适用于时变大规模MIMO的多簇跟踪鲁棒统计波束成形（扩展版）

Anil Kurt 和 Gokhan M. Guvensen

arXiv:2303.00457v1 [cs.IT] 1 Mar 2023

摘要——本文提出一种联合设计，针对大规模多输入多输出（MIMO）系统，将瞬时信道估计、波束跟踪和自适应波束成形器构造结合起来。该设计着重于在信源时间变化与移动性、多用户和多径分量（或简单来说，多簇）的存在，以及远近效应等不利影响下，兼顾性能与计算复杂度。该设计也适用于混合波束成形和频率选择性信道。在所提出的系统中，采用逐簇方法而非联合方法，在时分双工（TDD）上行模式下估计信道参数，从而显著降低复杂度。得益于所提出的干扰感知统计波束成形方法，即降维广义特征波束成形器（RD-GEB），逐簇估计得以实现；该方法承担了干扰抑制的计算负荷，使其余阶段的设计更为简单。此外，整体设计将信道参数区分为快时变和慢时变部分，因此只有瞬时信道估计和信道匹配滤波属于快时变操作，并在簇特定降维子空间内处理。波束跟踪和波束成形器构造则很少在慢时变阶段执行，从而降低时间平均复杂度。此外，波束跟踪通过利用一批瞬时信道估计值来实现，无需额外的训练过程。结果表明，所提出的低复杂度设计优于传统方法。

索引词—统计波束成形、时间变化、移动性、多用户、干扰抑制、波束跟踪

I. 引言

MASSIVE 多输入多输出（MIMO）是一项受到广泛研究的技术，是新一代通信系统的基础 [1]。利用大规模天线阵列，大规模MIMO能够提高数据速率，实现辐射功率的角度选择性和角度聚焦，并补偿毫米波通信中的巨大路径损耗 [2]。它还支持多用户的空间复用，从而无需进行时分或频分[3], [4]。研究表明，该技术能够提升全双工通信 [5] 和雷达应用 [6]的性能。此外，它还是双功能雷达通信（DFRC） [7], 、可重构智能表面（RIS） [8], 、无小区大规模多输入多输出[9], 以及众多 6G 技术（如高速列车（HST）和车车（V2V）通信 [10]）等各种新型应用的基础。

作者就职于土耳其安卡拉的中东技术大学电气与电子工程系（电子邮箱：anilkurt@metu.edu.tr；guvensen@metu.edu.tr）。

随着技术的发展，主动进行通信的设备数量预计将大幅增加 [10]。在多用户移动的时变场景中，除了提供服务之外，信道估计也是一个重大问题，会导致探索-利用困境和巨大的计算负荷。

混合波束成形器（HBF）结构也使估计过程更加复杂。鉴于其性能效率和物理可行性，HBF 是大型天线阵列中广泛采用的结构，可替代全数字或全模拟波束成形器 [11]。它包含模拟波束成形器（ABF）和数字波束成形器（DBF）两个级，并采用数量较少的射频链（RFC）。由于 ABF 始终需要指向某个角度，而到达角（AoA）估计是在 ABF 之后的数字级中进行的，因此 AoA 估计受到 ABF 先前波束覆盖范围的限制。此外，用户移动性可能导致波束丢失或因 ABF 而造成非预期的抑制。这些因素使得扫描操作或波束跟踪过程必不可少。

计算复杂度是影响系统设计可行性的重要因素。在时变系统中，应频繁估计不断变化的信道参数，并相应地更新在其构造中使用这些参数的系统。这些估计和更新操作应在相关参数可假定基本保持不变的时间间隔内重复进行，即相干时间。另一方面，带来最大复杂度的主要任务是干扰抑制，而大多数技术都需要进行矩阵求逆。干扰可能由多个用户和多径分量的存在引起，也可能仅仅源于MIMO系统中的多个信号簇。

对于时变信道，信道参数的变化速率可能各不相同 [12]。在各种信道参数中，变化缓慢和变化迅速的参数通常分别称为慢时变（ST）参数和快时变（FT）参数。在大规模 MIMO 的情况下，到达角和角扩展（AS）可归类为慢时变参数，而信号簇内各个微分量的增益则可归类为快时变参数。基于这种分类，瞬时信道估计应以较短的间隔（在快时变尺度上）重复进行，而波束跟踪则可较少重复（在慢时变尺度上）。根据这些过程得到的估计结果，可根据所采用的方法（即瞬时或统计波束成形），在快时变或慢时变尺度上更新波束成形器权重。

A. 文献综述

大规模 MIMO 系统中的角度估计是一个受到广泛研究的课题。初始估计可采用穷举搜索或分层搜索 [13]–[17], ； 初始阶段之后，则可采用复杂度较低的波束跟踪操作，以适应随时间变化的情况并自适应地修正估计值。

绝大多数研究都是在由移相器组成的模拟波束成形之后进行波束跟踪，该模拟波束成形会生成离散傅里叶变换（DFT）波束，以探测空间中的角度。在[13], [18]–[21], 中，波束跟踪是指在时间或物理（射频链数量）限制下，选择要探测的最佳到达角集合，随后选出功率最强的 DFT 波束。围绕主到达角使用两个受扰波束也很常见 [22]–[24], , 并据此计算最终的到达角估计。在上述研究中，波束跟踪是通过改变波束成形器来进行搜索的一个阶段。相反，在 [14], [25],[26] 中，借助扩展卡尔曼滤波器（EKF）从当前模拟波束成形输出的变化推断到达角的变化；在[15] 中则通过最大后验（MAP）估计器进行推断。 [27] 和 [15]采用全数字波束成形器，而 [28] 假设到达角估计存在误差，并通过递归滤波跟踪波束。

仅有少数研究探讨了多用户信道中的波束跟踪。此外，据作者所知，现有文献尚未在波束跟踪的背景下研究远近效应。这就是为何通常选择模拟波束成形（ABF）的输出进行波束跟踪，尽管其旁瓣抑制能力有限。针对多用户干扰， [29] 提出了一种用户调度算法， [27] 采用正交导频，而 [18]和 [24] 则提供时域或码域复用方案。在 [20],中，多用户估计通过扩展 MAP 估计器进行联合处理，或通过串行干扰消除进行顺序处理。 [22] 也借助最大似然（ML）估计器，在 ABF 后进行联合估计。

与在 ABF 后运行的算法不同， [13]提出在 ABF 后使用数字迫零（ZF）波束成形器进行测量，以进一步抑制多用户干扰。然而，由于 ZF 是根据信道估计构造的，因此正如我们稍后将要定义的那样，它是一种瞬时波束成形器，这就需要频繁进行训练阶段。事实上，现有文献通常将波束跟踪与快速变化的信道增益系数估计结合起来。在 [14], [20], [22], [25], [26], 中，所提出的算法在跟踪到达角（AoA）的同时跟踪增益系数。相反， [12]定义了增益相干时间和角度相干时间，并指出角度相干时间要长得多。此外，[23] 研究了波束跟踪的最佳周期。

大多数研究都需要传输训练序列来进行波束跟踪。尽管通常采用上行训练， [19]–[21], [24] 提出在用户设备（UE）处进行下行训练，这需要向基站（BS）反馈。在 [13], 中，数据模式内会尝试不同的 DFT 波束，并接受这一过程中的数据速率损失。

除了传统通信之外，波束跟踪也是新兴技术中的重要课题。相关研究涵盖可重构智能表面（RIS） [30], 无人飞行器（UAV） [31], 自动驾驶车辆 [32], 以及太赫兹通信 [33]。

B. 贡献

本文针对大规模 MIMO 系统提出了一种新颖的逐簇估计方案，该方案需要综合考虑整个波束成形器结构、波束成形方法、物理约束、计算复杂度和时序调度。

我们先前工作中的一种统计波束形成器，即广义特征波束形成器（GEB） [34], ，被应用于混合波束成形器（HBFs）。混合波束成形器配备了一组用于模拟波束成形（ABF）的模拟移相器，并将该统计波束形成器用于数字级，称为降维广义特征波束形成器（RD-GEB）。统计波束形成器不依赖瞬时信道系数，并基于包含角扩展（AS）的信道模型，在角域中提供更宽的选择区域和零陷区域。因此，波束成形器的有效性能够维持更长时间，从而可以为波束跟踪定义独立的相干处理间隔（CPI），即慢时相干处理间隔（ST-CPI）；该间隔长于针对瞬时信道系数的相干处理间隔，即快时相干处理间隔（FT-CPI）。此外，与广泛采用的 DFT 波束相比，该方法能够更好地抑制多径干扰和多用户干扰，并为所有簇创建无干扰子空间，即使存在严重的远近效应也是如此。因此，在时分双工（TDD）上行模式下，多用户信道估计和波束跟踪通过这些子空间中的角度分割来执行，即按簇进行，无需通过用户调度算法、正交导频传输或用户之间的时分/同步来消耗资源。此外，这些估计操作的计算复杂度非常低，因为干扰抑制已由统计波束形成器预先完成，且维度得到进一步降低。波束成形器构造和波束跟踪在慢时变过程中很少执行，而瞬时有效信道（IEC）估计器则在快时变过程中频繁地处理降维输入。由于干扰抑制的主要复杂度由慢时波束成形器承担，且快时估计器的复杂度较低，因此时间平均计算复杂度也得以降低。统计波束形成器对信道瞬时变化不敏感的问题，通过与瞬时有效信道（IEC）相匹配的簇内空间信道匹配滤波器（ICS-CMF）得到处理。

第二项主要贡献是设计了新颖的波束跟踪方法，即波束感知最大似然估计器（BA-ML）和统计扩展卡尔曼滤波器（SEKF）。除了两者都在统计波束形成器之后按簇运行之外，它们还都利用了在一个 ST-CPI 内收集的 IEC 估计。因此，无需额外的训练周期。设计中细致地处理了因信道增益不相关而无法利用多个信道估计的问题。BA-ML 方法是非线性最小二乘法的一种变体 [35], ，而 SEKF 是一种扩展卡尔曼滤波器应用，其观测量为二阶统计量，即有效信道协方差矩阵（CCM）。总之，本文的主要贡献如下。

- 一种新型逐簇估计方法与统计波束成形的设计，其优势包括

– 适用于
  * 混合波束成形器（HBFs），
  * 存在显著远近效应的多用户信道，
  * 时变信道与移动性，
  * 频率选择性信道。
– 得益于降维无干扰子空间，多用户估计性能高；
– 这也使得可以使用为单用户情形设计的简单估计器，
– 逐簇估计，无需用户之间进行同步，– 通过在 FT 和 ST模块之间谨慎分配计算负载，降低了整体计算复杂度（尤其是由慢速时变统计波束成形器处理的高复杂度多用户干扰抑制任务），– 与联合估计相比，IEC估计的时延扩展更小。

- 新型波束跟踪方法，即 BA-ML 和 SEKF，其设计能够：– 利用 IEC 估计值集合；– 无需额外的训练时段。

此外，我们改编了先前工作中的技术 [34]，以支持系统其余部分采用逐簇估计方案，包括用于波束成形器构造的 RD-GEB，以及用于 IEC 估计的波束感知最小二乘（LS，BA-LS）。此外，我们将正交匹配追踪（OMP）方法改编为波束跟踪器，作为一种联合估计方法，以便与逐簇 BA-ML 和 SEKF 方法进行比较。

在本文其余部分，下标和上标通常分别表示时间和簇归属。此外，$\bar{x}$ 和 $\tilde{x}$ 分别表示任意变量 x经过模拟波束成形和数字波束成形后的变换。此外，$(\boldsymbol{X})_{a,\,b}$ 表示 $\boldsymbol{X}$ 中第 a^{th} 行、第 b^{th} 列的元素。最后，$\boldsymbol{x}^H$ 和 $\boldsymbol{x}^T$分别表示厄米转置和转置操作。

II. 系统模型

本研究考虑一个大规模MIMO系统，其中 U个单天线移动用户设备通过单载波调制，在TDD上行模式下同时与配备有 N 个天线单元的均匀线性阵列（ULA）基站进行通信。信号以 M 个角度分辨信号簇的形式到达基站，其中 $M \geq U$。多输入多输出信道的参数分为两类，即FT参数和ST参数。基站在不同的重复间隔内估计这些参数，分别称为FT-CPI和ST-CPI。利用信道互易性，估计的信道参数也可用于TDD下行模式。后续章节将定义的最重要变量列于表I中。

表I 符号表

变量	描述
$n,\ p,\ k,\ m,\ u$	符号、FT-CPI、ST-CPI、簇、用户的索引
$N,\ R,\ D_m$	# 天线、射频链（模拟波束成形输出）、DBF 输出（≙ *）
$P,\ M,\ U$	# 一个 ST-CPI 中的 FT-CPI 数量、簇、用户
$N_{\text{F}},\ N_{\text{S}}$	# FT-CPI 中（训练、数据）模式的符号，
$\boldsymbol{S},\ \boldsymbol{W}_{(m)},\ \boldsymbol{T}^{(m)}$	模拟波束成形、数字波束成形、总波束成形矩阵
$\boldsymbol{y}_{n,p},\ \boldsymbol{r}_{n,p},\ \boldsymbol{z}_{n,p}^{(m)}$	接收信号（位于 *）
$\boldsymbol{h}_p^{(m)},\ \bar{\boldsymbol{h}}_p^{(m)},\ \tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$	信道（位于 *）
$s_{n,p}^{(m)},\ b_n^{(u),p}$	来自簇和用户的符号
$E^{(m)},\ N_0$	簇功率，噪声方差
$a_l^{(m)}{}_{,\,p},\ \boldsymbol{a}(\theta$	信道复增益，均匀线性阵列导向矢量
$\boldsymbol{R}_p^{(m)},\ \bar{\boldsymbol{R}}_p^{(m)},\ \tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m)}$	信道协方差矩阵（位于 *）
$\boldsymbol{\Psi}_p,\ \bar{\boldsymbol{\Psi}}_p,\ \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(m)}$	总协方差矩阵（位于 *）
$\boldsymbol{x}_p^{(m)},\ \boldsymbol{\nu}_p^{(m)},\ \boldsymbol{A}$	移动状态向量、新息、转移矩阵
$\theta_p^{(m)},\ \Delta_p^{(m)}$	平均到达角、角扩展
$\hat{\boldsymbol{h}}_p^{(m)},\ \boldsymbol{\xi}_p^{(m)}$	IEC估计、估计误差
$\boldsymbol{R}_k^{(\text{ST},m)},\ \boldsymbol{\Psi}_k^{(\text{ST})},\ \bar{\boldsymbol{R}}_k^{(\text{ST},m)},$ $\bar{\boldsymbol{\Psi}}_k^{(\text{ST})}$、$\boldsymbol{x}_k^{(\text{ST},m)}$、$\theta_k^{(\text{ST},m)}$	对应于先前定义变量（$(\cdot)_k^{(\text{ST})}$）的一些ST模型变量（$(\cdot)_p$）

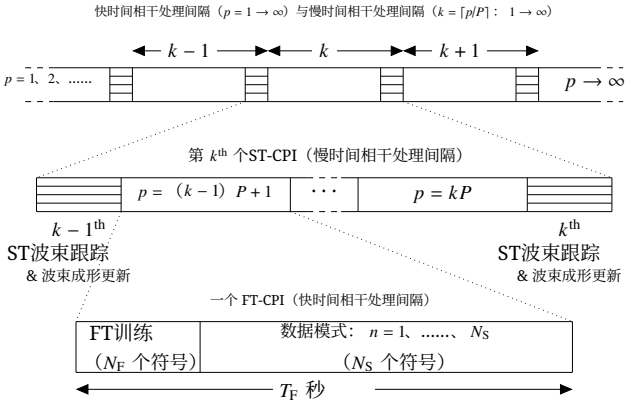

图1. 信令方案与相干处理间隔。

A. 单载波上行传输的信号模型

在 TDD上行模式中，FT-CPI 内离散时间的接收信号向量$\boldsymbol{y}_{n,\ p} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 为

$$\boldsymbol{y}_{n,p} = \sum_{m=1}^{M} \sqrt{E^{(m)}}\boldsymbol{h}_p^{(m)} s_{n,p}^{(m)} + \boldsymbol{\eta}_{n,p} \tag{1}$$

其中，$s_{n,\ p}^{(m)}$ 为均值为零、方差为一的符号，$E^{(m)}$为簇功率，$\boldsymbol{h}_p^{(m)} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$为$m^{\text{th}}$簇的信道向量。此外，$\boldsymbol{\eta}_{n,\ p} \sim$服从复高斯分布（0，$N_0\boldsymbol{I}_N$），是加性高斯白噪声向量。

信号簇可能属于具有 $U = M$ 的不同用户 U，也可能有些簇是来自较少用户的多径分量，且具有 $U < M$。这一事实可表示为

$$s_{n,p}^{(m)} = b_{n-l_m,p}^{(\mathcal{U}(m))}, \tag{2}$$

其中 $b_n^{(u)},_p$是来自 u^{th}用户的发射符号，而 l_m表示 m^{th} 簇的时延。U (m) 是从簇集合 {1, . . . , M} 到用户集合 {1, . . . , U} 的用户 - 簇关联函数。对于 $U = M$ 的情况，它只是一个恒等函数 U(m) $= m$ 。

B. 多簇大规模 MIMO 信道模型

在 p^{th} FT-CPI 中，m^{th} 簇的信道模型为

$$\boldsymbol{h}_p^{(m)} = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=1}^{L} \alpha_{l,p}^{(m)} \boldsymbol{a}(\tilde{\theta}_{l,p}^{(m)}) \tag{3}$$

其中， $\boldsymbol{a}(\theta) \frac{1}{\sqrt{N}}[1\, e^{j\pi}\sin\theta \cdots e^{j(N-1)\,\pi}\sin\theta]$，且 L 为射线数。$\alpha_l^{(m)},_p \sim \mathrm{CN}(0,1)$ 为复增益，在 l 和 p 中独立同分布；$\tilde{\theta}(m)\,_{l,p}$ 为射线的方位角，均匀分布于区间 $(\theta(_p^m - \Delta_p^{(m)})/2, \theta(_p^m + \Delta_p^{(m)})/2)$。因此，一个簇的平均到达角为 $\theta(m)_p$，角扩展为 $\Delta_p^{(m)}$。当 L 趋于无穷时，信道模型得到簇信道协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_p^{(m)}, \mathbb{E}\{\boldsymbol{h}_p^{(m)}(\boldsymbol{h}_p^{(m)})^H\}$，其表达式为

$$\boldsymbol{R}_p^{(m)} = \frac{1}{\Delta_p^{(m)}} \int_{\theta_p^{(m)}-\Delta_p^{(m)}/2}^{\theta_p^{(m)}+\Delta_p^{(m)}/2} \boldsymbol{a}(\theta)\boldsymbol{a}^H(\theta)d\theta \tag{4}$$

在 p^{th} FT-CPI 时。因此，根据式（1），总协方差矩阵 $\boldsymbol{\Psi}_p$，$\mathbb{E}\{\boldsymbol{y}_{n,p}\boldsymbol{y}_{n',p}^H\}$ 表示为

$$\boldsymbol{\Psi}_p = \sum_{m=1}^{M} E^{(m)}\boldsymbol{R}_p^{(m)} + N_0\boldsymbol{I}_N. \tag{5}$$

C. 时变模型

采用块衰落模型 [36] 对信道的时间变化进行建模。假设信道 $\boldsymbol{h}_p^{(m)}$在时长为 T_{F} 秒的 FT-CPI 内保持不变，其中包含 N_{F}+N_{S} 个符号，如图 1 所示。随着 p 推进，信道在每个 FT-CPI 之后发生变化。

在式（3）给出的信道定义中，复增益 $\alpha_l^{(m)},_p$ 为快时变参数，平均到达角 $\theta_p^{(m)}$和角扩展 $\Delta_p^{(m)}$为慢时变参数。时间变化主要由 FT-CPI 索引 p 中 $\alpha_l^{(m)},_p$ 的不相关性决定，而慢时变参数也通过 p 以较慢且相关的方式变化。

在我们的工作中，通过线性高斯状态空间模型对 $\theta_p^{(m)}$ 的变化进行建模，同时假设 $\Delta_p^{(m)}$保持不变。我们认为发射机沿以基站为中心的圆环移动。$\theta_p^{(m)}$和 $\omega_p^{(m)}$分别为方位角位置和角速度；第 p^{th} 个 FT-CPI 中的状态向量记为 $\boldsymbol{x}_p^{(m)}, [\theta_p^{(m)} \quad \omega_p^{(m)}]^T$。状态方程为

$$\boldsymbol{x}_{p+1}^{(m)} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_p^{(m)} + \boldsymbol{\nu}_p^{(m)}, \qquad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & T_{\text{F}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{\nu}_{(m)\,p} \sim \mathrm{N}(0, \boldsymbol{\Sigma}_\nu)$ 是新息，其协方差为 $\boldsymbol{\Sigma}_\nu = \mathrm{diag}\{\sigma_\theta^2, \sigma_\omega^2\}$。系统以给定的 $\boldsymbol{x}_0^{(m)}$ 初始化。

D. 时变大规模 MIMO 的实用两阶段训练模式

图1展示了所提出的训练和数据传输阶段结构。FT-CPI和ST-CPI用于分别以FT和ST参数表示相干区间。FT-CPI由 $N_{\text{F}}+N_{\text{S}}$ 个符号组成，而ST-CPI更长，包含 P 个FT-CPI。在文献中，它们也称为增益与角度相干时间 [12]。如第IV节所述，它们决定了FT训练和ST波束跟踪这两种训练模式的重复时间，其中波束跟踪的执行频率较低。CPI还决定了不同系统模块的更新时机，如第III节所述，其中统计模块的更新频率较低。

表II FT-CPI 和 ST-CPI

FT-CPI 中的符号数				ST-CPI中的FT-CPI数量			
	速度 v(m/s)				N		
f_c/W	0.1	1	10	d/λ	16	64	128
30	10e6	1e6	100e3	1e3	1250	313	156
100	3e6	300e3	30e3	3e3	3750	938	470
300	1e6	100e3	10e3	10e3	12.5e3	3.1e3	1.6e3
1000	300e3	30e3	3e3	30e3	37.5e3	9.4e3	4.7e3

这种两阶段结构降低了单位时间内波束跟踪的平均计算复杂度，并借助近似已知的到达角（称为波束感知），使低复杂度的FT训练技术成为可能。不过，设计参数的选择应确保 $N_{\text{S}}+N_{\text{F}}$ 个符号和 P 个FT-CPI的持续时间分别短于实际的FT-CPI和ST-CPI。作为设计指南，我们在表II中针对不同的硬件设置给出了这些区间，其中 f_c、W、v、d和 λ 分别表示载波频率、带宽、速度、距离和波长。

FT-CPI（对应信道相干时间[36],）可近似为 $0.1/f_D$，其中 $f_D = vf_c/c$ 是考虑径向运动时的多普勒频率，c 是光速。然后，$0.1W/f_D$ 给出一个 FT-CPI 中的符号数。因此，一个 FT-CPI 中大约有$c/(10vf_c/W)$个符号。ST-CPI 的持续时间可近似为波束宽度除以角速度。根据 $sin(\phi_{BW})\pi = 2\pi/N$，波束宽度可近似为 $2/N$ 弧度。考虑切向运动，角速度可近似为每秒 v/d 弧度，其中 d 是基站与接收机之间的距离。因此，ST-CPI 中的符号数为 $2dW/(Nv)$。此外，ST-CPI 中 FT-CPI 的数量（即 P的上限）为 $20(f_cd/c)/N$。此处，比例 $f_cd/c = d/\lambda$可视为所需接收或发射功率的度量，因为根据弗里斯传输方程 [36]，该比例与路径损耗直接相关。因此，选择d/λ 这一比例，例如 10e3，代表一组功率需求相近的实践，例如 100 米和 30GHz，或 1 公里和 3 GHz。

III. 一般系统结构

本节将介绍波束成形与处理系统的一般结构，设计流程的详细内容将在第 IV 节和第 V 节中介绍。如图 2 所示，出于实用性和能效方面的考虑，本文采用混合波束成形结构。模拟波束成形通过模拟移相器和合路器，为 R 个射频链生成输入，并选取角域中所有感兴趣的簇。

经过模拟波束成形后，与传统系统不同的是，在第V节中通过RD-GEB在簇特定的数字波束成形模块中采用统计波束成形。数字波束形成器创建簇特定的处理模块，每个模块都包括一个ICS-CMF和一个逐簇估计模块。数字波束成形负责形成能够抑制多簇干扰的簇特定子空间。因此，I
CS-CMF和估计器

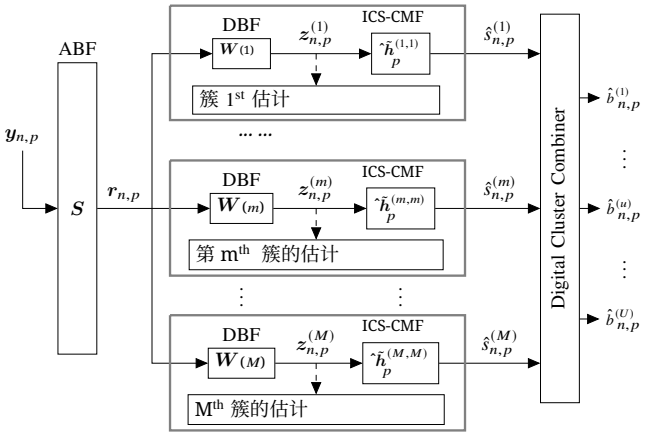

图 2. 波束成形结构

的设计忽略了多用户干扰，从而降低了复杂度。ICS-CMF将数字波束形成器的输出作为匹配滤波器进行合并。模拟波束成形、数字波束成形和ICS-CMF这一链路逐步将信号维度从 N 降至 R/M、 D_m和1，其中 $N > R/M \geq D_m \geq 1$。数字波束成形的输出也是执行逐簇估计的位置，该估计包括FT训练和ST波束跟踪，具体内容将在第IV节中详细介绍。

对各簇输出的增益和相位进行校正，然后通过数字簇合并器（DCC）将其合并，以获得用户的符号估计值，其中存在多径分量（$U < M$），如式（2）所述。在这种情况下，DCC 是使系统适用于频率选择性信道的模块。

在该结构中，模拟波束成形（ABF）和数字波束成形（DBF）在每次 ST波束跟踪后进行更新，但更新频率较低；而 ICS-CMF 和 DCC 在每次 FT训练后进行更新，频率更高。

A. 基于DFT的模拟波束成形器的全簇覆盖

模拟波束成形矩阵表示为 $\boldsymbol{S} \in \mathbb{C}^{N\times R}$，对应于 R 条射频链（RFCs），其列从 DFT基中选取，从而可以通过模拟移相器实现。此外，各列是正交归一的，因此 $\boldsymbol{S}^H\boldsymbol{S} = \boldsymbol{I}_R$。模拟波束成形（ABF）的输出为

$$\boldsymbol{r}_{n,p} \triangleq \boldsymbol{S}^H\boldsymbol{y}_{n,p} = \sum_{m=1}^{M}\sqrt{E^{(m)}}\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(m)}s_{n,p}^{(m)} + \bar{\boldsymbol{\eta}}_{n,p} \tag{7}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(m)}$、 $\boldsymbol{S}^H\boldsymbol{h}_p^{(m)}$和 $\bar{\boldsymbol{\eta}}_{n,\,p}$、 $\boldsymbol{S}^H\boldsymbol{\eta}_{n,\,p}$。经过模拟阶段后，协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_p^{(m)}$和 $\boldsymbol{\Psi}_p$修改为

$$\bar{\boldsymbol{R}}_p^{(m)} = \boldsymbol{S}^H\boldsymbol{R}_p^{(m)}\boldsymbol{S}, \tag{8}$$

$$\bar{\boldsymbol{\Psi}}_p = \boldsymbol{S}^H\boldsymbol{\Psi}_p\boldsymbol{S} = \sum_{m=1}^{M}E^{(m)}\bar{\boldsymbol{R}}_p^{(m)} + N_0\boldsymbol{I}_R, \tag{9}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{\Psi}}_p$, $\mathbb{E}\{\boldsymbol{r}_{n,p}\boldsymbol{r}_{n,p}^H\}$ 和 $\bar{\boldsymbol{R}}_p^{(m)}$, $\mathbb{E}\{\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(m)}(\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(m)})^H\}$。

B. 用于簇间分离的统计数字波束成形器

数字级从一组数字波束形成器（DBF）开始。DBF 是针对特定簇的数字合并器，统计波束成形用于此处。 m^{th} 簇 $\boldsymbol{W}^{(m)} \in \mathbb{C}^{R\times D_m}$ 的 DBF 具有正交归一列，使得 $(\boldsymbol{W}_{(m)})^H\boldsymbol{W}_{(m)} = \boldsymbol{I}_{D_m}$。它处理模拟波束成形（ABF）的输出 $\boldsymbol{r}_{n,p}$，并输出 $\boldsymbol{z}_{n,p}^{(m)}$, $(\boldsymbol{W}_{(m)})^H\boldsymbol{r}_{n,p}$。定义总波束成形矩阵 $\boldsymbol{T}_{(m)}$ $\boldsymbol{S}\boldsymbol{W}_{(m)}$后，DBF 输出为

$$\boldsymbol{z}_{n,p}^{(m)} = (\boldsymbol{T}^{(m)})^H\boldsymbol{y}_{n,p} = \sum_{m'=1}^{M}\sqrt{E^{(m')}}\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m')}s_{n,p}^{(m')} + \tilde{\boldsymbol{\eta}}_{n,p}^{(m)} \tag{10}$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{h}}^{(m,m')_p}$, $(\boldsymbol{T}_{(m)})^H\boldsymbol{h}^{(m')_p}$是瞬时有效信道， $\tilde{\boldsymbol{\eta}}_{n}^{(m)}{}_{,p}$, $(\boldsymbol{T}_{(m)})^H\boldsymbol{\eta}_{n,p}$ ~ 服从复高斯分布 CN $(0, N_0\boldsymbol{I}_{D_m})$。经过数字级处理后， $\tilde{\boldsymbol{h}}^{(m,m')_p}$和 $\boldsymbol{z}_{n}^{(m)}{}_{,p}$的协方差矩阵分别记为 $\tilde{\boldsymbol{R}}^{(m,m')_p}$和 $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(m)}$，如式 (11) 和 (12) 所示。

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m')} = (\boldsymbol{T}^{(m)})^H\boldsymbol{R}_p^{(m')}\boldsymbol{T}^{(m)} \tag{11}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(m)} = (\boldsymbol{T}^{(m)})^H\boldsymbol{\Psi}_p\boldsymbol{T}^{(m)} = \sum_{m'=1}^{M}E^{(m')}\tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m')} + N_0\boldsymbol{I}_{D_m} \tag{12}$$

C. 簇内空间信道匹配滤波 (ICS-CMF)

与时域信道匹配滤波不同，ICS-CMF 补偿了统计构造的慢时域数字波束成形器对信道快时域变化的不敏感性。经过波束成形后，可获得 D_m 个输出，对应于第 m^{th} 个簇。假设多簇干扰已通过波束成形抑制到可忽略的程度，便可采用匹配滤波方法对这些输出进行高效合并。[1]
ICS-CMF 的输出为

$$\hat{s}_{n,p}^{(m)} \triangleq (\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H\boldsymbol{z}_{n,p}^{(m)} \tag{13}$$

其中，$\hat{}\,\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$是信道 $\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$的估计值，详见第四节A。输出表示为

$$\hat{s}_{n,p}^{(m)} = \sum_{m'=1}^{M}\sqrt{E^{(m')}}(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m')}s_{n,p}^{(m')} + (\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H\tilde{\boldsymbol{\eta}}_{n,p}^{(m)} \tag{14}$$

D. 数字簇合并器（DCC）

经过ICS-CMF后，系统获得了如（14）所示的来自不同信号簇的符号估计。这些符号估计具有不同的增益和时延。此外，如（2）所述，它们可能是来自同一用户的多径分量。将（2）代入（14），可得

$$\begin{aligned}\hat{s}_{n,p}^{(m)} = &\sum_{m'=1}^{M}\sqrt{E^{(m')}}(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m')}b_{n-l_{m'},p}^{(\mathcal{U}(m'))} \\ &+ (\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H\tilde{\boldsymbol{\eta}}_{n,p}^{(m)}\end{aligned} \tag{15}$$

为了获得来自不同用户的符号 $b_n^{(u)}{}_{,\,p}$ 的估计值，首先对来自每个簇的符号估计的时延、幅度和相位进行对齐，如下所示

$$\tilde{b}_{n,p}^{(m)} \triangleq \frac{\hat{s}_{n+l_m,p}^{(m)}}{\sqrt{E^{(m)}}(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)}} \tag{16}$$

[1]如果多个用户（$\leq D_m$）落入同一簇的角扇区，则可以在 RD 子空间（D_m）中对数据阶段和训练阶段 [34] 应用联合簇内处理。

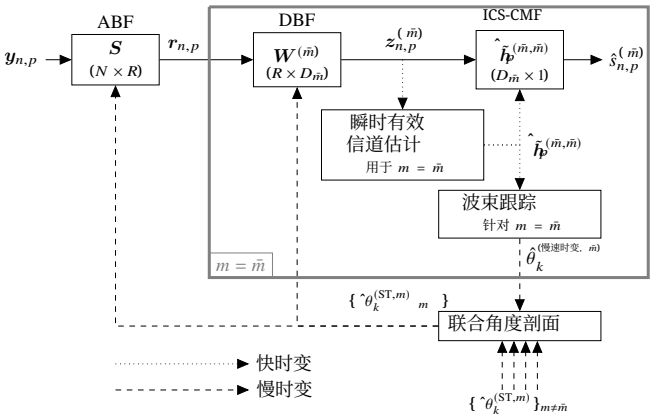

图3. $\bar{m}^{\text{th}}$ 信号簇的估计结构

其可近似为 $\tilde{b}_{n,p}^{(m)} \cong b_{n,p}^{(\mathcal{U}_m)} + e_{n,p}^{(m)}$。然后，如果信道包含多径分量，即意味着 $U < M$，则将 M 簇的符号估计合并为 U 用户的符号估计，如下所示：

$$\hat{b}_{n,p}^{(u)} \triangleq \sum_{m=1}^{M} p_m^{(u)} \tilde{b}_{n,p}^{(m)} \cong \left(\sum_{m=1}^{M} p_m^{(u)}\right) b_{n,p}^{(u)} + \sum_{m=1}^{M} p_m^{(u)} e_{n,p}^{(m)} \quad (17)$$

对于 $u = 1$、. . . 、U，其中 $p_m^{(u)}$是合并器，可通过多种技术进行设计，例如最佳线性无偏估计、最大比合并或选择合并。注意，$p_{(u)m}$的结构非常简单，因此 $p_m^{(u)} \neq 0$仅针对满足 U(m) $= u$ 的值。

引入数字簇合并器，以实现全面的概念设计。通过这一阶段，所提出的方案能够适用于频率选择性和平坦衰落信道。此外，它使所提出的系统设计具备逐簇视角。在充分利用逐簇方案的优势后，可通过 DCC 以简单的方式获得逐用户输出。

$p_m^{(u)}$的设计不在本文讨论范围之内，且由于评估该设计需要更为详细的场景描述，因此本文不会对其性能进行评估。不过，无论如何，其输入端的符号估计质量将直接决定其性能；本文将通过信干噪比（SINR）对此进行评估，SINR将在第七节B部分定义。

IV. 两阶段参数估计流程

所提出系统中的信道估计任务分两个阶段进行，分别称为FT训练和ST波束跟踪，这两者已在第二节D部分介绍。重申一下，信道参数、相干处理间隔、估计阶段和处理模块均按照更新速率区分快速时变（FT）与慢速时变（ST）。

如图2所示，所提出的逐簇估计方法为每个簇采用独立的估计器。图3进一步详细说明了其中一个簇的估计过程。逐簇估计的基本特点是，估计在簇专用数字波束形成器之后进行；与传统的 DFT 波束相比，簇专用数字波束形成器能够更好地抑制干扰。此外，有效信道的规模也进一步减小。因此，即使存在多个用户或簇，也可以采用如同仅有单个用户时那样更简单的方式设计 IEC估计器和波束跟踪器以更简单的方式处理，仿佛只有一个用户存在，即使有多个用户或簇时也是如此。

另一方面，在传统估计方案中，信道是在采用DFT波束构建模拟波束成形（ABF）后进行联合估计的。DFT波束容易受到干扰，因此估计量需要通过导频或其他方法执行干扰抑制任务。此外，数字波束成形（DBF）依赖瞬时信道估计，需要更频繁地更新，但仍需负责数据传输中的干扰抑制。因此，传统方法会导致性能下降、复杂度增加，或需要增加信道估计的训练开销。

波束跟踪器收集并利用 IEC 估计值来估计到达角。正如图3中的点线和虚线所示，信道估计器在快时变下运行，而波束跟踪器在慢时变下运行，这一点非常重要。因此，模拟波束成形和数字波束成形在慢时变下更新，而 ICS-CMF 在快时变下更新。由于数字波束成形更新较慢，因此可以容忍更复杂的设计，从而提升干扰抑制性能。

A. 快时间估计：瞬时有效信道（IEC）估计

IEC估计器旨在估计数字波束成形后观测到的快速变化（瞬时）RD信道，因此称其为等效信道。发送长度为 N_{F}的训练序列，如向量 $\boldsymbol{s}_m^{(m)} = [s_{1+l_m,p}^{(m)} \cdots s_{N_{\text{F}}+l_m,p}^{(m)}]^T = [b_{1,p(m))}^{(\mathcal{U}_m)}, \cdots b_{(p(m))N_{\text{F}}}^{(\mathcal{U}_m)}]^T$，所示，其中 l_m是簇时延，在第IV-A3节中证明易于跟踪。收集从 $n = 1 + l_m$到 $n = N_{\text{F}} + l_m$ 的接收信号，并应用以下技术。在后续各节中，为简化起见，假设 $l_m = 0$ 。

1）波束感知最小二乘估计（BA-LS）：该技术观测先前设置的模拟波束成形和数字波束成形之后的接收信号（$\boldsymbol{T}_{(m)} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{W}_{(m)}$），以估计记为 $\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$ 的瞬时有效信道。波束感知意味着 $\boldsymbol{T}_{(m)}$ 所形成的子空间具有簇特异性，且干扰抑制已由波束成形器预先完成，因此设计简单。由于该技术按簇运行，也无需信源之间进行同步。因此，不同 m 的 $\boldsymbol{s}^{(m)}$ 彼此不相关。

经过 $\boldsymbol{T}^{(m)}$ 后的接收信号 $\boldsymbol{z}_{n,p}^{(m)}$ 如式（10）所示。将训练期间的接收信号拼接起来，得到 $\boldsymbol{z}_{:,p}^{(m)}$，$[(\boldsymbol{z}_{1,p}^{(m)})^T \ldots (\boldsymbol{z}_{N_{\text{F}},p}^{(m)})^T]^T$，其表达式为

$$\boldsymbol{z}_{:,p}^{(m)} = \sum_{m'=1}^{M} \sqrt{E^{(m')}}(\boldsymbol{s}^{(m')} \otimes \boldsymbol{I}_{D_m})\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m')} + \tilde{\boldsymbol{\eta}}_{:,p}^{(m)}, \quad (18)$$

其中，$\tilde{\boldsymbol{\eta}}_{:,p}^{(m)} \sim$复高斯分布 $(\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{I}_{N_{\text{F}}} \otimes (N_0 \boldsymbol{I}_{D_m}))$，且 $\otimes$ 是克罗内克积算子。随后，使用最小二乘估计器 $\boldsymbol{Z}^{(m)}$ 处理接收信号，以获得瞬时有效信道 $\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$的最小二乘估计

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)} \triangleq (\boldsymbol{Z}^{(m)})^H \boldsymbol{z}_{:,p}^{(m)}, \qquad \boldsymbol{Z}^{(m)} = \frac{(\boldsymbol{s}^{(m)} \otimes \boldsymbol{I}_{D_m})}{\sqrt{E^{(m)}} N_{\text{F}}} \quad (19)$$

其中，在假设 $(\boldsymbol{s}^{(m)})^H \boldsymbol{s}^{(m)} = N_{\mathrm{F}}$的条件下， $\boldsymbol{Z}^{(m)}$ 的表达式得到了简化。因此，信道估计可表示为

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)} = \tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)} + \sum_{\substack{m'=1 \\ m' \neq m}}^{M} \frac{\sqrt{E^{(m')}}((\boldsymbol{s}^{(m)})^H \boldsymbol{s}^{(m')})}{\sqrt{E^{(m)}} N_{\mathrm{F}}} \tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m')} + \boldsymbol{\xi}_p^{(m)} \tag{20}$$

其中，第二项是簇间干扰，最后一项是噪声造成的误差，其服从 $\boldsymbol{\xi}_p^{(m)} \sim \mathrm{CN}\left(0, \frac{N_0}{E^{(m)} N_{\mathrm{F}}} \boldsymbol{I}_{D_m}\right)$。

2）传统联合估计技术：与逐簇 BA-LS 相比，传统估计方法可以直接处理模拟波束成形后的信号，并联合估计多簇信道。在这种情况下， $N_{\mathrm{F}}R \times 1$ 观测向量为 $\boldsymbol{r}_{:,p}$、$\mathrm{h}\, \boldsymbol{r}_{1,p}^T \cdots \boldsymbol{r}_{N_{\mathrm{F}},p}^T \mathrm{i}^T$，而 $MR \times 1$ 回归向量则为 $\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(:)}$, $[(\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(1)})^T \cdots (\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(M)})^T]^T$。观测可以表示为

$$\boldsymbol{r}_{:,p} = \left(\left[\sqrt{E^{(1)}} \boldsymbol{s}^{(1)} \ \ldots \ \sqrt{E^{(M)}} \boldsymbol{s}^{(M)} \right] \otimes \boldsymbol{I}_R \right) \bar{\boldsymbol{h}}_p^{(:)} + \bar{\boldsymbol{\eta}}_{:,p} \tag{21}$$

其中，$\bar{\boldsymbol{\eta}}_{:,p}$ 是协方差为 $N_0 \boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{F}}R}$ 的加性高斯白噪声。根据这些定义以及 III-A 节中的定义，采用广为人知的最小二乘和最小均方误差（MMSE）方法，根据模拟波束成形后的观测$\boldsymbol{r}_{:,p}$ 联合估计拼接信道 $\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(:)}$ [37]。估计结果表示为

$$\hat{\bar{\boldsymbol{h}}}_p^{(:),\mathrm{LS}} = \left(\boldsymbol{V}^H \boldsymbol{V} \right)^{-1} \boldsymbol{V}^H \boldsymbol{r}_{:,p} \tag{22}$$

$$\hat{\bar{\boldsymbol{h}}}_p^{(:),\mathrm{MMSE}} = \bar{\boldsymbol{R}}_p^{(:)} \boldsymbol{V}^H \left(\boldsymbol{V} \bar{\boldsymbol{R}}_p^{(:)} \boldsymbol{V}^H + N_0 \boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{F}}R} \right)^{-1} \boldsymbol{r}_{:,p} \tag{23}$$

其中， $\boldsymbol{V} \in \mathbb{C}^{(N_{\mathrm{F}}R \times MR)}$的定义使得 $\boldsymbol{r}_{:,p} = \boldsymbol{V} \bar{\boldsymbol{h}}_p^{(:)} + \bar{\boldsymbol{\eta}}_{:,p}$ 和 $\bar{\boldsymbol{R}}_p^{(:)} \in \mathbb{C}^{(MR \times MR)}$构成一个块对角矩阵，其中包含 $\bar{\boldsymbol{R}}_p^{(m)}$，适用于 $m = 1, \ldots, M$。请注意，这些联合方法要求用户在训练阶段之前进行同步。

3）关于簇时延和时延扩展的讨论： m^{th} 簇的离散时延记为 l_m。路径相差 Δd 的两个簇之间的时延差为 Δl，$|l_{m_1} - l_{m_2}| = \Delta d \times W/c$。例如，对于 $W = 100\mathrm{MHz}$ 和 $\Delta d = 60\,\mathrm{m}$，我们有 $\Delta l = 20$。假设归一化带宽 W/f_c 恒定，则根据弗里斯传输方程 [36]， $d \times W$与路径损耗直接相关。因此，与带宽为 $W = 100\,\mathrm{MHz}$ 的系统相比，带宽为 $W = 10\,\mathrm{MHz}$ 的系统作用距离更远，并且能够观测到 $\Delta d = 600\,\mathrm{m}$，从而再次导致 $\Delta l = 20$。这种时延差实际上会增大有效时延扩展。联合技术应从时延最小簇的第一个符号开始，一直观测到时延最大簇的最后一个符号。因此，第四节A2中的观测向量在实际情况下可能会长得多。相反，逐簇估计器 BA-LS 一次只观测一个簇，从而避免了这个问题。

离散时延的估计不在本文讨论范围内。一旦完成估计，对其进行跟踪就很简单。例如，对于速度为 v 的信源，考虑其当前位置以及 Δt 后的位置，将这两个位置视为上述示例中的两个信源。然后，将 $\Delta d = v\Delta t$ 代入 $\Delta l = \Delta d \times W/c$ 表达式。对于 $v = 10$ m/s 和 $W = 100$ MHz， Δt 应为 0.3 秒才能得到 $\Delta l = 1$。也就是说， l_m 在 0.3 秒后变化 1；与一个 FT-CPI，甚至一个 ST-CPI 相比，这是一段非常长的时间。它可以作为极慢时间参数进行跟踪。

B. 慢时变估计：波束跟踪

在慢时变波束跟踪阶段，需要估计信道的慢时变参数，即到达角 $\theta_p^{(m)}$和角扩展 $\Delta_p^{(m)}$，这些参数决定了式（4）所示的信道二阶统计量。然而，在本文中，假设角扩展 $\Delta_p^{(m)}$ 为常数且已知。[2] 利用最新 P 个快速时变相干处理间隔的 IEC 估计值，通过簇专用估计器分别估计每个簇的到达角。因此，波束跟踪实际上是一个计算阶段，无需传输新的训练序列。波束跟踪阶段结束后，将根据新信息更新波束成形器。

1）假设的慢时变模型：慢时变操作（即波束跟踪和波束成形器更新）的整体设计假设慢时变参数在一个相干区间内保持不变，该区间称为慢时变相干处理间隔，其长度大于图 1 所示的快速时变相干处理间隔。因此，与快速时变操作相比，这些慢时变操作的重复间隔较长。慢时变相干处理间隔的长度由其中包含的快速时变相干处理间隔数量决定，该数量记为 P，是一个设计参数；其取值应确保信道统计量（例如 $\boldsymbol{R}_p^{(m)} \cong \boldsymbol{R}_{p+P}^{(m)}$）具有相似性。

由于假设采用不同的 CPI，ST 操作是在不匹配的信道模型下进行的。基于上述相似性，需要使用与先前定义变量相关的假设变量，并以 ST 上标标示。ST 变量的第一个示例如下：

$$\boldsymbol{R}_k^{(\mathrm{ST},m)} \cong \boldsymbol{R}_p^{(m)}, \qquad \text{for } p = (k-1)P + 1, \ldots, kP. \tag{24}$$

如图所示，ST 变量以 ST-CPI 索引 k 编号，该索引与 FT-CPI 索引之间通过 $k = \lceil p/P \rceil$ 关联。接下来的章节中还会使用若干未明确给出定义的 ST 变量，例如 $\boldsymbol{\Psi}_k^{(\mathrm{ST})}$，$\bar{\boldsymbol{R}}_k^{(\mathrm{ST},m)}$，$\bar{\boldsymbol{\Psi}}_k^{(\mathrm{ST})}$，$\boldsymbol{x}_k^{(\mathrm{ST},m)}$，$\theta_k^{(\mathrm{ST},m)}$，但它们表示类似的关系。

第 II-C 节中定义的角度变化状态空间模型针对 ST 操作修改如下：

$$\boldsymbol{x}_{k+1}^{(\mathrm{ST},m)} \triangleq \boldsymbol{A}^{(\mathrm{ST})} \boldsymbol{x}_k^{(\mathrm{ST},m)} + \boldsymbol{\nu}_k^{(\mathrm{ST},m)}, \tag{25}$$

$$\theta_k^{(\mathrm{ST},m)} \triangleq [1 \ \ 0]\, \boldsymbol{x}_k^{(\mathrm{ST},m)}, \tag{26}$$

其中 $\boldsymbol{A}^{(\mathrm{ST})}$，$\boldsymbol{A}^P$，$\boldsymbol{\nu}_{(\mathrm{ST},m)k} \sim \mathrm{N}(0, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{(\mathrm{ST})})$, 且 $\boldsymbol{\Sigma}_\nu^{(\mathrm{ST})} = \sum_{i=1}^{P} \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{\Sigma}_\nu (\boldsymbol{A}^i)^T$。

此外，假设整体波束成形器结构已将多簇干扰抑制到可忽略的水平。因此，式（20）中表示的信道估计被次优地假设为

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)} \cong \tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)} + \boldsymbol{\xi}_p^{(m)} \tag{27}$$

[2]文献中研究了AS估计 [12]，这超出了本文的研究范围。文献 [34] 表明，性能对AS的确切值并不十分敏感。

在估计器设计中使用ˆ $\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$ ∼复高斯分布 (0， $\boldsymbol{R}$(θ(慢速时变，m) k) + $\frac{N_0}{E^{(m)}N_{\mathrm{F}}}\boldsymbol{I}_{D_m}$)。参数化 RD CCM $\boldsymbol{R}(\theta)$ 表示为

$$\boldsymbol{R}(\theta) \triangleq (\boldsymbol{T}^{(m)}_2)^H \boldsymbol{R}^{\mathrm{FD}}(\theta)\boldsymbol{T}^{(m)}, \tag{28}$$

其中， $\boldsymbol{R}^{\mathrm{FD}}(\theta)$ $\frac{1}{\Delta}\int_{/\theta-\Delta}^{}$ $/2$ $\boldsymbol{a}(\theta')\boldsymbol{a}^H(\theta')d\theta'$ 是平均到达角为 θ、角扩展为 Δ时的全维（FD）CCM。 [28] 表明， $\boldsymbol{R}^{\mathrm{FD}}(\theta)$ ≅ diag($\boldsymbol{a}(\theta)$)$\boldsymbol{D}$ diag($\boldsymbol{a}(\theta)$)^H，其中 ($\boldsymbol{D}$)$_{a,b}$ =sinc 函数 (($a-b$) cos(θ) sin(Δ/2))，适用于 $a, b = 1,\ldots, N$。进一步受到 [28] 的启发，为了更简单地计算 $\boldsymbol{R}(\theta)$，我们可以将其近似为

$$\boldsymbol{R}(\theta) \cong \boldsymbol{E}(\theta)\boldsymbol{E}^H(\theta) \tag{29}$$

$$\boldsymbol{E}(\theta) \triangleq (\boldsymbol{T}^{(m)})^H \mathrm{diag}(\boldsymbol{a}(\theta))\boldsymbol{E}^{\mathrm{FD}} \tag{30}$$

其中， $\boldsymbol{E}^{\mathrm{FD}}$ 的列中包含 $\sqrt{\lambda_d}\boldsymbol{e}_d$ ，其中 λ_d 和 $\boldsymbol{e}_d$分别是 $\boldsymbol{D}$ 的特征值和特征向量。注意到，对于实际的 Δ 取值， $\boldsymbol{R}^{\mathrm{FD}}(\theta)$ 和$\boldsymbol{D}$ 实际上是低秩的，因此 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{FD}}$ 可以由最主要的 D_m 个特征值和特征向量构造，得到大小为 $N\times D_m$，其中 $D_m \ll N$。[3] $\boldsymbol{E}^{\mathrm{FD}}$只需计算并存储一次；借助 $\boldsymbol{E}(\theta)$表达式中 $N\times N$ 矩阵 diag($\boldsymbol{a}(\theta)$)的对角形式， $\boldsymbol{R}(\theta)$可通过式（29）经 O(ND_m^2) 次乘法计算，而通过式（28）则需要 O(N^2D_m) 次乘法。[4]

2) 波束感知最大似然（BA-ML）估计量：在 k^{th} ST 波束跟踪阶段，BA-ML 估计量用于m^{th} 簇的观测向量为

$$\boldsymbol{f}_k^{(m)} \triangleq \left[\left[\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}^{(m,m)}_{(k-1)P+1}\right]^H \cdots \left[\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}^{(m,m)}_{kP}\right]^H\right]^H. \tag{31}$$

为了在 θ上对其进行参数化，我们将（27）重写为

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)} \cong \boldsymbol{E}(\theta_k^{(\mathrm{ST},m)})\boldsymbol{\beta}_p + \boldsymbol{\xi}_p^{(m)}, \tag{32}$$

其中， $\boldsymbol{\beta}_p$ ∼CN (0, $\boldsymbol{I}_{D_m}$) 是（30）中定义的矩阵 $\boldsymbol{E}$(θ (ST,m)k) 的基系数向量，其列张成了（28）中 $\boldsymbol{R}(\theta)$ 的值域。（31）中的观测通过（32）中的模型以待求未知量 $\theta_k^{(\mathrm{ST},m)}$ 为参数。然而， $\boldsymbol{\beta}_p$ 也是未知量。在这种情况下，非线性最小二乘法（对于高斯情形，它等价于最大似然法）[35], 根据观测 $\boldsymbol{f}$(m)k 得到估计的 $\theta_k^{(\mathrm{ST},m)}$，即

$$\hat{\theta}_{k+1}^{(\mathrm{ST},m)} = arg\max_{\theta}\max_{\{\boldsymbol{\beta}_p\}} p(\boldsymbol{f}_k^{(m)}|\theta, \{\boldsymbol{\beta}_p\}), \tag{33}$$

该方法首先针对每个给定的 θ，求出并设定使{$\boldsymbol{\beta}_p$}最大化的集合，然后对 θ应用经典最大似然过程。然而，给定的问题有 PD_m+1 个未知量，却只有 PD_m个方程。因此，我们将 $\boldsymbol{\beta}_p$ 的维数缩减至 $D'_m < D_m$，并通过从（30）中的 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{FD}}$中移除最弱的特征向量，将 $\boldsymbol{E}$(θ(ST,m)k) $\in \mathbb{C}^{D_m\times D_m}$修改为 $\boldsymbol{E}'$(θ (ST,m)k) $\in \mathbb{C}^{D_m\times D'_m}$，从而将（32）修改为

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)} \cong \boldsymbol{E}'(\theta_k^{(\mathrm{ST},m)})\boldsymbol{\beta}'_p + \boldsymbol{\xi}_p^{(m)}. \tag{34}$$

[3]由于两者均由 CCM 的有效秩决定，因此 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{FD}}$ 的列数与 DFT 输出数相等。

[4]$\boldsymbol{D}$通过 cos(θ) sin(Δ/2) 取决于 θ，其中该项为经变换的角扩展除以 2π，由 $\pi\sin(\theta+\Delta/2)-\pi\sin(\theta-\Delta/2)$ [28] 得到。[34] 表明了对AS误差的容忍度，因此，通过选择 $\theta = 0$，可以忽略对 θ 的依赖性。尽管如此，为了获得更精确的近似，可以针对 θ 的量化值存储多个 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{FD}}$ 矩阵。

将式(34)代入式(31)，附录A中发现，到达角估计可计算为

$$\hat{\theta}_{k+1}^{(\mathrm{ST},m)} = arg\min_{\theta}\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{M}(\theta)\left(\sum_{p=1}^{P}\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)}(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H\right)\right), \tag{35}$$

其中 $\boldsymbol{M}(\theta)$ $\boldsymbol{I}_{D_m} - \boldsymbol{E}'(\theta)$ $\left(\boldsymbol{E}'^H(\theta)\boldsymbol{E}'(\theta)\right)^{-1}\boldsymbol{E}'^H(\theta)$。

3) 统计扩展卡尔曼滤波器（SEKF）：贝叶斯方法，尤其是卡尔曼滤波器，能够更好地利用到达角随时间的相关性，因为其变化缓慢。由于信道二阶统计量是到达角的非线性函数，我们提出使用其作为扩展卡尔曼滤波器的观测。统计量通过样本均值协方差矩阵获得，而扩展卡尔曼滤波器的观测向量为

$$\boldsymbol{f}_k^{(m)} = \mathrm{vec}\left\{\frac{1}{P}\sum_{p=(k-1)P+1}^{kP}\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)}(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H\right\} \tag{36}$$

其中 vec{·} 是向量化算子。假设存在角度相干性，观测可改写为

$$\boldsymbol{f}_k^{(m)} = \mathrm{vec}\left\{\boldsymbol{R}_f(\theta_k^{(\mathrm{ST},m)})\right\} + \boldsymbol{q}_k^{(m)} \tag{37}$$

其中第一项是均值，其

$\boldsymbol{R}_f$ θ_k $\boldsymbol{R}$ θ_k +((ST,m)) ((ST,m)),

$\frac{N_0}{E^{(m)}N_{\mathrm{F}}}\boldsymbol{I}_{D_m}$ 29 $\boldsymbol{R}$ θ

其中 ( ) 可用于 ( )。第二项 $\boldsymbol{q}_k^{(m)}$是零均值误差向量，其协方差为 $\boldsymbol{Q}_k^{(m)}$，可在附录B中求得:

$$\boldsymbol{Q}_k^{(m)} = \frac{1}{P}\left(\boldsymbol{R}_f(\theta_k^{(\mathrm{ST},m)})\right)^* \otimes \boldsymbol{R}_f(\theta_k^{(\mathrm{ST},m)}) \tag{38}$$

为实现 EKF，使用一阶泰勒展开对式 (37) 中的 vec{$\boldsymbol{R}_f(\theta_k^{(\mathrm{ST},m)})$} 进行线性化，得到

$$\boldsymbol{f}_k^{(m)} \cong \boldsymbol{B}_k^{(m)}\boldsymbol{x}_k^{(\mathrm{ST},m)} + \boldsymbol{q}_k^{(m)} + \{known\,\&\,constant\} \tag{39}$$

其中， $\boldsymbol{B}_k^{(m)}$是 vec{$\boldsymbol{R}_f(\theta)$} 关于 $\boldsymbol{x}_k^{(\mathrm{ST},m)}$ $\boldsymbol{x}_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)}$ = 的雅可比[θ m 矩阵，在 ˆ ˆ (慢速时变，) $k|k-1$ˆ$\omega_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)}$] 处计算。其表达式为

$$\boldsymbol{B}_k^{(m)} = \left[\left(\frac{\partial\mathrm{vec}\{\boldsymbol{R}(\theta)\}}{\partial\theta}\right)\Big|_{\theta=\hat{\theta}_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)}} \quad \boldsymbol{0}\right] \tag{40}$$

由于角度相干性假设，其第二列（即关于速度的导数）为零。关于角位置的导数可利用式 (29) 中的简单结构进行数值计算或解析计算。

根据这些定义，对每个簇 m应用众所周知的EKF迭代[37]。下面给出了 k^{th} 波束跟踪阶段的这些迭代。

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)}(\boldsymbol{B}_k^{(m)})^H\left(\boldsymbol{B}_k^{(m)}\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)}(\boldsymbol{B}_k^{(m)})^H + \boldsymbol{Q}_k^{(m)}\right)^{-1} \tag{41}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}^{(\mathrm{ST},m)} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)} + \boldsymbol{K}\left(\boldsymbol{f}_k^{(m)} - \mathrm{vec}\{\boldsymbol{R}_f(\hat{\theta}_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)})\}\right) \tag{42}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{(\mathrm{ST},m)} = \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)} - \boldsymbol{K}\boldsymbol{B}_k^{(m)}(\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{(\mathrm{ST},m)})^H \tag{43}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}^{(\mathrm{ST},m)} = \boldsymbol{A}^{(\mathrm{ST})}\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}^{(\mathrm{ST},m)} \tag{44}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{k+1|k}^{(\mathrm{ST},m)} = \boldsymbol{A}^{(\mathrm{ST})}\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{(\mathrm{ST},m)}(\boldsymbol{A}^{(\mathrm{ST})})^T + \boldsymbol{\Sigma}_{\nu}^{(\mathrm{ST})} \tag{45}$$

在 k^{th} ST波束跟踪之后，使用预测的到达角$\hat{\theta}_{k+1|k}^{(\mathrm{ST},m)}$更新波束成形器，适用于 $m=1,\ \ldots,\ M$；这些到达角是$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}^{(\mathrm{ST},m)}$中 $m=1,\ \ldots,\ M$的第一个元素。

4) 正交匹配追踪（OMP）：在我们提出的逐簇估计方案下，以往方法会在数字波束成形 $\boldsymbol{W}(m)$ 所创建的子空间中逐簇运行。或者，传统方法也可以直接处理模拟波束成形 $\boldsymbol{S}$ 的输出。我们将广为人知的 OMP 技术调整到我们的框架中，以实现这一替代方案。

OMP 是一种压缩感知方法，用于求解形如 $\boldsymbol{f}=\boldsymbol{G}\boldsymbol{x}$ 的系统，其中 $\boldsymbol{G}$ 是一个宽矩阵。对于角度估计，$\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{G}$ 可分别设为接收信号向量，以及一个矩阵，该矩阵的列为待搜索角度对应的导向矢量。然后，角度估计可以取为 $\boldsymbol{G}$ 中与 $\boldsymbol{x}$的主导值相关联的列所对应的角度。然而，当观测含有噪声且权重为零均值随机变量时，这种形式可能会失效，也就是说，信道受到衰落影响。

上述调整涉及训练序列的使用、是否采用预处理（模拟波束成形）、应对远近效应的措施，以及最重要的，如何利用之前的 P 估计。最后一个因素面临的挑战是，在之前的 P 个 FT-CPI 中，信道增益彼此不相关；若不加甄别地将它们整合，权重可能会被平均至零。

对于我们的改编，待求解的系统为 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}$，其中 $\boldsymbol{F}\in\mathbb{C}^{RN_{\mathrm{F}}\times P}$ 包含来自此前 P 个FT-CPI的FT训练阶段所观测到的所有信号。对于 k^{th}波束跟踪阶段，可将其写为

$$\boldsymbol{F}=\left[\boldsymbol{r}_{:,(k-1)P+1}\cdots\boldsymbol{r}_{:,kP}\right], \tag{46}$$

其中 $\boldsymbol{r}_{:,p}\in\mathbb{C}^{RN_{\mathrm{F}}\times MN_\theta}$，$\boldsymbol{G}$ 如第四节A所示。该矩阵的形式为 $[\boldsymbol{G}^{(1)}\cdots\boldsymbol{G}^{(M)}]$，其中

$$\boldsymbol{G}^{(m)}\triangleq\sqrt{E^{(m)}}\left(\boldsymbol{s}^{(m)}\otimes\boldsymbol{S}^{H}\left[\boldsymbol{a}(\theta_1^{(m)})\cdots\boldsymbol{a}(\theta_{N_\theta}^{(m)})\right]\right), \tag{47}$$

其中 N_θ 是每个簇要搜索的角度数。$\boldsymbol{G}$的 c^{th} 列，记为 $\boldsymbol{G}_{:c}$，对应一个簇和一个到达角。令函数 $M^{OMP}(c)$和 $\theta^{OMP}(c)$ 分别将这些列映射到簇和到达角。根据这些定义，改进正交匹配追踪算法如算法1所示。

根据系统 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}$ 及这些定义可知，权重矩阵 $\boldsymbol{X}\in\mathbb{C}^{MN_\theta\times P}$的各行实际上是一个角度图，表示在整个 P FT-CPI期间监测到的信号存在情况。因此，预计该矩阵具有行稀疏性，即只有少数几行含有显著的非零内容。因此，我们调整了传统 OMP 方法中矩阵 $\boldsymbol{G}$ 列的选择机制（如算法第6步所示），以体现矩阵 $\boldsymbol{X}$的行稀疏性。所提出的机制还解决了相干性问题，即信道增益在各个 FT-CPI 之间不相关。在第7步中，估计结果根据簇归属进行分类，这是联合估计技术中的一个普遍问题。事实上，如式（47）所示，训练序列的差异进一步强化了这种分类。随后，第8至第11步处理来自

算法1 改进正交匹配追踪

输入：$\boldsymbol{F},\boldsymbol{G},M^{OMP}(\cdot),\ \theta^{OMP}(\cdot)$

1: $\tilde{\boldsymbol{F}}=\boldsymbol{F}$
2: $\mathrm{M}=\{1,\ \cdots,M\}$
3: $i=0$
4: 当 $\mathrm{M}\neq\{\}$ 时
5: $i\leftarrow i+1$
6: $c_i=arg$最大值$_c\ \left\|(\boldsymbol{G}_{:c})^H\tilde{\boldsymbol{F}}\right\|_2^2$
7: $\bar{m}=M^{OMP}(c_i)$
8: 如果 $\bar{m}\in\mathrm{M}$，则
9: $\mathrm{M}\leftarrow(\mathrm{M}-\{\bar{m}\})$
10: $\hat{\theta}^{(\mathrm{ST},\bar{m})}_{k+1}=\theta^{OMP}(c_i)$
11: 结束如果
12: $\tilde{\boldsymbol{G}}=[\boldsymbol{G}_{:c_1}\cdots\boldsymbol{G}_{:c_i}]$
13: $\tilde{\boldsymbol{F}}=\boldsymbol{F}-\tilde{\boldsymbol{G}}\left(\tilde{\boldsymbol{G}}^H\tilde{\boldsymbol{G}}\right)^{-1}\tilde{\boldsymbol{G}}^H\boldsymbol{F}$
14: 结束当

同一簇的多个估计结果，这是由于角扩展和远近效应所必需的。请注意，该方法需要进行导频传输，因此用户之间必须同步；而所提出的按簇方法 BA-ML 和 SEKF 则不需要。

V. 统计波束形成器构造

A. 全维 GEB（FD-GEB）

GEB 是一种统计波束形成器，其性能通常在 [34] 中进行评估。与广为人知的 Capon 波束形成器类似，[35]，GEB 在保持目标信号功率恒定的同时，尽可能降低干扰。不过，GEB 通过以下方差来完成此任务：

$$\min_{\boldsymbol{w}}\ \ \boldsymbol{w}^H\boldsymbol{\Psi}_k^{(\mathrm{ST})}\boldsymbol{w}\quad\text{subject to}\quad\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{R}_k^{(\mathrm{ST},m)}\boldsymbol{w}=c \tag{48}$$

其中，$\boldsymbol{w}$ 是波束形成器向量，各项分别是 $\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{y}_{n,\ p}$ 和 $\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{h}_p^{(m)}$ 的方差。协方差矩阵可以通过参数化方式计算，且 c 为常数。该问题的解需要对矩阵对 $(\boldsymbol{R}_k^{(\mathrm{ST},m)},\ \boldsymbol{\Psi}_k^{(\mathrm{ST})})$ 进行广义特征值分解，表示为：

$$\boldsymbol{R}_k^{(\mathrm{ST},m)}\boldsymbol{e}=\lambda\boldsymbol{\Psi}_k^{(\mathrm{ST})}\boldsymbol{e}. \tag{49}$$

选择 $\boldsymbol{w}_{\mathrm{opt}}=\boldsymbol{e}_{\max}$ 即可求解问题 (48)，并获得最大的信干噪比（SINR）；其中，广义特征向量 $\boldsymbol{e}_{\max}$ 对应于最大广义特征值 λ_{max}。

FD-GEB 是一种单级波束形成器，其中 $\boldsymbol{T}^{(m)}\in\mathbb{C}^{N\times D_m}$ 由最主要的 D_m 个广义特征向量构成，并采用全数字或全模拟波束形成器（具有双移相器结构）。

B. 降维 GEB（RD-GEB）

对于 HBFs，GEB 可以在由模拟波束成形 $\boldsymbol{S}$ 创建的子空间中实现，使用式（8）和（9）中给出的有效 CCM 对（$\bar{\boldsymbol{R}}_k^{(\mathrm{ST},m)}$、$\bar{\boldsymbol{\Psi}}_k^{(\mathrm{ST})}$），而不是全维 CCM 对（$\boldsymbol{R}_k^{(\mathrm{ST},m)}$、$\boldsymbol{\Psi}_k^{(\mathrm{ST})}$）。然而，我们提出了一种略有不同的技术，该技术更加稳健，并且与模拟波束成形 $\boldsymbol{S}$的设计相集成。在 $k-1^{\text{st}}$ ST 波束跟踪阶段生成 $m=1$、.....、M的到达角估计 $\hat{\theta}_k^{(\mathrm{ST},m)}$后，通过选择指向最接近 $\hat{\bar{\boldsymbol{R}}}_k^{(\mathrm{ST},m)}$ 角度的 $\boldsymbol{S}$ DFT基来形成模拟波束成形器

离散傅里叶变换频率为

$$\phi_k = \frac{2\pi}{N}k, \quad k = 1, \ldots, N \tag{50}$$

并且，k^{th} 离散傅里叶变换基为 $\boldsymbol{u}(\phi_k)$，其中 $\boldsymbol{u}(\phi) \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}}[1 \quad e^{j\phi} \ldots e^{j(N-1)\phi}]^T$。然后，为每个 m 选择 R/M 个离散傅里叶变换频率，使得 $\sum_{r=1}^{R/M} |\phi_{k_r^{(m)}} - \pi\sin(\hat{\theta}^{(\text{慢速时变},m)}_k)|$ 最小，其中 $k_{(m)r}$ 是所选集合的索引。[5]然后，模拟波束成形 $\boldsymbol{S}$ 构造为

$$\boldsymbol{S} = [\tilde{\boldsymbol{S}}^{(1)} \quad \ldots \quad \tilde{\boldsymbol{S}}^{(M)}], \tag{51}$$

$$\tilde{\boldsymbol{S}}^{(m)} = [\boldsymbol{u}(\phi_{k_1^{(m)}}) \quad \ldots \quad \boldsymbol{u}(\phi_{k_{R/M}^{(m)}})]. \tag{52}$$

我们假设每个可能的离散傅里叶变换基都会选择一个角扇区，使得 $\boldsymbol{u}(\phi_k)$选择从 θ_1 到θ_2的角扇区，其中 $\pi\sin(\theta_1) = \phi_k - \pi/N$ 且 $\pi\sin(\theta_2) = \phi_k + \pi/N$。这些角扇区为 $k = 1, \ldots, N$构成一个协方差矩阵码本$\{\boldsymbol{C}_k\}$，其中

$$\boldsymbol{C}_k \triangleq \frac{N}{2\pi}\int_{\phi_k-\pi/N}^{\phi_k+\pi/N} \boldsymbol{u}(\phi)\boldsymbol{u}^H(\phi)d\phi. \tag{53}$$

利用此码本，计算得到各簇的近似簇协方差矩阵：

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{R}}}_k^{(\text{ST},m)} = \boldsymbol{S}^H\left(\frac{M}{R}\sum_{r=1}^{R/M}\boldsymbol{C}_{k_r^{(m)}}\right)\boldsymbol{S} \tag{54}$$

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{\Psi}}}_k^{(\text{ST})} = \sum_{m=1}^{M} E^{(m)}\hat{\tilde{\boldsymbol{R}}}_k^{(\text{ST},m)} + N_0\boldsymbol{I}_R \tag{55}$$

然后，使用矩阵对 $(\hat{\tilde{\boldsymbol{R}}}_k^{(\text{ST},m)}, \hat{\tilde{\boldsymbol{\Psi}}}_k^{(\text{ST})})$ 中最主要的 D_m 个广义特征向量，得到数字波束成形 $\boldsymbol{W}^{(m)}$，从而得到总波束成形器 $\boldsymbol{T}_{(m)} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{W}_{(m)}$。

$\boldsymbol{W}^{(m)}$（广义特征向量）的列不一定正交，因此通过 QR 分解将它们正交化，并将所得向量指定为新的 $\boldsymbol{W}_{(m)}$，使得 $(\boldsymbol{W}_{(m)})^H\boldsymbol{W}_{(m)} = (\boldsymbol{T}_{(m)})^H\boldsymbol{T}_{(m)} = \boldsymbol{I}_{D_m}$。此过程不会造成任何信息损失，并且保留了 $\boldsymbol{W}^{(m)}$ 的值域。此外，与特征值分解相比，该方法的计算复杂度更低，并且具有数值稳定性和符号简洁性。

VI. 计算复杂度

表 III 使用 O(·) 符号，按照乘法次数列出了所有备选方案的计算复杂度。第三列还给出了导致这些复杂度的主要运算，其中 MI、MM 和 ED 分别表示矩阵求逆、矩阵乘法和特征值分解。此外，* 表示可以进行求逆规模缩减，并已采用该方法以利于相关技术。所提出的逐簇运算 BA-LS、BA-ML、SEKF 和 GEB 构造还需乘以 M，因为这些运算针对每个簇分别执行。此外，

[5]注意，对于任意 m，$k_{(m)r}$ 在 r 中是连续的，也就是说，$k_{(r^m = \bar{k})_{(m)}+r}$ 对于某个 $\bar{k}_{(m)}$</style}。因此，选择过程很直接。

表III 每个 FT-CPI 的平均计算复杂度

Task	技术	乘法次数	主要运算
实例效率	BA-LS	$O(MN_FD_m)$	(19)
信道估计	联合最小二乘	$O(M^3) + O(MN_FR)$	MI* 与 MM
	联合最小均方误差	$O(M^3R^3) + O(M^2N_FR^3)$	MI* 与 MM
Beam 跟踪	BA-ML	$O(MN_\theta ND_m^2/P)$ $+O(MD_m^2 + MN_\theta D_m^3/P)$	(30), (35)
	SEKF	$O(MND_m^2/P)$ $+O(MD_m^2) + O(MD_m^4/P)$	(30), (36), (41)*
	OMP	$O(MN_\theta RN_F)$	算法1中的第6步
波束成形器构造	FD-GEB	$O(MN^3/P)$	ED
	RD-GEB	$O(MR^3/P)$	ED
	简减最小均方误差波束形成器	$O(M^3 + NM^2)$	MI* 与 MM
	RD-MMSE 波束成形	$O(M^3 + RM^2)$	MI* 与 MM

所有波束跟踪方法和 GEB 构造均在每个 P FT-CPI 中执行一次。瞬时信道估计器包含训练规模 N_F，基于搜索的波束跟踪器 BA-ML 和 OMP 包含 N_θ，即每个簇中待搜索的到达角数量。对于联合最小二乘和 MMSE 信道估计器以及 MMSE 波束成形器，利用克罗内克积和伍德伯里矩阵恒等式的性质，可以将矩阵求逆规模缩小，尽管原始规模更大。对以克罗内克积表示的矩阵进行乘法运算，尤其是其中包含单位矩阵时，仔细分析还可能减少乘法次数。例如，式（19）中的乘法运算，其复杂度为 $O(MN_FD_m)$，而非 $O(MN_FD_m^2)$。

式（22）中的联合 LS 信道估计需要对大小为 $MR \times MR$ 的矩阵求逆，并对大小分别为 $MR\times MR$、$MR\times N_FR$ 和 $N_FR\times 1$ 的矩阵进行矩阵乘法。式（23）中的联合 MMSE 信道估计需要对大小为 $N_FR\times N_FR$ 的矩阵求逆，并对大小分别为 $MR\times N_FR$、$N_FR\times N_FR$ 和 $N_FR\times 1$ 的矩阵进行矩阵乘法。利用克罗内克积的性质，联合 LS 中矩阵求逆的规模可缩减为 M；利用伍德伯里矩阵恒等式，联合 MMSE 中矩阵求逆的规模可缩减为 MR。另一方面，式（56）中的 MMSE 波束成形构造主要涉及对大小为 $R \times R$ 或 $N \times N$ 的矩阵求逆，但利用伍德伯里矩阵恒等式可将其缩减为对大小为 $M \times M$ 的矩阵求逆。利用这些性质和恒等式还会改变矩阵的排列方式及矩阵乘法策略，从而得到表III中的简化复杂度。对于 GEB，$x\times x$ 个矩阵的特征值分解复杂度为 $O(x^3)$，其中，对于 FD-GEB，该规模为 N；对于 RD-GEB，则为 R。

我们可以粗略地假设 $M \cong D_m \cong R/M < N_F \ll N_\theta < N < P$（参见表 IV）。据此，我们可以将各项技术的计算复杂度排序如下：对于瞬时信道估计，BA-LS < 联合最小二乘≪ 联合最小均方误差；对于波束跟踪，SEKF <BA-ML ≪ 正交匹配追踪；对于波束成形器构造，RD-GEB ≪ FD/RD MMSE 波束成形 < FD-GEB。

因此，可以清楚地看出，与采用瞬时波束成形的传统联合估计方法相比（以联合最小二乘、联合最小均方误差、正交匹配追踪和 MMSE 波束成形为代表），所提出的基于统计波束成形的逐簇估计方法（以 BA-LS、BA-ML、SEKF 和 GEB 为代表）具有极低的计算复杂度。

VII. 数值评估

A. 辅助定义

为便于数值结果的比较，需要先定义一些辅助术语。首先，前缀 RD（降维）表示在混合波束成形系统中，数字波束成形在模拟波束成形之后进行；而 FD（全维或全数字）指波束成形器为全数字且不进行模拟波束成形的系统，因此 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{I}_N$ 且具有 $R=N$ 条射频链。

离散傅里叶变换波束成形器具有与 RD-GEB 相同的模拟波束成形 $\boldsymbol{S}$。然而，数字波束成形 $\boldsymbol{W}^{(m)}$ 是一个由 1 和 0 组成的矩阵，仅选择（51）中用于 m^{th} 簇的射频链（ $\boldsymbol{S}$的列），使得 $\boldsymbol{T}^{(m)}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{W}^{(m)}=\tilde{\boldsymbol{S}}^{(m)}$。这种数字波束成形设置可视为在模拟波束成形之后创建簇特定子空间的最原始尝试。RD-GEB 相对于 DFT 波束成形的差异体现了其带来的改进。

周期图是一种谱估计方法 [35]，也是波束跟踪文献中多种技术的隐含基础。在混合波束成形结构中，它应用于离散傅里叶变换波束成形器的值域。针对 m^{th}簇，搜索 $\rho(\theta)\triangleq\sum_{n,p}|\boldsymbol{a}(\theta)^H\tilde{\boldsymbol{S}}^{(m)}\boldsymbol{z}_n^{(m),p}|^2$的峰值，其中 $\boldsymbol{z}_n^{(m),p}=(\tilde{\boldsymbol{S}}^{(m)})^H\boldsymbol{y}_{n,p}$。检查（52）可知，$\rho(\theta)$测量的是射频链输出端在特定 θ 值处逐一获得的功率。因此，它体现了第 I-A 节中提及的相关研究。鉴于慢速时变相干处理间隔（ST-CPI）中的所有训练阶段均已使用，上述求和是对 PN_{F} 个样本进行的。

MMSE 波束成形器是另一种波束成形方法，不同于最小均方误差信道估计器。对于后者，构造一个最小均方误差估计量 [37]，其中将符号 $s_n^{(m),p}$（$m=1,\ldots,M$）视为多个未知参数，并采用式（1）中的观测 $\boldsymbol{y}_{n,p}$ 或式（7）中的观测 $\boldsymbol{r}_{n,p}$，具体取决于采用 FD 还是 RD。对于 RD 情况，

$$\boldsymbol{W}^{(m)}=\left(\bar{\boldsymbol{H}}_p\bar{\boldsymbol{H}}_p^H+N_0\boldsymbol{I}_R\right)^{-1}\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(m)} \tag{56}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{H}}_p$，$[\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(1)}.....\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(M)}]$。如所见，构造波束成形器需要信道 $\boldsymbol{h}_p^{(m)}$或 $\bar{\boldsymbol{h}}_p^{(m)}$，因为它们是未知参数的合路器，因此必须已知。这就是我们将 MMSE 波束成形器归类为瞬时波束成形器的原因，因为每当获得新的瞬时信道估计后，都应按信道去相关的速率（即 FT-CPI）更新，并且每次 FT 训练后都要更新。

与波束跟踪相关的模式有两种：自驱动模式和先知辅助波束成形模式。在所提出的系统中，IEC估计器和波束跟踪器在波束成形器之后运行，而波束成形器是根据先前的到达角估计构建的。因此，所有性能度量都取决于描述自驱动模式的先前到达角估计。另一方面，先知辅助波束成形模式在性能分析中消除了先前到达角估计的影响。每个 ST-CPI 开始时，使用真实到达角构建波束成形器；每个 ST-CPI 结束时，收集所有性能度量，包括波束跟踪器的角度均方根误差，尽管其到达角估计不会用于下一个 ST-CPI。请注意，这并不意味着消除了 ST-CPI 内部移动造成的失配。

B. 性能度量

1) BA-LS 的平均归一化均方误差：IEC估计的性能采用归一化均方误差（NMSE）进行衡量。对于 m^{th} 簇，其定义为[6]

$$\text{NMSE}_p^{(m)}\triangleq\frac{\mathbb{E}\{||\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)}-\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}||_2^2\}}{\mathbb{E}\{||\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}||_2^2\}}. \tag{57}$$

附录C中证明，NMSE 可计算为

$$\text{NMSE}_p^{(m)}=\frac{\text{tr}\left(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(m)}-E^{(m)}\tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m)}\right)}{E^{(m)}N_{\text{F}}\,\text{tr}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m)}\right)}. \tag{58}$$

然后，对蒙特卡洛实验中所有可能的 p 时刻的 $\text{NMSE}_p^{(m)}$取平均，得到平均 NMSE。

2）波束跟踪的角度均方根误差：角度误差定义为$\hat{\theta}_{(\text{ST},m)k}-\theta_{(m)(k-1)P+1}$，角度均方根误差（RMSE）为

$$\text{RMSE}^{(m)}=\sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\hat{\theta}_k^{(\text{ST},m)}-\theta_{(k-1)P+1}^{(m)}\right)^2} \tag{59}$$

对于 m^{th} 簇，其中 K 是蒙特卡洛实验中所有可能的慢时间时刻数。请注意，该误差定义忽略了 ST-CPI 内部的变化，仅关注估计性能。

3）ICS-CMF 之后的平均信干噪比：模拟波束成形、数字波束成形、波束跟踪器和 IEC估计器的整体性能将通过 ICS-CMF 输出端的信干噪比来衡量，该输出即式（14）中给出的符号估计值 $\hat{s}_n^{(m),p}$。由于检测器已知的是估计信道而非真实信道，因此真实信号项取为 $S_p^{(m)}$，$\sqrt{E^m}\,\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)H}\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}s_n^{(m),p}$，干扰加噪声项 $N_{(m)p}=\hat{s}_n^{(m),p}-S^{(m)}$ 则为剩余部分。根据这些定义，m^{th}簇的信干噪比定义为

$$\text{SINR}_p^{(m)}\triangleq\mathbb{E}\left\{\frac{|S_p^{(m)}|^2}{|N_p^{(m)}|^2}\right\}. \tag{60}$$

然后，对蒙特卡洛实验中所有可能的 p 时刻的 $\text{SINR}_p^{(m)}$取平均，得到平均信干噪比。

C. 仿真设置

仿真所选参数列于表 IV。每个 FT-CPI 包含 $N_{\text{F}}+N_{\text{S}}=1000$ 个符号，根据表II，这一数量是合适的；假设带宽为 100 MHz，则耗时为 $T_{\text{F}}=10\mu s$。选择 $N_{\text{F}}=10$ 和 $N_{\text{S}}=990$可使训练开销达到 1%。

共有 $M=4$ 个信号簇。第一个簇是最受关注的簇，由于周围簇的强度高出 20 至 30 dB，因此受到显著的远近效应影响。第II-C节给出的运动模型通过$\sigma_\theta^2=1。45e-4$、$\sigma_\omega^2=1。46e-6$以及初始到达角实现，

[6]请注意，SINR 和 NMSE 计算中的期望均为 FT 期望，其条件是相关 FT-CPI 下的设置，例如波束成形器和位置。

表 IV 仿真参数

参数	描述	值 / 详情
N	天线数量	128
M	簇数量	4
U	用户数量	4
N_{F}	FT训练序列长度	10
N_{S}	FT-CPI中的数据模式长度	990
T_{F}	FT-CPI的持续时间	1e-5秒
P	FT-CPI数量	~ 1000
R	射频链数量	16
D_m	DBF 输出数量	3
$\theta_0^{(m)}$	初始到达角	{10°,20°,−10°,−20°}
$\Delta^{(m)}$	ASs	{3°,3°,3°,3°}
$E(m)/N_0$	簇信噪比	{10,40,30,30} 分贝

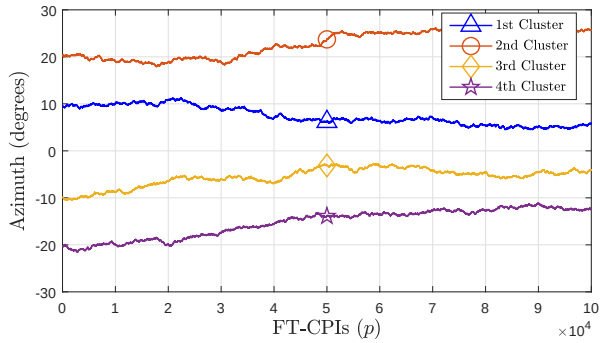

图 4. 运动模型的一次实现所产生的到达角。

表 IV。此方差设置对应于速度为 10 m/s、加速度为 1 m/s^2，并假设随机运动 1 秒后与基站的距离为 150 米。[7] 持续时间为 1 秒的随机运动过程示例绘于图 4 中。[8]

参数 D_m 和 R/M 应与有效 CCM 的实际秩 $\tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m)}$相当，而后者由角扩展 $\Delta^{(m)}$ 和天线数量 N决定。若比值R/N 受到限制，则可通过用户调度减少活跃用户的数量，或者将角扩展 $\Delta^{(m)}$ 视为设计参数，以减小 D_m 和 R/M 。

对于每个簇，仅在模拟波束成形 $\tilde{\boldsymbol{S}}$（m）所选定的区域内搜索 BA-ML、正交匹配追踪和分辨率为 0.1°的周期图（详见下文 (51)），由此得到$N_\theta \cong 40$。SEKF 选择 $D'_m = 2$ 。

D. 数值结果

本节将介绍仿真数值结果。在仿真中， $p_{\max}$ 运动周期内的FT-CPI数量为 $p_{\max} = 1e5$ ，其一次实现如图4所示，

[7]我们将角位置（速度）的标准差除以时间，解释为速度（加速度）；经过100.000个FT-CPI（1秒）后新息协方差矩阵中的该量，按照与第IV-B1节 $\boldsymbol{\Sigma}_{\nu}^{(\mathrm{ST})}$中类似的方法计算。

[8]请注意，选择 $T_{\mathrm{F}} = 10\mu s$ 并假设带宽为 100 MHz，只是为了展示实际运行情况。 T_{F} 仅影响运动模型；对于不同的 T_{F} 和带宽，方差会相应调整，以便获得与图 4 中类似的运动。

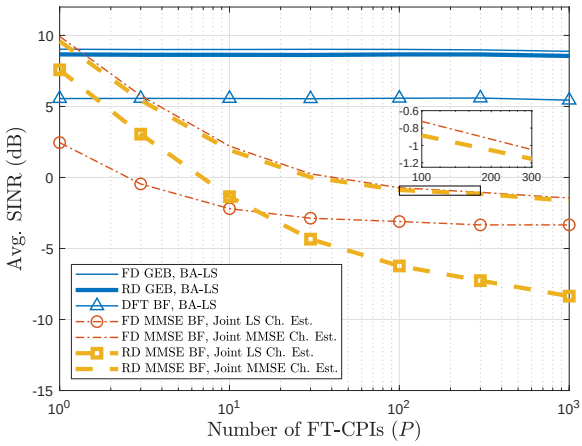

图5. 瞬时波束成形与统计波束成形的比较。（m = 1, $p_{\max}$ = 1000 ，先验辅助模式）

重复多次以进行蒙特卡洛实验。[9]仿真中使用第七节C部分给出的参数，并收集第七节B部分给出的性能度量。

首先，我们将通过与传统技术进行比较，阐明所提出的结合统计波束成形的逐簇估计方法背后的动机，比较结果见图5和图6。在这些图中，暂不关注移动性和波束跟踪，并采用先验辅助波束成形模式以及 $p_{\max}$ = 1000的设置；如图4所示，此时移动性几乎不存在。图5按照波束成形器更新时间 P，比较了统计波束成形（FD-GEB、RD-GEB和DFT波束成形）与瞬时波束成形（FD/RD MMSE波束成形）；前者使用二阶统计量（簇协方差矩阵），后者则使用实际信道估计。正如预期，慢时变方案能够抵御 P，而当 $P > 1$时，MMSE波束成形器会立即失效，因为实际信道会失去相关性，而统计量几乎保持不变。尽管采用 $P = 1$ 的MMSE信道估计时，MMSE波束成形器的性能最佳，但从单位时间的计算复杂度来看， P较大时，统计波束成形器是最优选择。第一种方案需要为每个FT-CPI进行MMSE信道估计，计算复杂度较高，如表III所示；第二种方案需要使用BA-LS进行信道估计，计算较为简单。此外，RD-GEB的平均复杂度低于RD MMSE波束成形器。瞬时波束成形中更简单的信道估计方案——联合最小二乘，会导致性能损失。最后，适用于混合波束成形器的RD方案与FD方案相比，性能损失极小；FD方案在结构和计算方面都更复杂，且所需资源更多。

在图6中，将瞬时信道估计方法与信噪比（SNR）进行比较。如第六节所述，BA-LS的计算复杂度低于传统的联合最小二乘和联合最小均方误差技术。尽管更加简单，但从图6可以看出，BA-LS并未

[9]如果任意两个簇之间的距离小于 3°，或者任意簇超出[−60°,60°]区域，则相关实现会在达到 $p_{\max}$ 个 FT-CPI 之前结束。

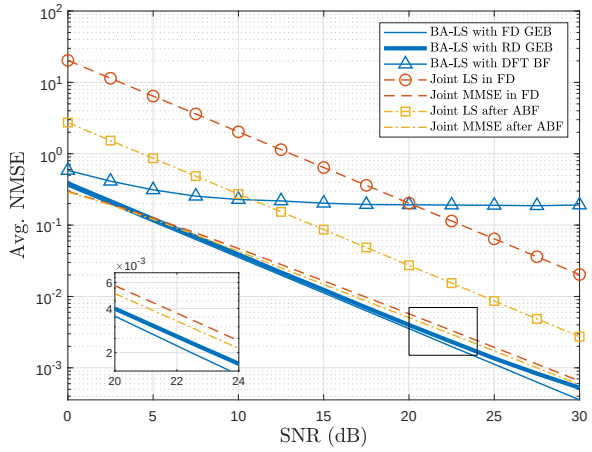

图6. 瞬时信道估计技术的比较。($m = 1$, $p_{\max} = 1000$ ，先验辅助模式)

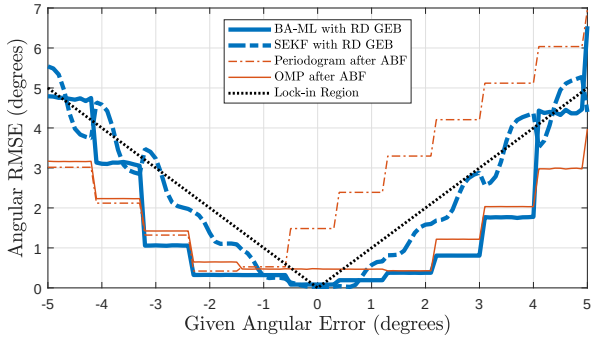

图7. ST-CPI 结束时角度估计的均方根误差，该误差取决于 ST-CPI 开始时用于构造波束成形器的给定误差。($m = 1$, $P = 1000$)

与性能优越的联合最小均方误差技术相比损失性能。[10] BA-LS的这一高性能源于通过数字波束成形进行的预处理，其中采用了GEB。通过比较采用DFT波束成形的BA-LS与采用RD-GEB的BA-LS可以看出GEB的作用，前者的性能有所下降。总之，采用GEB的BA-LS在性能和计算复杂度方面都是一种非常高效的技术。

第VII-A节中定义的自驱动模式可能会出现不稳定。图7展示了在到达角存在给定误差的情况下构建波束成形器时的角度均方根误差。就此而言，图7为自驱动运行的稳定性分析提供了依据。为保证自驱动性能稳定，期望下一次角度误差小于给定误差，从而使给定误差逐渐减小并趋于零。图中所示的预期出现这种行为的区域称为锁定区域。首先可以看到，下一次估计的误差随先前给定误差呈阶梯状变化，这是因为模拟波束成形的定义采用了离散角度，而RD-GEB的定义采用了离散化角度扇区。其次，注意到角扩展为3度，且模拟波束成形的 $R/M = 4$ 条射频链形成的波束宽度

[10]纵轴为归一化均方误差（MSE）。BA-LS 看起来意外地优于联合最小均方误差的原因，是信道大小不同；按图例顺序，它们分别为 $D_m, D_m, R/M, N, N, R, R$。

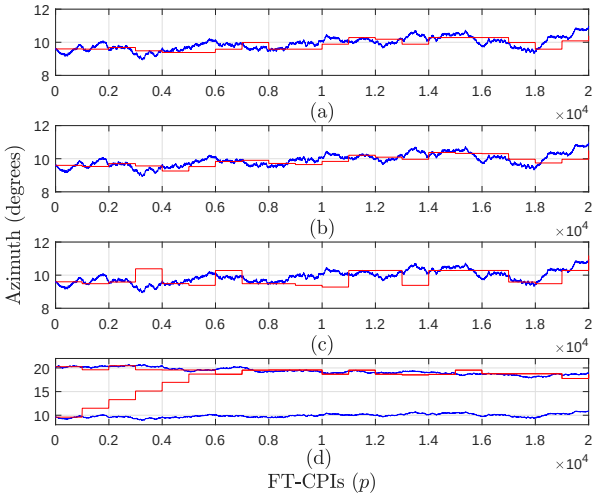

图8. 角度估计技术的跟踪行为：(a) 使用 RD-GEB 的 BA-ML，(b) 使用 RD-GEB 的 SEKF，(c) 使用 ABF 的 OMP，(d) 使用 ABF 的周期图（蓝线：真实到达角，红线：估计值， $p_{\max} = 100000$, $P = 1000$，自驱动模式）。

约为3.5度。因此，给定误差大于3度或小于-3度意味着波束丢失。图7显示，在没有波束丢失时，BA-ML和正交匹配追踪的鲁棒性最好。SEKF也仍处于锁定区域内；不过，由于式（39）和式（40）中的线性化，误差会随给定角度误差增大。周期图因远近效应而失效：簇 $m = 2$ 位于20度处，且强度高出30 dB，导致估计值偏向该簇。最后可以看到，当给定角度误差为零时，正交匹配追踪的均方根误差仍接近0.5度。这是因为正交匹配追踪实际上搜索的是点目标，而BA-ML和SEKF则通过式（34）和式（37）的建模，搜索具有一定角扩展的簇。因此，正交匹配追踪会将角扩展范围内第一个功率较强的到达角候选值指定为估计值，而其他方法则会找出观测簇的中心。

在图8、图9和图10中，将展示各种角度估计器、所提出的IEC估计器BA-LS以及总体性能指标信干噪比（SINR）的性能。尽管也给出了先知辅助波束成形模式的一些结果作为对比，但重点仍然是设置为 $p_{\max} = 100000$ 的自主驱动模式，因为该设置会导致更大的角度变化。在图8中，给出了不同角度估计器的跟踪行为。该图更清晰地表明，实际到达角在每个FT-CPI之后都会发生变化，但估计结果则每 P 个FT-CPI（即一个ST-CPI）才产生一次。在一个ST-CPI内，基于这些估计结果构建的波束成形器 $\boldsymbol{S}$ 和 $\boldsymbol{W}$ (m) 保持不变。还可以看到，周期图会立即偏向较强的邻近簇，而其他方法则能够抵抗远近效应。

图 9 给出了不同波束跟踪器的角度误差累积分布函数（CDF）。可以看出，所提出的估计器 SEKF 和 BA-ML 优于其他方法；采用 FD 或 RD-GEB 时，90% 的估计误差小于 0.5 度。将这些方法与 ABF 后的 OMP 进行比较，可以看出，在估计之前应用针对特定簇的数字波束形成器所带来的贡献，即逐簇

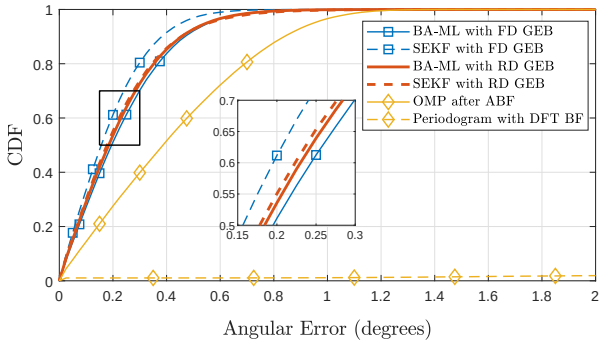

图9. 角度估计误差的累积分布函数。（$m = 1$, $p_{\max} = 100000$, $P = 1000$ ，自驱动模式）

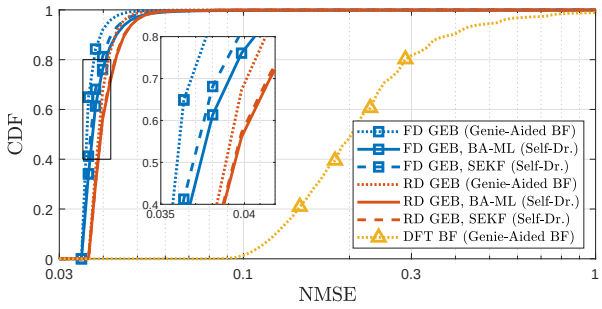

图10. 不同波束成形器下 BA-LS 的归一化均方误差累积分布函数。（$m = 1$, $p_{\max} = 100000$, $P = 1000$）

方法。采用这种方法可以降低复杂度并提升性能。

图10绘出了所提出的瞬时信道估计技术 BA-LS 的归一化均方误差累积分布函数。该图展示了各种波束成形和波束跟踪技术对瞬时信道估计精度的影响。可以看到，与所提出的 BA-ML 和 SEKF 波束跟踪器（它们是逐簇估计方法的代表）配合使用的 GEB 方案，其归一化均方误差值介于 0.035 和 0.05 之间。注意，这些数值的下限为 $(\mathrm{SNR} \times N_{\mathrm{F}})^{-1}$，对于 $m = 1$ 和 $N_{\mathrm{F}} = 10$，该下限为 0.01。可以看到，与 FD-GEB 相比，RD-GEB 的性能损失极小；所提出的 BA-ML 和 SEKF 波束跟踪器则能达到与先知辅助波束成形模式相近的归一化均方误差性能。最后，从 RD-GEB 和 DFT 波束成形之间的差异可以看出逐簇运行的巨大优势；两者仅在 $\boldsymbol{W}$（m）的设计上有所不同。

作为最后一项性能指标，图 11 展示了角度均方根误差和信干噪比随设计参数P（即一个 ST-CPI 中的 FT-CPI 数量）变化的性能。对于所有备选方案，较大的 P 都会因移动性导致角度相干性降低，从而造成性能损失。对于较小的 P，BA-ML 的性能会因观测周期缩短而下降。然而，SEKF 不受这一因素影响，因为它是卡尔曼滤波器的一种变体，能够利用先前 ST-CPI 中的信息。因此，即使采用基础的 DFT 波束成形，SEKF 仍能取得良好效果；但如子图 (b) 和图 10 所示，DFT 波束成形在波束成形和信道估计方面表现不佳。最后可以看到，BA-ML

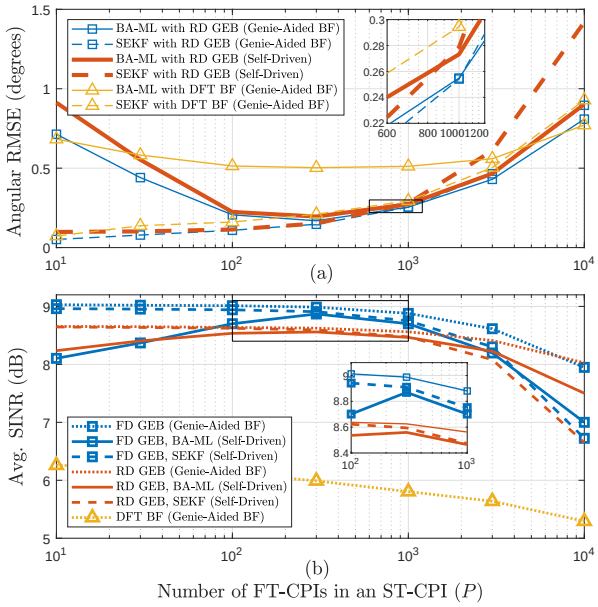

图 11. 不同 ST-CPI 长度下的性能：(a) 角度估计器的均方根误差，(b) 平均信干噪比。($m = 1$, $p_{\max} = 100000$)

和 SEKF 方法在自驱动模式下的表现与先验辅助模式相近。此外，与结构复杂且资源需求高的全数字备选方案相比，采用混合波束成形的射频备选方案性能损失极小。

VIII. 结论

本文提出了一种新颖的信道估计框架，包含 IEC 估计和波束跟踪。该框架称为结合统计波束成形的逐簇估计，其基础是在数据时段和训练时段内对用户和信号簇进行空间复用。此外，瞬时信道估计在快时变过程中重复进行，而波束跟踪和波束成形器更新则是慢时变操作。与传统方法相比，所提出的方案在计算复杂度和性能方面均展现出优势。

附录 A BA-ML 的角度估计

在本附录中，将利用 (33) 和 IV-B2 中的定义推导 (35)。由于 (31) 中的信道估计取自不同的 FT-CPI，因此它们相互独立，我们可以使用 $p(\boldsymbol{f}_k^{(m)}|\theta,\{\beta_p'\}) = \hat{\mathrm{I}}_{p=1}^{P} p(\hat{}\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}|\theta,\beta_p')$。然后，

$$\hat{\theta}_{k+1}^{(\mathrm{ST},m)} = arg\max_{\theta} \prod_{p=1}^{P} \max_{\beta_p'} p(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)}|\theta,\beta_p'). \qquad (61)$$

我们假设 $p(\hat{}\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}|\theta,\beta_p')$ 服从 CN $(\boldsymbol{E}'(\theta)\beta_p', \frac{N_0}{E^{(m)}N_{\mathrm{F}}}\boldsymbol{I}_{D_m})$。然后，在给定 $\hat{}\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$和 θ的情况下，通过 β_p'的最小二乘估计 $\hat{}\beta_p$使似然函数 $p(\hat{}\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}|\theta,\beta_p')$ 最大化。于是，均值 $\boldsymbol{E}'(\theta)\hat{}\beta_p$满足 $\boldsymbol{E}'(\theta)\hat{}\beta_p = \boldsymbol{P}(\theta)\hat{}\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$，其中

$$\boldsymbol{P}(\theta) \triangleq \boldsymbol{E}'(\theta)\left(\boldsymbol{E}'^{H}(\theta)\boldsymbol{E}'(\theta)\right)^{-1}\boldsymbol{E}'^{H}(\theta). \qquad (62)$$

然后，我们可以将该函数转换为对数似然，以得到

$$\hat{\theta}_{k+1}^{(\mathrm{ST},m)} = arg\min_{\theta}\sum_{p=1}^{P}\left(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)} - \boldsymbol{P}(\theta)\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)}\right)^H \left(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)} - \boldsymbol{P}(\theta)\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)}\right), \tag{63}$$

$$\hat{\theta}_{k+1}^{(\mathrm{ST},m)} = arg\min_{\theta}\sum_{p=1}^{P}(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)})^H \boldsymbol{M}(\theta)\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)}, \tag{64}$$

其中 $\boldsymbol{M}(\theta) \triangleq (\boldsymbol{I}_{D_m} - \boldsymbol{P}(\theta))^H(\boldsymbol{I}_{D_m} - \boldsymbol{P}(\theta))$，并且进一步$\boldsymbol{M}(\theta) = \boldsymbol{I}_{D_m} - \boldsymbol{P}(\theta)$。式 (64) 中的估计量也可以利用迹运算的性质按式 (35) 实现。由于搜索过程中只需计算一次第二个矩阵，因此计算复杂度得以降低。

Appendix B
Covariance Matrix in SEKF

式 (36) 中的观测 $\boldsymbol{f}_k^{(m)}$ 也可以写成

$$\boldsymbol{f}_k = \frac{1}{P}\sum_{p=(k-1)P+1}^{kP}\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{*}\otimes\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p, \tag{65}$$

为简洁起见，这里省略上标。其均值为 $\mathbb{E}\{\boldsymbol{f}_k\} = \mathrm{vec}\{\boldsymbol{R}_f(\theta_k)\}$，协方差矩阵 $\boldsymbol{Q}_k$ 为

$$\boldsymbol{Q}_k = \mathbb{E}\left\{\boldsymbol{f}_k\boldsymbol{f}_k^H\right\} - \mathbb{E}\{\boldsymbol{f}_k\}\mathbb{E}\{\boldsymbol{f}_k\}^H. \tag{66}$$

虽然第二项已知，但第一项需要计算。利用式 (65)，它可以写成

$$\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{f}_k\boldsymbol{f}_k^H\right\} = \frac{1}{P^2}\sum_{p_1}\sum_{p_2}\boldsymbol{X}(p_1,p_2) \tag{67}$$

其中 $\boldsymbol{X}(p_1, p_2)$ 可以写成两种等价形式:

$$\boldsymbol{X}(p_1,p_2) = \mathbb{E}\left\{\left(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_{p_1}^{*}\otimes\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_{p_1}\right)\left(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_{p_2}^{*}\otimes\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_{p_2}\right)^H\right\} \tag{68}$$

$$\boldsymbol{X}(p_1,p_2) = \mathbb{E}\left\{\left(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_{p_1}\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_{p_2}^H\right)^{*}\otimes\left(\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_{p_1}\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_{p_2}^H\right)\right\} \tag{69}$$

注意到，$\boldsymbol{X}(p_1, p_2)$ 的每个元素都是四个变量的乘积，不含求和。由于信道是复高斯的，可以使用恒等式 $\mathbb{E}\{aa^*bb^*\} = \mathbb{E}\{aa^*\}\mathbb{E}\{bb^*\} + \mathbb{E}\{ab^*\}\mathbb{E}\{a^*b\}$，其中 a 和 b 是复高斯随机变量。该恒等式的核心在于，假设每一项中的不同组相互独立；例如，在第二项中，假设 a 和 b^* 与 a^* 和 b 相互独立。式 (68) 和 (69) 中 $\boldsymbol{X}(p_1, p_2)$ 的两种等价形式可用于这两项。因此，

$$\boldsymbol{X}(p_1,p_2) = \mathbb{E}\{\boldsymbol{f}_k\}\mathbb{E}\{\boldsymbol{f}_k\}^H + \delta[p_1-p_2]\boldsymbol{R}_f^{*}(\theta_k)\otimes\boldsymbol{R}_f(\theta_k) \tag{70}$$

利用式 (70)、(67) 和 (66)，可得式 (38) 中的表达式。

附录C BA-LS 的解析均方归一化误差表达式

对于第七节B部分1中的均方归一化误差表达式的分母，根据定义，$\mathbb{E}\{||\tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}||_2^2\} = \mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m)})$。对于分子，我们将误差向量定义为 $\boldsymbol{e}$，$\hat{\tilde{\boldsymbol{h}}}_p^{(m,m)} - \tilde{\boldsymbol{h}}_p^{(m,m)}$，这可由式（20）显而易见地得出。其各项相互独立，$\boldsymbol{e}$ 的总能量等于其各项能量之和。我们假设所有符号的功率均为单位功率，且 $(\boldsymbol{s}^{(m)})^H\boldsymbol{s}^{(m)}$ 是确定性的，等于 N_{F}。此外，$\boldsymbol{s}^{(m')}$ 对于 $m' \neq m$而言是不相关随机数据，因此得到$\mathbb{E}\{|(\boldsymbol{s}^{(m)})^H\boldsymbol{s}^{(m')}|^2\} = N_{\mathrm{F}}$。然后，根据式（20），误差的能量 $\mathbb{E}\{||\boldsymbol{e}||_2^2\} = \mathrm{tr}(\mathbb{E}\{\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^H\})$ 可写为式（71）；通过考察式（12），可将其简化为式（72）。

$$\mathbb{E}\{||\boldsymbol{e}||_2^2\} = \sum_{\substack{m'=1\\ m'\neq m}}^{M}\frac{E^{(m')}N_{\mathrm{F}}}{E^{(m)}N_{\mathrm{F}}^2}\mathrm{tr}\left(\tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m')}\right) + \mathrm{tr}\left(\frac{N_0\boldsymbol{I}_{D_m}}{E^{(m)}N_{\mathrm{F}}}\right) \tag{71}$$

$$= \frac{1}{E^{(m)}N_{\mathrm{F}}}\mathrm{tr}\left(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(m)} - E^{(m)}\tilde{\boldsymbol{R}}_p^{(m,m)}\right) \tag{72}$$

参考文献

[1] E. G. Larsson、O. Edfors、F. Tufvesson 和 T. L. Marzetta，“面向下一代无线系统的大规模 MIMO”，IEEE 通信杂志，第 52 卷，第 2 期，第 186–195 页，2014 年。[2] L. Lu、G. Y. Li、A. L. Swindlehurst、A. Ashikhmin 和 R. Zhang，“大规模 MIMO 概述：优势与挑战”，IEEE 信号处理精选主题期刊，第 8 卷，第 5 期，第 742–758 页，2014 年。[3] C. Sun、X. Gao、S. Jin、M. Matthaiou、Z. Ding 和 C. Xiao，“面向大规模多输入多输出通信的波束分割多址传输”，IEEE 通信汇刊，第 63 卷，第 6 期，第 2170–2184 页，2015 年。[4] R. Jia、X. Chen、C. Zhong、D. W. K. Ng、H. Lin 和 Z. Zhang，“面向蜂窝物联网的非正交波束域多址设计”，IEEE 信号处理精选主题期刊，第 13 卷，第 3 期，第 538–552 页，2019 年。[5] H. Q. Ngo、H. A. Suraweera、M. Matthaiou 和 E. G. Larsson，“采用大规模阵列和线性处理的多对全双工中继”，IEEE 通信精选领域期刊，第 32 卷，第 9 期，第 1721–1737 页，2014 年。[6] S. Fortunati、L. Sanguinetti、F. Gini、M. S. Greco 和 B. Himed，“用于目标检测的大规模 MIMO 雷达”，IEEE 信号处理汇刊，第 68 卷，第 859–871 页，2020 年。[7] F. Liu、C. Masouros、A. P. Petropulu、H. Griffiths 和 L. Hanzo，“雷达与通信联合设计：应用、最新进展与未来方向”，IEEE 通信汇刊，第 68 卷，第 6 期，第 3834–3862 页，2020 年。[8] C. Huang、R. Mo 和 C. Yuen，“利用深度强化学习的可重构智能表面辅助多用户多输入单输出系统”，IEEE 通信精选领域期刊，第 38 卷，第 8 期，第 1839–1850 页，2020 年。[9] H. Q. Ngo、A. Ashikhmin、H. Yang、E. G. Larsson 和 T. L. Marzetta，“无小区大规模 MIMO 与小小区的比较”，IEEE 无线通信汇刊，第 16 卷，第 3 期，第 1834–1850 页，2017 年。[10] C.-X. Wang 、 J. Huang 、 H. Wang 、 X. Gao 、 X. You 和 Y. Hao，“6G无线信道测量与模型：趋势与挑战”，IEEE 车辆技术杂志，第 15 卷，第 4 期，第 22–32 页，2020 年。[11] R. W. Heath、N. González-Prelcic、S. Rangan、W. Roh 和 A. M. Sayeed，“毫米波多输入多输出系统信号处理技术概述”，IEEE 信号处理精选主题期刊，第 10 卷，第 3 期，第 436–453 页，2016 年。[12] H. Xie、F. Gao、S. Jin、J. Fang 和 Y.-C. Liang，“利用信道协方差计算的时分双工/频分双工大规模 MIMO 系统信道估计”，IEEE 无线通信汇刊，第 17 卷，第 6 期，第 4206–4218 页，2018 年。[13] Y. Ma、S. Ren、Z. Quan 和 Z. Feng，“移动毫米波系统上行链路多用户 MIMO 的数据驱动混合波束成形”，IEEE 无线通信汇刊，第 21 卷，第 11 期，第 9341–9350 页，2022 年。[14] S. Shaham、M. Ding、M. Kokshoorn、Z. Lin、S. Dang 和 R. Abbas，“用于毫米波车载通信的快速信道估计与波束跟踪”，IEEE Access，第 7 卷，第 141 104–141 118 页，2019 年。[15] J. Palacios、D. De Donno 和 J. Widmer，“跟踪毫米波信道动态：移动性条件下的快速波束训练策略”，载于《计算机与通信会议论文集》，2017 年，第 1–9 页。[16] A. Alkhateeb、G. Leus 和 R. W. Heath，“基于压缩感知的多用户毫米波系统：需要多少次测量？”，载于《IEEE 国际声学、语音与信号处理会议论文集》，2015 年，第 2909–2913 页。[17] C. Liu、M. Li、S. V. Hanly、I. B. Collings 和 P. Whiting，“毫米波波束对准：大偏差分析与设计见解”，IEEE 通信精选领域期刊，第 35 卷，第 7 期，第 1619–1631 页，2017 年。[18] X. Gao、L. Dai、Y. Zhang、T. Xie、X. Dai 和 Z. Wang，“太赫兹波束域大规模多输入多输出系统的快速信道跟踪”，IEEE 车辆技术汇刊，第 66 卷，第 7 期，第 5689–5696 页，2017 年。

[19] D. Zhang、A. Li、M. Shirvanimoghaddam、P. Cheng、Y. Li 和 B. Vucetic，“面向毫米波跟踪系统的基于码本的训练波束序列设计”，IEEE 无线通信汇刊，第 18 卷，第 11 期，第 5333–5349 页，2019 年。[20] D. Zhang、A. Li、C. Pradhan、J. Li、B. Vucetic 和 Y. Li，“面向多用户毫米波跟踪系统的训练波束序列设计”，IEEE 通信汇刊，第 69 卷，第 10 期，第 6939–6955 页，2021 年。[21] M. Hussain 和 N. Michelusi，“毫米波波束跟踪与训练的学习与自适应：双时间尺度变分框架”，IEEE 通信精选领域期刊，第 40 卷，第 1 期，第 37–53 页，2022 年。[22] J. Li、X. Li、L. Xiao 和 S. Zhou，“面向毫米波混合波束成形多用户系统的联合多波束与信道跟踪”，IEEE《无线通信快报》，第 10 卷，第 7 期，第 1513–1517 页，2021 年。[23] C. Liu 、 M. Li 、 L. Zhao、P. Whiting、S. V. Hanly、I. B. Collings 和 M. Zhao，“移动毫米波通信的鲁棒自适应波束跟踪”，IEEE 无线通信汇刊，第 20 卷，第 3 期，第 1918–1934 页，2021 年。[24] D. Zhu 、 J. Choi 、 Q. Cheng 、 W. Xiao 和 R. W. Heath，“结合天线阵列校准的移动宽带毫米波系统高分辨率角度跟踪”，IEEE 无线通信汇刊，第 17 卷，第 11 期，第 7173–7189 页，2018 年。[25] V. Va、H. Vikalo 和 R. W. Heath，“移动毫米波通信系统的波束跟踪”，载于《IEEE全球信号与信息处理会议论文集》，2016 年，第 743–747 页。[26] S. Jayaprakasam、X. Ma、J. W. Choi 和 S. Kim，“毫米波移动通信的鲁棒波束跟踪”，IEEE 通信快报，第 21 卷，第 12 期，第 2654–2657 页，2017 年。[27] P. Zhu、H. Lin、J. Bao、J. Li 和 D. Wang，“基于无迹卡尔曼滤波器的分布式毫米波大规模 MIMO 系统波束跟踪 ”，IEEE 《无线通信快报》，第 11 卷，第 4 期，第 712–716 页，2022 年。[28] A. Kurt 和 G. M. Guvensen，“面向时变宽带大规模 MIMO 信道的自适应混合波束成形方案”，载于《IEEE国际通信会议（ICC）论文集》，2020 年，第 1–7 页。[29] J. Zhao、F. Gao、W. Jia、S. Zhang、S. Jin 和 H. Lin，“毫米波大规模多输入多输出系统的角度域混合预编码与信道跟踪”，IEEE 无线通信汇刊，第 16 卷，第 10 期，第 6868–6880 页，2017 年。[30] H. Hashida、Y. Kawamoto、N. Kato、M. Iwabuchi 和 T. Murakami，“面向 6G 的 IRS 辅助毫米波多波束传输移动性感知用户关联策略”，IEEE 通信精选领域期刊，第 40 卷，第 5 期，第 1667–1678 页，2022 年。[31] B. Chang、W. Tang、X. Yan、X. Tong 和 Z. Chen，“蜂窝网联无人机网络中毫米波/太赫兹通信的感知、通信与控制集成调度”，IEEE 通信精选领域期刊，第 40 卷，第 7 期，第 2103–2113 页，2022 年。[32] Q. Zhang、X. Zhang 和 C. Yang，“面向网联自动驾驶车辆的摄像头感知辅助快速毫米波波束跟踪”，IEEE 物联网期刊，第 9 卷，第 20 期，第 20 630–20 639 页，2022 年。[33] B. Ning、Z. Chen、Z. Tian、C. Han 和 S. Li，“太赫兹通信的统一三维波束训练与跟踪流程”，IEEE 无线通信汇刊，第 21 卷，第 4 期，第 2445–2461 页，2022 年。[34] A. Kurt 和 G. M. Guvensen，“宽带毫米波大规模多输入多输出信道的高效混合波束成形与信道获取”，载于《IEEE国际通信会议（ICC）论文集》，2019 年，第 1–7 页。[35] P. Stoica 和 R. Moses，《谱分析导论》。Prentice Hall，1997 年。[36] A. Goldsmith，《无线通信》。剑桥大学出版社，2005 年。[37] S. M. Kay，《统计信号处理基础：估计理论》。美国：Prentice-Hall, Inc.，1993 年。