arXiv:2303.00290v1 [physics.app-ph] 1 Mar 2023

铁电材料中电声噪声的谱对称性破缺

Dhiraj Sinha

麻省理工学院电气工程与计算机科学系，美国马萨诸塞州剑桥市，邮编02139。电子邮件：dhiraj@mit.edu（日期：2023年3月2日）

我们提出了一种关于铁电材料中电声噪声产生的新型解析表述，其中热涨落诱导的极化和声学模态对噪声有着显著贡献。与铁电材料相关的保守力场会驱动系统中谱模态的反馈。这会导致宽带噪声的频率谱发生对称性破缺，从而增强特定模态并产生高振幅窄带噪声。我们在铁电材料的背景下，基于涨落耗散定理的理论框架描述这一过程。我们还指出，在具有谱对称性的导体中，约翰逊-奈奎斯特噪声产生过程不存在这种谱反馈。

I. 引言

我们目前对电子系统中噪声的理解，基于 Johnson 和 Nyquist 的开创性工作；该工作考察了电子在热涨落 [1, 2] 下的布朗运动，并且在整个频带内具有均匀的谱密度。另一类相关噪声是散粒噪声，它与电子的离散本质有关 [3]。在电子电路中，电容器也会产生噪声，通常通过将玻尔兹曼能量与电容储能相等来分析 [4]。然而，电子与具有保守力场的电容器之间的相互作用性质，不同于其与具有耗散性本质的电阻器之间的相互作用，其对噪声谱的影响需要进行

更为精细的分析。另一个至关重要的相关问题是铁电元件产生的噪声，而铁电元件具有广泛的应用。铁电材料被用作 CMOS器件栅电极中的绝缘层 [5], 、无线设备前端部分的滤波器 [6] 以及数据存储元件 [7]。它们还被用作扫描隧道显微镜 [8, 9], 、原子力显微镜 [10, 11], 和磁盘驱动器 [12]中的致动器元件；此外，还广泛用作基础设施监测 [13, 14], 、磁场传感 [15]以及需要极高灵敏度的相关应用中的传感器 [16]。

本研究旨在提出一种新颖的解析模型，用于描述铁电材料在非平衡热激发下的噪声产生。该模型纳入了微观热涨落与宏观系统的声学和电磁模态之间的相互作用，由此导出一种新颖的涨落耗散定理表述，并考虑保守力场的作用。本分析的一个重要目标是确立非对称噪声谱的产生机制，这与具有谱对称性的约翰逊-奈奎斯特噪声不同。

铁电材料中的噪声已在非平衡力场的背景下得到研究。例如，当铁电样品受到静电场作用时，极化畴的尺寸会以离散且不均匀的步幅发生变化，从而产生巴克豪森噪声 [17–19]。这种噪声主要集中在驱动场的谐波附近，并随频率变化呈几何衰减。铁电材料中的另一种噪声来源，是弹性相互作用下沿畴壁分布的应力梯度；在存储元件的切换过程中，这种噪声可能占据主导地位[20–22]。铁磁材料中的这种噪声也已得到广泛研究：外场持续变化时，磁畴的尺寸和取向会突然改变，导致磁化强度发生离散跃变 [23]。磁自旋微观团簇在交换相互作用下与外场对齐并增大尺寸，从而引发雪崩效应。这最终会导致磁化强度跃变和噪声急剧增加 [24]。巴克豪森噪声具有与闪烁噪声相似的幂律依赖，频率越高，噪声越低 [25, 26]。

介电材料中的另一种噪声来源是电报噪声或突发噪声，它已在晶体管 [27] 和闪存[28]的研究中得到探讨。它表现为在随机时间间隔内出现的短暂突发信号，由离散的电压电平组成，其成因是材料缺陷，或电子、离子沿半导体晶体中的薄膜界面被俘获与释放。

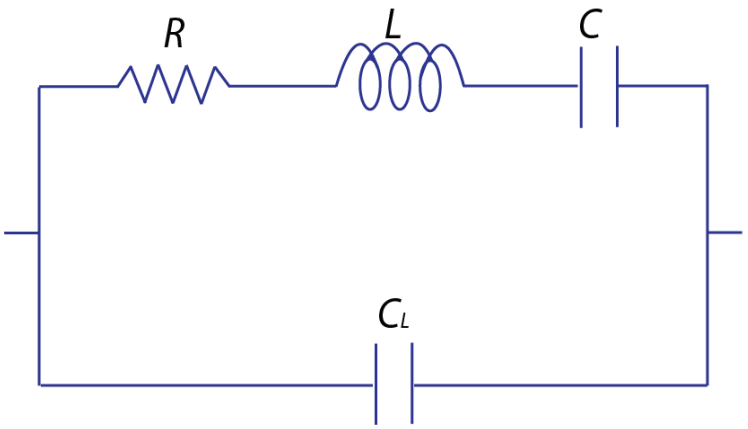
然而，电报噪声的确切物理起源尚未得到充分理解 [29]。

本研究分析了在没有外部驱动力的情况下由热涨落引起的噪声，旨在补充此前对铁电材料中噪声的研究。在电子器件中的铁电元件背景下，这项研究尤为重要，因为热相互作用在其中起主导作用。

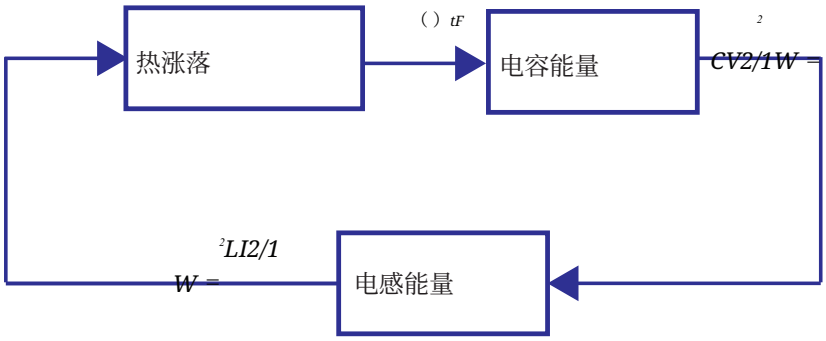
II. 涨落诱导噪声

居里温度以下的自发极化是铁电材料的普遍特征 [30]。这种极化也可在外部电场作用下被诱导产生 [31]。铁电晶体中的束缚电荷在热涨落作用下会发生瞬时位移，导致电荷分离和电压产生。这会产生电容储能，最终转化为电流，并在以热的形式耗散并注入热浴之前，暂时以电感能量的形式储存。热耗散继而引发热涨落，过程随之重复。铁电材料的范戴克模型将其视为由电容器、电阻器和电感器元件组成（图1a）。因此，与热浴相互作用的铁电材料可视为一个电感器-电容器-电阻器电路元件，其中热涨落下产生的感应电压转化为电流，其耗散进入热浴后，热浴又以热涨落的形式将能量传回系统（图1b）。铁电材料的总能量可等同于玻尔兹曼能量， k_BT 其中， k_B为玻尔兹曼常数， T 为温度。根据能量均分定理， $k_BT = CV^2/2 + LI^2/2$，其中， C为电容， V为感应电压， I为电流， L 为电感，噪声电压的最大值可表示为 $V(t) = \sqrt{2KT/C}$。铁电晶体中诱导的极化模态也会产生声学模态，这是因为压电晶体的分子结构中缺乏对称中心 [31]。当力的方向反转时，极化方向也随之改变，这可由压电本构方程表示为 [31],

$S_\mu = M^E_{\mu\nu}T_\nu + d_{\mu\nu}E_\nu$其中， S为应变， M为恒定电场 E 下的机械柔度， T 为应力， d 为压电系数， μ 和 ν 为指标，其取值范围为1至3，对应于空间坐标。在最简单的情况下，



(a)



(b)

图1. 铁电材料及其与热浴的相互作用。（a）压电晶体的范戴克模型，包含集总电阻元件（ R ）、电感元件（ L ）和电容元件（ C ），以及引线电容 C_L。（b）电阻元件作为耗散性热浴的源，其中能量耗散并导致热涨落的产生，进而在铁电材料中引起电荷分离和电压产生。产生的电容能量转化为电流，导致电感能量增加，而增加的电感能量很快以热的形式耗散到热浴中。注入的热量驱动热涨落。

电场诱导位移时，该方程可表示为 $S_\mu = d_{\mu\nu}E_\nu$。处于电场 E 和机械应力 X 作用下的压电晶体会产生电极化 P 和应变 S ，并满足以下关系：$(\partial P/\partial X)_E = (\partial S/\partial E)_S$。第一项为应变系数或压电系数，单位为 m/V。材料在热涨落作用下产生的应变可导致感应出有限的电压。热涨落所导致的作用于电荷中心的力

是阻力（使其回到初始平衡状态）与平均值为零的涨落力之和。这可用朗之万方程 [32], 描述

$$m\frac{d^2\boldsymbol{x}}{dt} = -\beta\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} - \omega_m^2\boldsymbol{x} + \mathfrak{R}(t) \tag{1}$$

其中， m 为粒子质量， $\boldsymbol{x}$ 为其位移， t 为时间， β 为阻力系数， ω_m为与保守力场相关的粒子共振频率，而 R(t) 是表示与热浴相互作用的随机涨落函数。外力的净效应是原子围绕平均位置发生位移，这也会导致电荷感应。可以将其视为热浴产生的冲激函数，与具有相似物理性质的压电晶体的脉冲响应进行卷积，从而得到噪声谱。对式 1 进行拉普拉斯变换并分离各项 [33], ，可得偏离平均位置的位移表达式:

$$x(s) = \frac{\Re(s)}{m(\omega_m^2 + 2\zeta_m\omega_m s + s^2)} \tag{2}$$

这里， $s = \omega\sqrt{-1}$，其中 ω 为热相互作用产生的涨落场的角频率， $\zeta_m = \beta/(2m\omega_m)$ 为机械阻尼系数。表示与热浴相互作用的随机涨落函数具有如下性质: $\langle\Re(t_1)\Re(t_2)\rangle = 2\beta k_B T\delta(t_1 - t_2)$，其中 t_1 和 t_2 是两个时间点。谱密度可表示为其傅里叶变换:

$$S_{\Re}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{j\omega t}\langle\Re(t_1)\Re(t_2)\rangle \tag{3}$$

由于谱密度与 $x|\omega|^2$ 成正比，因此可写为:

$$S_{\Re}(\omega) = \frac{2\beta k_B T}{m^2(\omega_m^2 + 2\zeta_m\omega_m s + s^2)^2} \tag{4}$$

因此，净位移可写为:

$$x(\omega) = \frac{\sqrt{2\beta k_B T}}{m(\omega_m^2 + 2\zeta_m\omega_m s + s^2)} \tag{5}$$

其时域表示为:

$$x(t) = \frac{\sqrt{2\beta k_B T}}{\omega_m m\sqrt{(1-\zeta^2)}} e^{-\zeta\omega_m t}\sin\omega_m\sqrt{(1-\zeta^2)}t \tag{6}$$

对于 $0 \leq \zeta < 1$。公式 6 中的表达式表示热涨落下电荷中心的净位移，该位移会产生噪声。项 $\sqrt{2\beta k_B T}$ 是约翰逊-奈奎斯特噪声的代表项

，它与温度以及阻力系数成正比，而阻力系数代表系统中的耗散。分析表明，引入与保守力场相关的项会改变系统的物理特性，从而增加一个取决于共振频率的正弦项。

位移表示为，$x(t) = te^{-\omega t}$ 对于 $\zeta = 1$，并且

$$x(t) = \frac{\sqrt{2\beta k_B T}}{2\omega_m m\sqrt{(\zeta^2-1)}}\left[e^{-(\zeta-\sqrt{\zeta^2-1})\omega_m t} + e^{-(\zeta+\sqrt{\zeta^2-1})\omega_m t}\right] \tag{7}$$

对于 $\zeta > 1$。电荷中心的位移也可以用给定系统的格林函数表示为，

$$x(t) = \int_{-\infty}^{-\infty} dt' G(t,t')\frac{\sqrt{2\beta k_B T}}{m} \tag{8}$$

其中，$G(t,t')$ 是格林函数，表示为，

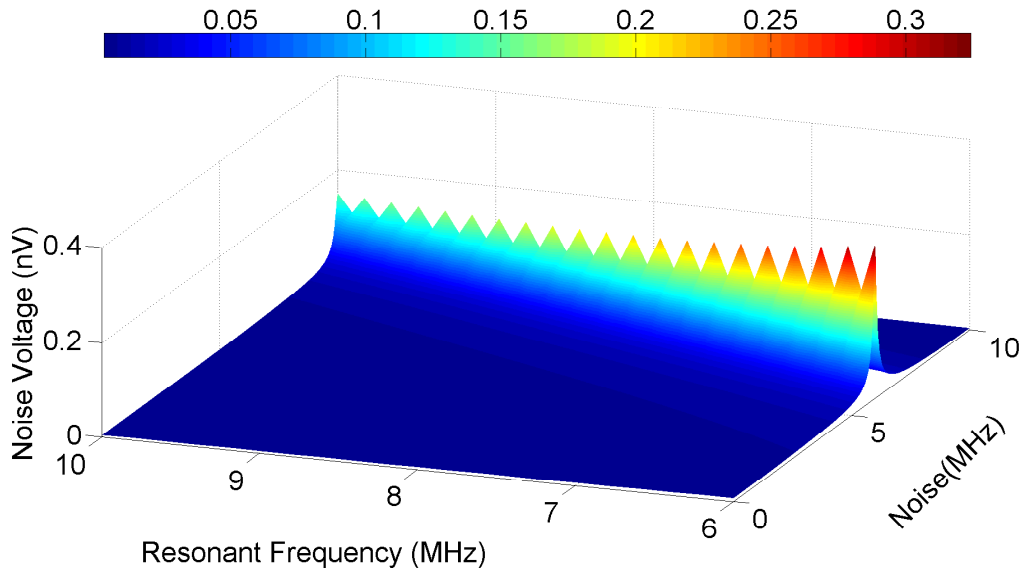
$$G(t,t') = \int_{-\infty}^{-\infty} \frac{d\omega}{dt}\frac{e^{-i\omega(t-t')}}{\omega^2 + 2j\zeta\omega - \omega_m^2} \tag{9}$$

其中 $j = \sqrt{-1}$。因此，位移 $x(t)$ 是系统对热涨落的响应，而热涨落会在系统中引起噪声。

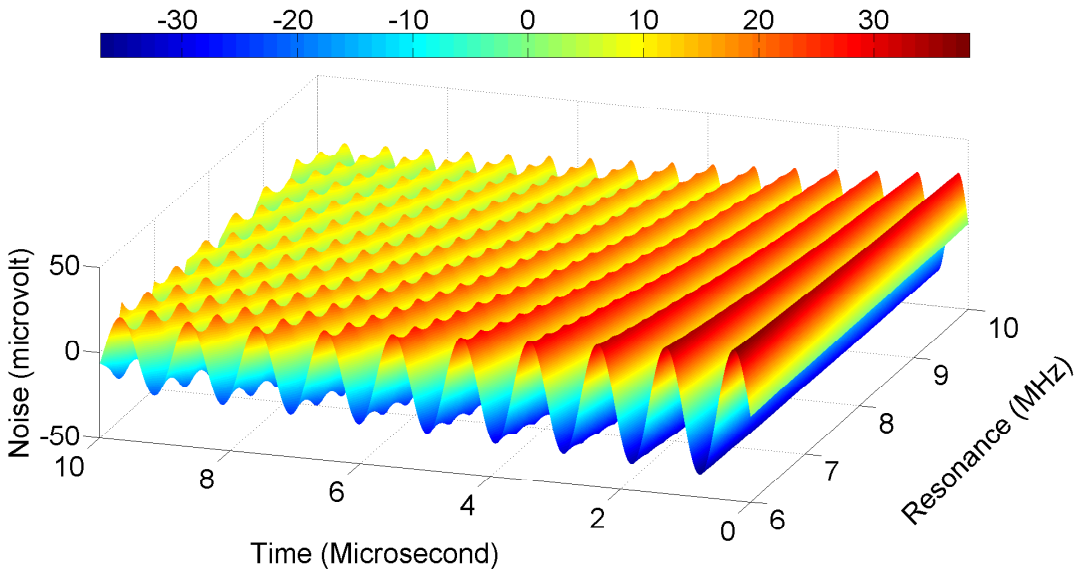
将 $\beta/m = 2\zeta_m\omega_m$ 代入方程 5 的 $\sqrt{2\beta k_B T}$ 中，得到 $\sqrt{4\zeta_m\omega_m k_B T/m}$，其中给定分子的单位质量玻尔兹曼能量记为 $k_B T/m$。如果分子的克分子质量为 M_m，则 $m = M_m/N_A$，其中 N_A 为阿伏伽德罗常数。在一克压电材料中，分子总数为 N_A/M_m，一克分子的玻尔兹曼能量总量等于单位质量玻尔兹曼能量（$k_B T/m$ 或 $k_B T/(M_m/N_A)$）与 1 g 中的分子数（N_A/M_m）的乘积，即 $k_B T(N_A/M_m)^2$。位移的任何变化都会引起应变，我们可以将感应电压定义为 $V(\omega) = \Im x(\omega)$，其中 $\Im$ 是材料的压电系数或应变电压系数；对于块体氧化锌，该系数约为 10 pm/V [34]。因此，一克压电材料样品中感应的总电压为，

$$V_m(s) = \frac{2\Im}{(\omega_m^2 + 2\zeta_m\omega_m s + s^2)}\sqrt{\zeta_m\omega_m k_B T}\left(\frac{N_A}{M_m}\right) \tag{10}$$

取阻尼系数为 ζ=0.01，氧化锌的分子质量为 81.41 g [16], ，频域中产生的电压如图 2a 所示。假设噪声频率在 10 kHz 至 10 MHz 之间变化，压电材料的共振频率在 6 MHz 至 10 MHz 之间变化，且阻尼系数



(a)



(b)

图 2. 铁电材料中噪声的频域和时域表示。（a）在室温下，对质量为 1 g、由氧化锌制成的铁电材料样品进行测量：当噪声频率从 10 kHz 变化到 10 MHz、共振频率从 6 MHz 变化到 10 MHz，且阻尼为 0.01 时，电噪声的谱分布。色条表示以 nV 为单位的噪声幅值。（b）当时间从 1 ns 变化到 10 微秒时，在 6 MHz 到 10 MHz 的谐振频率变化范围内，噪声电压的时域表示。如此高的噪声值仅在谐振模态附近的短时间内持续，并随时间指数衰减。色条表示以 μV 为单位的噪声幅值。

为 0.01。噪声电压处于零点几纳伏的范围内，低于 1 MHz 带宽下的约翰逊噪声。在温度为 $T = 300\,\mathrm{K}$ 时，电阻值为 $R = 1\,\Omega$ 的电阻在 $\Delta f = 1\,\mathrm{MHz}$ 带宽内产生的约翰逊噪声电压为 $V = \sqrt{k_B T \Delta f R} = 64.34\mathrm{nV}$。与给定温度下的约翰逊噪声相比，铁电材料的噪声水平相对较低，这意味着后者在电子电路中占主导地位。然而，由于铁电噪声会随其质量及铁电材料占比的增加而增大，因此整体噪声系数会变高。

在时域中，噪声信号可以写成式 5 的拉普拉斯逆变换：

$$V_{out}(s) = \frac{2\Im}{\omega_m(1-\zeta^2)} \sqrt{\zeta_m \omega_m k_B T} \left(\frac{N_A}{M_m}\right) e^{-\zeta\omega_m t} \sin\sqrt{\omega_m(1-\zeta^2)}t \tag{11}$$

图 2b 展示了其图形表示，其中假设谐振频率在 6 MHz 至 10 MHz 之间变化，时间在 1 ns 至 10 微秒之间变化。输出噪声信号电压呈现为一连串突发的正弦信号，其幅度在 10 至 $40\ \mu\mathrm{V}$ 的范围内，并随时间指数衰减。根据帕塞瓦尔定理，信号在时域和频域中的总功率保持不变；然而，如此高的瞬态信号值可能影响瞬时传感器输出，导致高灵敏度测量中的读数出现误差。

在铁电材料中，原子会以某些特定的谐振模态振动，噪声也主要集中在这些谐振模态附近。随着频率升高，噪声显著衰减，因此电压和功率谱具有相似的形态因子。看来，在低频下，压电噪声在极短时间尺度上可能占主导地位，但在较高频率下会衰减。噪声谱具有谱不对称性，不同于奈奎斯特-约翰逊噪声的傅里叶谱；后者均匀分布在较宽的频带内。因此，我们可以认为，与系统相关的保守力场导致了噪声的谱对称性破缺。

III. 边界效应下的反馈

在特定温度下，压电材料三维块体中产生的电声噪声具有一定数量的谐振模态；考虑有限边界条件后，这些模态会发生变化。该几何形状具有特定的

谐振模态，分别对应声学和电磁边界条件。与铁电晶体相互作用的热浴会向铁电晶体注入涨落热场，从而产生声波，使电荷发生位移并感生随时间变化的电压（图 3a）。电压转换为电流后，以热量的形式耗散到热浴中。由于铁电材料具有有限边界条件，部分电流会反馈至材料中，并转换为声学模态和极化模态。给定铁电晶体的脉冲响应可视为与热浴相互作用：其部分能量反馈至铁电材料，其余能量则传递给热浴，而热浴是涨落场的主要来源（图 3b）。铁电材料及其声学和电磁模态可建模为一个具有一组模态的多阶系统，其传递函数为 $H(s)$，并具有一个传递函数为 $G(s)$的反馈路径，如图 3c 所示。这里，电压 $V(s)$ 表示噪声电压的谱分布，在过程开始时等于$V_{\mathrm{in}}(s)$。输出信号 $V_{\mathrm{out}}(s)$ 由其与系统脉冲响应 $H(s)$ 的相互作用产生，并以 $V_{\mathrm{FB}}(s)$ 的形式反馈至输入端，与噪声输入信号 $V_{\mathrm{in}}(s)$ 相加。为简化起见，铁电材料可建模为一个二阶系统，由有限值电阻器 R、电容器 C 和电感器 L 组成，并受到输入电压 V_{in}的作用；该输入电压代表声学-布朗相互作用所产生的影响，并会诱导出随时间变化的射频场。相应的系统方程可写为 [35],

$$L\frac{dI(t)}{dt} + RI(t) + \frac{\int I(t)dt}{C} = V_{in}(t), \tag{12}$$

其中， L是系统的电感， R 是电阻， C 是系统的电容， V_{in} 是输入电压（图 4a）。将 $I(t) = CdV_{Out}(t)/dt$ 代入公式 12，并将等式两边除以 LC，可得：

$$\frac{d^2V_{Out}(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_k\frac{dV_{Out}}{dt}(t) + \omega_k^2V_{Out}(t) = V_{in}(s)\omega_k^2 \tag{13}$$

其中，$\omega_k = 1/\sqrt{LC_a}$、 ω_k 是系统的共振频率， $\zeta = R/(2L\omega_k)$是其阻尼系数。图 4b 对此进行了图示说明，其中显示 $V''_{Out}(s)$ 和 $V'_{Out}(s)$ 分别表示输出电压的一阶导数和二阶导数。耗散元件的输出 $2\zeta\omega V'_{Out}$ 和电容器电压 $V_{Out}(t)$ 被反馈至输入端。公式 13 可使用拉普拉斯变换表示，从而得到如下表达式：

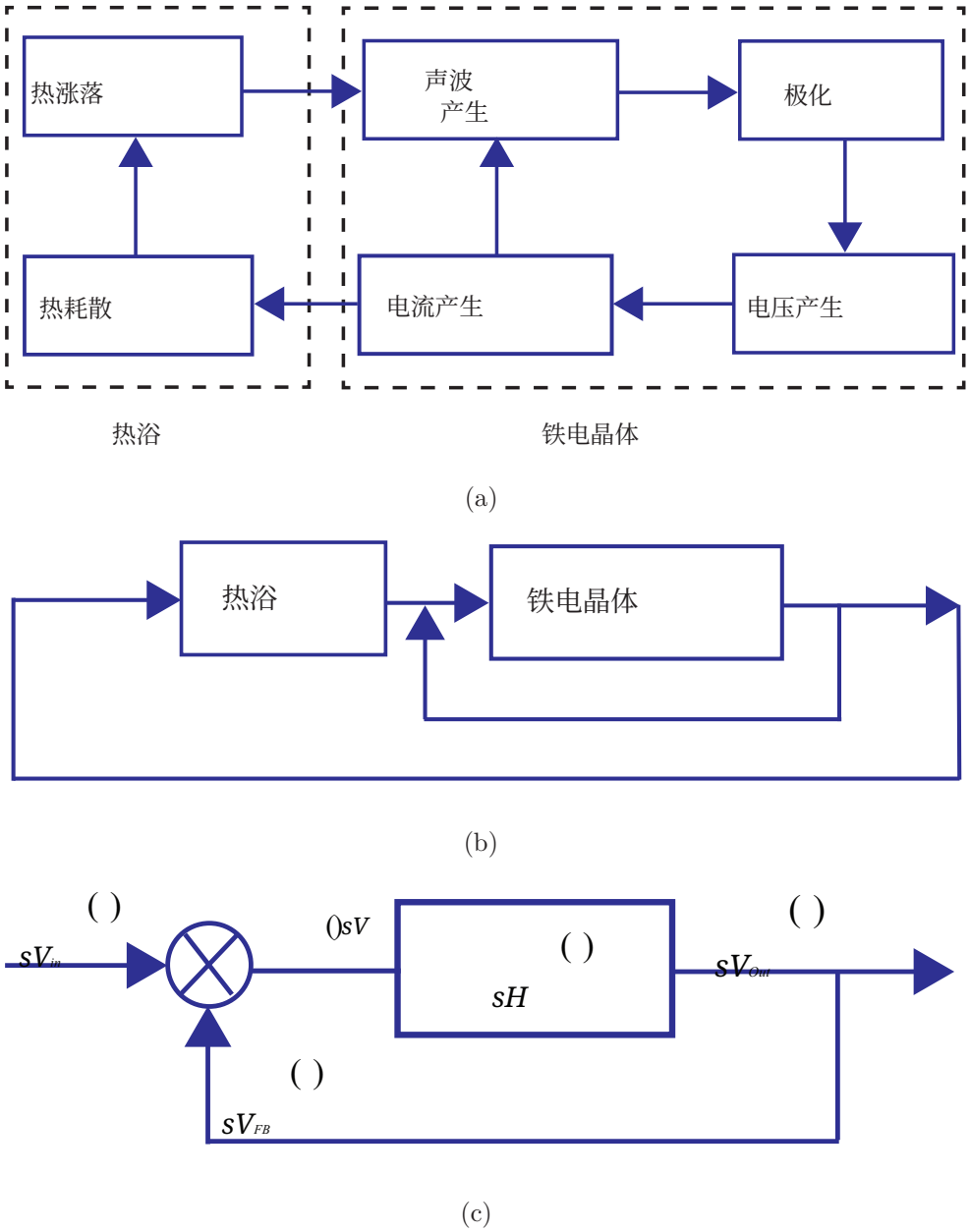


图 3. 铁电晶体的涨落耗散关系。(a) 热浴施加于铁电晶体的热力学涨落会产生声波，进而形成极化波。感应电压转换为电流，并最终在反馈作用下耗散到热浴中。(b) 热浴中的热力学涨落将能量传递给铁电晶体，能量随后反馈回热浴；其中一部分能量传递到热浴中，而热浴是涨落热场的来源。(c) 表示噪声电压谱分布的电压 $V(s)$ 在时间 t=0 等于 $V_{in}(s)$。输出信号 $V_{out}(s)$ 是其与系统脉冲响应相互作用的结果，并作为 $V_{FB}(s)$ 反馈至输入端，在此与噪声输入信号 $V_{in}(s)$ 相加。

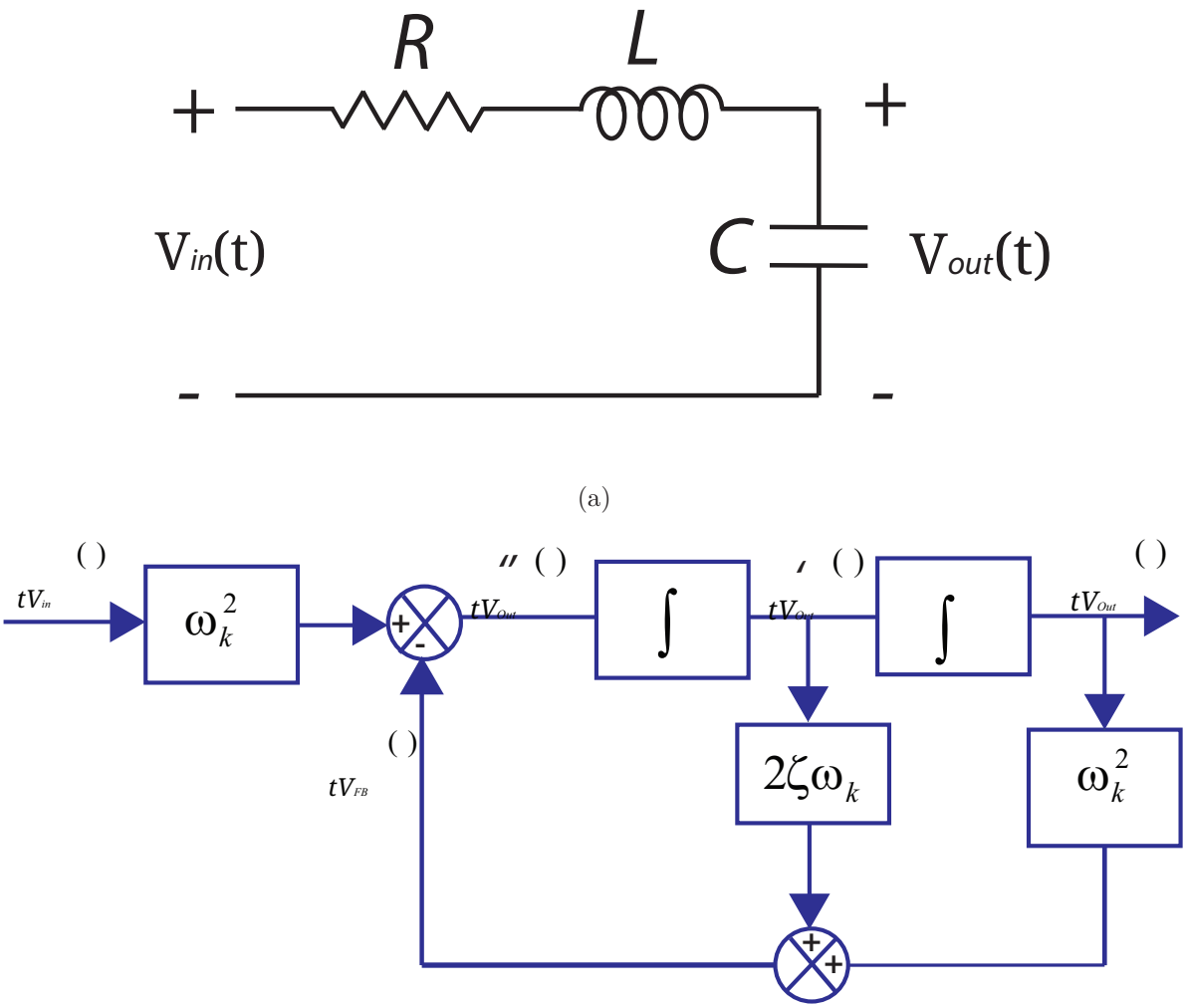


图 4. 反馈的电路模型。(a) 串联的电阻器 R、电容器、 C 和电感器 L 表示给定样品在输入电压射频电压 V_{in}作用下的电路等效模型。(b) 此处展示了式 13 的框图表示。 $V''_{Out}(s)$ 和 $V'_{Out}(s)$ 分别表示输出电压的二阶导数和一阶导数。 V_{Out} 和 $V_{Out}(t)$反馈至输入端。

$V_{in}(s) = I(s)(R + sL + 1/Cs)$，其中 $s = \omega\sqrt{-1}$ 表示与热相互作用相关的涨落角频率。输出电压为 $V_{Out(t)} = (V_{in}/Cs)/(R + sL + 1/Cs)$。输出电压降可写为:

$$V_{out}(s) = \frac{\omega_k^2}{s^2 + 2\zeta\omega_k s + \omega_k^2} V_{in}(s) \tag{14}$$

式 14 表示的合成电压，描述了由热涨落产生的输入电压通过介电材料的传递函数，对其宏观参数作出响应并产生输出电压的过程。它表达了铁电材料中声学涨落产生的射频波耗散之间的关系，也可视为铁电材料的涨落耗散定理表达式。该过程凸显了反馈条件下选择性模增强的重要性。由于声学模与电学模共存于铁电材料中， ω_k 的数值取决于其物理尺寸及相应的电动力学边界条件。将铁电块体视为介电谐振器时，其电谐振频率为 [36]

$$\omega_k = \frac{1}{a\sqrt{\mu\epsilon}}\sqrt{\left[\begin{array}{c}\chi_{np}\\ \chi'_{np}\end{array}\right] + \left[\frac{\pi a(2n+1)}{2d}\right]} \tag{15}$$

其中， n 是整数， d 是其长度， a 是半径， μ 是介电材料的磁导率， ϵ 是其介电常数， χ_{np} 和 χ'_{np} 是第一类贝塞尔函数的参数，用于表示柱坐标系 [37]中谐振器内的驻电磁波。机械波的传播会使电荷发生有限位移，从而在给定材料中产生电压；该电压会在给定的边界条件下不断反射。

对于一个包含多个共振频率 ω_k的一般系统，其中 k =1、2、3.....N，我们可以写作 [36, 37],

$$V_{out}(s) = \prod_{i=1}^{n} \frac{V_{in}}{(s-\omega_k)} \tag{16}$$

对于具有电谐振模 ω_k 和阻尼 ζ的二阶系统，将式14中的 $V_{in}(s)$与式6中的 $V_m(s)$相等，即可写出其响应：

$$V_{out}(s) = \frac{2\Im_{ij}\omega_m^{5/2}\sqrt{\zeta_m k_B T}(N_A/M_m)}{(\omega_m^2 + 2\zeta_m\omega_m s + s^2)(\omega_k^2 + 2\zeta\omega_k s + s^2)} \tag{17}$$

由公式17定义的噪声电压，表述了电气模态与机械模态耦合时铁电材料的涨落耗散定理。这些模态与耗散元件共同发挥综合作用，决定整体噪声。

输出噪声电压如图5所示，其中假设电气阻尼系数与机械阻尼系数相等，即 $\zeta = \zeta_m = 0.01$。首先假设系统在5 MHz处具有单个机械共振模态，同时假设系统的机械共振模态位于6 MHz至10 MHz之间，步进为0.5 MHz。假设噪声频谱位于10 kHz至10 MHz之间。如图5a所示，每个谐振模态产生相近水平的噪声。当电共振频率固定在5 MHz，而电共振频率从6 MHz变化至10 MHz，噪声电压以纳伏为单位，且噪声频谱位于10 kHz至10 MHz之间时，噪声电压的示意图如图5b所示。两组峰值分别对应这些共振频率，并对噪声水平产生明显贡献。

噪声中选择性模态的主导地位进一步表明，噪声谱的对称性发生了破缺，其物理本质不同于约翰逊-奈奎斯特噪声。这为我们人工控制铁电系统中的噪声提供了一个自由度。

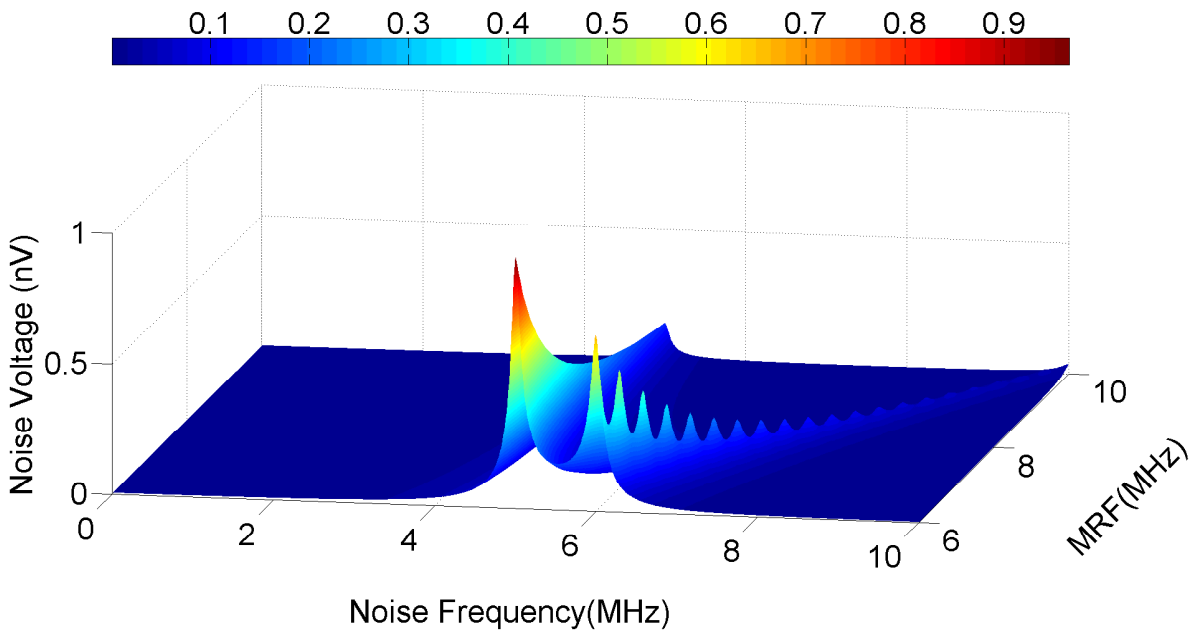
当电学和机械谐振频率相匹配时，会产生一种有趣的效应。将 $\omega_k = \omega_m = \omega$ 代入公式16，可得：

$$V_{out}(s) = \frac{2\Im_{ij}\omega_m^{5/2}\sqrt{\zeta k_B T}(N_A/M_m)}{(\omega_m^2 + 2\zeta\omega_m s + s^2)^2} \tag{18}$$

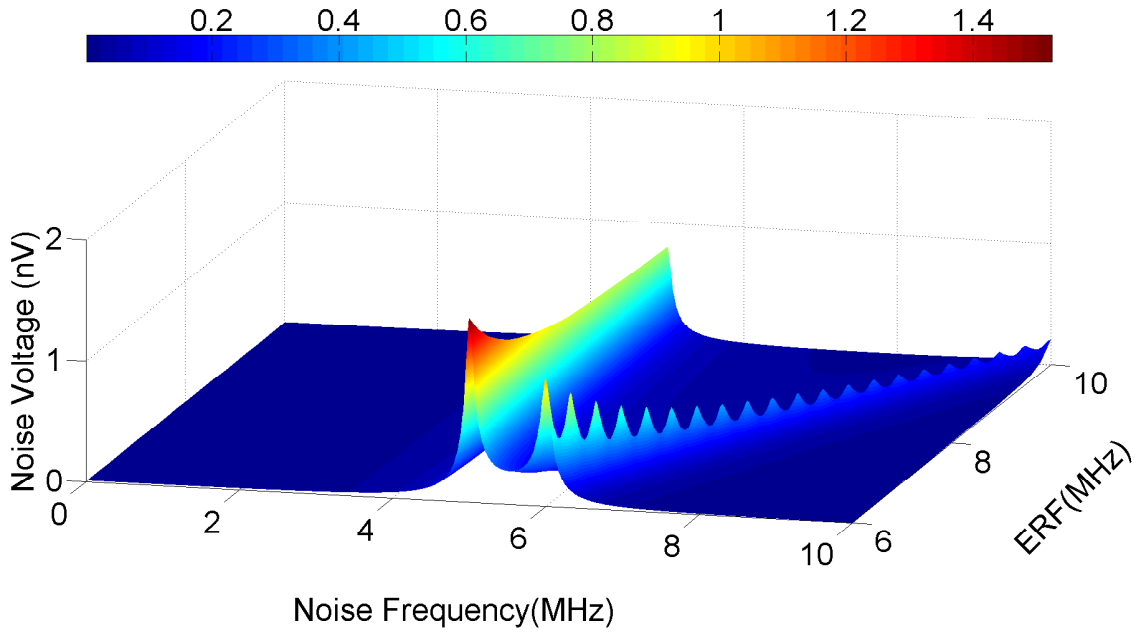
公式18所表示的噪声电压以图形形式示于图6中，图中显示，随着公式18分母的数值突然增大，噪声水平会大幅降低。这里假设两个谐振模态均位于5 MHz，而噪声谱分布在1 kHz至10 MHz之间。两个谐振模态合并时噪声突然降低的原因在于，能量集中在少数几个谐振模态周围，并与周围环境隔绝。公式18所表示的合成电压，体现了这样一种响应：由热涨落产生的输入电压与铁电材料的宏观参数发生相互作用，而这些宏观参数由其传递函数定义，最终产生输出电压。

IV. 讨论

涨落耗散定理将系统中的随机涨落与耗散联系起来，而不特指材料的类型。该定理指出，耗散

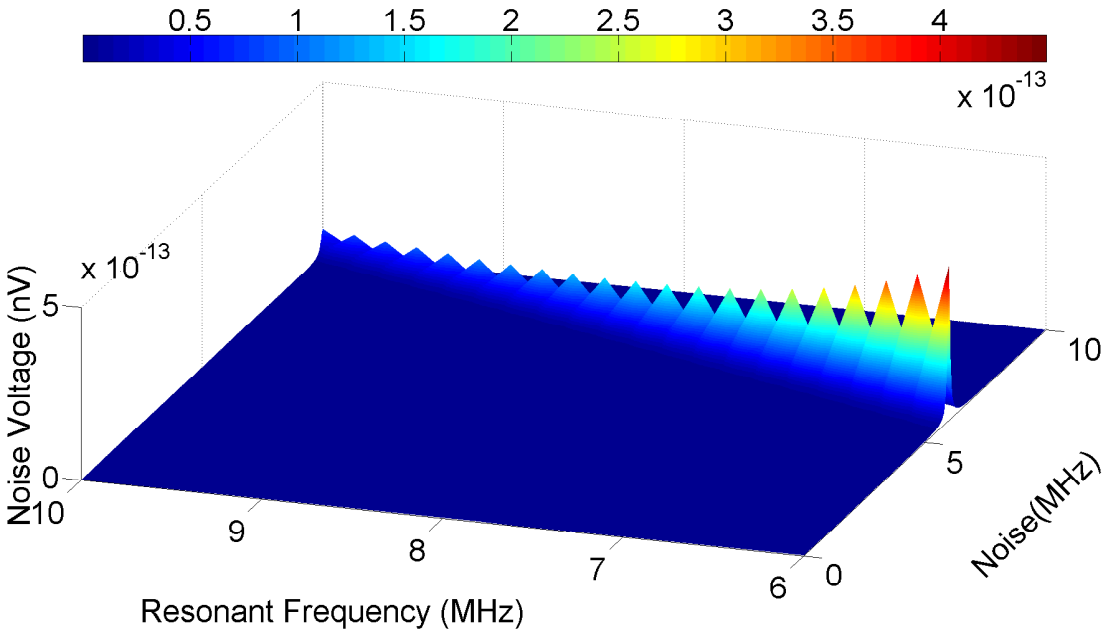


(a)



(b)

图5. 室温下质量为1 g的氧化锌铁电材料样品中的噪声。（a）噪声频谱范围为10 kHz至10 MHz，电共振频率（ERF）固定为5 MHz，而机械谐振频率（MRF）在6 MHz至10 MHz之间变化。这两组峰值分别对应这两个共振频率。色条表示以nV为单位的噪声幅值。（b）机械共振频率固定为5 MHz，电共振频率在6 MHz至10 MHz之间变化，噪声频谱范围为10 kHz至10 MHz



(a)

图6. 压电材料的噪声谱密度。当激励频率与 5 MHz 处的共振频率一致时，谱密度会出现峰值，此时噪声谱位于 10 KHz 至 10 MHz 之间。

系统的能量耗散和热量产生与一种可逆过程相关联，该过程会产生热涨落。最显著的例子是布朗运动：粒子的动能因阻力而耗散，从而诱发涨落。它量化了在热平衡下，系统对给定扰动集合的响应所对应的涨落。然而，这一理论最初是在具有电阻的金属中电子的背景下发展起来的，其中电子的热涨落会导致电压涨落，并在电阻元件 [1, 2] 中耗散。电阻耗散源的电能，导致产生波动电压，这被称为奈奎斯特-约翰逊噪声。在当前情况下，通过一些修改，该分析已扩展到铁电材料，并表明不同于具有均匀谱密度的约翰逊-奈奎斯特噪声，在铁电材料中，输出噪声由系统的电谐振频率和机械谐振频率共同决定。一般而言，随着外部激励频率的增加，噪声会降低。可以认为，由于在共振频率附近噪声增强，噪声频率的谱对称性被打破，

因为机械谐振频率和电谐振频率共同形成了独特的噪声谱。

当前公式的一项关键创新在于，当铁电材料的电谐振频率与机械共振频率匹配时，由于系统每个自由度产生的噪声会被另一个自由度吸收，噪声水平会突然降低若干个数量级。这一发现对于控制射频滤波器中的噪声具有特别重要的意义。这些射频滤波器由包含叉指电极的铁电材料制成，位于无线设备的前端部分，设计工作频率范围为 20 MHz 至 3 GHz [38, 39]。给定材料中谐振模态的频率定义为：

$$f = n\frac{v_s}{2L} \tag{19}$$

其中， v_s为声波速度， L 为给定长度， n 为取整数值的谐波数。在铌酸锂等铁电材料中，声的传播速度范围为 $v_s = 4000$ m/s [40–42]。如果在铌酸锂薄膜上制备叉指电极，且电极间距为 4 μm，则系统的机械共振模态也将为 500 MHz。如果金属叉指电极的指长为 3 mm，则电谐振频率将为 500 MHz。因此，可以对给定器件进行设计，使其电谐振与机械共振相匹配，从而显著降低噪声。此类机械共振与电谐振彼此接近的铁电器件广泛用于滤波器和传感器 [14] ，近年来也开始应用于天线 [43, 44]。基于铁电材料的器件还广泛用于微流体系统中的细胞分离 [45, 46]。因此，更深入地理解噪声产生机制，可为器件设计提供额外的自由度，从而实现相对更高的灵敏度。

本文所述的铁电材料中的噪声产生，涉及热诱导声学模态与极化模态在热浴作用下的耦合，重点关注电子与固体晶格中原子相互作用的统计结果。若要更严格地阐释这一现象，应考虑电子-声子相互作用。声子是声波的量子化表征，主要由两类成分构成：声学模态，其中晶体中相邻原子同相振动；以及光学模态，其中相邻原子反相振动 [47]。除此之外，还有区边界模态，包括较高能和

较低能模态以及光模。本文主要纳入了声学模态，即对应于声波的长波极限。要详细研究和分析热涨落所产生的电子-声子相互作用，需运用量子力学原理，同时纳入三维晶格结构的细节，这超出了本文的研究范围。

对电声噪声进行更严谨的分析时，应纳入范德华相互作用力引起的电荷涨落；当原子的电子云在原子间距较小时发生相互作用，便会产生这种力。这类效应取决于原子间距的六次方，并根据参与作用的分子的极化性质分为基松力、德拜力和伦敦力 [48]。不过，本研究的重点在于噪声对铁电材料宏观电学参数的依赖性，例如电容和电感，它们决定电谐振频率；同时也关注物理几何结构和杨氏模量，它们控制机械谐振频率。这些变量通过传递函数形式构建出一个解析模型，该模型有效地表达了适用于铁电材料的一种新型涨落耗散定理。

为简化物理分析，本文忽略了对宏观电学参数起决定作用的原子间力和分子间相互作用力。考虑到畴壁的尺寸范围为数十纳米 [49] 至数百微米[50] ，远小于传感器中所用铁电材料的宏观尺寸，这种处理是合理的。

当前工作的一个重要目标是建立一个理论框架，以激励实验研究人员在经验层面探索电声噪声，并使其独立于对奈奎斯特-约翰逊噪声、散粒噪声、巴克豪森噪声和电报噪声的测量。该框架纳入了维度和边界条件等物理变量，这些变量决定了系统的共振频率，同时还考虑了储存能量的电容元件和电感元件所发挥的作用。

目前关于铁电材料中电声噪声产生过程的公式表述，既具有理论意义，也具有经验意义。基于传递函数的方法可用于计算系统在其他可能产生噪声的物理效应作用下的响应。例如，对方程 17 进行拉普拉斯逆变换，可用于计算相应的格林函数，而该函数可用于.....

.....计算系统对其他与热涨落相关、且可能产生噪声的扰动的响应。

在面向太空应用、水下声学、油井和化学工业等极端环境的铁电传感器和致动器中，热效应是决定器件性能的关键因素 [51, 52]。过去，人们从缺陷的麦克斯韦-玻尔兹曼分布这一角度研究铁电材料中的击穿过程，该分布会产生树枝状微短路 [53]；也有研究指出，在电学和机械载荷 [54]作用下会形成导电管状通道。文献中尚未出现关于噪声产生的解析模型，而噪声可能导致电压和电流值升高，从而增加击穿的可能性。本文提出的解析模型可揭示关键变量，为采取适当的控制措施提供依据，从而确保传感器系统持续输出。

V. 结论

我们证明，在铁电材料中，机械共振频率和电谐振频率均会在与外部热浴相互作用时对噪声产生显著影响。因此，涨落耗散定理在铁电材料中呈现出一种新的形式：与外部热浴相互作用时，保守力场会驱动能量反馈，从而导致谱对称性破缺，并选择性增强特定模态。电阻器中的奈奎斯特-约翰逊噪声不存在这种反馈机制，因此噪声具有谱对称性。尽管人们早已认识到耗散场是噪声增加的主要原因，本文则阐明了保守力场作为噪声来源所发挥的作用。另一项发现是，通过设计具有相似电谐振模态和机械共振模态的结构，可以显著降低铁电噪声。我们的分析结果为确定电子器件及相关系统中的总噪声开辟了新的理论框架；随着微型化的发展，这些系统中压电元件的密度也在不断增加。

电子邮箱：dhiraj@mit.edu

[1] J.B. Johnson，《导体中电的热扰动》，《物理评论》32，97-109（1928）。

[2] H. Nyquist, 《导体中电荷的热扰动》, 《物理评论》32，110-113（1928）。[3] J.B. Johnson, 《低频电路中的肖特基效应》, 《物理评论》卷26，71（1925）。[4] R. Sarpeshkar、T. Delbruck 和 C. A. Mead, 《MOS晶体管和电阻器中的白噪声》, IEEE《电路与器件杂志》9，23–29（1993）。[5] R. Chau、B. Doyle、S. Datta、J. Kavalieros 和 K. Zhang, 《面向未来的集成纳米电子学》, 《自然·材料》6，810-812（2007）。[6] C.C. Ruppel、L. Reindl 和 Robert Weigel, 《声表面波器件及其在无线通信中的应用》, IEEE Microwav Mag. 2，65-71（2002）。[7] J.F. Scott, 《铁电存储器》（Springer Science Business Media，2013），第3卷。[8] G. Binnig、H. Rohrer、C. Gerber 和 E. Weibel, 《利用扫描隧道显微术进行表面研究》, 《物理评论快报》49，57（1982）。[9] D.M. Eigler 和 E. K. Schweizer, 《利用扫描隧道显微镜定位单原子》, 《自然》344，524-526（1990）。[10] G. Binnig、C.F. Quate 和 C. Gerber, 《原子力显微镜》, 《物理评论》56，930（1986）。[11] P. Eaton 和 P. West, 《原子力显微术》（牛津大学出版社，2010）。[12] V. Garcia 和 M. Bibes, 《电子学：铁电存储器揭秘》, 《自然》483，279-281（2012）。[13] V. Giurgiutiu, 《结构健康监测：采用压电晶片主动传感器》（学术出版社，2007）。[14] D. Sinha 和 F. Feroz, 《利用振动传感器和基于贝叶斯分析的信号滤波检测铁路轨道上的障碍物》, IEEE《传感器期刊》16，642-649（2016）。[15] D. Sinha、S. Pisana 和 A. J. Flewitt, 《利用压电耦合微悬臂梁检测射频磁场》, 《智能材料与结构》20，025016（2011）。[16] S. Tadigadapa 和 K. Mateti, 《压电MEMS传感器：最新进展与展望》, 《测量科学与技术》20，092001（2009）。[17] K.P. O'Brien、M. B. Weissman、D. Sheehy 和 D. D. Viehland, 《弛豫铁电体中的小尺度极化噪声》, 《物理评论B》56，11365（1997）。[18] E.V. Colla、L. K. Chao 和 M. B. Weissman, 《弛豫铁电体中的巴克豪森噪声》, 《物理评论快报》88，017601（2001）。[19] E.V. Colla 和 M. B. Weissman, 《立方弛豫铁电体中的两步相变》,

《物理评论B》, 72, 104106 (2005).[20] R.J. Harrison, and E.K. Salje, “针尖的噪声：$LaAlO_3$中单个推进针状畴的雪崩”. 《应用物理快报》, 97, 021907 (2010).[21] E.K. Salje, X. Ding, “铁弹性畴坍缩与声发射：多铁性材料的非平衡行为”，载于《功能材料与地球物理学中的雪崩》（施普林格国际出版社，2017）第 137-156 页。[22] E. K. H. Salje, X. Ding, and Z. Zhao, “强弹性相互作用多铁性材料中的噪声与有限尺寸效应”，《应用物理快报》102, 152909-152912 (2013).[23] H. Barkhausen, “借助新型放大¨器发现的两种现象”。《物理学杂志》20, 401 (1919).[24] O. Perkovic, K. Dahmen and J.P. Sethna, “雪崩、巴克豪森噪声与普通的临界性”，《物理评论快报》75, 4528 (1995).[25] L.V. Meisel and P.J. Cote, “幂律、闪烁噪声与巴克豪森效应”，《物理评论B》46, 10822 (1992).[26] Y.V. Shur, V. L. Kozhevnikov, R. K. Ivanov, and D. V. Pelegov, “严格取向畴壁运动过程中闪烁噪声的产生”，《铁电学》265, 145-151 (2002).[27] M.J. Uren, M. J. Kirton, and S. Collins, “小面积硅金属氧化物半导体场效应晶体管中的异常电报噪声”，《物理评论B》14, 8346 (1988).[28] C.M. Compagnoni, R. Gusmeroli, A.S. Spinelli, A.L. Lacaita, M. Bonanomi, and A. Visconti, “闪存中随机电报噪声的统计模型”，《IEEE电子器件学报》55, 388-395 (2008).[29]K.K. Hung, P.K. Ko, C. Hu, C., & Y.C. Cheng, “深亚微米MOSFET中的随机电报噪声”，《IEEE电子器件快报》11, 90-92 (1990).[30] J. Valasek, “罗谢尔盐中的压电及相关现象”，《物理评论》17, 475-481 (1921).[31] W.G. Cady，《压电性：晶体中机电现象的理论与应用导论》（麦格劳-希尔，1946）。[32] P. Langevin,《法国科学院院报》卷 146, 530-533 (1908).[33] K. Ogata，《控制系统的状态空间分析》（普伦蒂斯-霍尔，新泽西州，1967）。[34] M.H. Zhao, Z.L. Wang, and S. X. Mao, “利用压电响应力显微镜探测单根氧化锌纳米带的压电特性”，《纳米快报》4, 587-590 (2004).

[35] J. Bechhoefer, “物理学家的反馈：关于控制的教程性文章”，《现代物理评论》77, 783 (2005).[36] S. Long. M. MacAllister, L. Shen, “谐振圆柱介质腔天线”，《IEEE天线与传播汇刊》31, 406-412 (1983).[37] A. Petosa，《介质谐振器天线手册》（Artech House，2006）。[38] C.K. Campbell, Y. Ye, & J.S. Papa, “采用倾斜换能器指条的宽带线性相位声表面波滤波器设计”，《IEEE声学与超声学汇刊》29, 224-228 (1982).[39] C. Campbell，《声表面波器件及其信号处理应用》（爱思唯尔，阿姆斯特丹，2012）。[40] J. Chen, Q. Zhang, T. Han, L. Zhou, G. Tang, B. Liu & X. Ji, “二氧化硅上Y切纳米铌酸锂薄膜声表面波传播特性的理论分析”，《AIP进展》5, 087173 (2015).[41] D. Yudistira, S. Benchabane, D. Janner, & V. Pruneri, “利用共面电极在ZX切$LiNbO_3$ 超晶格中产生声表面波”，《应用物理快报》95, 052901, (2009).[42] L. Solymar and D. Walsh，《材料的电学性质》（牛津大学出版社，牛津，2009）。[43] D. Sinha & G.A.J. Amaratunga, “显式对称性破缺下的电磁辐射”，《物理评论快报》114, 147701 (2015).[44] T. Nan et al., “声驱动超紧凑纳机电系统磁电天线”，《自然·通讯》8, 296 (2017).[45] D.B. Go, M. Atashbar, Z. Ramshani, and H.C. Chang, “用于化学传感和微流体学的声表面波器件：综述与展望”，《分析方法》9, 4112-4134 (2017).[46] W.L. Ung, K. Mutafopulos, P. Spink, R.W. Rambach, T. Franke, and D. A. Weitz, “通过三维微流控芯片设计增强声表面波细胞分选”，《实验室芯片》17, 4059-4069 (2017).[47] C. Kittel, P. McEuen, and P. McEuen.《固体物理学导论》（纽约：威立，1996）。[48] V.A. Parsegian，《范德华力：生物学家、化学家、工程师和物理学家手册》（剑桥大学出版社，2005）。[49] P. Paruch, T. Giamarchi, T. Tybell, T. & J. M. Triscone, “畴壁的纳米尺度研究

外延铁电薄膜中的运动，”《应用物理学杂志》100, 051608 (2006).[50] D.A. Scrymgeour 和 G. Venkatraman，“ 单个反平行铁电畴壁两侧的纳米尺度压电响应，”《物理评论 B 》 72, 024103 (2005).[51] H.F. Rashvand、A. Abedi、J.M. Alcaraz-Calero、P.D. Mitchell 和 S.C. Mukhopadhyay，“适用于太空和极端环境的无线传感器系统：综述，”IEEE《传感器期刊》14, 3955-3970, (2014)[52] V. Giurgiutiu、B. Xu 和 W. Liu，“面向极端环境的高温压电晶圆有源传感器的开发与测试，”《结构健康监测》9, 513-525 (2010).[53]J.F. Scott，“用于动态随机存取存储器（DRAM）的高介电常数薄膜，”《材料科学年度评论》28, 79-100 (1998).[54] Z. Suo，“抗击穿介电陶瓷和铁电陶瓷的模型，”《固体力学与物理学杂志》41, 1155-1176 (1993).