 49(8), 4833-4844. Dottori, F., & Todini, E. (2011). 基于元胞自动机方法的洪水淹没模型开发：测试不同方法以提升模型性能. 地球物理与化学, A/B/C辑, 36(7-8), 266-280. Doucet, A., Godsill, S., & Andrieu, C. (2000). 关于贝叶斯滤波的序贯蒙特卡洛采样方法. 统计与计算, 10(3), 197-208. Evensen, G. (2009). 数据同化：集合卡尔曼滤波器. 施普林格科学与商业媒体. Fan, Y., Ao, T., Yu, H., Huang, G., & Li, X. (2017年). 用于城市洪水淹没的一维-二维耦合水动力模型. 气象学进展, 2017. Gironás, J., Roesner, L. A., Rossman, L. A., & Davis, J. (2010). 暴雨管理模型（SWMM）新应用手册. 环境建模与软件, 25(6), 813-814. Govett, M., Rosinski, J., Middlecoff, J., Henderson, T., Lee, J., MacDonald, A., ... & Duarte, A. (2017年). NIM天气模型在中央处理器、GPU和MIC处理器上的并行化与性能. 美国气象学会会刊, 98(10), 2201-2213。

Han, S., & Coulibaly, P. (2017年). 贝叶斯洪水预报方法：综述. 水文学杂志, 551, 340-351. Hostache, R., Chini, M., Giustarini, L., Neal, J., Kavetski, D., Wood, M., ... & Matgen, P. (2018年). 同化近实时 SAR 派生洪水图以改进洪水预报. 水资源研究, 54(8), 5516-5535. Kalyanapu, A. J., Shankar, S., Pardyjak, E. R., Judi, D. R., & Burian, S. J. (2011). 二维洪水模型的 GPU 计算增强效果评估. 环境建模与软件, 26(8), 1009-1016. Kobayashi, K., Kitamura, D., Ando, K., & Ohi, N. (2015年). 使用京超级计算机进行高分辨率/大规模洪水模拟的并行计算. 水文研究快报, 9(4), 61-68. Kurtz, W., Lapin, A., Schilling, O. S., Tang, Q., Schiller, E., Braun, T., ... & Brunner, P. (2017年). 整合水文建模、数据同化与云计算，实现水资源实时管理. 环境建模与软件, 93, 418-435. Kusch, J., & Frank, M. (2018年). 不确定性量化中的侵入式方法及其与动力学理论的联系. 国际工程科学与应用数学进展杂志 , 10(1), 54-69. Lacasta, A., Morales-Hernández, M., Murillo, J., & García-Navarro, P. (2015年). GPU 实现二维浅水方程以模拟降雨径流事件. 环境地球科学, 74(11), 7295-7305. Liu, F., Wang, L., Li, X., & Huang, C. (2020年). ComDA：用于非线性和非高斯陆面数据同化的通用软件. 环境建模与软件, 127, 104638. Liu, Y., Weerts, A. H., Clark, M., Hendricks Franssen, H. J., Kumar, S., Moradkhani, H., ... & Restrepo, P. (2012). 推进业务水文预报中的数据同化：进展、挑战与新兴机遇. 水文学与地球系统科学, 16(10), 3863-3887. Ming, X., Liang, Q., Xia, X., Li, D., & Fowler, H. J. (2020年). 基于高性能二维水动力模型和数值天气预报的实时洪水预报. 水资源研究, 56(7), e2019WR025583. Moradkhani, H., Hsu, K. L., Gupta, H., & Sorooshian, S. (2005年). 水文模型状态和参数的不确定性评估：使用粒子滤波器进行序贯数据同化. 水资源研究, 41(5). Morales-Hernández, M., Sharif, M. B., Kalyanapu, A., Ghafoor, S. K., Dullo, T. T., Gangrade, S., ... & Evans, K. J. (2021). TRITON：开源多图形处理器二维水动力洪水模型. 环境建模与软件, 141, 105034. Nerger, L., & Hiller, W. (2013年). 集合数据同化系统软件——实现策略与可扩展性. 计算机与地球科学, 55, 110-118. Nerger, L., Hiller, W., & Schröter, J. (2005年). PDAF——并行数据同化框架：卡尔曼滤波的应用经验. 载于《气象学中的高性能计算应用》(第63-83页). Noh, S. J., Lee, S., An, H., Kawaike, K., & Nakagawa, H. (2016). 集合城市洪水模拟与实验室尺度实验的比较：检查井、污水管和地表径流交互模型的影响. 水资源进展, 97, 25-37. Pham, D. T. (2001). 强非线性系统中序贯数据同化的随机方法. 月度天气评论, 129(5), 1194-1207.

Sanders, B. F., & Schubert, J. E. (2019年). PRIMo：并行栅格淹没模型. 水资源进展, 126, 79-95. Sanders, B. F., Schubert, J. E., & Detwiler, R. L. (2010). ParBreZo：一种并行、非结构网格、Godunov 型浅水代码，用于区域尺度高分辨率洪水淹没模拟. 水资源进展, 33(12), 1456-1467. Sharif, M. B., Ghafoor, S. K., Hines, T. M., Morales-Hernández, M., Evans, K. J., Kao, S. C., ... & Gangrade, S. (2020年, 6月). 异构高性能计算架构上的二维洪水模型性能评估. 载于先进科学计算平台会议论文集 (第1-9页). Shaw, J., Kesserwani, G., Neal, J., Bates, P., & Sharifian, M. K. (2021). LISFLOOD-FP 8.0：适用于多核 CPU 和 GPU 的新型间断 Galerkin 浅水求解器. 地球科学模型开发, 14(6), 3577-3602. Shustikova, I., Domeneghetti, A., Neal, J. C., Bates, P., & Castellarin, A. (2019年). HEC-RAS 和 LISFLOOD-FP 在复杂地形上的二维模拟能力比较. 水文科学杂志, 64(14), 1769-1782. Smith, L. S., & Liang, Q. (2013年). 朝着通用 GPU/CPU 浅流模拟工具迈进. 计算机与流体, 88, 334-343.Sridharan, B., Gurivindapalli, D., Kuiry, S. N., Mali, V. K., Nithila Devi, N., Bates, P. D., & Sen, D. (2020年). 显式表达权重因子以改进局部惯性模型中的数值通量估计. 水资源研究, 56(7), e2020WR027357. Teng, J., Jakeman, A. J., Vaze, J., Croke, B. F., Dutta, D., & Kim, S. (2017年). 洪水淹没模拟：方法、近期进展与不确定性分析综述. 环境建模与软件, 90, 201-216. Vacondio, R., Dal Palù, A., & Mignosa, P. (2014). GPU 增强的有限体积浅水求解器，用于快速洪水模拟. 环境建模与软件, 57, 60-75. Vivoni, E. R., Mascaro, G., Mniszewski, S., Fasel, P., Springer, E. P., Ivanov, V. Y., & Bras, R. L. (2011). 在并行计算环境中对全分布式水文模型进行真实场景水文评估. 水文学杂志, 409(1-2), 483-496. Wang, Y., Chen, A. S., Fu, G., Djordjević, S., Zhang, C., & Savić, D. A. (2018年). 考虑多种信息源和城市特征的高分辨率城市洪水模拟集成框架. 环境建模与软件, 107, 85-95. Whitaker, J. S., & Hamill, T. M. (2002). 无需扰动观测的集合数据同化. 月度天气评论, 130(7), 1913-1924. Wu, W., Emerton, R., Duan, Q., Wood, A. W., Wetterhall, F., & Robertson, D. E. (2020年). 集合洪水预报：现状与未来机遇. Wiley 跨学科评论：水, 7(3), e1432. Xia, X., Liang, Q., & Ming, X. (2019年). 基于高性能集成水动力建模系统 (HiPIMS) 的全尺度河流洪水模拟框架. 水资源进展, 132, 103392. Xu, X., Zhang, X., Fang, H., Lai, R., Zhang, Y., Huang, L., & Liu, X. (2017年). 基于贝叶斯粒子滤波方法的实时概率性河道洪水预报模型. 环境建模与软件, 88, 151-167.

Zarekarizi, M.（2018年）。《业务场景下用于洪水预报的集合数据同化：从 Noah-MP 到 WRF-Hydro 和国家水文模型》（博士学位论文，波特兰州立大学）。Zhou, Y., Shen, D., Huang, N., Guo, Y., Zhang, T., & Zhang, Y.（2019年）。利用对流域特定排水系统敏感的暴雨特征参数进行城市洪水风险评估。《Science of the Total Environment》，659，1362-1369。Ziliani, M. G., Ghostine, R., Ait-El-Fquih, B., McCabe, M. F., & Hoteit, I.（2019年）。通过集合数据同化和状态与参数联合估计增强洪水预报。《水文学杂志》，577，123924。