arXiv:2303.00189v3 [physics.optics] 4 Sep 2023

量子 $\mathcal{PT}$相图：非厄米光子结构

Xinchen Zhang[1]、* Yun Ma[1]、* Qi Liu[1,2], Nuo Wang[1], Yali Jia[1], Qi Zhang[1,6],Zhanqiang Bai[7], Junxiang Zhang[8], Qihuang Gong[1,2,3,4,5], 和 Ying Gu[1], 2、3、4、5†

[1]*State Key Laboratory for Mesoscopic Physics*、 *Department of Physics*、 *Peking University*、 *Beijing 100871*、 *China*[2]*Frontiers Science Center for Nano-optoelectronics* & *Collaborative Innovation Center of Quantum Matter* & *Beijing Academy of Quantum Information Sciences*、 *Peking University*、 *Beijing 100871*、 *China*
[3]*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics*、*Shanxi University*、 *Taiyuan*、 *Shanxi 030006*、 *China*
[4]*Peking University Yangtze Delta Institute of Optoelectronics*、 *Nantong 226010*、 *China*
[5]*Hefei National Laboratory*、 *Hefei 230088*、 *China*[6]*Institute of Navigation and Control Technology*、 *China North Industries Group Corporation*、 *Beijing 100089*、 *China*[7]*School of Mathematical Sciences*、 *Soochow University*、 *Suzhou*, 215006, *China*
[8]*Zhejiang Province Key Laboratory of Quantum Technology and Device*、*Department of Physics*、 *Zhejiang University*、 *Hangzhou 310027*、 *China*（日期：2023年9月6日）

光子结构可以通过调制折射率或增益-损耗，天然地实现PT相变。然而，这些光子系统的量子PT性质尚未得到全面研究。在此，我们针对同时存在损耗与增益的双光子结构，在稳态条件下解析地获得了量子PT相图。为表征PT对称相或PT破缺相，我们定义了一个厄米交换算符，用以表示双模正交分量变量之间的交换。若将若干光子福克态输入PT破缺双波导分束系统，大多数光子将以某些态分布形式集中在主导波导中。量子PT相图为非厄米光子系统中的量子态工程、量子干涉和逻辑运算铺平了道路。

引言。开放量子系统通常会与外部环境交换能量，即它是非厄米的。随着非厄米宇称-时间（PT）系统中某些特定参数的变化，系统会从PT对称态转变为破缺态，并出现例外点（EP），此时本征值及其对应的特征向量同时并合 [1]。已有多项关于PT对称性的理论研究 [2–4], ，揭示了一些有趣的现象，例如周期势中的光学孤子和布洛赫振荡 [5, 6], 、拓扑系统中的边缘增益效应和增益-损耗诱导的皮肤模 [7, 8]。与此同时，PT对称性及其破缺行为已在原子系统和囚禁离子系统 [9, 10], 、声学介质 [11], 、电子电路 [12], 、光子晶格 [13], 以及量子光学系统 [14–16]中得到实验实现。

除上述系统外，通过调制折射率或增益-损耗，光子结构也是实现 PT 对称性或使其破缺的良好候选方案 [17, 18]。由于薛定谔方程与傍轴光学方程[19], 具有相似性，光子结构在实现 PT 对称性方面具有先天优势。光波导 [20, 21]和回音壁微腔 [22, 23] 都可以通过增益与损耗下的双模耦合构建 PT 对称系统。此外，超表面 [24] 和折射率周期调制材料 [25, 26]中也观测到了 PT 对称性。由于 PT破缺态具有非互易性，且例外点处的灵敏度得到增强，PT对称光学可应用于光隔离器 [22], 、传感 [27],、激光器 [28, 29], 和手性光学[30]。

然而，先前关于 PT 对称光子结构的研究几乎都局限于经典光学，在这种情况下，同一模式中的损耗与增益可以相互抵消，并被视为一种平均效应。而在量子 PT 系统中，损耗与增益的作用则有所不同：增益在产生光子时会带来一些噪声，而损耗在湮灭光子时不仅无法降低任何噪声，甚至还会引起真空噪声。这两种不可逆过程必然会产生不同类型的量子跳跃，从而带来一些有趣的量子行为。考虑到量子跳跃，人们研究了非厄米增益-损耗耦合腔中饱和效应对噪声和纠缠的影响 [31, 32], 例外点的位置和特征 [33, 34], 以及 PT 系统与反 PT 系统之间的切换 [35] 。迄今为止，尚无针对整个增益-损耗参数空间中 PT 对称性破缺行为的全面研究，即量子PT相图。一旦获得该相图，人们便可以利用光子结构调控量子态并实现量子逻辑操作，尤其是在 PT对称性破缺时。

在本快报中，我们解析地获得了同时存在增益与损耗的双光子腔中 PT对称性或PT破缺的量子相图[图1(a)]。为考虑实在性，我们确定了弱增益下的稳态区域。为了表征从 PT 对称到PT破缺的转变，我们定义了在双模之间交换正交变量的交换算符。

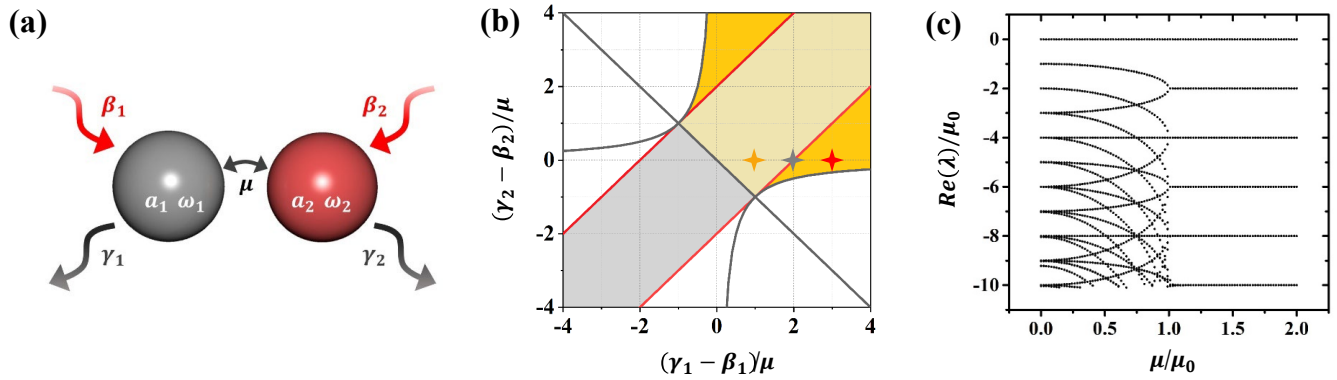

图1. 两个量子光子腔的PT相图。(a) 双光子结构示意图，其耦合系数为 μ，损耗率为 γ_j，增益率为 β_j（$j=1,2$）。这里令 $\omega_1=\omega_2$。(b) 含稳态区域的PT相图。满足$(\beta_1-\gamma_1)/\mu-(\beta_2-\gamma_2)/\mu=\pm2$的例外点以红线表示。两条例外点线之间的区域具有PT对称性，例外点线外部则为PT破缺。黄色部分为稳态存在的区域。黄色星号：PT对称性；灰色星号：例外点；红色星号：PT破缺。(c) 刘维尔算符 $\mathcal{L}(\mu)$的本征值实部，例外点位于$\mu=\mu_0$。这里 $\gamma_1=3.1\mu_0$，$\beta_1=0.1\mu_0$，$\gamma_2=1.1\mu_0$和 $\beta_2=0.1\mu_0$分别表示。

然后，基于上述相图中的 PT 对称或PT破缺区域，我们研究了具有数个光子这一离散变量的量子分裂行为。如果将福克态输入PT破缺双波导分束系统，大多数光子会集中在主导波导中，同时呈现某些态分布；而在 PT 对称情形下，光子则会随时间变化交替分布于两个波导中。涵盖完整参数空间的相图将使我们深入理解量子 PT 对称系统。这也是研究非厄米量子光子系统中的量子态制备、量子干涉和逻辑运算的基础。

具有稳态区域的量子*PT*相图。考虑同时存在损耗与增益的双光子腔 [图1(a)], ，令 $\omega_1=\omega_2=\omega$，其哈密顿量为

$$\hat{H}=\hbar\omega\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_1+\hbar\omega\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_2+\hbar\mu(\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2+\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_1) \tag{1}$$

其中，$\hat{a}_j$ 和$\hat{a}_j^\dagger$ （$j=1,2$）分别为玻色湮灭算符和产生算符，μ 为两个腔之间的耦合强度。在弱增益和弱入射光条件下，可以忽略增益饱和效应 [36]。于是，该非厄米系统由林德布拉德主方程 [37],描述

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{\rho}}{dt}=&-\frac{i}{\hbar}[\hat{H},\hat{\rho}]+\sum_{j=1,2}\gamma_j(2\hat{a}_j\hat{\rho}\hat{a}_j^\dagger-\hat{\rho}\hat{a}_j^\dagger\hat{a}_j-\hat{a}_j^\dagger\hat{a}_j\hat{\rho})\\&+\sum_{j=1,2}\beta_j(2\hat{a}_j^\dagger\hat{\rho}\hat{a}_j-\hat{\rho}\hat{a}_j\hat{a}_j^\dagger-\hat{a}_j\hat{a}_j^\dagger\hat{\rho})\end{aligned} \tag{2}$$

其中，γ_j (β_j) 是第 j 个腔的损耗（增益）系数。

损耗产生的量子跳跃项 $\gamma_j(2\hat{a}_j\hat{\rho}\hat{a}_j^\dagger)$ 与增益产生的 β_j $(2\hat{a}_j^\dagger\hat{\rho}\hat{a}_j)$ 对量子行为的影响完全不同 [38]。而在经典PT-对称或对称性破缺系统中， [21], 这两种效应被视为一种平均效应，其中具有损耗的有源材料（例如散射和吸收）可以由增益进行补偿。

为构建量子PT相图，基于公式（2），我们推导出随 t [39] 变化时 $\langle\hat{a}_1\rangle$ 和 $\langle\hat{a}_2\rangle$ 的演化，

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\langle\hat{a}_1\rangle\\\langle\hat{a}_2\rangle\end{pmatrix}=H_{\text{eff}}\begin{pmatrix}\langle\hat{a}_1\rangle\\\langle\hat{a}_2\rangle\end{pmatrix} \tag{3}$$

其中

$$H_{\text{eff}}=\begin{pmatrix}\omega-i\gamma_1+i\beta_1 & \mu\\ \mu & \omega-i\gamma_2+i\beta_2\end{pmatrix}. \tag{4}$$

H_{eff} 的本征值为

$$\begin{aligned}\omega_\pm=&\omega-\frac{i}{2}(\gamma_1-\beta_1+\gamma_2-\beta_2)\\&\pm\frac{1}{2}\sqrt{4\mu^2-[(\gamma_1-\beta_1)-(\gamma_2-\beta_2)]^2}.\end{aligned} \tag{5}$$

本征值 $\omega_\pm$的简并部分满足（$\gamma_1-\beta_1$）$/\mu-$（$\gamma_2-\beta_2$）$/\mu=\pm2$，称为例外点线，在PT相图中如两条红线所示 [图 1(b)]。两条红线之间的区域为 PT 对称区域，而两条线外的区域为PT破缺区域。量子系统中的PT相图不同于经典系统中的PT相图 [40], ，后者通过（$\gamma_j-\beta_j$）对增益与损耗的影响取平均。在量子相图中，每个单独的点都对应着无数种 γ_j和 β_j 选择，但（$\gamma_j-\beta_j$）的值固定。

另一方面，公式（2）可写为 $\frac{d\hat{\rho}}{dt}=\mathcal{L}\hat{\rho}$，其中刘维尔算符为 $\mathcal{L}$。给定一组完备的

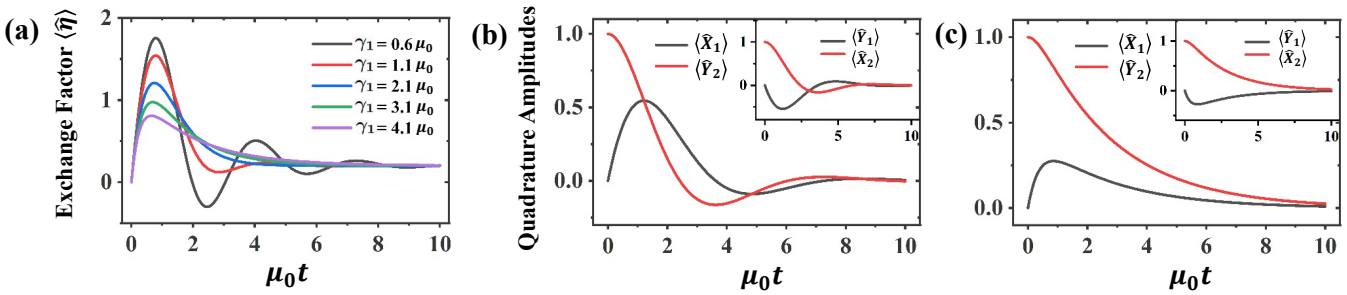

图2. 通过交换因子 $\langle\hat{\eta}\rangle$ 表征从 PT对称性到 PT破缺相的传输。(a) $\langle\hat{\eta}\rangle$ 随 γ_1 变化的演化（由 μ_0 归一化）。$\langle\hat{X}_1\rangle$ 与 $\langle\hat{Y}_2\rangle$ 之间的交换（插图：$\langle\hat{X}_2\rangle$ 与 $\langle\hat{Y}_1\rangle$）：(b) 在 PT对称性下，$\gamma_1 = 1.1\mu_0$（图1(b)中的黄色星号）；(c) 在 PT破缺相下，$\gamma_1 = 3.1\mu_0$（图1(b)中的红色星号）。初态为相干态 $|0,\ \alpha = 1+i\rangle$，其他参数为 $\beta_1 = 0.1\mu_0$，$\gamma_2 = 0.1\mu_0$，$\beta_2 = 0.1\mu_0$ 和 $\mu = \mu_0$。

量子态基矢，$\mathcal{L}$ 可表示为一个高维矩阵。图1(c)展示了刘维尔算符 $\mathcal{L}(\mu)$ 的本征值实部，其中 $\gamma_1 = 3.1\mu_0, \beta_1 = 0.1\mu_0, \gamma_2 = 1.1\mu_0$ 和 $\beta_2 = 0.1\mu_0$ 分别对应相应情形。可以看到，位于 $\mu = \mu_0$ 的分裂点与相图 [图1(b)] 中的灰色星号相同。关于 $\mathcal{L}$ 的更多细节见参考文献 [39]。

此外，双模的平均光子数 $\langle\hat{n}_1\rangle = \langle\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_1\rangle$, $\langle\hat{n}_2\rangle = \langle\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_2\rangle$ 的演化以及交换因子 $\langle\hat{\eta}\rangle = \langle i(\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_1 - \hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2)\rangle$ 可写为[39],

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\langle\hat{n}_1\rangle &= 2(\beta_1 - \gamma_1)\langle\hat{n}_1\rangle + \mu\langle\hat{\eta}\rangle + 2\beta_1 \\
\frac{d}{dt}\langle\hat{n}_2\rangle &= 2(\beta_2 - \gamma_2)\langle\hat{n}_2\rangle - \mu\langle\hat{\eta}\rangle + 2\beta_2 \\
\frac{d}{dt}\langle\hat{\eta}\rangle &= 2\mu\langle\hat{n}_2\rangle - 2\mu\langle\hat{n}_1\rangle \\
&\quad + (\beta_1 + \beta_2 - \gamma_1 - \gamma_2)\langle\hat{\eta}\rangle
\end{aligned} \tag{6}$$

其解满足稳态条件：$\gamma_1 + \gamma_2 - \beta_1 - \beta_2 > 0$ 和 $(\gamma_1 - \beta_1)(\gamma_2 - \beta_2) + \mu^2 > 0$，如图1(b)相图中的黄色区域所示。在稳态条件下，双模平均光子数的最终值以及 $\langle\hat{\eta}\rangle$ 可写为 [39],

$$\begin{aligned}
\langle\hat{n}_1\rangle_{ss} &= \frac{\Delta_1 - \beta_1(\Delta_2 + 2\beta_2\gamma_2 - \gamma_2^2)}{\Delta_3} \\
\langle\hat{n}_2\rangle_{ss} &= \frac{\Delta_1 - \beta_2(\Delta_2 + 2\beta_1\gamma_1 - \gamma_1^2)}{\Delta_3} \\
\langle\hat{\eta}\rangle_{ss} &= \frac{2\mu(\beta_2\gamma_1 - \beta_1\gamma_2)}{\Delta_3}
\end{aligned} \tag{7}$$

其中 $\Delta_1 = (\beta_1+\beta_2)(\beta_1\beta_2+\mu^2)$、$\Delta_2 = \beta_1\gamma_2+\beta_2\gamma_1-\gamma_1\gamma_2$ 和 $\Delta_3 = (\gamma_1 + \gamma_2 - \beta_1 - \beta_2)[(\gamma_1 - \beta_1)(\gamma_2 - \beta_2) + \mu^2]$。这里，稳态区域中的参数应满足弱增益条件。由式（7）可知，对于一个稳态点，存在无穷多组参数 γ_1、β_1、γ_2 和 β_2，对应无穷多个稳态值。但由于损耗与增益的退相干效应，稳态最终将变为不具有任何量子特性的热态 [39]。以下讨论均限于稳态区域内。

用于表征*PT*相的交换算符。为了表征PT对称或对称性破缺，我们将交换算符 $\hat{\eta}$ 重写为

$$\hat{\eta} = 2(\hat{X}_1\hat{Y}_2 - \hat{X}_2\hat{Y}_1) \tag{8}$$

其中 $\hat{X}_{1,2} = (\hat{a}_{1,2} + \hat{a}_1^\dagger, 2)/2$ 和 $\hat{Y}_{1,2} = (\hat{a}_{1,2} - \hat{a}_1^\dagger, 2)/2i$。$\hat{\eta}$ 作为厄米算符，表示正交分量变量 $X_{1,2}$ 和 $Y_{2,1}$ 之间的交换。其期望值 $\langle\hat{\eta}\rangle$ 是一个实数，称为交换因子。图2(a)展示了 $\langle\hat{\eta}\rangle$ 随损耗率 γ_1 变化的演化。这里，$\beta_1 = 0.1\mu_0, \gamma_2 = 0.1\mu_0, \beta_2 = 0.1\mu_0, \mu = \mu_0$，其中 $\mu_0 = 1 \times 10^{-10}$ Hz，初态为相干态 $|0, \alpha = 1+i\rangle$。从图2(a)可以看出，$\langle\hat{\eta}\rangle$ 经历了相变：从 $\gamma_1 = 1.1\mu_0$ 处的PT对称性，经由 $\gamma_1 = 2.1\mu_0$ 处的例外点，转变为 $\gamma_1 = 3.1\mu_0$ 处的PT对称性破缺，分别对应图1(b)中的黄色、灰色和红色星形标记。可以看出，当PT对称性未破缺时，$\langle\hat{\eta}\rangle$ 以 t 振荡。相反，当PT对称性破缺时，$\langle\hat{\eta}\rangle$ 在上升后单调下降，随后达到稳态。值得注意的是，无论 γ_1 取何值，$\langle\hat{\eta}\rangle$ 都趋近于相同的值，即 $t \to \infty$。这并非普遍情况，而仅仅是条件 $\gamma_2 = \beta_2$ 下的偶然现象。

相应地，我们探究正交振幅 $\langle X_{1、2}\rangle$ 和 $\langle Y_{2、1}\rangle$之间的交换过程。对于 PT对称性，$\langle X_{1、2}\rangle$ 和 $\langle Y_{2、1}\rangle$之间存在周期性交换过程，如图2(b)中的 $\gamma_1 = 1.1\mu_0$所示。相反，当 PT 对称性破缺时，它们会随 $\langle X_1\rangle < \langle Y_2\rangle$ 和 $\langle Y_1\rangle < \langle X_2\rangle$呈指数衰减，如图2(c)中的 $\gamma_1 = 3.1\mu_0$所示。如果此时输入福克态 $|m、n\rangle$ 作为初态，则 $\langle\hat{X}_{1、2}\rangle$ 和 $\langle\hat{Y}_{2、1}\rangle$在所有时刻 [39]均为 0。这是因为福克态中 $\langle X_{1、2}\rangle$ 和 $\langle Y_{2、1}\rangle$ 的平均值始终为零。因此，如果只输入福克态，就无法

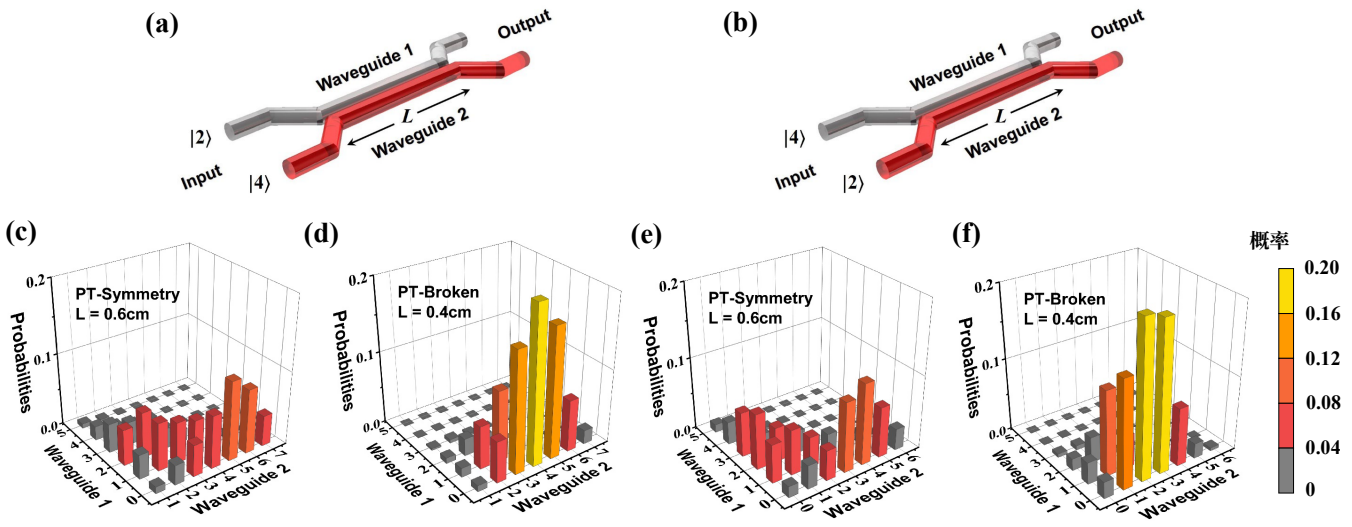

图 3. 基于 PT对称性或 PT破缺的量子态工程。输入为福克态的耦合波导示意图：(a) $|2,\ 4\rangle$ 对应 (c, d)，以及 (b) $|4,\ 2\rangle$ 对应 (e, f)。(c, e) 为 $L = 0.6$ cm 时 PT对称性下输出态的概率分布，(d, f) 为 $L = 0.4$ cm 时 PT破缺下输出态的概率分布。其他参数与图 2(b, c) 相同。

利用正交分量振幅交换来区分 PT对称性与 PT 对称性破缺。然而，无论输入福克态还是相干态，都可以通过交换因子 $\langle\hat{}\eta\rangle$ [39]清楚地区分两者。因此，交换算符 $\hat{}\eta$ 可以全面表征量子光子系统中 PT对称性或其破缺的性质。

利用 *PT*破缺进行量子态工程。 上述理论适用于任意双模耦合光子结构。如果光子结构中存在损耗与增益，则可将其等效为非厄米分束器 [41]。非厄米分束器具有一些独特的性质和应用，例如量子相干完美吸收 [42]，玻色子反聚束 [43]，压缩态制备 [44]，以及多比特量子门的制备 [45]。现在，我们以耦合波导系统为例来研究量子态工程。如图 3(a, b) 所示，耦合间距为 L 的两条增益-损耗波导可视为一个非厄米分束器。如果 L 过短，双模之间的相互作用就不充分。相反，如果 L 过长，任何输入量子态都会变成热态。因此， L存在一个最佳区间，在此区间内，双模之间的相互作用足够强，同时量子相干性与 PT对称性共同发挥作用。当 $\gamma_1 = 1.1\mu_0 \sim 3.1\mu_0$， $\beta_1 = 0.1\mu_0$， $\gamma_2 = 0.1\mu_0$， $\beta_2 = 0.1\mu_0$，且 $\mu = \mu_0$，其中 $\mu_0 = 1\text{cm}^{-1}$[21, 46]时，L 的最佳值为 $0.4 \sim 1.5$ cm。采用上述参数，在接下来的讨论中，我们将重点研究 PT对称性和 PT破缺情形下两个输出端的量子态分布。

我们首先考虑单光子输入的情况，即 $|\psi\rangle_{in} = |0,\ 1\rangle$ 和 $|1,\ 0\rangle$ [39]。在 PT-

表 I. 非厄米分束器中输出态的概率分布和平均光子数。

(a) PT对称性

输入	L/cm	$\|0,\ 1\rangle$	$\|1,\ 0\rangle$	$\|0,\ 2\rangle$	$\|1,\ 1\rangle$	$\|2,\ 0\rangle$	$\|0,\ 3\rangle$	...	$\langle\hat{n}_1\rangle$	$\langle\hat{n}_2\rangle$
$\|0, 1\rangle$	1.2	0.21	0.21	0.06	0.06	0.04	0.01	...	0.41	0.51
$\|1, 0\rangle$	1.2	0.25	0.06	0.07	0.02	0.01	0.02	...	0.11	0.51
$\|0, 2\rangle$	0.75	0.2	0.08	0.23	0.17	0.04	0.08	...	0.54	1.4
$\|1, 1\rangle$	0.75	0.24	0.18	0.19	0.04	0.05	0.06	...	0.41	1.0
$\|2, 0\rangle$	0.75	0.25	0.13	0.08	0.05	0.02	0.02	...	0.28	0.6

(b) PT破缺

输入	L/cm	$\|0, 1\rangle$	$\|1, 0\rangle$	$\|0, 2\rangle$	$\|1, 1\rangle$	$\|2, 0\rangle$	$\|0, 3\rangle$	...	$\langle\hat{n}_1\rangle$	$\langle\hat{n}_2\rangle$
$\|0, 1\rangle$	0.7	0.52	0.06	0.12	0.03	0	0.02	...	0.11	0.89
$\|1, 0\rangle$	0.7	0.14	0.03	0.02	0.01	0	0	...	0.04	0.21
$\|0, 2\rangle$	0.5	0.21	0.02	0.47	0.08	0	0.12	...	0.16	1.79
$\|1, 1\rangle$	0.5	0.53	0.07	0.16	0.03	0.01	0.03	...	0.13	1.01
$\|2, 0\rangle$	0.5	0.15	0.07	0.02	0.01	0	0	...	0.09	0.22

对称性情形下，对应于图1(b)中的黄色星号，在 $L = 1.2$ cm 处，输出态的概率分布和平均光子数如表 I(a)所示。可以看到，光子倾向于对称地分布在两个波导中。而在 PT破缺情形下，即图1(b)中的红色星号，在 $L = 0.7$ cm 处的输出态如表 I(b)所示。在这种情况下，无论从哪个波导输入一个光子，光子都很可能从主导波导输出。PT破缺的结果与经典光学实验一致，在这些实验中，大部分能量集中在主导模式 [21] 中。

接下来探讨双光子输入的情形，

即 $|\psi\rangle_{in} = |0,2\rangle$, $|1,1\rangle$, 以及 $|2,0\rangle$ [39]。对于 PT 对称性, $L = 0.75$ cm 处的两种输出态见表 I(a); 对于 PT 破缺, $L = 0.5$ cm 处的两种输出态见表 I(b)。在这两种情形下, 输出态 $|1,1\rangle$ 的概率都很小, 这表现为光子概率分布随距离 L [39]变化时出现的一个凹陷; 也就是说, 光子倾向于从同一条波导输出, 呈现出 Hong–Ou–Mandel效应 [46, 47]。再次可见, 根据 PT 对称性和 PT 破缺情况下输出态的概率分布与平均光子数, 量子结果与相应的经典结果[21]一致。

上述两个例子表明, 具有PT对称性的分束器不同于此前研究的非厄米分束器。在例外点之后, 由于量子干涉与PT破缺的共同作用, 大多数光子（或概率较大的输出态）集中在主导波导中。此外, 由于增益的存在, 当 $|\psi\rangle_{in} = |M,N\rangle$时, 会出现量子态 $|P\rangle$ with $P > (M+N)$。因此, 这种PT破缺状态下的分束器可用于制备高光子数的福克态。现在, 我们以输入态$|\psi\rangle_{in} = |2,4\rangle$ 和 $|4,2\rangle$ 为例。如图3(c、e)所示, 在PT对称情形下（图1(b)中的黄色星号）, 由于两个波导之间周期性交换, $L = 0.6$ cm处的光子数分布较为分散。平均光子数分别为 $\langle\hat{n}_1\rangle = 1.2$和 $\langle\hat{n}_2\rangle = 3.3$ （输入 $|2,4\rangle$）, 以及 $\langle\hat{n}_1\rangle = 1.1$ 和 $\langle\hat{n}_2\rangle = 2.3$（输入 $|4,2\rangle$）。而在PT破缺情形下（图1(b)中的红色星号）, 在 $L = 0.4$ cm处, 大多数光子聚集于主导波导中, 高光子数福克态 [的概率分布较大（图3(d、f)）, 对应于 $\langle\hat{n}_1\rangle = 0.4$ 和 $\langle\hat{n}_2\rangle = 2.0$ （输入 $|2,4\rangle$）, 以及 $\langle\hat{n}_1\rangle = 0.3$ 和$\langle\hat{n}_2\rangle = 3.7$ （输入 $|4,2\rangle$）。我们还检验了其他情形: 输入福克态为 $|M,N\rangle$, 总光子数为 $M+N < 10$, 所得结论相同[39]。此外, 通过调整两个波导的损耗与增益参数, 可以得到更优的输出态。

摘要。我们通过解析方法获得了非厄米光子结构中包含稳态区域的量子PT相图。我们定义了一种交换算符, 用以表征PT对称相和PT破缺相。基于该相图, 我们在耦合波导结构中设计了多光子量子态。本研究构建了光子结构中量子PT对称性的基础理论, 并探讨了其在量子态工程中的应用。所建立的理论可进一步用于研究许多相关的量子行为, 例如增益饱和效应、量子纠缠和连续变量态, 并有望应用于非厄米光子系统中的量子态制备、量子干涉和逻辑运算。

致谢。本研究得到中国国家自然科学基金（项目编号: 11974032）和广东省重点研发计划（项目编号: 2018B030329001）的资助。

* 这两位作者贡献相同。† ygu@pku.edu.cn

[1] C. M. Bender 和 S. Boettcher, 具有 $\mathcal{PT}$对称性的非厄米哈密顿量中的实谱, 《物理评论快报》80, 5243（1998）。[2] A. Mostafazadeh, 伪厄米量子力学中的量子最速问题与态空间的几何, 《物理评论快报》99, 130502（2007）。[3] H. Schomerus, $\mathcal{PT}$ **104**, 对称233601 2010系统的量子噪声与自维持辐射, 《物理评论快报》（）。[4] T. c. v. Prosen, $\mathbb{PT}$对称量子刘维尔动力学, 《物理评论快报》109, 090404（2012）。[5] Z. H. Musslimani、K. G. Makris、R. El-Ganainy 和 D. N. Christodoulides, $\mathcal{PT}$周期势中的光学孤子, 《物理评论快报》100, 030402（2008）。[6] S. Longhi, 具有 $\mathcal{PT}$对称性的复晶体中的布洛赫振荡, 《物理评论快报》103, 123601（2009）。[7] A. Y. Song、X.-Q. Sun、A. Dutt、M. Minkov、C. Wojcik、H. Wang、I. A. D. Williamson、M. Orenstein 和 S. Fan, $\mathcal{PT}$对称拓扑边缘增益效应, 《物理评论快报》125, 033603（2020）。[8] Y. Li、C. Liang、C. Wang、C. Lu 和 Y.-C. Liu, 增益-损耗诱导的混合皮肤-拓扑效应, 《物理评论快报》128, 223903（2022）。[9] Z. Zhang、Y. Zhang、J. Sheng、L. Yang、M.-A. Miri、D. N. Christodoulides、B. He、Y. Zhang 和 M. Xiao, 光诱导原子晶格中宇称-时间对称性的观测, 《物理评论快报》117, 123601（2016）。[10] L. Ding、K. Shi、Q. Zhang、D. Shen、X. Zhang 和 W. Zhang, 单个囚禁离子中 $\mathcal{PT}$对称例外点的实验测定, 《物理评论快报》126, 083604（2021）。[11] Y. Yang、H. Jia、Y. Bi、H. Zhao 和 J. Yang, 基于无源宇称-时间对称介质的声学非对称衍射光栅的实验演示, 《物理评论应用》12, 034040（2019）。[12] M. Sakhdari、M. Hajizadegan、Q. Zhong、D. N. Christodoulides、R. El-Ganainy 和 P.-Y. Chen, 发散例外点附近 pt 对称性破缺的实验观测, 《物理评论快报》123, 193901（2019）。[13] T. Biesenthal、M. Kremer、M. Heinrich 和 A. Szameit, $\mathcal{PT}$对称平带的实验实现, 《物理评论快报》123, 183601（2019）。[14] L. Xiao、K. Wang、X. Zhan、Z. Bian、K. Kawabata、M. Ueda、W. Yi 和 P. Xue, 宇称-时间对称量子动力学中临界现象的观测, 《物理评论快报》123, 230401（2019）。[15] T. Wu、J. A. Izaac、Z.-X. Li、K. Wang、Z.-Z. Chen、S. Zhu、J. B. Wang 和 X.-S. Ma, 用于有向图中心性排序的实验性宇称-时间对称量子游走, 《物理评论快报》125, 240501（2020）。[16] L. Xiao、T. Deng、K. Wang、Z. Wang、W. Yi 和 P. Xue, 非布洛赫宇称-时间对称性和例外点的观测,

《物理评论快报》126，230402（2021）。[17] R. El-Ganainy、K. G. Makris、D. N. Christodoulides 和 Z. H. Musslimani，耦合光学 $\mathcal{PT}$对称结构理论，《光学快报》32，2632（2007）。[18] M.-A. Miri 和 A. Al`u，光学与光子学中的例外点，《科学》363，eaar7709（2019）。[19] L. Feng、R. El-Ganainy 和 L. Ge，基于宇称-时间对称性的非厄米光子学，《自然·光子学》11，752（2017）。[20] A. Guo、G. J. Salamo、D. Duchesne、 *et al.*，复光学势中 $\mathcal{PT}$对称性破缺的观测，《物理评论快报》103，093902（2009）。[21] C. E. R¨uter、K. G. Makris、R. El-Ganainy、 *et al.*，光学中宇称-时间对称性的观测，《自然·物理》6，192（2010）。[22] L. Chang、X. Jiang、S. Hua、 *et al.*，有源-无源耦合微腔中的宇称-时间对称性和可变光隔离，《自然·光子学》8，524（2014）。[23] B. Peng、S¸. K. ¨Ozdemir、F. Lei、 *et al.*，宇称-时间对称的回音壁微腔，《自然·物理》10，394（2014）。[24] M. Lawrence、N. Xu、X. Zhang、 *et al.*，太赫兹超表面偏振空间中$\mathcal{PT}$对称性破缺的呈现，《物理评论快报》113，093901（2014）。[25] Z. Lin、H. Ramezani、T. Eichelkraut、 *et al.*， $\mathcal{PT}$对称周期结构诱导的单向隐形，《物理评论快报》106，213901（2011）。[26] L. Feng、M. Ayache、J. Huang、 *et al.*，硅光子电路中的非互易光传播，《科学》333，729 2011（）。[27] J. Wiersig，利用例外点提高频率和能量劈裂检测的灵敏度：在微腔传感器单粒子检测中的应用，《物理评论快报》112，203901（2014）。[28] B. Peng、S¸. K. ¨Ozdemir、S. Rotter、 *et al.*，损耗诱导的激光抑制与复现，《科学》346，328（2014）。[29] L. Feng、Z. J. Wong、R.-M. Ma、Y. Wang 和 X. Zhang，通过宇称-时间对称性破缺实现单模激光器，《科学》346，972（2014）。[30] B. Peng、S¸. K. ¨Ozdemir、M. Liertzer、 *et al.*，例外点处的手性模式和定向激光，《美国国家科学院院刊》113(25)，6845（2016）。[31] I. I. Arkhipov、A. Miranowicz、O. Di Stefano、 *et al.*，用于宇称-时间对称回音壁微腔的斯卡利-兰姆量子激光模型：增益饱和效应与非互易性，《物理评论A》99，053806 2019（）。[32] S. Vashahri-Ghamsari、B. He 和 M. Xiao，增益饱和对非厄米增益-损耗耦合器中光的量子性质的影响，《物理评论A》99，023819（2019）。[33] F. Minganti、A. Miranowicz、R. W. Chhajlany 和 F. Nori，非厄米哈密顿量和李维尔算符的量子例外点：量子跳跃的影响，《物理评论 A》100，062131（2019）。[34] I. I. Arkhipov、A. Miranowicz、F. Minganti 和 F. Nori，Scully–Lamb 激光理论下具有损耗和增益的线性耦合腔系统中的量子与半经典例外点，《物理评论 A》101，013812（2020）。[35] I. I. Arkhipov、A. Miranowicz、F. Minganti 和 F. Nori，耗散线性玻色系统中任意阶的李维尔例外点：相干函数以及 $\mathcal{PT}$与反$\mathcal{PT}$对称性之间的切换，《物理评论 A》102，033715（2020）。[36] M. S. III、M. O. Scully 和 J. W. Lamb， *Laser Physics* （Addison-Wesley 出版公司，1974）。[37] G. Lindblad，量子动力半群的生成元，《数学物理通讯》48，119（1976）。[38] S. Scheel 和 A. Szameit，不存在具有增益与损耗的 $\mathcal{PT}$对称光子量子系统，EPL 122，34001（2018）。[39] 请参阅 http://xxx 上的补充材料，内容包括算符期望值的演化、稳态、李维尔算符的性质、PT 相表征和量子态工程。[40] Q. Zhang、Y. Ma、Q. Liu、X. Zhang、Y. Jia、L. Tong、Q. Gong 和 Y. Gu，增益-增益与增益-无损 PT 对称性破缺源自 PT 相图，《光学杂志》，1（2023）。[41] S. M. Barnett、J. Jeffers、A. Gatti 和 R. Loudon，有损分束器的量子光学，《物理评论 A》57，2134（1998）。[42] T. Roger、S. Restuccia、A. Lyons、 *et al.*，NOON 态的相干吸收，《物理评论快报》117，023601（2016）。[43] B. Vest、M.-C. Dheur、 ´E. Devaux、 *et al.*，玻色子在有损分束器上的反聚束，《科学》356，1373（2017）。[44] M. Wubs 和 A. ¨U. C. Hardal，利用压缩光的量子相干吸收，通过有损分束器制备纯态，载于 *Quantum Nanophotonic Materials*、*Devices* 11091 2019 、 *and Systems 2019*，第（国际光学工程学会，）卷，页码 110910Z。[45] J. E. Davis 和 D. O. G¨uney，损耗对线性光学量子逻辑门的影响，《美国光学学会杂志 B》38，C153（2021）。[46] F. Klauck、L. Teuber、M. Ornigotti、 *et al.*，对$\mathcal{PT}$对称量子干涉的观测，《自然·光子学》13，883（2019）。[47] C. K. Hong、Z. Y. Ou 和 L. Mandel，通过干涉测量两个光子之间的亚皮秒时间间隔，《物理评论快报》59，2044（1987）。