本文于2022年7月28日提交至IEEE《信息取证与安全汇刊》。

复杂径向畸变校正下的相机归属识别自适应方法

Andrea Montibeller，*IEEE*学生会员，以及 Fernando P´erez-Gonz´alez，*IEEE*会士*E*

arXiv:2302.14409v1 [cs.CV] 28 Feb 2023

摘要—**由相机内软件或相机外软件/固件执行的径向校正畸变会改变图像的支撑网格，从而妨碍基于PRNU的相机归属。现有解决方案通常尝试使用由少量变量参数化的径向变换来反演或估计校正，以限制计算负荷；然而，随着复杂畸变校正日益普遍，其性能并不令人满意。本文提出一种自适应算法，通过将图像划分为同心圆环，能够处理复杂的校正操作，例如由Adobe Lightroom、Photoshop、GIMP和PT-Lens等第三方相机外软件执行的校正。我们还引入了一种称为累积相关能量峰值（CPCE）的统计量，从而实现高效的提前停止策略。在包含大量相机内和相机外径向校正图像的数据集上进行的实验表明，与最先进水平相比，我们的方法在准确率和计算成本方面均有所提升。**

索引词—**图像取证、来源归因、光电响应不均匀性、光响应非均匀性、径向校正、畸变校正、峰值相关能量、自适应处理。**

I. 引言

近年来，基于光响应非均匀性（PRNU）的相机指纹在取证应用中广受欢迎，这得益于其能够识别拍摄特定图像的设备。PRNU 是一种乘性空间模式，其独特性源于制造缺陷；这些缺陷导致传感器元件在面积和基底材料上存在细微差异，使它们即使在完全均匀的平场下，也会捕获不同量的能量 [1]。PRNU 在多媒体取证中的应用不仅限于根据图像 [2]或视频 [3]，进行相机识别，它还被用于检测反映图像篡改 [4]的不一致之处。

遗憾的是，PRNU 可以被准确地建模为白随机过程，这一事实也解释了它为何会对改变图像坐标的几何变换如此敏感。若不撤销这些变换，标准检测统计量的表现就会很差，因为它们大致基于互相关，而网格错位时互相关值会非常小。文献中已提出多种方法来处理这些空间变换，包括数字变焦 [5], 视频稳定 [6], 高动态范围（HDR）处理 [7], 以及径向畸变校正 [8], [9]。本研究提出的方法正是在最后一种情形下开发的。

径向畸变校正旨在以数字方式去除相机镜头引入的畸变。随着设备计算能力的提升，这类处理日益普及；紧凑型相机、平板电脑和智能手机如今普遍采用机内校正。另一方面，也可以使用 Adobe Lightroom 等功能强大的软件进行机外校正，这类软件能够根据相机所装镜头的模型，几乎完美地逆转畸变。这并非通过应用传统的径向畸变模型（如桶形 或枕形畸变）实现，而是借助复杂模型（即包含大量参数的模型）。因此，现有方法[8], [9] 所依赖的模型至多只有两个参数，在应对这类复杂的机外处理时，只能部分实现相机归属识别。增加模型参数的数量通常并不可取，因为逆转畸变校正需要进行网格搜索，其计算负荷会随着未知参数数量的增加而呈指数级增长。

本文提出一种在径向校正条件下进行基于PRNU的相机归属识别的新方法，该方法能够处理复杂模型，同时不会显著增加计算负荷。其核心思想是将待测图像和PRNU划分为一系列同心圆环，这些环带足够窄，因此可以用简单的（即线性或三次）畸变模型进行局部描述，从而采用同样简单的逆变换。算法依次遍历各环带，并跟踪累积峰值相关能量比（CPCE）。CPCE 是本文提出的一种统计量，用于判断经过径向校正的测试图像是否包含参考PRNU。实际上，该过程的顺序特性使其能够采用提前停止策略：无需处理所有环带即可判定匹配，从而节省计算时间。我们方法的另一项关键特性是自适应性：我们不对描述各环带畸变的参数进行宽区间搜索，而是采用一种自适应的类最小均方预测器，根据先前处理的环带更新参数，从而缩小当前参数的搜索范围。这样既大幅提高了计算效率，又不牺牲灵活性。为引导搜索，我们提出并从数学上论证了一种新的目标函数。

我们从准确率和速度两个方面评估了我们方法的不同变体。我们将我们的方法与 [8] 和 [9] 中的最先进水平进行比较，所使用的是一个大型数据集，该数据集由以下方式获取的图像组成：1）由紧凑型设备拍摄并在相机内进行径向校正；2）由单反相机拍摄并在相机外使用不同软件工具进行径向校正

A. Montibeller 任职于意大利特伦托 38123 特伦托大学信息工程与计算机科学系（电子邮箱：an- drea.montibeller@unitn.it）。F. P´erez-Gonz´alez 任职于西班牙维戈 36310 维戈大学信号理论与通信系 atlanTTic研究中心（电子邮箱：fperez@gts.uvigo.es）。稿件收到日期：xxxx 年 xx 月 xx 日；修订日期：xxxx 年 xx 月 xx 日。

本文于2022年7月28日提交至IEEE《信息取证与安全汇刊》。

。结果表明，我们的性能得到了显著提升，尤其是在低分辨率图像以及存在复杂径向校正的情况下。

本文其余部分安排如下：第二节介绍数学背景并阐述所研究的问题。第三节讨论相关的最先进水平。第四节介绍所提出的方法，并在第五节对其进行验证和比较 [8]与 [9]。最后，第六节给出结论。

II. 问题表述与建模

A. 符号

本文将研究灰度图像（推广至彩色图像十分直接）。二维信号用粗体表示。对于每个此类信号，都会指定一个定义域 $\mathbb{S} \subset \mathbb{Z}^2$；例如，定义域为 $\mathbb{S}_X$ 的信号 $\mathbf{X}$是由一组值 $X_{i,\,j} \in \mathbb{R}$ 构成的，这些值定义在所有位置 $(i,\ j) \in \mathbb{S}_X$ 上。对于大小为$M \times N$的图像，其原始定义域为 $\mathbb{I} = \{1, \cdots, M\} \times \{1, \cdots, N\} \subset \mathbb{Z}^2$；不过，我们经常需要处理 $\mathbb{I}$ 的子集所构成的定义域。我们用 D_2 表示定义域 $\mathbb{I}$ 的对角线长度的一半，以像素为单位。注意，集合 $\mathbb{I}$ 可以表示为 $\mathbb{I} = \mathbb{B} \cap \mathbb{Z}^2$，其中 $\mathbb{B} \subset \mathbb{R}^2$ 表示图像边界框。

定义域分别为 $\mathbb{S}_X$ 和 $\mathbb{S}_Y$ 的两个信号 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的内积，可通过扩展矩阵的弗罗贝尼乌斯乘积定义为 $\langle \mathbf{X}, \mathbf{Y} \rangle \doteq \sum_{(i,j) \in \mathcal{S}} X_{i,j} Y_{i,j}$，其中假设 $\mathcal{S} = \mathbb{S}_X \cap \mathbb{S}_Y$ 非空。由此内积诱导的定义域为 $\mathbb{S}_X$ 的 $\mathbf{X}$ 的弗罗贝尼乌斯范数为 $\|\mathbf{X}\| \doteq \sqrt{\langle \mathbf{X}, \mathbf{X} \rangle} = \sqrt{\sum_{(i,j) \in \mathbb{S}_X} X_{i,j}^2}$。信号 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的乘积记作 $\mathbf{X} \bigcirc \mathbf{Y}$，表示逐元素乘积，即 $(\mathbf{X} \bigcirc \mathbf{Y})_{i,j} = X_{i,j} \cdot Y_{i,j}$，并对所有 $(i,j) \in \mathbb{S}_X \cap \mathbb{S}_Y$ 定义。$\mathbf{X}$ 的乘法逆元记作 $\mathbf{X}^{\circ -1}$，满足 $(\mathbf{X}^{\circ -1})_{i,j} = X_{i,j}^{-1}$。对于定义域为 $\mathbb{S}_X$ 的信号 $\mathbf{X}$，我们用 $\bar{\mathbf{X}}$ 表示一个与 $\mathbf{X}$ 具有相同支撑集的常量信号，其值为样本均值 $\sum_{(i,j) \in \mathbb{S}_X} X_{i,j} / |\mathbb{S}_X|$，其中 $|\mathbb{S}_X|$ 表示 $\mathbb{S}_X$ 的基数。$\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 之间的归一化互相关（NCC）定义为

$$\rho(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{\langle \mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}, \mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}} \rangle}{\|\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}\| \cdot \|\mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}}\|}, \tag{1}$$

内积和范数的定义如上。

给定一个定义域为矩形域 $\mathbb{I}$ 的信号$\mathbf{X}$ 以及向量$\mathbf{s} = (s_1,\ s_2) \in \mathbb{Z}^2$，我们用 $C(\mathbf{X},\ \mathbf{s})$ 表示$\mathbf{X}$ 按向量$\mathbf{s}$进行循环移位后的结果，因此，$C(\mathbf{X},\ \mathbf{s})$ 的第 $(i,\ j)$ 个分量为$X_{(i+s_1) \bmod M,\ j+s_2) \bmod N}$。注意，$C(\mathbf{X},\ \mathbf{s})$ 的定义域同样是 $\mathbb{I}$。最后，全零图像记为$\mathbf{0}$。

B. PRNU估计

如前所述，PRNU 是一种乘性噪声类信号，可用作传感器指纹 [1],[5]。由于 PRNU 是非常微弱的信号，因此有必要将其与真实图像及其他噪声分量分离。若$\mathbf{I}_0$表示无噪声时的图像，$\mathbf{K}$ 表示 PRNU，则可推导出以下简化模型 [10]:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_0 \circ \mathbf{K} + \mathbf{\Theta}, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{\Theta}$ 与$\mathbf{I}_0$ 和$\mathbf{K}$均不相关，并概括了不同性质的噪声分量，且所有信号均定义在 $\mathbb{I}$ 上。通过分析相机拍摄的 L 幅图像$\mathbf{I}^{(l)}$, $l = 1, \cdots, L$，可以提取该相机的指纹$\mathbf{K}$。令 $\mathbf{W}^{(l)}$ 表示将通用去噪滤波器 $F(\cdot)$ 应用于第 i 幅图像$\mathbf{I}^{(l)}$后得到的噪声残差，则

$$\mathbf{W}^{(l)} = \mathbf{I}^{(l)} - F(\mathbf{I}^{(l)}), \quad l = 1, \cdots, L. \tag{3}$$

在我们报告的所有实验中，都使用了 Mihcak 的小波去噪器 [11]，因为它在性能与复杂度之间取得了极佳的权衡。随后，PRNU 可按如下方式估计 [10]:

$$\hat{\mathbf{K}} = \left(\sum_{l=1}^{L} \mathbf{I}^{(l)} \circ \mathbf{W}^{(l)} \right) \circ \left(\sum_{l=1}^{L} \mathbf{I}^{(l)} \circ \mathbf{I}^{(l)} \right)^{\circ -1}. \tag{4}$$

通常会对得到的估计进行后处理，以去除大多数相机中存在的一些系统性伪影。在此，我们将遵循 [10]，按列和行执行均值去除操作，并在离散傅里叶变换域中使用维纳滤波器，以去除周期性空间伪影。对于彩色图像，分别估计 RGB通道的指纹，然后按照 [12]将它们线性组合为灰度图像。给定一幅待调查图像$\mathbf{I}$ 及其对应的残差$\mathbf{W} \doteq \mathbf{I} - F(\mathbf{I})$，可以构造二元假设检验，以判定$\mathbf{I}$ 是否包含某个光电响应不均匀性$\mathbf{K}'$，且该光电响应不均匀性有一个$\hat{}$，估计 $\mathbf{K}$ 可用。我们将该检验的原假设（即$\mathbf{I}$ 不包含$\mathbf{K}'$）记为 H_0，将备择假设（即$\mathbf{I}$包含$\mathbf{K}'$）记为 H_1。

该检验中最常用的决策统计量是峰值相关能量比（PCE）。该统计量计算检验图像残差$\mathbf{W}$ 与候选相机估计得到的 PRNU$\mathbf{K}$ 之间的峰值互相关，并通过在H_0 [12]条件下对相关噪声的估计值进行归一化。

对于未裁剪图像，PCE 可简化为

$$\mathrm{PCE}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W}) = \frac{\mathrm{sgn}(\rho(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W})) \cdot \rho^2(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W})}{\frac{1}{|\mathcal{I} \setminus \mathcal{S}|} \sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{S}} \rho^2(\hat{\mathbf{K}}', C(\mathbf{W}, \mathbf{s}))}, \tag{5}$$

其中，按照 [13]，中提出的改进，我们纳入了 NCC 的符号，以排除在 H_1 条件下不应出现的负值。在（5）中，$\mathcal{S}$ 是以（0,0）为中心的循环排除邻域，其尺寸较小（例如 11×11 个像素），用于在 H_1 成立时估计互相关噪声，避免互相关峰造成污染。注意，对于每个$\mathbf{s}$，$\|C(\mathbf{W}, \mathbf{s}) - C(\mathbf{W}, \mathbf{s})\| = \|\mathbf{W} - \mathbf{W}\|$，令$\tilde{\mathbf{W}} \doteq \mathbf{W} - \mathbf{W}$，则（5）也可改写为

$$\mathrm{PCE}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W}) = \frac{\mathrm{ssq}(\langle \hat{\mathbf{K}}', \tilde{\mathbf{W}} \rangle)}{\frac{1}{|\mathcal{I} \setminus \mathcal{S}|} \sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{S}} \langle \hat{\mathbf{K}}', C(\tilde{\mathbf{W}}, \mathbf{s}) \rangle^2}, \tag{6}$$

其中，我们根据上文所述的零均值操作，假设$\mathbf{K}$ 的均值为零；带符号平方函数 $\mathrm{ssq}(\cdot)$ 满足 $\mathrm{ssq}(x) \doteq \mathrm{sgn}(x) \cdot x^2$。

本文于2022年7月28日提交至 IEEE《信息取证与安全汇刊》。

C. 镜头畸变模型

为描述径向对称的桶形畸变/枕形畸变，我们采用 [8] 中提出并在 [14], [15], [16]中解释的相同模型。若将径向畸变前后的坐标分别记为 (x, y) 和 (x', y')，则可逆的几何映射 T_α 为

$$\begin{aligned} T_\alpha : \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\mapsto (x', y') \end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$x' = x_p + (x - x_p)(1 + \alpha r^2); \tag{8}$$

$$y' = y_p + (y - y_p)(1 + \alpha r^2), \tag{9}$$

并且 $(x_p,\ y_p)$ 是图像的光学中心，$r^2 \doteq [(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2]/D_2^2$ 是点 $(x,\ y)$ 到光学中心的归一化平方径向距离。除以 D_2^2 进行归一化只是为了方便，使得 $r = 1$ 对应于图像对角线 [8]的一半。参数 $\alpha \in \mathbb{R}$ 用于对式（8-9）中的径向畸变类型建模：$\alpha > 0$ 表示枕形畸变，$\alpha < 0$ 表示桶形畸变。或者，给定 $(x_p,\ y_p)$ 并假设 $T_\alpha(x_p,\ y_p) = (x_p,\ y_p)$，该变换可用归一化极坐标表示。由于相位在 $T_\alpha(\cdot)$下保持不变，我们稍微放宽一下记号，省略相位分量，有时将径向变换写作 $T_\alpha : \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$，使得

$$r' = T_\alpha(r) = r(1 + \alpha r^2). \tag{10}$$

更复杂的径向校正 [17], [9] 可以通过一个 n阶模型表示：

$$r' = T_{\boldsymbol{\alpha}}(r) = r\left(1 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i r^{2i}\right), \tag{11}$$

其中，$\boldsymbol{\alpha} \doteq [\alpha_1, \cdots, \alpha_n]^T$是一个实参数向量。

同样地，稍微滥用一下符号，按照 [8]，给定一个定义域为 S_X 的信号 $\mathbf{X}$，映射 $\mathbf{Y} = T_{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{X})$ 按如下方式生成。令 $\mathbf{X}'$ 为定义域 $\mathsf{S}_{X'} = T_{\boldsymbol{\alpha}}(\mathsf{S}_X)$ 上的信号，使得对于每个 $(u, v) \in \mathsf{S}_X$，且对于 $(u', v') = T_{\boldsymbol{\alpha}}(u, v)$，$X'_{u',v'} = X_{u,v}$。然后，给定一个输出定义域 S_Y，通过对定义在 S'_X 上的信号$\mathbf{X}'$ 在 S_Y 中各点进行插值，得到信号 $\mathbf{Y} = T_{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{X})$。当然，在指定 S_Y 时必须谨慎，以确保能够在 S_Y 中所有点处计算插值。我们将在第 IV 节介绍我们的方法时，更清楚地阐述这一点。

D. 直接法和逆向法*PCE*计算

当正在分析的图像经过径向畸变校正后，由于支撑 $\mathbf{K}$ 和$\mathbf{W}$ 的网格不会重合（请回忆，光电响应不均匀性具有非常窄的空间自相关函数），因此在 H_1 假设检验中，检验统计量 PCE($\hat{\mathbf{K}}'$,$\mathbf{W}$)预计会表现不佳，$\hat{}'$。

在 [8] 中探讨的方法是在计算峰值相关能量（PCE）时考虑失真校正。如果已知径向映射的参数向量 $\boldsymbol{\alpha}$，基本上有两种可能的方法，我们称之为直接方法和逆方法。在$\hat{}'$直接方法中，对候选 PRNU $\mathbf{K}$ 进行变换以使其网格与$\mathbf{W}$的网格匹配。此时，检验统计量变为

$$\mathrm{PCE}_{\mathsf{dir}}(\boldsymbol{\alpha}) \doteq \mathrm{PCE}(T_{\boldsymbol{\alpha}}(\hat{\mathbf{K}}'), \mathbf{W}), \tag{12}$$

其中，I_T 中 $T_{\boldsymbol{\alpha}}(\hat{\mathbf{K}}')$的定义域是 I 的最大矩形子集，在该子集上可以计算插值（见第 II-C 节末尾的讨论），因此，I_T在式（5）的分母中取代 I。

在逆向方法中，$\mathbf{W}$ 被映射回原始$\hat{}'$定义域，因此其网格与$\mathbf{K}$的网格重合。此时的检验统计量为

$$\mathrm{PCE}_{\mathsf{inv}}(\boldsymbol{\alpha}) \doteq \mathrm{PCE}(\hat{\mathbf{K}}', T_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}(\mathbf{W})). \tag{13}$$

其中，如上所述，I_T中$T_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}(\mathbf{W})$的定义域是 I 的最大矩形子集，在该子集上可以计算插值，而 I_T 在式（6）的分母中取代 I。

由于我们希望找到最佳匹配，[8] 建议使用以下统计量

$$\mathrm{PCE}_{\mathsf{max}}(\boldsymbol{\alpha}) \doteq \max\{\mathrm{PCE}_{\mathsf{dir}}(\boldsymbol{\alpha}), \mathrm{PCE}_{\mathsf{inv}}(\boldsymbol{\alpha})\}. \tag{14}$$

当参数向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 未知时（实际中经常如此），就必须对其进行估计。在 [8]中，这是通过最大化式（12-13）中的检验统计量来实现的，从最大似然的角度来看，这样做是合理的。设 $\mathsf{A} \subset \mathbb{R}^n$ 为可行向量 $\boldsymbol{\alpha}$的集合；那么，假设检验中使用的统计量为

$$\mathrm{PCE}^*_{\mathsf{max}} \doteq \max_{\boldsymbol{\alpha} \in \mathcal{A}} \mathrm{PCE}_{\mathsf{max}}(\boldsymbol{\alpha}). \tag{15}$$

对于式（10）中的标量 $\boldsymbol{\alpha}$，式（13）所需的逆径向校正 $T_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}$（$\mathbf{W}$）可利用拉格朗日反演定理 [18, 3.6.6.] 进行近似，得到

$$r = T_\alpha^{-1}(r') = r'(1 - \alpha r'^2 + 3\alpha^2 r'^4 + O(r'^6)). \tag{16}$$

采用上述方法，在许多实际情况下，可以通过求出 α [8]的最优值来近似求逆径向校正。然而，当应用了式（11）所示的更复杂径向校正时，单个参数 α 可能不足以描述这种情况。为说明这一点，我们考虑一幅尺寸为 3456×5184 的图像，该图像由佳能 1200D 相机搭配佳能 EF-S 10-18mm 镜头拍摄，并使用 Adobe Lightroom 进行了径向校正（针对所安装镜头采用相应设置，并使用最强校正）。我们将图像划分为宽度为 64 像素、彼此不重叠的环带，并通过穷举搜索，针对每个环带找出使式（13）中的峰值相关能量$_{\mathsf{inv}}$（α）最大化的 α 值，其中求逆通过式（16）完成。结果如图 1 所示，以环带的内半径为横轴绘制。显然，α 与 r 存在依赖关系，这表明仅用一个参数不足以描述径向变换，因此必须寻求更复杂的关系，即使该关系仍采用参数化形式。

III. 最先进水平

峰值相关能量对估计的光电响应不均匀性与残差所对应位置的正确对齐非常敏感；这意味着，除非在式（12）或（13）的映射中使用了一个 $\boldsymbol{\alpha}$ 非常接近真实值的数值，否则所得

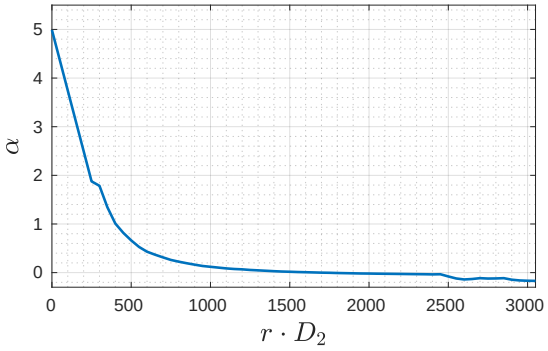


图 1：使 PCE 达到最大值的 α maximizing $\mathrm{PCE}_{\mathrm{inv}}(\alpha)$ 相对于环带内半径的取值。数值采用线性插值。佳能 1200D 相机搭配 EF-S 10-18mm 镜头，使用 Adobe Lightroom 进行校正。焦距：10mm。快门速度：1/100 秒。光圈：f7.1。ISO 800。使用 20 张采用上述设置拍摄的自然图像估计 PRNU。

峰值相关能量会非常小，当假设 H_1 成立时，很可能会拒绝该假设。为说明这一现象，在图 2 中，我们展示了使用松下 DMC-ZS7 相机拍摄的一幅图像的 $\mathrm{PCE}_{\max}(\alpha)$ 函数，拍摄参数为：快门速度：1/400 s，光圈：f4.4，焦距：19.5 mm，ISO 100。 α 中的步长为 $2 \cdot 10^{-3}$。如我们所观察到的，在 H_1 下，该函数具有非常明显的尖峰性，因此必须使用足够密集的网格；否则很容易错过峰值。此外，这种尖峰性排除了使用基于梯度的算法的可能性，因为这些算法只有在峰值附近极小的范围内才能发挥作用。

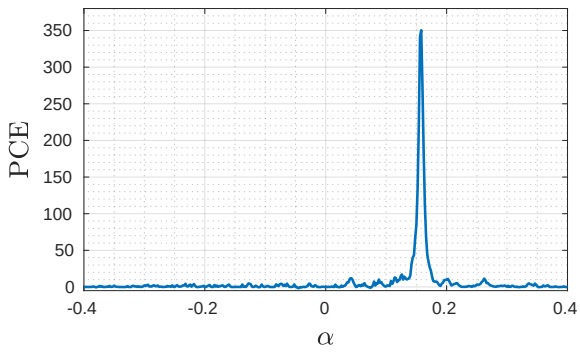


图 2：松下 DMC-ZS7 相机的 $\mathrm{PCE}_{\max}$ 作为 α 的函数。

因此，参数空间中的任何搜索网格都必须足够精细，才能定位最大值。文献[8] 中的方法认为，变换（包括正向变换和逆变换）由一个标量 α 参数化，并首先选择一个搜索区间 $[-A, A]$，然后逐步细化该区间，使得在每次迭代 k中，对于 $k = 1, \cdots, k_{\max}$，都会生成一个包含$2^k + 1$ 个点的网格。注意，在第 $k + 1$次迭代中，仅会生成 2^k 个新点。设定一个阈值 τ_1，如果经过全部 $k_{\max}$ 次迭代后，网格中不存在满足 $\mathrm{PCE}_{\max}(\alpha) > \tau_1$的 α，则停止搜索并判定为不匹配（即决定 H_0）。在每次迭代中，$\mathrm{PCE}_{\max}$ 会在所有网格点上取最大值；这只需对新点计算该值。设 α° 为取得最大值的网格点；如果在某次迭代中 $\mathrm{PCE}_{\max}(\alpha^\circ) > \tau_1$，则停止搜索，并进入第二阶段以细化 α°的值。然而，为了加快处理速度，只要在发现满足 $\mathrm{PCE}_{\max}(\alpha^\dagger) > \tau_2$ （其中 $\tau_2 > \tau_1$）的$\alpha^\dagger$ 时 $k > 4$，最大化过程就会跳过对所有网格点的穷举。在这种情况下，算法将围绕 $\alpha^\dagger$进行搜索，并进入第二阶段。第二阶段采用第一阶段退出时 α 的值，并利用其在网格中的两个相邻点构造一个区间。如果 k^* 是第一阶段 k 的退出值，则该区间的宽度为 $A/2^{k^*-1}$。随后执行黄金分割搜索，直到区间宽度约为 $1/(8D_2)$，其中 D_2 是图像的半对角线。设 α^* 为通过黄金分割搜索得到的值；那么，如果 $\mathrm{PCE}_{\max}(\alpha^*) > \tau_3$，则接受假设$H_1$，否则声明 H_0。[8] 中建议的阈值为 $\tau_1 = 15$ 和 $\tau_2 = \tau_3 = 75$，以及 $k_{\max} = 7$。为降低计算负荷，[8]将信号在每个维度上下采样两倍；由于这在某些情况下会影响准确率，因此在实验部分，我们将同时考虑下采样（DS）版本和未下采样版本。

[9] 中的方法采用了不同的思路，通过利用残差中存在的所谓线性模式——这些模式源于采集设备产生的伪影——来执行径向校正桶形畸变的逆变换。在线性模式通常会在来源归因过程中被移除，但将其保留时，它们可作为导频信号，用于推断径向校正畸变。用于引导参数估计的特征是线性模式的能量。对于给定的残差 W，该能量定义为 $E(\mathrm{W}) \doteq \|\mathbf{c}\|^2 + \|\mathbf{r}\|^2$，其中 c 和 r 分别是包含 W 的列平均值和行平均值的向量。接着，考虑四阶变换集合 $T_{\boldsymbol{\alpha}}(r) = r(1 + \alpha_2 r^2 + \alpha_4 r^4)$，其中 $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_2, \alpha_4)$，[9] 中的方法旨在相对于 $\boldsymbol{\alpha}$ 最大化 $E(T_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}(\mathrm{W}))$。其依据是：应用正确的逆变换后，线性模式将得到恢复；否则，列平均值和行平均值预计会产生较低的数值。现在，变换由两个变量 α_2 和 α_4 参数化，这一事实为逆变换提供了更大的灵活性，但也可能带来更高的计算成本。为使优化更易于处理，第一阶段是在变量 α_2 上拟合一个二次多项式，该多项式拟合的是在 $\alpha_2 \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$、$\alpha_{\min} > 0$和 $\alpha_4 = 0$的网格上采样得到的 $E(T_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}(\mathrm{W}))$ 值。之所以选择 α_4，是因为在实践中，α_4 对 $T_{\boldsymbol{\alpha}}(r)$ 的贡献仅在 r 较大时才显著，即远离图像中心时才显著。第一阶段得到 $\alpha_2^{(1)}$ 的值，该值对应于线性模式能量与其多项式拟合之间差异的最大值。第二阶段采用 Nelder–Mead 优化（使用线性模式能量作为代价函数），并以由 $\alpha_2^{(1)}$ 得出的三个点作为初始点。由此得到两个最优径向校正参数 (α_2^*, α_4^*)。由于噪声的影响，无论是否应用了径向校正，前述过程都会得到一个最优值 $\alpha_2 \neq 0$。因此，只有当

在 (α_2^*,α_4^*) 的邻域内评估的代价函数证实存在显著峰值时，才会确认该判定；否则，该图像将被视为未经径向校正。

尽管如我们将在第五节中看到的那样，上述两种方法的性能相当不错，但它们存在两个主要的固有局限，而我们的工作旨在克服这些局限：1）相应的第一阶段会在固定 网格上进行穷举搜索。再加上峰值相关能量对参数向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 相对于正确参数的变化极为敏感，导致目标函数呈现非常尖锐的峰形，因此需要采用相对密集的网格，以降低错过最优值的风险。不幸的是，网格过于密集会带来显著的计算成本。2）同样由于穷举搜索的计算成本，变换 $T_{\boldsymbol{\alpha}}$ 和 $T_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}$采用的参数数量较少： [8], 中为一个， [9]中为两个。因此，这些参数化无法捕捉更复杂的径向校正，例如图像编辑程序所采用的校正。随着相机外处理能力的提升，这一趋势很可能会愈发明显。

第四节：所提方法

为了阐明本文提出的方法，我们将借助一个由流行的照片编辑软件*Adobe Lightroom* 生成的示例，从中获得必要的线索。图像由 Canon 1200D 相机拍摄，随后使用 Lightroom 进行径向校正。在图3中，我们叠加了两个峰值相关能量$_{\text{inv}}$ 图（分别对应 $\alpha=-0.01$和 $\alpha=0.05$），其中使用式（13）和（16）在大小为 64×64 的不重叠图块上计算峰值相关能量$_{\text{inv}}(\alpha)$。仅为说明之用，并为了增强可视效果，待分析的（经过径向校正的）图像（用于计算 $\mathbf{W}$ ）是用于提取 $\hat{}\,'\mathbf{K}$的20张平场图像之一。可以看到，峰值相关能量显著的区域呈环带状，且环带的位置取决于 α。这表明，若 $L(r)$表示软件引入的径向校正， $L^{-1}(r)$表示其逆变换，则对于给定的 $\alpha=\alpha_0$，$T_{\alpha_0}^{-1}(r)\approx L^{-1}(r)$ 仅在某个$r=r^*$的小邻域内。

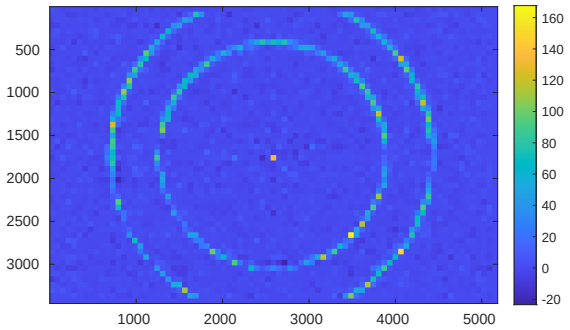


图3：$_{\text{inv}}(\alpha)$ 对应： $\alpha=-0.01$ 和 $\alpha=$ 0.05.

这项实验清楚地表明，对于复杂径向校正，类似（16）的方法行不通。然而，反演在局部有效这一事实表明，可以将问题划分为图4所示的不重叠同心环带，并分别求解。

A. 集合划分与变换计算

令 R_k, $k=1,\cdots,L$为第 k个环带，其定义如下：内半径为 r_k （请注意，半径按 D_2 缩放，使得 $r=1$对应于图像对角线的一半），宽度为 Δ_k：

$$\mathcal{R}_k \doteq \{(u,v)\in\mathbb{R}^2 : r_k^2 \le u^2+v^2 < (r_k+\Delta_k)^2\}. \tag{17}$$

内半径按 $r_{k+1}=r_k+\Delta_k$生成，其中 $r_1=0$；最后一个环带的内半径 r_L 满足 $r_L<1<r_L+\Delta_L$ （见图4）。根据此定义，第一个环带退化为圆盘，且图像被环带完全覆盖。除这个退化的环带外，本文假设对所有 k均有 $\Delta_k=\Delta$ 。

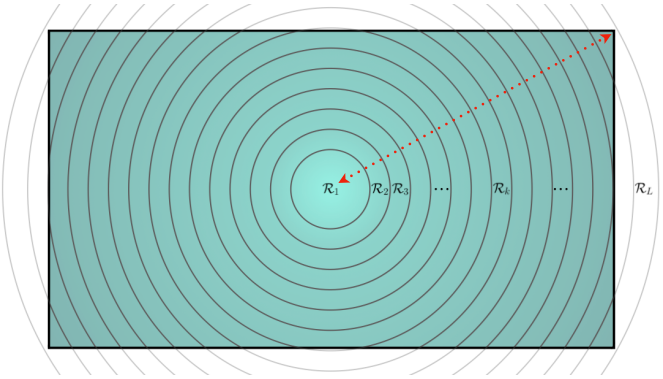


图4：所提出方法中使用的环带划分。

图 1 所示的实验（对每个环带进行暴力搜索得到）表明，允许 α 随 r 变化，就可以很好地对径向校正进行建模，因此此处的 (10) 变为

$$r' = T_{\alpha(r)}(r) = r(1+\alpha(r)\cdot r^2). \tag{18}$$

其思路是，允许 α 成为 r 的函数，就能更灵活地对复杂畸变进行建模。此外，只要环带足够窄，对于所有 $r\in\mathrm{R}_k$，零阶近似 $\alpha(r)\approx\alpha(r_k+\Delta_k/2)\doteq\alpha_k$ 都会足够准确。这个局部近似使我们能够将 (16) 用于逆变换。不过，由于我们允许 α 随 r 变化，因此除了像 (18) 那样采用局部三次依赖关系之外，考虑局部线性关系也很合理，即 $r'=T_{\alpha(r)}(r)=r(1+\alpha(r))$。尽管对于通用映射，为了保持一般性，我们仍将使用 $T_{\alpha_k}(r)$ 和 $T_{\alpha_k}^{-1}(r)$，但会通过添加下标 c 表示三次，并添加 l 表示线性，从而对它们加以区分。因此，在每个环带上，我们写作

$$\begin{aligned} T_{\alpha_k,c}(r) &\doteq r(1+\alpha_k\cdot r^2);\\ T_{\alpha_k,l}(r) &\doteq r(1+\alpha_k),\quad r\in\mathcal{R}_k, \end{aligned} \tag{19}$$

而相应的逆映射为

$$\begin{aligned} T_{\alpha_k,c}^{-1}(r') &\approx r'(1-\alpha_k\cdot r'^2+3\alpha_k^2 r'^4),\quad r'\in T_{\alpha_k,c}(\mathcal{R}_k);\\ T_{\alpha_k,l}^{-1}(r') &= \frac{r'}{1+\alpha_k},\quad r'\in T_{\alpha_k,l}(\mathcal{R}_k), \end{aligned} \tag{20}$$

请注意，式（20）中的逆变换的值域可能不同，因为在局部三次映射和局部线性映射下，每个环带的图像都会有所不同。

给定一组环带 R_k，$k = 1,\cdots,L$，可以将式（12）中的映射 $T_{\boldsymbol{\alpha}}(r)$ 看作由一系列变换 $T_{\alpha_k}(r)$，$k = 1,\cdots,L$ 组成，并由向量 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1,\cdots,\alpha_L]^T$ 参数化。显然，关于 $\boldsymbol{\alpha} \in \mathrm{A} \doteq \mathrm{A}_1 \times \cdots \mathrm{A}_L$ 最大化峰值相关能量（PCE），其中 A_k 是 α_k 的可行集，会因涉及的 L 维度而遭遇组合爆炸，因此我们将着眼于寻找高效的备择方法来进行近似最大化。

首先，将每个环带单独处理，并找出在 k 个环带约束下 α_k 的最优值。在这一步有几种可行的方法。一种方法是找出α_k，使其在 k 个环带约束下使峰值相关能量（PCE）最大；遗憾的是，由于总 PCE并非 这些受约束 PCE 之和，因此很难依据这一准则逐个处理环带。我们选择采用最大似然估计方法，旨在找出 α_k，使得观测到的互相关与估计的光电响应不均匀性（PRNU）具有最高的似然。说明如何以自适应方式为每个环带找到最优的 α_k（第 IV-C 节）后，我们将解释如何计算和更新 PCE（第 IV-D 节）。

下面，我们将对逆向方法的环带（即使用 $T_{\alpha_k}^{-1}$）进行形式化描述，随后说明如何将该讨论调整为适用于直接方法。令P_k 为图像网格中包含于第 k个环带内的点集，即

$$\mathcal{P}_k \doteq (D_2 \cdot \mathcal{R}_k) \cap \mathcal{I}, \quad k = 1,\cdots,L, \tag{21}$$

其中，将 R_k 乘以 D_2（即以像素为单位的对角线长度的一半）是必要的，以便将环带重新缩放为整数坐标（请注意，$r = 1$ 对应于对角线的一半）。

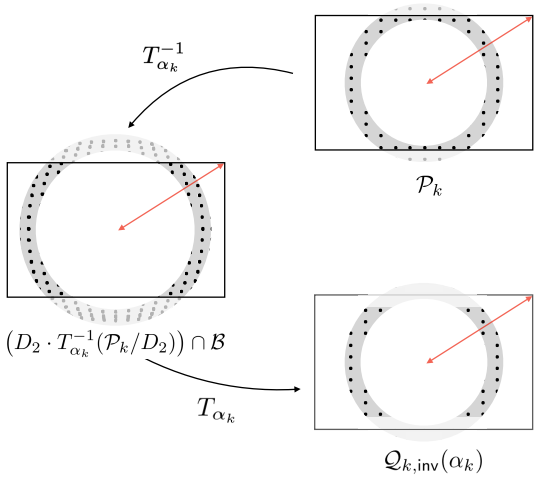


图5：变换 $T_{\alpha_k}^{-1}$ 和T_{α_k} 的应用示意图及相关定义域。

给定 $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \bar{\mathbf{W}}$ 和 P_k，$T_{\alpha_k}^{-1}(\tilde{\mathbf{W}})$ 的计算过程如下（见图 5）。首先，计算集合 P_k 在 $T_{\alpha_k}^{-1}$ 下的图像，即 $T_{\alpha_k}^{-1}(\mathrm{P}_k)$，并丢弃落在图像边界 B 之外的变换点，因为后续无法对这些点进行插值。对于其余点，通过对 $\tilde{\mathbf{W}}$ 进行插值，得到 $T_{\alpha_k}^{-1}(\tilde{\mathbf{W}})$。令 $\mathrm{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k)$ 为 P_k 中其在 $T_{\alpha_k}^{-1}$ 下的图像存在的点集（下标 inv 表示“逆向方法”）。形式上，该集合为

$$\mathcal{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k) = D_2 \cdot T_{\alpha_k}\left(\left[\left(D_2 \cdot T_{\alpha_k}^{-1}(\mathcal{P}_k/D_2)\right) \cap \mathcal{B}\right]/D_2\right). \tag{22}$$

请注意，如果经由 $T_{\alpha_k}^{-1}$ 变换后的集合 P_k 未超出图像边界 B，则 $\mathrm{Q}_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k) = \mathrm{P}_k$；否则，$\mathrm{Q}_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k) \subset \mathrm{P}_k$。因此，$\mathrm{Q}_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k) \cap \mathrm{P}_k = \mathrm{Q}_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k)$。还请注意，正如明确指出的那样，集合 $\mathrm{Q}_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k)$，尤其是其基数，会随 α_k而变化。

对于直接方法，相关考虑是类似的。基本上，我们必须交换 T_{α_k} 和 $T_{\alpha_k}^{-1}$ 的角色。回顾一下，下标 dir 表示“直接方法”，集合 $\mathrm{Q}_{k,\mathrm{dir}}(\alpha_k)$ 可以形式化地写成

$$\mathcal{Q}_{k,\mathrm{dir}}(\alpha_k) = D_2 \cdot T_{\alpha_k}^{-1}\left(\left[\left(D_2 \cdot T_{\alpha_k}(\mathcal{P}_k/D_2)\right) \cap \mathcal{B}\right]/D_2\right). \tag{23}$$

B. 关于 α_k 的优化

在刻画了环带之后，本节将讨论对第 k 个环带的变换 $T_{\alpha_k}^{-1}$ 和 T_{α_k} 进行参数化的 α_k 的最优值问题。

为简洁起见，我们将分别用以下符号表示在 $\mathrm{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k)$ 上计算得到的变换后的残差的互相关和能量：

$$\Phi_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k) \doteq \sum_{(i,j)\in\mathcal{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k)} \hat{K}'_{i,j} \cdot \left[T_{\alpha_k}^{-1}(\tilde{\mathbf{W}})\right]_{i,j}, \tag{24}$$

$$\mathrm{E}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k) \doteq \sum_{(i,j)\in\mathcal{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k)} \left[T_{\alpha_k}^{-1}(\tilde{\mathbf{W}})\right]_{i,j}^2, \tag{25}$$

其中隐含使用了逆变换 $T_{\alpha_k}^{-1}(\cdot)$，以及 $\hat{\mathbf{K}}'$ 和 $\tilde{\mathbf{W}}$。类似地，我们分别用 $\Phi_{k,\mathrm{dir}}(\alpha_k)$ 和 $\mathrm{E}_{k,\mathrm{dir}}(\alpha_k)$ 表示直接映射 $T_{\alpha_k}(\cdot)$ 在 $\mathrm{Q}_{k,\mathrm{dir}}(\alpha_k)$ 上计算得到的互相关和能量。

在附录 A 中，我们推导了 α_k 在第 k 个环带上的估计量。该估计量基于对互相关组输出应用最大似然原理。对于逆向方法，这变为

$$\alpha_k^* = \arg\max_{\alpha_k\in\mathcal{A}_k} \varphi_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k), \tag{26}$$

其中

$$\varphi_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k) \doteq \frac{\Phi_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k)}{\mathrm{E}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k)}. \tag{27}$$

对于直接方法，将 (26) 和 (27) 中的下标 inv 替换为 dir 后进行优化。我们注意到，所提出的目标函数与 PCE（限制在第 k 个环带内）不同；除了附录 A 中的理论论证外，我们还在 [19] 中提供了经验证据，表明优化我们的目标函数能带来更好的整体性能。

C. 自适应优化

图 1 的一个关键观察是，当 Δ_k 足够小时，序列 α_k^*，k =1，…，L 变化平滑。这表明，可以使用自适应预测器来降低穷举搜索的计算复杂度。在我们的案例中，我们将通过实验表明，长度为 U 的线性预测器$\mathbf{u}$ 足以取得出色的结果。下面，我们将说明这一自适应过程。与上文一样，我们将详细介绍逆向方法，因为直接方法在方法论上与之完全相同。

首先，我们需要选取一个初始索引，记为 k_0。为此，我们寻找在不进行任何变换时（即 $\alpha_k = 0$）结果最佳的环带。形式上，这意味着

$$k_0 = \arg\max_{k=1,\cdots,L} \varphi_{k,\mathsf{inv}}(0). \tag{28}$$

找到这个初始点后，通过在 $\alpha_{k_0} = 0$ 附近的离散集合中进行穷举搜索，求得 α_{k_0} 的最优值。令 A_{k_0} 为这样的邻域，则根据式（26），$\alpha_{k_0}^*$ =$\mathbf{argmax}^{\alpha_{k_0}\in\mathcal{A}_{k_0}} \varphi_{k_0,\ \mathsf{inv}}(\alpha_{k_0})$。

定义一个辅助序列 $\{\beta_k\}$ 会很有用，该序列初始化为 $\beta_k = \alpha_{k_0}^* \cdot \delta_{k-k_0}$，其中 δ_k 是克罗内克δ。[1] 该序列用于存储回归量值。由于起始点为 $k = k_0$，预测有两个可能的方向：向前（即 $k > k_0$）和向后（即 $k < k_0$）。[2] 我们将说明如何进行前向预测，然后指出向后预测所需的修改。我们将索引 k 处的前向回归量定义为 $\boldsymbol{\beta}_k^T \doteq [\beta_{k-U+1},\cdots,\beta_{k-1},\beta_k]$，其中 U 为长度。请注意，初始化辅助序列会导致 $\boldsymbol{\beta}_{k_0}^T = [0,\cdots,0,\alpha_{k_0}^*]$。我们还需要索引 k 处的权重向量，记为 $\mathbf{u}_k$；这个长度为 U 的向量初始化为 $\mathbf{u}_{k_0}^T = [0,\cdots,0,1]$。然后，对于 $k > k_0$，索引 k 处预测器的输出将计算为

$$\hat{\alpha}_k = \mathbf{u}_{k-1}^T \boldsymbol{\beta}_{k-1}, \tag{29}$$

对于 $k = k_0+1,\cdots,L$。该预测值通过在 $\hat{\alpha}_k$ 的离散邻域内进行穷举搜索来细化。令 A_k表示这样的邻域；则 α_k^* 按照式 (26) 得到。关于如何构造邻域 A_k 的详细信息将在下文给出。在此之前，我们先说明 $\mathbf{u}_k$ 和 $\boldsymbol{\beta}_k$ 的更新过程。为此，我们将索引 k 处的后验误差定义为

$$e_k \doteq \alpha_k^* - \hat{\alpha}_k, \tag{30}$$

对于 $k = k_0+1,\cdots,L$。该误差用于驱动自适应算法。容易证明，$|e_k|^2$关于权重向量 $\mathbf{u}_{k-1}$ 的梯度向量等于 $-2e_k\boldsymbol{\beta}_{k-1}$。然后，按照最小均方算法 [20]，，我们提出通过沿负梯度方向迈出一步来更新权重，即

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{k-1} + \mu e_k \boldsymbol{\beta}_{k-1}, \quad k = k_0+1,\cdots,L, \tag{31}$$

[1]尽管从符号表示的角度来看，为算法的每次迭代都定义一个序列会更加严谨，但为了避免符号过于复杂，我们允许替换该序列中的值。

[2]当 $k_0 = L$ 或 $k_0 = 1$时会出现退化情形，此时分别不需要进行前向预测和反向预测。

其中，μ 是所谓的步长。通过令 $\beta_k = \alpha_k^*$，对包含回归量的序列 $\{\beta_k\}$ 进行更新；相应地，前向回归量向量 $\boldsymbol{\beta}_k$ 也会随之更新。随后，通过返回式 (29) 并继续执行，重复这一迭代过程，直至生成序列 $\alpha_{k_0+1}^*$，$\alpha_{k_0+2}^*$，…，α_L^*。

反向预测的过程类似，但此时向量 $\boldsymbol{\beta}_k$定义为 $\boldsymbol{\beta}_k^T \doteq [\beta_k,\beta_{k+1},\cdots,\beta_{k+U-1}]$；这意味着在后向初始化时，向量 $\boldsymbol{\beta}_{k_0}$ 将利用已计算出的 α_k^* 值，即 $\boldsymbol{\beta}_{k_0} = [\alpha_{k_0}^*,\alpha_{k_0+1}^*,\cdots,\alpha_{k_0+U-1}^*]^T$。反向预测的权重向量 $\mathbf{u}_{k_0}$ 初始化为 $\mathbf{u}_{k_0} = [1,0,\cdots,0]$。现在，沿反向更新该权重向量：

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{k+1} + \mu e_k \boldsymbol{\beta}_{k+1}, \quad k = k_0-1,\cdots,1, \tag{32}$$

再次通过执行 $\beta_k = \alpha_k^*$来更新包含回归量的序列 $\{\beta_k\}$；相应地更新反向回归量向量$\boldsymbol{\beta}_k$ 。该算法由此生成序列 $\alpha_{k_0-1}^*$，$\alpha_{k_0-2}^*$，…，α_1^*。

正向预测和反向预测都完成后，最优向量为 $\boldsymbol{\alpha}_{\mathsf{inv}}^* = [\alpha_1^*,\cdots,\alpha_L^*]^T \in \mathsf{A}$；我们再次添加下标 inv，以强调这里采用的是逆向方法。对直接方法执行相同的过程将得到最优向量 $\boldsymbol{\alpha}_{\mathsf{dir}}^*$。所提出算法的伪代码见技术报告 [19]. [3]

该算法的一个关键环节是对 $\hat{\alpha}_k$ 进行细化，从而得到 α_k^*。虽然可能存在更智能的策略，但这里我们在离散集合 A_k中围绕 $\hat{\alpha}_k$ 进行穷举搜索。当然，必须将该集合的基数控制在较小范围内，以限制计算负担。另一方面，离散点的生成必须足够精细，才能得到足够接近最优值的结果。因此，我们采用两个参数来描述该集合：λ_k 用于控制分辨率，A_k 是一个决定点数的奇数。于是，给定 $\hat{\alpha}_k$ 和这些参数后，搜索集合构造如下：

$$\mathcal{A}_k = \{\hat{\alpha}_k + \lambda_k \cdot n : n \in \mathbb{Z} \cap [-(A_k-1)/2, (A_k-1)/2]\}. \tag{33}$$

请注意，该构造保证了 $|\mathsf{A}_k| = A_k$。参数 λ_k的选取与前向情况中的 $|\alpha_k^* - \alpha_{k-1}^*|$（后向情况下则与 $|\alpha_k^* - \alpha_{k+1}^*|$）相匹配，因此 α_k^*的变化越小，网格就越细。在第 IV-G 节中，我们将详细介绍用于生成实验所需 λ_k 的规则。关于集合 A_k的大小，它与预测器在同一循环中更新；对于前向预测器，规则如下：如果对于索引 k，在集合 A_k 的某个极值处找到了最大 α_k^*（即 $\alpha_k^* = \hat{\alpha}_k - \lambda_k \cdot (A_k-1)/2$ 或 $\alpha_k^* = \hat{\alpha}_k + \lambda_k \cdot (A_k-1)/2$），则在下一次迭代中增大集合大小，即 $A_{k+1} = A_k + 2$。否则，如果 A_k 已经足够小，即对于某个最小大小 $A_{\min}$有 $A_k = A_{\min}$，则 $A_{k+1} = A_{\min}$；反之（即如果在 A_k 中两个极值处均未找到最大值，且集合足够大），集合大小

[3]代码可在 https://github.com/AMontiB/AdaptivePRNUCameraAttribution 获取

将在下一次迭代中减小，即 $A_{k+1} = A_k - 2$。此更新旨在在集合大小与捕获最优 α_k的目标之间取得平衡。对于反向预测，推理过程相同，但会从 A_k 更新A_{k-1} （示例见 [19]，其中展示了A_k的演变过程）。

D. PCE计算（最优 $\boldsymbol{\alpha}$）

由于上一节介绍的自适应算法，可以计算假设检验所需的峰值相关能量，即峰值相关能量$_{\text{inv}}(\boldsymbol{\alpha}^*_{\text{inv}})$和峰值相关能量$_{\text{dir}}(\boldsymbol{\alpha}^*_{\text{dir}})$，定义见式（12）和（13）。在这两种情况下，峰值相关能量的分子和分母都已可用，因为它们是优化所需的。唯一额外的计算是简单求和，以累加对应于不同环带的结果。为了说明逆向方法为何如此，首先注意到，式（13）右侧需要计算差值$T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\mathbf{W}) - T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\mathbf{W})$（参见式（6）中的峰值相关能量表达式），通过注意以下几点即可简化：1）合理的写法是 $T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\mathbf{W}) \approx T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\bar{\mathbf{W}})$，因为 $T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}$是几何变换，不会显著改变残差的均值。[4] 2) 由于残差经过零均值化，因此$\bar{\mathbf{W}}$可以写成$\mathbf{W} - \mathbf{0}$。基于这些考虑，可以写成 $T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\mathbf{W}) - T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\mathbf{W}) \approx T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\tilde{\mathbf{W}})$，计算起来更简单。

利用这一近似，分子 PCE$(\hat{\mathbf{K}}', T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\mathbf{W}))$ 可展开 of 如下

$$\text{ssq}(\langle\hat{\mathbf{K}}', T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\tilde{\mathbf{W}})\rangle) = \sum_{k=1}^{L} \text{ssq}(\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha^*_k)), \tag{34}$$

现在，我们可以轻松地将 (34) 中的每个 L 加项识别为 (27) 中 $\varphi_{k,\text{inv}}(\alpha^*_k)$ 的分子，并在自适应优化过程中将其存储起来。

PCE 的分母需要更多关注。采用上述近似后，该分母为$\frac{1}{|\mathcal{I}_T\backslash\mathcal{S}|}\sum_{\mathbf{s}\in\mathcal{I}_T\backslash\mathcal{S}}\langle\hat{\mathbf{K}}', C(T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\tilde{\mathbf{W}}), \mathbf{s})\rangle^2$，它不过是对$\mathbf{K}$与$T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\tilde{\mathbf{W}})$ 的互相关方差的一个$\hat{}$样本估计。在 [19, 第八节] 中，我们将推导并讨论一种更简单且统计效率更高（即方差更低）的样本估计。这充分证明了该近似的合理性

$$\frac{1}{|\mathcal{I}_T\backslash\mathcal{S}|}\sum_{\mathbf{s}\in\mathcal{I}_T\backslash\mathcal{S}}\langle\hat{\mathbf{K}}', C(T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\tilde{\mathbf{W}}), \mathbf{s})\rangle^2 \approx \kappa\cdot\hat{\sigma}^2_{\hat{K}'}\cdot\sum_{k=1}^{L}\mathsf{E}_{k,\text{inv}}(\alpha^*_k), \tag{35}$$

其中 $\hat{}\sigma^2_{\hat{K}'} \doteq \|\hat{\mathbf{K}}'\|^2/|\mathbf{I}|$（请注意，对于所有 $(i,j) \in \mathbf{I}$，$\hat{}K'_{i,j}$均存在），而且 κ 是一个因子，用于考虑 $\mathbf{I}$ 与 $\bigcup_{k=1}^{L}\mathcal{Q}_{k,\text{inv}}$（$\alpha^*_k$）的基数不同这一事实。（实际上，$\kappa$ 将接近 1，因此可以省略。）同样，式（35）中的 L 求和项已经作为式（27）的分母计算出来。

[4]严格相等并不成立，因为 $\bar{\mathbf{W}}$ 和 $T^{-1}_{\boldsymbol{\alpha}^*}(\bar{\mathbf{W}})$ 的支撑集并不相同。

E. 提前停止

将数据划分为环带还带来了一项显著的附带好处：受 [21], 启发，如果累积 PCE 超过预定义的阈值，就可以停止处理环带（并判定 H_1 成立）。根据上一小节中的近似，人们可能会想利用优化过程中已经得到的分子和分母来计算累积PCE。这样就不必对所有环带都进行优化，而是在目前计算出的PCE超过阈值时立即停止。遗憾的是，这种做法并不正确，因为分子中含有求和项的分数可以展开为分数之和，但分母中含有求和项时则不能。因此，若要实现提前停止机制，就需要设法进一步近似PCE的分母，而无需实际计算 $\boldsymbol{\alpha}^*$ 的所有元素。为此，我们可以思考右侧的 (35) 对 α^*_k 的变化有多敏感；毕竟，由于每个 L 加数都是环带内变换后的残差方差的估计，因此对于合理的 α 值，方差预计不会有太大变化。如果确实如此，就可以针对任意合理的 $\boldsymbol{\alpha}_{\text{inv}}$ 计算右侧的 (35)（对应于最优向量 $\boldsymbol{\alpha}^*_{\text{inv}}$），从而对其进行近似，而无需进行任何优化。

为了说明该近似的可行性，我们在图 6 中展示了在每个环带内计算得到的变换后的残差的样本方差值，即 $\mathsf{E}_{k,\text{inv}}(\alpha_k)\,|\mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k)|$ 随 α_k 变化的函数，其中涵盖了若干环带（即 $k = 18, 22, 33$）以及三次逆映射，见式（20）。图 6 还展示了根据完整尺寸的变换后的残差估计得到的方差值，即 $\frac{1}{|\mathcal{I}_T|}\|T^{-1}_{\alpha_k}(\cdot) - (\tilde{\mathbf{W}})\|^2$。所有情况下均采用双线性插值。

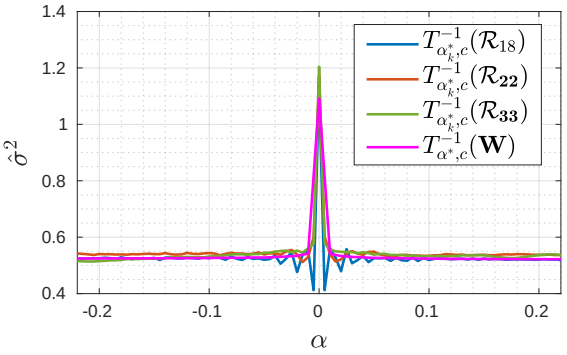


图 6：不同环带及不同 α 值下变换后的残差的样本方差。相机和参数与图 1 相同。

如我们所见，对于不同的 α_k值，方差估计基本保持不变，但在零附近的一小段区域内除外。此外，这与根据整个变换后的残差得到的方差估计相似，因此后者可以替代特定环带的方差估计。当

$\alpha_k \neq 0$ 会使变换后的残差方差降低。这种降低取决于插值滤波器在不同采样点处的模平方。通常，插值前后的网格之间不存在有理数关系，但对于某些环带和某些α取值，采样网格之间可能会出现莫尔′条纹；这就是图 6 中环带 $k = 18,22$ 附近观察到零值附近波纹的原因。 [22]曾在另一种与我们相关的情形下报告过能量降低现象。

上一段讨论的不变性提供了几种近似计算式（35）右侧的方法；例如，可以选取任意一个 α值，比如 α_{f}，使其与 $\alpha = 0$ 相距足够远，并对所有环带使用相同的变换$T_{\alpha_{\mathrm{f}}}^{-1}$来代替 $T_{\alpha_k^*}^{-1}$。我们指出，选择 α_{f} 时应排除 $\alpha = 0$附近区域，原因是该区域内峰值相关能量的分母被高估，因此峰值相关能量被低估。

另一种近似式 (35) 右侧的方法比前一种方法性能略好：利用优化过程中已获得的 α_k^* 值来更新近似结果。这样几乎不会增加计算成本，因为在优化过程中无论如何都需要计算相应项 $\mathrm{E}_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k^*)$。对于尚未获得 α_k^* 的环带，则以在 $\alpha_k = \alpha_{\mathrm{f}}$ 处计算的近似值替代相应项。

接下来，我们说明如何计算第 n 次迭代时的累积PCE，记为 $\mathrm{CPCE}_{n,\ \mathrm{inv}}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W})$。首先，需要建立一个映射 $\xi: \{1, \cdots, L\} \to \{1, \cdots, L\}$，将自然顺序映射为所提出的迭代过程所决定的顺序，即 $\xi(1) \mapsto k_0$，$\xi(2) \mapsto k_0 + 1$，$\cdots$，$\xi(L - k_0) \mapsto L$，$\xi(L - k_0 + 1) \mapsto k_0 - 1$，$\cdots$，$\xi(L) \mapsto 1$。然后，

$$\mathrm{CPCE}_{n,\mathrm{inv}}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W}) \doteq \frac{\sum_{k=\xi(1)}^{\xi(n)} \mathrm{ssq}\left(\Phi_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^*)\right)}{\hat{\sigma}_{\hat{K}'}^2 \left(\sum_{k=\xi(1)}^{\xi(n)} \mathrm{E}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^*) + \sum_{k=\xi(n+1)}^{\xi(L)} \mathrm{E}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_{\mathrm{f}}^*) \right)}. \tag{36}$$

因此，对于某个 $n = 1, \cdots, L$，若满足 $\mathrm{CPCE}_{n,\mathrm{inv}}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W}) > \tau_c$，提前停止算法就会判定为匹配并停止。 τ_c 的值通过实验设定，以达到所需的假阳性率（FPR）。

已知 $\mathrm{CPCE}_{n,\mathrm{inv}}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W})$ 的分子和分母，并且在获得 $\alpha_{\xi(n+1)}^*$ 后，通过加上 $\Phi_{\xi(n+1),\mathrm{inv}}(\alpha_{\xi(n+1)}^*)$ 更新 $\mathrm{CPCE}_{n+1,\mathrm{inv}}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W})$ 的分子；而分母的更新则需要加上 $\mathrm{E}_{\xi(n+1),\mathrm{inv}}(\alpha_{\xi(n+1)}^*)$，并减去 $\mathrm{E}_{\xi(n+1),\mathrm{inv}}(\alpha_{\mathrm{f}})$。

直接方法中的累积PCE $\mathrm{CPCE}_{n,\mathrm{dir}}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W})$ 以及相应的提前停止准则也可采用类似的定义。

F. 参数继承

正如我们所讨论的，检验决策统计量取通过正向方法和逆向方法计算得到的 PCE 中的最大值。这意味着有必要分别为两种方法计算最优向量 $\boldsymbol{\alpha}^*$，因此计算复杂度大约会增加一倍。应用上文介绍的提前停止准则时，情况也是如此。在这种情况下，正向方法和逆向方法的迭代会并行进行，因此，对于每个 k，都会将 $\mathrm{CPCE}_{n,\ \mathrm{dir}}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W})$ 和 $\mathrm{CPCE}_{n,\ \mathrm{inv}}(\hat{\mathbf{K}}', \mathbf{W})$ 与阈值进行比较，以便尽可能早地停止。

保留这两种方法会带来计算负担，有一种虽非最优、但能缓解这一负担的方式。我们将其称为参数继承，其基本做法是：在直接方法中使用为逆向方法计算出的同一向量 $\boldsymbol{\alpha}^*$。当然，后者对于直接方法而言不一定是最优的，但其依据是，在每个环带 R_k 内，对于相同的 α_k值，直接变换和逆变换几乎相互对应。由于逆变换只是近似，而且搜索算法容易受到噪声和分辨率不足的影响而产生误差，因此二者无法完全对应。

G. 参数默认值

本节给出我们算法中各参数的默认值，并讨论有关初始化的一些决策。第五节报告的实验采用了这些默认值。具体而言，内圆盘的半径 r_1 设定为使 $r_1 \cdot D_2$ 等于 250 像素，而每个环带的宽度 Δ_k 设定为使 $\Delta_k \cdot D_2$ 等于 64 像素。这两个值是在性能与计算成本之间权衡后选定的。对于线性预测器，我们设定 $U = 6$、$\mu = 1$ 和 $A_{\min} = 7$。

初始搜索集 A_{k_0} 由 $\mathrm{A}_{k_0} = \{-0.22, -0.21, \cdots, 0.21, 0.22\}$给出，该范围与 [8] 中采用并论证的范围相同，旨在涵盖多种桶形和枕形畸变。不过，出于计算方面的考虑，我们采用了较粗的分辨率；此外，由于算法的自适应特性会在几次迭代后自动调整至更精细的分辨率，因此这样做是可行的。我们知道， [9]倾向于采用更宽的范围（即便只是为了反转枕形畸变），因此我们使用 Canon 1200D 相机拍摄的图像进行了一些实验，并使用 Adobe Lightroom 按照另一种设备的镜头畸变模型对其进行径向校正（见第 V 节），因为这种组合会产生数据集中最强且变化最大的径向校正。在这些实验中，搜索集扩展为 $\mathrm{A}_{k_0} = \{-0.50, -0, 49, \cdots, 0.49, 0.50\}$。虽然该搜索集在某些情况下确实能更接近正确的 α_{k_0}，但我们发现，与先前的初始化相比，性能并无显著差异；如前所述，这是因为算法经过几次迭代后便能迅速找到 α_k 的正确范围。相比之下，使用扩大的搜索集会增加计算负荷；因此，我们建议使用 $\mathrm{A}_{k_0} = \{-0.22, -0.21, \cdots, 0.21, 0.22\}$。关于初始搜索集的深入补充讨论，请参见[19]。

初始搜索后，前向预测 A_{k_0+1}由式 (33) 给出，其中包含 $\lambda_{k_0+1} = 0.001$ 和 $A_{k_0+1} = 9$。对于

后续迭代，

$$\lambda_k = \begin{cases} 0.1 & \text{if } |\alpha_k - \alpha_{k-1}| > 0.1, \\ 0.01 & \text{if } 0.01 < |\alpha_k - \alpha_{k-1}| \le 0.1, \\ 0.001 & \text{if } |\alpha_k - \alpha_{k-1}| \le 0.001. \end{cases} \tag{37}$$

关于反向预测，我们采用与上一段相同的考量，其中 k_0+1 现在替换为 k_0-1，而式（37）中的 $k-1$ 替换为 $k+1$。

V. 实验结果

为了衡量第 IV 节所述方法的性能，并将其与 [8] 和 [9],中的最先进水平进行比较，我们构建了一个由 3645 幅图像组成的测试数据集，其中 2037 幅由以下紧凑型相机拍摄，并经过径向“机内”校正（即由相机软件校正）：Canon SX230 HS（188 幅）、Panasonic ZS7（170 幅）、Canon SX40（57 幅）、Canon SX210（82 幅）和 Nikon S9100（1540 幅）。所有这些图像均从 Flickr 下载，与 [8] 和 [9]中的做法相同；因此，各设备的图像数量分布不均。测试数据集中其余图像中的 1508 幅由 Canon 1200D（不进行任何机内后处理的单反相机）搭配以下 Canon 变焦镜头拍摄：1）EF-S 10-18 mm 1:4-5.6 IS STM；2）EF-S 18-55 mm 1:3.5-5.6；3）EF 75-300 mm 1:4-5.6；所有图像均使用第三方编辑软件在“机外”进行径向校正：Adobe Lightroom Classic CC 2017、Adobe Photoshop CC 2017、PT Lens v2.0（Macbook）和 Gimp 2.10.14。具体而言，每种工具分别校正了 377 幅图像。使用 Adobe Lightroom 时，我们借助其内置的径向校正模型数据库，应用了与拍摄照片所用镜头相对应的校正模型。对于其他编辑软件，我们应用了可用的最强径向校正，因为这些工具无法针对特定镜头型号进行调整。测试数据集中最后 100 幅图像也由 Canon 1200D 相机拍摄，但使用 Lightroom 并套用其他镜头（即 Nikon、Tamron、Apple、Huawei 和 DJI）的模型进行校正（每种镜头各 20 幅），且始终应用最强径向校正。以下将这一子集标记为“Lightroom*”。

测试数据集中的图像经过 JPEG 压缩，量化因子（QF）范围为 90–98。对于每台设备，始终使用相同的 QF；详情请参见 [19] 。使用式（4）为每台设备估计用于测试的参考PRNU，所用的 $L = 20$ 幅自然图像（未用于测试）经过压缩，其 QF 与该设备测试子集的 QF 相匹配。对于紧凑型设备，由于相机内校正取决于焦距，因此需要选取特定的固定焦距值来估计相应的PRNU；对于某台设备和某个焦距，只要有足够的图像可用，就会分别估计不同的指纹，并对每台设备的结果取平均。在所有情况下，均使用焦距不同于估计指纹时所用焦距拍摄的图像来检验假设 H_1 。完整详情请参见 [19]。在假设 H_0下，如果测试图像与指纹的尺寸不同，我们会裁剪较大者的中心部分，使其尺寸与较小者相匹配 [7]。

接下来，我们介绍本节图表中用于指代本方法不同变体的标识符。用“Dir”和“Inv”分别表示仅将 $\hat{}$ $\hat{}$ $\mathrm{CPCE}_{n,\,\mathrm{dir}}(\mathbf{K}',\ \mathbf{W})$ 和 $\mathrm{CPCE}_{n,\,\mathrm{inv}}(\mathbf{K}',\ \mathbf{W})$ 用作检验统计量的情况。用“2W”表示“双向”情况，即同时采用直接方法和逆向方法；如果任意 $n \in \{1, \cdots, L\}$ 对应的 $\mathrm{CPCE}_{n,\,\mathrm{dir}}(\mathbf{K}',\ \mathbf{W})$ $\hat{}$ 或 $\mathrm{CPCE}_{n,\,\mathrm{inv}}(\mathbf{K}',\ \mathbf{W})$ 超过阈值，就判定 H_1 成立。为减轻“双向”参数优化的计算负荷，请回想我们在第 IV-F 节提出，将一种方法的参数继承到另一种方法。⟶我们用标签 DI 表示将α_n^* 从⟶直接方法继承到逆向方法；ID 则表示反向继承。另一方面，标签“Cub”和“Lin”分别表示三次和线性径向校正模型；参见式（20）。在所有报告的情况下，均采用第 IV-E 节所述的提前停止策略。

所有测试均在一台具有以下配置的服务器上运行：16 个核心、2 个 Xeon E5-2667v3 3.2 GHz 处理器和 192 GB 内存；我们的实现最多需要 5GB 内存。在将我们方法的不同变体与 [8] 和 [9],中提出的算法进行实验比较时，我们注意到，[8] 是在尺寸为 3000×4000 的图像上测试的，这些图像的平均尺寸大于我们数据集中的相机内校正图像（各子集的图像尺寸见表 II）。这解释了为何此处测得的性能（经过下采样后）略差于 [8]中报告的结果。

表 I 给出了固定阈值 τ_c （在整个测试数据集上测得），这些阈值可确保假阳性率（FPR）为 0.05 和 0.01，同时也给出了我们方法不同变体以及 [9] 和 [8] 中方法（使用和不使用下采样）的相应真阳性率（TPR）。

	$\tau_{0.05}$	$\tau_{0.01}$	真阳性率$_{0.05}$	真阳性率$_{0.01}$
$\overrightarrow{\text{ID}}$, Lin	98.86	112.71	0.96	0.94
$\overrightarrow{\text{DI}}$, Lin	90.01	105.63	0.97	0.95
$\overrightarrow{\text{ID}}$, Cub	73.48	90.28	0.99	0.98
$\overrightarrow{\text{DI}}$, Cub	71.13	84.75	0.99	0.98
Inv, Lin	97.66	111.72	0.93	0.91
Dir, Lin	90.01	105.63	0.95	0.92
Inv, Cub	73.48	90.29	0.98	0.98
Dir, Cub	71.13	84.57	0.99	0.98
2W, Cub	71.12	84.34	0.99	0.99
[8]	4.81	8.36	0.86	0.82
[8] 无下采样	7.65	10.54	0.94	0.93
[9]	2.83	5.50	0.78	0.73

表 I：达到假阳性率=0.05 和假阳性率=0.01 所需的阈值，以及不同方法和变体对应的真正例率。

上一张表按子集进行的细分见表 II，其中还展示了不同备择假设宣布匹配所用的时间（在 H_1条件下；适用时采用提前停止）。[5] 由于篇幅所限，我们省略了 [9] 中的方法（其性能一般），以及我们方法中表现最差的变体（参见表 I）；完整内容见 [19]

[5]未启用提前停止时所消耗的时间见技术报告 [19]。

结果。表 II 中各变体的受试者工作特征（ROC）曲线绘制于图7中，其中我们还加入了作为比较的基线（BL）。该基线通过使用 PCE（$\mathbf{K}'$，$\mathbf{W}$）获得（即不对光电响应不均匀性或残差进行任何变换），并将其作为检验统计量。

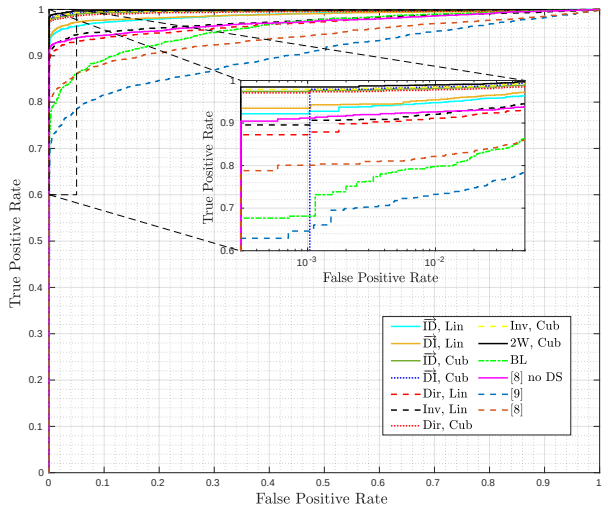


图7：在测试数据集上，使用我们的方法的变体 [8]（采用和不采用下采样）以及 [9] 得到的 ROC 曲线。为了便于观察，低假阳性率区域的放大框采用对数尺度的 x 轴。

根据图7和表 I 的结果，可以得出结论：我们的方法中性能最佳的变体 → 对应于三次校正模型（“Cub”）；对于目标假阳性率，“DI”、“Dir”、“Inv”和“2W”均达到了相近的真正例率。另一方面，“单向”变体（即“Dir”和“Inv”）的平均执行时间较短，因为每次迭代只需计算一个统计量。在由多种径向校正组成的数据集上进行的实验表明，我们的变体在真正例率方面优于 [8]（无论是否采用下采样）。此外，得益于我们的提前停止策略，我们速度最快的版本（即“Dir, Cub”和“Inv, Cub”）的执行时间低于 H_1，与采用下采样的 [8] 相当。我们还注意到，[8] 中提出的原始方案（即采用下采样）在低分辨率设备（即 SX230 和 ZS7）以及存在复杂的相机外径向校正（例如 Adobe Lightroom 所应用的校正）的情况下，性能都有限。调整 [8] 以避免下采样，可显著提升这些困难情形下的性能，但代价是执行成本大幅增加。尽管如此，对于我们“Lightroom*”子集中那样严重的径向校正，在 [8] 中使用全分辨率仍不足以应对。相比之下，我们的方法能够适应这种高复杂度，同时以可承受的执行时间取得出色性能。

VI. 结论

本文提出了一种基于光电响应不均匀性的相机归属识别自适应方法，可处理复杂径向畸变校正，例如多数紧凑型相机在机内执行的校正，以及图像处理软件在机外执行的校正。现有方法尝试“校正”参考指纹，或通过进一步应用几何变换来逆转校正；为避免组合爆炸，这种变换必须采用较少的参数。因此，当复杂径向畸变校正生效时，这一限制会导致性能不理想。随着功能日益强大的畸变校正固件/软件支持越来越复杂的变换，这一问题更显突出。我们的方法截然不同：通过采用环带实现分而治之的原则，我们能够：1）适应复杂的畸变校正，因为每个环带所经历的变换在局部上要简单得多；2）实施提前停止策略，从而大幅降低计算负荷。本文给出的结果清楚地表明，在考量准确率和计算负荷时，我们的算法（在大多数变体中）优于最先进水平。

我们认为，本文提出的自适应方法也有望应用于其他极具挑战性的相机归属识别场景，例如具有多个潜在参数的高动态范围图像 [7],机内稳定视频 [23],以及新兴的机内处理 [24]。

附录 A α_k^*的估计量推导

本附录在逆向方法下推导 α_k^*的一个合理估计量；直接方法的推导过程完全相同，因此此处略去。参见式 (26) 中 α_k^* 的定义。我们在α_k中引入一个上标，用于枚举候选集 A_k的元素，即 $\{\alpha_k^{(n)} : n = 1, \cdots, A_k\} = \mathsf{A}_k$。

我们假设 H_1 成立，即 $\mathbf{I}$ 包含 $\mathbf{K}'$，并采用以下残差模型：

$$[T^{-1}_{\alpha_k^{(n)}}(\tilde{\mathbf{W}})]_{i,j} = \gamma_{i,j}^{(n)}[T^{-1}_{\alpha_k^{(n)}}(T_{\alpha_k^\dagger}(\hat{\mathbf{K}}'))]_{i,j} + N_{i,j}^{(n)} \qquad (38)$$

对于所有 $(i,\ j) \in \mathsf{Q}_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k^{(n)})$ 和 $n \in \{1, \cdots, A_k\}$。在式 (38) 中，$\alpha_k^\dagger$ 表示 α 的真实值（在 k 号环带的局部范围内）。乘数 $\gamma_i^{(n)}$ ，j 为非负值，同时考虑了图像 $\mathbf{I}$ 的乘性效应以及有效去噪滤波器的增益（这也会影响对真实光电响应不均匀性的 $\hat{}\,'$估计值 $\mathbf{K}$）。我们认为这些乘数很难准确估计，因此无法进行完整的最大似然判决，必须进行一些简化。其中一种简化 $\hat{}\,'$是认为 $\mathbf{K}$ 与$T^{-1}_{\alpha_k^{(n)}}(\tilde{\mathbf{W}})$之间的互相关（对所有 $n = 1, \cdots, A_k$而言）构成该估计问题的充分统计量集合。根据式 (24)，这些互相关记作 $\Phi_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k^{(n)})$。

我们作出以下假设：
1) 尖峰性：$\alpha_k^{(n)}$ 彼此充分分离，因此，对于所有 $n = 1, \cdots, A_k$，除 $n = l$外，$\Phi_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^{(n)})$彼此不相关，且 $\mathbb{E}\{\Phi_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^{(n)})\} = 0$；其中，$l$ 满足$\alpha_k^{(l)}$ 最接近真实值$\alpha_k^\dagger$，且期望值是

	$\overrightarrow{\text{ID}}$, Lin		$\overrightarrow{\text{DI}}$, Lin		$\overrightarrow{\text{ID}}$, Cub		$\overrightarrow{\text{DI}}$, Cub		Inv, Cub		Dir, Cub		2W, Cub		[8] 无下采样		[8]	
	TPR	time	TPR	time	TPR	time	TPR	time	TPR	time	TPR	time	TPR	time	TPR	time	TPR	time
GIMP [3456 × 5184]	0.98	220.1	0.98	303.6	0.98	193.9	**0.99**	204.8	0.98	**182**	0.98	196.2	**0.99**	326.4	0.97	962.3	0.97	85.3
Lightroom [3456 × 5184]	0.93	**237.8**	0.95	330.3	0.94	288.4	0.97	309.1	0.94	274.6	0.97	295.1	**0.98**	467.4	0.6	930.8	0.44	87.9
Lightroom* [3456 × 5184]	0.95	137.5	0.92	222.6	**0.99**	158.8	0.98	**126.5**	**0.99**	127.7	0.98	129.7	0.98	220.5	0.51	930.9	0.4	91.6
Photoshop [3456 × 5184]	0.97	**151.2**	**0.98**	159.5	0.97	165.4	0.97	176.2	0.97	170.7	0.97	167.3	0.97	293	0.96	974.6	0.91	107.2
PT 镜头 [3456 × 5184]	0.97	**181.3**	0.99	247.3	0.98	248.9	0.99	253.6	0.98	256.3	**1**	238.2	**1**	412.4	0.91	918.3	0.8	100.3
S9100 [3000 × 4000]	0.99	114.2	0.98	117.3	0.99	**72.9**	0.99	99.8	0.99	92.9	**1**	92.5	**1**	160.3	1	598.3	0.98	81.7
SX210 [3240 × 4320]	0.96	256.8	0.97	262.5	1	127.5	1	139.1	**1**	**121.8**	**1**	126.8	**1**	210.3	1	723.4	0.99	81.3
SX230 [1584 × 2816]	0.87	33.8	0.9	29	1	**23**	1	24.2	**0.98**	41	**0.98**	41.8	**0.98**	70.5	0.98	229.0	0.83	25.1
SX40 [2664 × 4000]	1	105.1	0.96	145	1	93.4	1	103.4	**1**	**88.6**	**1**	93.6	**1**	154	1	526.3	0.98	56.3
ZS7 [1920 × 2560]	0.76	42.7	0.81	35	0.98	**27.7**	0.98	29.8	0.93	50.5	**0.99**	46.9	**0.99**	79.6	0.98	255.2	0.79	27.8

表 II：我们方法的不同变体以及 [8]（有无下采样）的 TPRs，以及针对特定设备/软件判定匹配所耗费的平均时间。**粗体**标出了我们方法中速度最快、准确度最高的变体。

对底层分布$'$取期望。鉴于 α 下的峰值相关能量（PCE）具有尖峰性，这一假设是合理的（见图 2）。我们还假设 $\alpha_k^{(l)}$ 足够接近 $\alpha_k^{\dagger}$，使得对于所有$(i,j) \in \mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(l)})$，$[T^{-1}_{\alpha_k^{(l)}}(T_{\alpha_k^{\dagger}}(\hat{\mathbf{K}}'))]_{i,j} \approx \hat{K}'_{i,j}$。

2）不相关性：在（38）中，对于所有 $(i,j) \in \mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})$ 以及 $n \in \{1,\cdots,A_k\}$，$N_i^{(n)}$、$_j$和 $\gamma_i^{(n)}$、$_j$ $[T^{-1}_{\alpha_k^{(l)}}(\hat{\mathbf{K}}')]_i$、$_j$ 均为零均值且两两不相关。对于任意 $l,n \in \{1,\cdots,A_k\}$，$l \neq n$，变量$\hat{K}'_{i,j} \cdot N_{i,j}^{(n)}$ 和$\hat{K}'_{u,v} \cdot N_{u,v}^{(l)}$对于每个 $(i,j) \in \mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})$ 以及每个 $(u,v) \in \mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(l)})$均两两不相关。

3) 光电响应不均匀性较弱：在（38）中，$\left|\gamma_i^{(n)}{}_{,j}\,[T^{-1}_{\alpha_k^{(n)}}(T_{\alpha_k^{\dagger}}(\hat{\mathbf{K}}'))]_{i,j}\right| \ll |N_{i,j}|$对于每个环带中的大量像素，我们可以更精确地写为

$$\sum_{(i,j)\in\mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})} \left(\gamma_{i,j}^{(n)}\right)^2 [T^{-1}_{\alpha_k^{(n)}}(T_{\alpha_k^{\dagger}}(\hat{\mathbf{K}}'))]^2_{i,j} \ll \sum_{(i,j)\in\mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})} N^2_{i,j} \tag{39}$$

对所有 $n \in \{1, \cdots, A_k\}$ 均成立。

基于上述尖峰性和不相关性假设，以及中心极限定理（若假设对于所有 $n \in \{1, \cdots, A_k\}$，$|\mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})|$ 足够大，则该定理适用），变量 $\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})$ 可用相互独立的高斯分布很好地建模，因此互相关将为

$$\begin{aligned}\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)}) &\sim \mathcal{N}(0,(\sigma^{(n)})^2),\ n=1,\cdots,A_k, n\neq l \quad (40)\\ \Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(l)}) &\sim \mathcal{N}(\mu^{(l)},(\sigma^{(l)})^2) \quad (41)\end{aligned}$$

其中，$\mathrm{N}(\mu,\ \sigma^2)$ 表示均值为 μ、方差为σ^2的高斯分布，$\mu^{(l)}$ 表示当 $\alpha_k^{(n)} \in \mathbf{A}_k$ 取最接近 $\alpha_k^{\dagger}$ 的值时互相关的期望值，而 $(\sigma^{(n)})^2, n=1,\ \cdots,\ A_k$ 表示互相关的方差。

对于所有 $n=1,\cdots,A_k$，方差 $(\sigma^{(n)})^2$可写为 $\text{Var}\{\sum_{(i,j)\in\mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k)} \hat{K}'_{i,j} \cdot N_{i,j}\} \approx \hat{\sigma}^2_{\hat{K}'} \sum_{(i,j)\in\mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k)} N^2_{i,j}$。根据弱光电响应不均匀性假设 $\sum_{(i,j)\in\mathcal{Q}_{k,\text{inv}}(\alpha_k)} N^2_{i,j} \approx \mathrm{E}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})$。因此，$(\sigma^{(n)})^2 \approx \hat{\sigma}^2_{\hat{K}'}\mathrm{E}_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})$。

令 $f_{\mathcal{N}}(Y;\ \mu,\sigma)$ 表示随机变量 $Y \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$ 的高斯概率密度函数。此外，令 E_l 表示事件“$\alpha_k^{(l)}$，$l \in \{1,\cdots,A_k\}$ 最接近真实值 $\alpha_k^{\dagger}$”。那么，在给定 E_l 的条件下，联合观测到互相关 $\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(n)})$ 的似然为

$$f(\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(1)}),\cdots,\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(A_k)})|\mathcal{E}_l) = f_{\mathcal{N}}(\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(l)});\mu^{(l)},\sigma^{(l)}) \cdot \prod_{\substack{n=1\\n\neq l}}^{A_k} f_{\mathcal{N}}(\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(l)});0,\sigma^{(n)}) \tag{42}$$

通过对式（42）关于l求最大值，即可得到最大似然估计量。将式（42）除以$\prod_{n=1}^{A_k} f_{\mathcal{N}}(\Phi_{k,\ \text{inv}}(\alpha_k^{(n)});0$，$\sigma^{(n)})$不会改变估计量；由此得到以下更简单的似然函数

$$\begin{aligned}L(\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(1)}),\cdots,\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(A_k)})|\mathcal{E}_l) \\ = \frac{f_{\mathcal{N}}(\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(l)});\mu^{(l)},\sigma^{(l)})}{f_{\mathcal{N}}(\Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(l)});0,\sigma^{(l)})}\end{aligned} \tag{43}$$

取对数并化简后，我们发现，最大似然估计量等价于求解

$$l^* = \arg\max_{l=1,\cdots,A_k} \psi^{(l)} \tag{44}$$

其中

$$\psi^{(l)} \doteq \frac{\mu^{(l)} \cdot \Phi_{k,\text{inv}}(\alpha_k^{(l)})}{(\sigma^{(l)})^2} - \frac{1}{2}\frac{(\mu^{(l)})^2}{(\sigma^{(l)})^2} \tag{45}$$

并令 $\alpha_k^* = \alpha_k^{(l^*)}$。

请注意，如上所述，在式 (45) 中，$(\sigma^{(l)})^2$ 可以替换为其估计量 $\hat{\sigma}^2_{\hat{K}'}\mathrm{E}_{k,\ \text{inv}}(\alpha_k^{(l)})$。遗憾的是，由于无法获得增益 $\gamma_i^{(l)}{}_{,\ j}$，因此无法可靠地估计 $\mu^{(l)}$。为此，我们将注意力转向可实际实现的次优估计量。假设对于所有属于 $\{1,\ \cdots,\ A_k\}$ 的 l，$\mu^{(l)}$ 和比值 $\mu^{(l)}/\sigma^{(l)}$ 都不会在各自的

均值附近显著变化，那么可以考虑在式 (45) 中用这些均值替换 $\mu^{(l)}$ 和 $\mu^{(l)}/\sigma^{(l)}$。由此得到简化的泛函

$$\psi'^{(l)} \doteq \Phi_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^{(l)})/(\sigma^{(l)})^2 \tag{46}$$

用于式 (44)。将式 (46) 中的 $(\sigma^{(l)})^2$ 替换为其估计量 $\hat{}\sigma^2_{\hat{K}'}\mathrm{E}_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k^{(l)})$，并省略 $\hat{}\sigma^2_{\hat{K}'}$（因为它与 l 无关），即可得到所提出的式 (27)。

有趣的是，评估使用式 (46) 而非式 (45) 所造成的性能损失。为此，不失一般性地假设 E_l 成立，并估计对于给定的 $n \in \{1,\cdots,A_k\}$，$n \neq l$ 在 $\psi^{(n)}$ 和 $\psi'^{(n)}$ 中产生大于 $n = l$ 对应值的概率。随后，我们根据有效信噪比（SNR）比较所得的两个概率。因此，在这种情况下，根据式 (40)，对于 $n \neq l$，$\Phi_{n,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k^{(n)}) \sim \mathrm{N}(0,(\sigma^{(n)})^2)$，且 $\Phi_{k,\ \mathrm{inv}}(\alpha_k^{(l)}) \sim \mathrm{N}(\mu^{(l)},(\sigma^{(l)})^2)$。因此，当 E_l 成立时，$\psi^{(l)} \sim \mathrm{N}((\mu^{(l)})^2/(\sqrt{2}\sigma^{(l)})^2,(\mu^{(l)})^2/(\sigma^{(l)})^2)$，且 $\psi^{(n)} \sim \mathrm{N}(-(\mu^{(n)})^2/(\sqrt{2}\sigma^{(n)})^2,(\mu^{(n)})^2/(\sigma^{(n)})^2)$，$n \neq l$。由于 $\psi^{(l)}$ 和 $\psi^{(n)}$ 相互独立，当 E_l 成立时，$\psi^{(n)} \geq \psi^{(l)}$ 的概率等于随机变量 $\psi^{(l)} - \psi^{(n)}$ 小于零的概率。又由于这两个变量都服从高斯分布，它们之差也服从高斯分布。因此，$\psi^{(l)} - \psi^{(n)} \sim \mathrm{N}(\omega_{n,l}/2,\omega_{n,l})$，其中

$$\omega_{n,l} \doteq \frac{(\mu^{(l)})^2}{(\sigma^{(l)})^2} + \frac{(\mu^{(n)})^2}{(\sigma^{(n)})^2} \tag{47}$$

若将有效信噪比定义为 $\psi^{(l)} - \psi^{(n)}$ 的均值平方与方差之比，则可得 $\mathrm{SNR}_\psi = \omega_{n,l}/4$，其中下标 ψ 表示我们使用的是式 (45) 中的估计量。

对于式 (46) 中的简化估计量，类似的推导可得

$$\psi'^{(l)} - \psi'^{(n)} \sim \mathcal{N}\left(\frac{\mu^{(l)}}{(\sigma^{(l)})^2},\left[\frac{1}{(\sigma^{(l)})^2} + \frac{1}{(\sigma^{(n)})^2}\right]\right) \tag{48}$$

此时，有效信噪比记为 $\mathrm{SNR}_{\psi'}$，其表达式为

$$\mathrm{SNR}_{\psi'} = \frac{(\mu^{(l)})^2/(\sigma^{(l)})^2}{\frac{(\sigma^{(l)})^2}{(\sigma^{(n)})^2} + 1} \tag{49}$$

为比较有效信噪比，我们计算它们的比值：

$$\frac{\mathrm{SNR}_\psi}{\mathrm{SNR}_{\psi'}} = \frac{1 + \left(\frac{\mu^{(n)}}{\mu^{(l)}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma^{(l)}}{\sigma^{(n)}}\right)^2}{4} \cdot \left(\left(\frac{\sigma^{(l)}}{\sigma^{(n)}}\right)^2 + 1\right) \tag{50}$$

为了更清晰地解释这一结果，我们还可以假设 $\mu^{(n)}$ 和 $(\sigma^{(n)})^2$ 均与支撑集 $|\mathrm{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^{(n)})|$ 的基数成正比。这样，若令 $\beta_{n,l} \doteq |\mathrm{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^{(n)})|/|\mathrm{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^{(l)})|$，则可写为 $\mu^{(n)}/\mu^{(l)} = \beta_{n,l}$，且 $(\sigma^{(l)})^2/(\sigma^{(n)})^2 = \beta_{n,l}^{-1}$。然后，将其代入式 (50) 可得

$$\frac{\mathrm{SNR}_\psi}{\mathrm{SNR}_{\psi'}} = \frac{(1+\beta_{n,l})^2}{4\beta_{n,l}} = 1 + \frac{(1-\beta_{n,l})^2}{4\beta_{n,l}} \tag{51}$$

对于所有 $\beta_{n,l} \geq 0$，$\beta_{n,l} \neq 1$，该值显然都大于 1。这证实了，正如预期的那样，对于任意 $\beta_{n,l} \neq 1$，相较于最优估计器，有效信噪比都会有所损失。

然而，在实践中，这种损失相当小：例如，假设 $|\mathrm{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^{(n)})|$ 比 $|\mathrm{Q}_{k,\mathrm{inv}}(\alpha_k^{(l)})|$大 20% 或小 20%（即处于这一范围内），那么次优检测器的有效信噪比至多比最优检测器对应的有效信噪比低 0.054 dB。

这支持了所提出的简化检测器的合理性。

参考文献

[1] J. Lukas、J. Fridrich 和 M. Goljan，“基于传感器模式噪声的数码相机识别”，IEEE《信息取证与安全汇刊》，第1卷，第2期，第205–214页，2006年。[2] K. Rosenfeld 和 H. T. Sencar，“基于光电响应不均匀性的相机识别鲁棒性研究”，载于《媒体取证与安全》，第7254卷，第72540M页，国际光学与光子学学会，2009年。[3] S. Taspinar、M. Mohanty 和 N. Memon，“通过空间域平均帧提取相机指纹”，IEEE《信息取证与安全汇刊》，第15卷，第3270–3282页，2020年。[4] P. Korus 和 J. Huang，“基于光电响应不均匀性的篡改定位多尺度分析策略”，IEEE《信息取证与安全汇刊》，第12卷，第4期，第809–824页，2017年。[5] M. Goljan，“从图像识别数码相机——估计误接受概率”，载于《国际数字水印研讨会》，第454–468页，施普林格，2008年。[6] S. Taspinar、M. Mohanty 和 N. Memon，“使用稳定化视频进行源相机归因”，载于2016年IEEE国际信息取证与安全研讨会（WIFS），第1–6页，IEEE，2016年。[7] D. Morshedi、M. Hosseini 和 M. Goljan，“从高动态范围图像识别相机”，载于ACM信息隐藏与多媒体安全研讨会论文集，第69–76页，2019年。[8] M. Goljan 和 J. Fridrich，“对经过镜头畸变校正的图像进行基于传感器指纹的识别”，载于《媒体水印、安全与取证2012》，第8303卷，第83030H页，国际光学与光子学学会，2012年。[9] M. Goljan 和 J. Fridrich，“从单幅图像估计镜头畸变校正”，载于《媒体水印、安全与取证2014》，第9028卷，第90280N页，国际光学与光子学学会，2014年。[10] M. Chen、J. Fridrich、M. Goljan 和 J. Luk´as，“利用传感器噪声确定图像来源及完整性”，IEEE《信息取证与安全汇刊》，第3卷，第1期，第74–90页，2008年。[11] M. K. Mihcak、I. Kozintsev、K. Ramchandran 和 P. Moulin，“基于小波系数统计建模的低复杂度图像去噪”，IEEE《信号处理快报》（SPL），第6卷，第300–303页，1999年。[12] M. Goljan、J. Fridrich 和 T. Filler，“传感器指纹相机识别的大规模测试”，SPIE《国际光学工程学会论文集》，2009年2月。[13] X. Kang、Y. Li、Z. Qu 和 J. Huang，“利用相机参考相位传感器模式噪声提升源相机识别性能”，IEEE《信息取证与安全汇刊》，第7卷，第2期，第393–402页，2012年。[14] W. Hugemann，“校正数码照片中的镜头畸变”，Ingenieurb

¨ + 20, uro 2010

Morawski Hugemann：德国勒沃库森，第[15] H. Li 和 R. Hartley，“利用九点对应校正镜头畸变的非迭代方法”，OMNIVIS 2005，第2卷，第7页，2005年。[16] J. Per˘s 和 S. Kovacic，“使用倾斜相机假设进行非参数、基于模型的径向镜头畸变校正”，载于《计算机视觉冬季研讨会论文集》，第1卷，第pp–286页，2002年。[17] P. Drap 和 J. Lef`evre，“计算逆径向镜头畸变的精确公式”，《传感器》，第16卷，第6期，第807页，2016年。[18] M. Abramowitz 和 I. A. Stegun，《数学函数手册：公式、图表与数学表格》。纽约：多佛，第九版多佛印刷版、第十版美国政府印刷局印刷版，1964年。[19] A. Montibeller 和 F. P´erez-Gonz´alez，“技术报告：关于‘复杂径向畸变校正下的相机归属识别自适应方法’的补充材料”，2022年。http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.20038.96323。[20] B. Widrow 和 S. Stearns，《自适应信号处理》。恩格尔伍德克利夫

s, NJ: Prentice-Hall, 1985.

[21] F. P´erez-Gonz´alez，M. Masciopinto、I. Gonz´alez-Iglesias 和 P. Comesa˜na，“相机指纹的快速序贯取证检测”，载于*2016*年*IEEE*国际图像处理会议（*ICIP*），第3902–3906页，IEEE，2016年。[22] M. Goljan，“图像旋转的盲检测与角度估计”，《电子成像》，第2018卷，第7期，第158–1页，2018年。[23] S. Mandelli、P. Bestagini、L. Verdoliva 和 S. Tubaro，“应对稳像视频序列的设备归属识别问题”，*IEEE*《信息取证与安全汇刊》，第15卷，第14–27页，2019年。[24] M. Iuliani、M. Fontani 和 A. Piva，“基于光电响应不均匀性的源识别存在漏洞——对指纹唯一性的质疑”，《*IEEE Access*》，第9卷，第52455–52463页，2021年。