跨学科经验反馈：将代数课程的应用融入物理与化学

Mickaël Bosco & Nicolas Michel

摘要。作为物理学家和化学家，我们有机会在位于艾克斯普罗旺斯的工程师学院教授代数。本文探讨物理学、化学与代数之间的相互作用。

关键词。代数、教学法、创新、物理学、化学、教学情境理论、教学的人类学理论、代数基本定理。

摘要。我们接受过物理学家和化学家的专业训练，后来在艾克斯普罗旺斯 ESAIP 工程师学院校区的综合预科阶段教授代数。各自的专业经历使我们得以通过源自各自专业领域的创新应用来阐释概念。本文将围绕交叉经验反馈及其反思性分析展开。

关键词。代数、教学法、创新、物理学、化学、教学情境理论、教学人类学理论、代数基本定理。

目录

1. Introduction 1
2. Enseignement de l'Algèbre et besoin d'innovation 2
3. Applications de l'Algèbre en Physique 4
4. Applications de l'Algèbre en Chimie 8
5. Bilan et conclusion 13
Références 15

1. 简介

代数表达式构成了科学家日常工作的一部分。无论他们所属的学科或主要研究的物质是什么，他们都会大量使用符号体系。除了纯粹的计算方面，他们还会运用许多语义规则，这些规则堪称一门真正的语言学。

另一方面，学生会逐渐接触这些语言。从高中开始，随着概念化和抽象程度不断提高，用于表示变量、量或物理量的数学符号和字母越来越常见，最终其出现频率远高于数字。

然而，我们遇到的学生往往不知所措，在处理此类符号及使用这些符号的表达式时会遇到困难。作为教师，我们必须帮助他们培养从所用符号中提取含义的能力：这些符号表示的是一个数，还是一个量（在这种情况下，当然需要引入单位）？运算符

是否具有超越其所表示运算的更深层含义（例如，化学方程式中的符号“ = ”表示质量守恒、电荷守恒……）？ 当然，如何解读取决于具体情境，但其理论基础和普遍性则由代数提供。从这个意义上说，也正是本文的主题，我们认为，重视理论与应用之间往复衔接的跨学科教学方法，有助于从深层次上确立符号的含义，这正是 Arcavi 所说的符号意义。教学现代化离不开多次引入代数应用的具体情境。此后，学生便能将这种用法迁移到其他问题的求解中，从而提升能力。

在介绍了我们在物理与化学领域开展交叉经验反馈的背景后，我们将阐述一些具有代表性的情境，以说明这一战略选择在各自教学中的体现。最后，我们将介绍学生以及我们自己对目标能力习得情况的感受总结。

2. 代数教学与创新需求

过去几十年来，学生群体构成的变化以及一系列改革，促使初中、高中以及高等教育阶段都开始重新审视课程大纲和教学方法。在我们的工程师学院 ESAIP，设有专门负责教学创新的部门，尤其致力于探索如何采取相应措施，使现有的教学实践更加多样化。

班级的水平差异越来越大。根据 Le Prévost 的一项研究，这一现象在所有高等教育院校中也都能观察到 [9]。学生可以在高中毕业会考后进入学校，也可以通过综合预科班、参加 Puissance Alpha 入学考试，或在此前修读过其他课程后通过平行录取入学。

完成课程后，他们将获得相当于高中毕业会考后+5水平的工程师文凭，并可选择以下两个专业方向之一：数字工程师、风险管理与环境工程师。

数学在我们的培养体系中占据重要地位，所占比例超过 20%。其中开设了数学分析、代数、几何、概率论和统计处理等不同学科。这些学科的内容由教学大纲规定，其中列明了各学科的学期课程计划；这些大纲由集体共同制定，每年修订，并贯穿于反思性工作之中。内容还明确了知识和能力目标，以及考核方式。

例如，代数 1这门学科的课程计划由科学课程负责人在与各校区这些学科的教师（包括作者）交流后制定。该课程于第一学年第一学期开设，具有以下特点：

代数 1		
课时 指导课时：**30,0 小时**	工作量： **54.0 小时**	课程系数： **3 / 10**

能力目标：

- 投身研究，实施策略：发现并探索问题，反思所采用的步骤、提出的假设及求解方法

1. 运用有助于建模的方法和数学工具：在不同元素之间建立演绎或归纳关系

2. 掌握代数的基本工具：构建表示形式、转换框架，以及在多种表征体系中转换信息。

知识目标：

- 研究常见的代数结构及其相互联系；整数的整除性和同余的性质。 - 研究相对整数算术和一元多项式 - 掌握线性代数的基本概念 - 了解线性方法的普遍性，尤其是其在数学分析和几何中的应用。

教学形式：

所采用的教学方法能够提升学生的参与度、主动性和自主性。在教学设计中引入并运用数字工具时，可以采用多种方法：

学习模式： 课程/习题课	概念介绍 新
通过工作小组学习 以.....模式学习 翻转课堂	巩固所学知识

以交流模式 学习	与学生“互动和交流” 通过 *Moodle*: 论坛、在线测试等。 借助……互动
投票 通过……学习 项目式 学习	实践运用概念 通过
共同学习	跨学科方法 组织辅导课 和学生互助辅导 设计同伴测试

-

教学内容 与进度：

1. 代数结构：

   - “内部运算”概念及其性质 - 群、子群、态射 - 环、子环、域、整环 - 整除性、最大公约数、高斯引理、唯一分解性

2. 多项式与有理函数：

   - “K[X] ”记号的概念。- 多项式函数、导数、根、重数 - 欧几里得除法、用于求最大公约数的欧几里得算法

3. 方程组与矩阵：

   - 方程组的概念与介绍，基本求解方法（代入法和消元法）、高斯消元及技巧。

- 群（$M_{n,\ p}(K)$,+）、环（$M_n(K)$,+,×）、群（$Gl_n(K)$,×）、克莱姆方程组。
- 上三角矩阵的情形、转置与求逆。

- 矩阵计算：与方程组的联系、行与列的概念、一般术语、矩阵运算、矩阵求逆。

-

课时	章节 / 活动
1-6	代数结构
7-12	多项式与有理函数
13-18	方程组与矩阵

请注意，上文已详细说明第一学期代数课程说明的内容，但需要指出的是，在综合预科的四个学期中，代数是前三个学期的课程。如前文所述，每门学科都会按照以下流程编写课程说明。首先，该学科的教师共同讨论课程计划，并拟定初步方案，提交给课程计划负责人。课程计划负责人收齐所有课程说明后，会组织全体教学团队召开工作会议，并安排交叉审阅，以修订和确认内容。因此，我们参与了代数以及物理与化学课程说明的编写工作。

我校的课程大纲负责人和教学团队目前正在对五年制培养课程计划进行全面修订。高中自2019年改革实施以来开设的专业方向和选修课程，使这次内容更新显得不可或缺：在调整科学课程计划时，我们必须考虑到并非所有一年级学生都修读过“高阶数学”选修课程。事实上，新的

课程大纲在所学概念方面有所简化，内容也更加聚焦。

因此，随着熟悉高中新课程大纲的学生进入高等教育，我们对学科课程说明，尤其是代数课程说明，进行了调整，具体如下：

- 代数结构（环、域、群、幺半群等）不再出现在第一学年课程中。

- 部分分式分解（记作 DES）不再在该学科中讲授。

- 课程计划更加侧重计算方面，而非概念方面。

- 课程目标有所改变，重新聚焦于矩阵计算。

接下来，我们将关注代数这门学科的教学，并探讨我们作为物理与化学教师的经历如何帮助我们更好地理解这些有时对学生而言较为抽象的概念。

学习经历的多样性进一步凸显了创新的必要性，原因有好几个。代数在高中并未作为一门独立学科来教授。然而，其基础概念无法凭空重创，因此课程计划必须在高中毕业后的第一学年开篇阶段继续安排关键章节的学习。

此外，理论概念的教学本身就已颇为复杂，同一个班级内学生水平的异质性更增加了教学难度。

我们接受的物理学家和化学家培训，起初并不是以数学教学为导向的，因为我们二人都是教师，分别拥有流体力学博士学位和有机化学博士学位，因此起初更偏向物理与化学。尽管这些课程包含很大比重的数学，但数学通常是应用性的。因此，我们更多地将其视为工具，而非最终目的。不过，我们各自的职业经历使我们在专业领域教学的同时，也承担了数学教学工作；正如您将在下一部分看到的，这些经历已成为真正的优势。

3. 物理学中的代数应用

在我们学校的预科阶段两年中，我们教授代数，同时分别教授物理学或化学。这使我们能够进行总结，并在借鉴自身教学反馈的基础上，参与课程大纲的更新工作。

仔细梳理物理与化学的教学内容后，我们发现，这些学科中涉及的多个概念都是代数的直接应用。

我们先来看看物理学教学。在我们的预科阶段，物理学这门学科每个学期都会开设，涵盖以下不同主题：

- 物理学 1，第一学期：几何光学（笛卡尔定律、高斯近似，以及在光纤、棱镜和

彩虹中的应用）；质点力学（坐标系变换、定义、牛顿定律、功与能量）。

• 物理 2，第2学期：质点力学与刚体力学（简谐振子、中心力、刚体力学、角动量定理、引力）。

• 物理学3，第3学期：电磁学（离散与连续分布、高斯定理、无穷小方法、对称性与不变性、静电势）；电路学（二端元件连接、戴维南-诺顿模型、瞬态过程、RC、RL和RLC电路）。

• 物理学4，第4学期：物理热力学（基本概念、开放系统与封闭系统、热力学第一定律）。

物理与化学课程中所列举的不同示例，均已用于我们的物理学1、物理学3和化学2课程。

在前三个学期开展的物理学教学中，代数课程所学概念的应用十分常见。

事实上，根据所涉及的概念，代数理论部分可以先行讲授，再应用于物理学中。也可以先在物理学中了解一种方法，然后再学习其背后的代数理论。这些概念很有意义，因为对于代数而言，学生能够发现这些概念的用途；与此同时，对于物理学而言，他们也能了解一些有助于克服概念性困难的方法。

事实上，在物理学 1 课程中，学生会接触到几种研究坐标系：笛卡尔坐标系、极坐标系、柱坐标系和球坐标系。学生面临的首要困难之一是从一个坐标系转换到另一个坐标系；借助代数课程中介绍的过渡矩阵即可实现这一转换，正如我们在下方所示的从笛卡尔坐标系转换到极坐标系或柱坐标系的例子中所展示的那样 [2]：

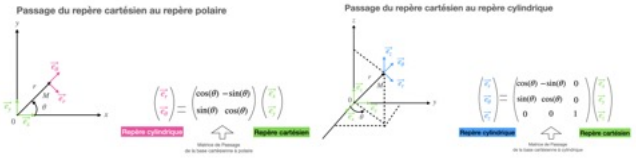

图1——与坐标系变换相关的过渡矩阵

这些过渡矩阵可以实现基底变换，使我们能够在物理学练习中更方便地置于所需的坐标系中，这比学生十分畏惧的投影方法更易于操作。同样，转换到球坐标系还需要另一个过渡矩阵，具体如下图所示：

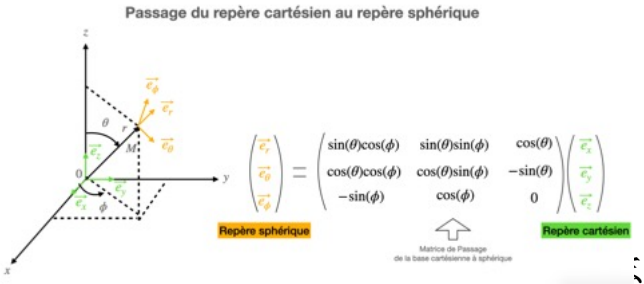

图 相关的过渡矩阵

这些基变换矩阵正是在第一学年的代数课程中引入的。

在这门课程中，这些矩阵被介绍为包含数字的表格，例如三角函数的取值。将矩阵视为系数属于某个函数集的矩阵，这种方法在第一学年似乎过于复杂，也不在课程计划之内。我们想特别说明的是，这个化学式会向学生证明，从而帮助他们理解各个系数的来源。

牛顿定律在高中阶段引入，并在第一学年复习；它们也为运用代数概念提供了契机，尤其是微分方程及其相关的方程组。

下面的牛顿第二定律是力学中一条非常重要的定律，因为它可以描述运动系统的动力学：

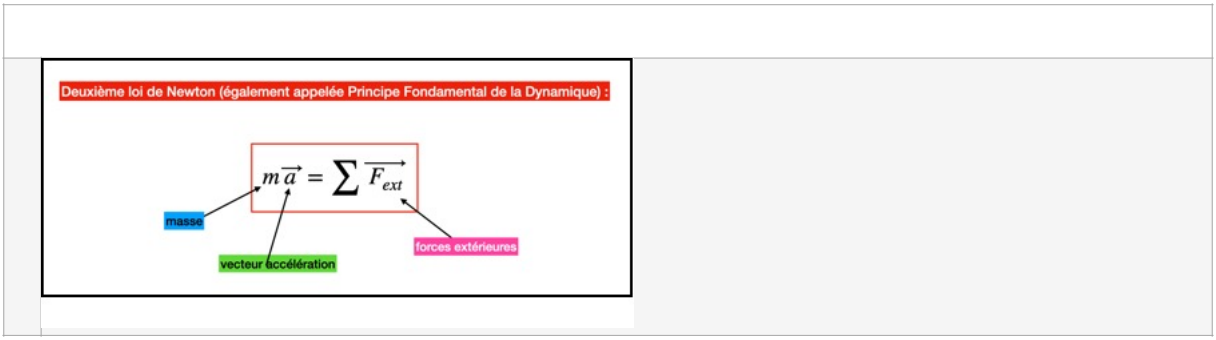

图 3 – 牛顿第二定律

将这个矢量关系投影到不同的坐标轴上后，我们可能需要求解如下微分方程组，该方程组对应于 Lotka-Volterra 模型 [3]：

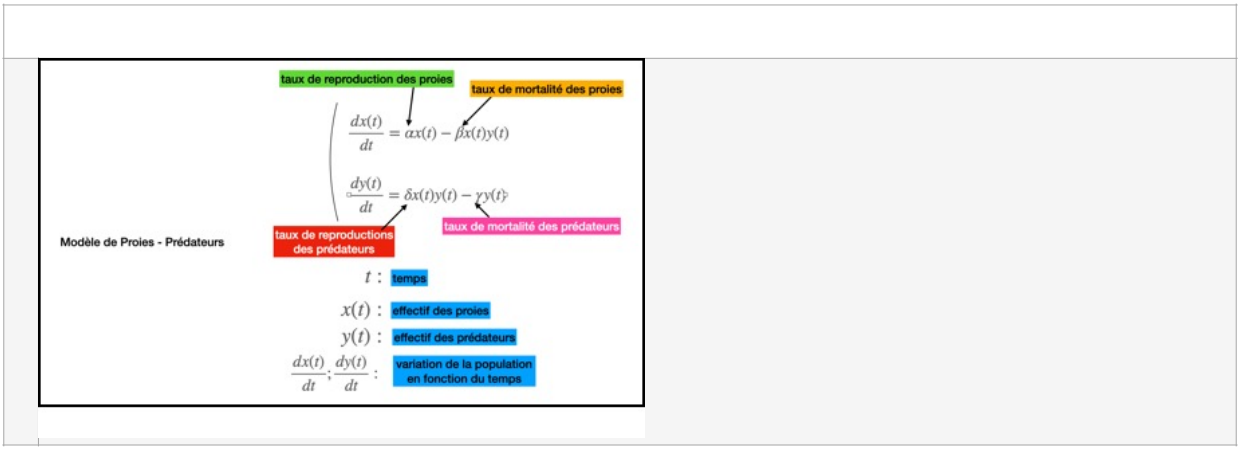

图 4 – 捕食者-猎物模型

通常会在非线性物理学中研究这个系统，以探讨混沌理论；但我个人习惯从代数 1课程开始，就向学生介绍它。求解结果在很大程度上取决于初始条件。最好以游戏的形式引入这个案例研究：设想在一个封闭的田地里有绵羊和狼，其随时间的演变取决于初始条件。

这些方程确实用于描述捕食者与猎物相互作用的生物系统动力学，例如猞猁与野兔，或狼与绵羊。这

个方程组可以借助微分方程求解，具体如下：

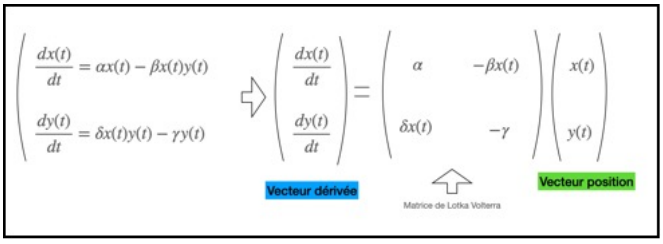

图 5 – 微分方程组

在代数课程中，这个问题以指导性案例研究的形式呈现并加以讨论，旨在引入微分方程组。随后，在代数 3 中，我们说明如何通过化简 Lotka-Volterra 矩阵来研究其特征值，从而求解这个方程组。

物理 2 中学习的其他概念也会用到代数概念，例如简谐振子、耦合系统、角动量定理，以及运用惯性矩阵研究刚体力学。

我们会在这样的物理问题中再次遇到这些情况：系统的动力学无法简化为单个几何点的动力学。从这个意义上说，惯性矩阵的各分量如上所示 [4]，，它体现了所研究刚体的几何形状和质量分布。

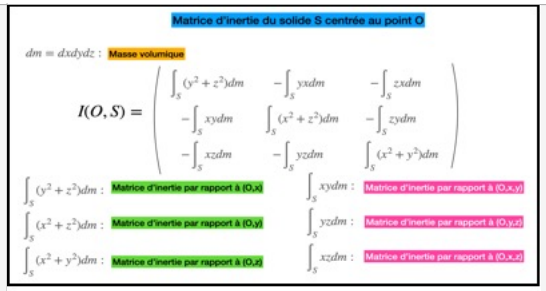

图 6 – 刚体的惯性矩阵

此外，在物理学3的电磁学课程中，不同的关系式会用到向量导数，例如矢量势。散度、旋度和拉普拉斯算子等其他微分算子也需要用到向量导数，因此更倾向于采用矩阵方法 [5]。

上述所有示例多年来一直由物理学教师在物理学课程中讲授，随后，代数概念也会在代数课程中作为深入学习的内容加以复习。

在电学中，RC电路、RL电路和RLC电路的研究会用到微分方程，其中一些方程可以相互耦合，并借助矩阵求解，正如我们之前在微分方程组中所看到的那样。由此可以看出，物理学中会用到多个代数概念；接下来我们将看到，化学中同样如此。在下文中，我们将探讨代数在化学中的应用。

4. 代数在化学中的应用

在化学课程中，课程计划以模型的运用为导向。从培训一开始，就会介绍各种原子模型，并着重讲解其历史和理论演变，以及各自的优缺点。采用这样的教学进程，除了培养学生的科学素养，还旨在发展他们对所掌握工具的批判性思维，让他们认识到实验科学在不断发展，理论和技术进展能够使假设更加完善，并建立日益精确或更适用的模型。随后学习物质的物理变化和化学变化，直至物料衡算和平衡，并初步接触热化学和动力学。由于所研究现象的性质及其尺度，

学生很快便会意识到模型的实用性。我们不会深入讲解用于建立模型的归纳—演绎循环，而是引导他们在特定情境下识别应采用的模型。这种方法使我们能够将模型置于具体情境中，将其视为一种工具，并通过建模赋予其意义。

然而，我们在这里讨论的是对现象进行代数建模：模型从本质上说、从构建方式上说，都是代数的！因此，学科之间的交汇点多种多样，代数在化学中的实际应用也层出不穷，既有丰富的理论参考，也涉及相关教学法：化学计量学、化学动力学、组合化学、高分子化学、拓扑学和分子描述符、异构现象、立体化学、优化问题.....这里只列举其中几项。

本文仅选取几个具有代表性的例子，分别来自综合预科第一学年第一学期和第二学期开设的化学课程和代数课程。这里最突出的例子是运用矩阵求解来调整化学方程式中的化学计量系数。这也是今年最受认可的例子。事实上，化学反应的学习恰好与矩阵的学习相重合；矩阵是线性代数中用于求解线性方程组的工具。

除了求解方程组，这个例子还可以帮助我们回顾化学物种、离子、多原子离子和分子的符号书写约定，这些共同构成了一种独特的语言[6]。事实上，表示化学反应的信息行包含大量经过编码的信息，其潜在含义对于存在认知偏差、难以理解和掌握相关内容的学生而言，远非显而易见：

• 难以区分不同尺度，因为一个化学式既表示一个化学实体，也表示大量此类实体（微观尺度——化学实体；宏观尺度——物质的量）

• 难以理解化学重组、化学键的断裂或重新形成，以及物理变化，即相互作用的改变导致物理状态不同。

例如，在化学课程中应用代数时，可以将多原子化学实体的符号表示理解为一种线性组合：把原子或与原子相关的物理量视为向量，把它们的数量视为标量。作者之一在辅导实践课的课时中给出的第一个例子，是计算分子摩尔质量，即构成该化学实体的各化学元素的原子摩尔质量之和，并明确将其作为线性组合来呈现：已知葡萄糖的分子式，请利用手头的元素周期表数据计算其分子摩尔质量。教师口头要求学生推导出下列方程，并强调识别方程的各个组成部分：

葡萄糖的分子式：

方程式：

通过要求学生将推理过程形式化，这种方法有助于夯实分子式这一概念本身（其含义和用途）。在回答第一个问题之后，当需要根据与原子相关的物理量推导出分子式时，这种方法的意义便充分体现出来。例如：

已知葡萄糖的分子摩尔质量及其质量百分组成（碳占 40.00%、氢占 6.67%、氧占 53.33%），求出它的分子式。

此题的要求及其处理方式都很明确，不会引发任何歧义、不同解读或其他推理。面对这道题，绝大多数学生都会毫不犹豫地进行如下推理：

Pour

第二部分介绍葡萄糖的完全燃烧，练习要求配平这一转化反应方程式中的化学计量系数：“葡萄糖与氧气反应，生成水和二氧化碳。写出该反应的方程式。”这里要确定反应物中的化学实体应按什么比例反应，以及生成物应按什么比例生成，才能满足守恒原理。

在高中阶段，从高中一年级开始，学生就会接触质量守恒等从初中起便涉及的概念。处理这类练习时，主要采用演绎和直觉的方法，极少采用算法和代数方法。问及解题策略时，学生最常见的回答仍是：“数一数方程式左右两边各元素的原子数量，必要时调整系数。”

尽管这一策略已经阐述得很清楚，但他们仍然不理解，甚至在所给出的简单情形下，也难以调整系数。这是由于以下已知的困难和偏差：

- 难以将实体名称转换为化学符号
- 这些实体的组成方面存在困难

- 难以选择应“优先”考虑的元素
- 难以正确处理电荷

我们决定从一开始就介绍矩阵方法。由于同一作者讲授的高斯消元法代数课程刚刚结束，时间安排恰到好处。

因此，我们将反应方程式中的系数／未知数转化为一个线性方程组，方程组依据分子实体中各元素分别建立，并构造相应的矩阵。这个过程既检验了学生对前一阶段内容的理解，也帮助他们掌握线性组合这一概念在化学实体中的应用。从代数的角度来看，这也让我们得以回顾线性方程组的解的数量、此类方程组对应矩阵的构造，以及关系 AX=B，其中 A 为系数矩阵，X 为变量矩阵，B 为解矩阵。

向学生介绍的方法如下：用字母表示待求的化学计量系数，每个字母代表一个未知数（这会强烈引导学生采用代数方法求解）。然后写出反应配平方程式：

通过对每种元素分别进行核算，可以迅速列出方程组：

- 对于碳元素 C，反应物葡萄糖含有 6 个碳原子，但在反应方程式中，这个数要乘以化学计量系数 ，即 。在生成物中，碳只存在于二氧化碳中（1 个原子），并乘以化学计量系数 。因此，

- 对于氢，H，

- 对于氧，O,

因此，通过对比系数可得以下方程组；同时强调，这些方程必须同时求解：

该系统包含三行信息，即三个方程，却有四个未知数，因此是一个有无穷多解的欠定系统。这也让我们得以提及秩——尽管当时尚未学习这一概念——并指出这三个方程线性无关。

注意：学生们原以为会有唯一解，因此这个结果令他们觉得有些违背直觉。为了解释这一点，有必要提醒他们，化学计量系数是比例系数。

至于求解，我们有几种方法可选，但最终采用了构造一个 3x3 方阵和一个依赖于最后一个未知数的系数矩阵（形式为 AX=Bδ），因为这种方法与代数课上讲过的内容最为接近：

注：因此，矩阵 A 是由三维实数空间中各向量组成的矩阵，这些向量分别对应于除最后一个之外的每种化学实体中各原子的数量，其中反应物取正值，生成物取负值。

Soit

对于反应物以及

对于生成物。因此

矩阵 B 对应二氧化碳：

增广矩阵，即 A 与 B 合并得到的矩阵，学生们对其应用了代数课程中介绍的高斯消元算法：

回到简化方程组后，他们由此发现，解取决于 δ 的值，这印证了解有无穷多个的解释。

通常最好得到整数系数，因此，设 δ = 6 后，就可以计算未知数 α、β 和 γ，反应方程式变为：

在完成几道相同类型的练习后，学生先独立完成并由教师批改，随后再由同伴互评，接着引入了含有离子、也就是带电荷的方程。这里需要运用电荷守恒（方程两边的电荷总和必须相等——这一概念已被所有学生接受），并将其表示为待确定的线性组合。第一个处理的例子是硫代硫酸盐与碘反应，生成碘离子和连四硫酸根：

学生被要求独立寻找解法，并沿用了此前处理原子时的相同思路，这很快引导他们得出了与电荷相关的方程：

因此，完整的求解过程并未遇到任何问题。

因此，学生们很快掌握了这种方法，并能够将其应用于更复杂的情况（例如引入电荷，以及处理一些不那么显而易见的反应，例如

[7]）。

他们还了解到，可以利用与高斯消元法相关的算法将这一任务自动化。这种平衡方程的方法多年来也一直在班级教学中讲授。

5. 总结与结论

以下以总结的形式呈现此次交叉经验反馈的结果。事实上，在教学过程中展示的各种示例、方法和应用，引发了学生从反思的角度提出问题：自从我们开始在这一阶段开展教学以来，每个学期结束时，我们都能与学生交流他们对此的感受。

为了展现学生的反馈，我们会在每个学期末开展质量调查，评估每门所教授的课程，并指出下一学年需要改进的地方，或巩固那些获得良好反馈的做法。该

问卷会在课表安排的时段由全班学生共同填写，以确保答复率达到100%。
因此，下面列出了一些与我们此前研究相关的问题。该研究针对每门课程和每个学期开展，以下以代数 1 课程为例：

问题 1 – 您如何评价代数 1 课程的内容（课件、互动性、课程与辅导课/实践课/项目的一致性等）？

问题 2 – 您如何评价代数 1 课程所采用的考核方式（类型、形式等）？

问题 3 – 您如何评价代数 1 课程所采用的教学方法?

问题 4 – 对于代数 1 课程，您是否有任何意见或建议?

在本研究中，共有一届 60 名学生参与了调查，调查覆盖综合预科阶段的 4 个学期，所得结果突出显示了以下几点：

通过分析前三个问题的回答以及自由评论，我们发现，绝大多数学生都支持这些方法；这些调查还表明，超过80%的学生对此感到满意。

他们意识到，数学与实验科学相关的能力彼此相通。来自普通高中毕业会考或技术类高中毕业会考的一年级学生在接触代数时，常常会因这种抽象且全新的语言而感到困惑，因为对他们而言，这种语言远非直观 [8]。因此，我们的目标是为他们提供应用、使用场景.....让他们在不同于形式化框架的环境中熟悉符号、概念和概念，不涉及定理或证明，从而重新赋予其意义。在物理学或化学的针对性练习中运用这些概念时，他们会发现自己其实早已接触代数，进行公式运算；归根结底，总体而言，他们对这些概念的掌握其实相当不错。

这同样会对学生的成绩产生影响，因为在对跨学科讲授的概念进行评估时，成功率平均提高了30%，这一提升在科学领域不可忽视。下图展示了在物理学和化学中，内容相似的标准评估在采用跨学科教学前后班级平均成绩的变化。这一提升体现在前两年培养期间各教学单元的考核通过情况中，尤其是在物理学、化学和代数等学科中。此外，在这些概念被应用于物理科学之后，代数课程也产生了显著效果，因为学生能够回想起用于构建物理与化学课程的数学元素。因此，这一成功率的提升可以在相关学科——即每个学期的代数、物理学和化学——中得到衡量，并因此推动了每个学期以及整个学年的成功率提高。

除了学习者成功率的提升可以量化之外，我们还发现，学生对某些理论概念的掌握程度也能够观察到，例如这里通过过渡矩阵学习基变换的概念。事实上，即使学生一开始在代数课程

1 中只是死记硬背这一概念，但在另一门学科中再次学习这一主题，例如这里的物理 2 或化学 3，有助于学习者更好地理解其理论含义；对于过渡矩阵而言，这一含义就是几何意义，从而也能更长久地记住所学内容。

对教师而言，除了前面提到的几点，跨学科方法还带来以下优势：首先，它能通过增加课程范围之外的应用案例，使教学方法更加多样化。因此，教师可以选择相关的问题或示例，便于观察概念，并将其融入一个能激发学生兴趣、且对学生有意义的情境中。由此也更容易设计教学课时，并可以进一步开展问题解决式学习。它还能够消除某些理解偏差。

此外，开展跨学科教学可以帮助教师加强不同理科课程之间现有的联系，也能节省教学单元的时间。如果某个理论概念此前已在另一门学科中学习过，那么学习者再次学习这一概念时，无论是否处于相同情境，都能更快地理解它；当某门学科的课时相对于需要掌握的能力和知识而言较为有限时，这一点尤其有用。

然而，为了确保这种方法充分发挥作用，必须事先向学生介绍并阐明其内容。目的并非将代数呈现为一门“无所不能”或不可或缺的学科。对这门学科有所抵触或觉得自己“不擅长”的学生不应因此感到被排斥。因此，正如前文所述，必须谨慎选择示例和问题。

还要强调的是，代数课程在前三个学期均有开设，而物理与化学课程则贯穿预科阶段的全部四个学期，因此，实施这种跨学科教学既有益于物理科学，也有益于代数。事实上，学生会发现这门抽象学科在其他领域中的用途；此后，一旦他们在其他主题中运用过相关内容，就会记得更牢，也能更好地理解这些技术。因此，这种跨学科教学有助于加强这些学科之间的联系，也能促进它们的交叉学习。

如今回顾这四年多的经历，无论是学生还是教师，反馈都相当积极：对学生而言，跨学科教学有助于提升能力；对教师而言，则能够丰富教学方法并推动创新。

此外，在有机会教授这两门学科之前，即使身为教师，我们也没有特别意识到跨学科的存在，而是各自独立地开展教学，没有展示其中存在的各种联系。

过去，在目前这所工程师学院任教之前，我们并未同时教授多门不同的学科，而是只教数学或只教物理科学，因此没有足够的经验来实践跨学科教学。不过，我们观察到（尽管无法量化），通过跨学科教学，学生能更快地掌握知识和能力。

本文表明，以代数为共同学科开展跨学科方法，有助于提升学生的能力：他们能够将所学知识应用于数学课程以外的情境。我们坚信，向他们展示

这种跨学科性，从而让他们认识到代数语言和工具具有普遍性，可以引导他们在截然不同的环境中运用这些工具。其目的显然是让他们能够亲自操作并构建代数表达式，对所遇到的问题进行建模，解读这些表达式，并运用恰当的工具解决问题。应用领域也因此得以拓展：计算机科学、统计学、经济学等。

如上所述，代数是一门基础学科，与物理学、化学等其他理科课程并行开设。由于我们教授这些不同的学科，因此能够提出一些方法、示例和跨学科应用，从而提升学生的能力。这种多学科方法本身就代表着教学实践的变革。我们深知，这里所述的情况较为特殊，教师通常只专注于各自的领域；然而，这种方法的优势毋庸置疑，因此我们建议共同探讨如何并行制定教学流程，以及不同学科教师之间如何开展必要的协商。

跨学科在教学中日益普遍，尤其是在科学领域。这种做法对于那些可能显得抽象的概念特别有意义，因为它能够使理论概念更加具体，从而帮助学生更容易地理解和掌握。此外，数学工具是每一名工程师学院毕业生都必须具备的必要理论素养，因为数学在其未来职业中无处不在。因此，有必要向学生展示数学同样可以应用于其他领域以及所修读专业的其他课程中。

参考文献

[1] A. Arcavi, 《符号感：非正式意义建构》，载于《形式数学》，《数学学习》，第 14 卷第 3 期，第 24–35 页（1994 年）

[2] https://www.fresnel.fr/perso/stout/electromag/坐标_curviligne.pdf

[3] https://agreg-maths.univ-rennes1.fr/documentation/docs/volterra.pdf

[4] http://scienc.industrielles.free.fr/dynamique/矩阵%20d%27inertie.htm

[5] http://www.gm.univ-montp2.fr/spip/IMG/pdf/mathsTD7.pdf

[6] S. Canac, 《化学的符号表征系统 (1⁄2)：这种语言的特点》，ENS Eduscol 2020—网站：https://culturesciences.chimie.ens.fr/thematiques/didactique

[7] D. Lay、S. Lay、J. McDonald, 《线性代数及其应用》，第5版（2016）

[8] O. RABIOU, 《线性代数学习所面临的问题》，雷恩数学研究所出版物，第3册（数学教学法专刊），第141-159页（1993）。

[9] Le Prévost，M.（2010）。异质性、多样性、差异：走向怎样的学生平等？《心理社会学新评论》，9，55 661039170090055-。https://doi.org/。/nrp.。

Mickaël Bosco，ESAIP教师研究员，PION小组成员，马赛IRES，CERADE电子邮箱：mbosco@esaip.org

Nicolas Michel，ESAIP教师研究员，
CERADE 电子邮箱：nmichel@esaip.org