近场建模与性能分析：超大规模智能反射面通信

冯超、陆海泉、曾勇，*IEEE*高级会员，TengLi，*IEEE*会员，金石，*IEEE*高级会员，以及张睿，*IEEE*会士

arXiv:2303.00459v2 [cs.IT] 9 Mar 2023

摘要

智能反射面（IRS）是一种新兴的无线通信技术，凭借其强大的无线电环境调控能力而备受关注。然而，在实际应用中，只有当无源智能反射面尺寸足够大时，才能实现这一优势；在这种情况下，传统的基于均匀平面波（UPW）的远场模型可能不再适用。本文针对采用超大规模智能反射面（XL-IRS）的无线通信，开展近场建模与性能分析。通过考虑智能反射面反射单元的方向增益方向图及其信号幅度变化，我们推导出基于通用均匀平面阵列（UPA）的超大规模智能反射面所产生信噪比（SNR）的下界和上界。结果表明，与传统的基于均匀平面波的模型中信噪比随反射单元数量 M 呈二次增长且无界不同，在新的基于非均匀球面波（NUSW）的模型中，信噪比随 M 增长时边际收益递减，并最终收敛至某一极限。为了进一步深入探究，我们

本工作的部分内容已于 2021 [1]年7月在中国厦门举行的2021年IEEE ICCC研讨会上发表。（通讯作者：曾勇。）

冯超和金石就职于中国南京210096东南大学国家移动通信研究实验室（电子邮箱：chao feng@seu.edu.cn；jinshi@seu.edu.cn）。

陆海泉和曾勇就职于中国南京211111紫金山实验室，同时也就职于中国南京210096东南大学国家移动通信研究实验室（电子邮箱：haiquanlu@seu.edu.cn；yong zeng@seu.edu.cn）。

李腾就职于中国南京210096东南大学毫米波国家重点实验室，同时也就职于中国南京211111紫金山实验室（电子邮箱：liteng@seu.edu.cn）。

张睿现任香港中文大学（深圳）及深圳市大数据研究院，地址：中国深圳，邮编 518172（电子邮箱：rzhang@cuhk.edu.cn）。他同时任职于新加坡国立大学电气与计算机工程系，新加坡 117583（电子邮箱：elezhang@nus.edu.sg）。

进一步研究基于均匀线性阵列（ULA）的超大规模智能反射面（XL-IRS）这一特殊情形，并推导出一个关于 IRS 尺寸以及基站（BS）和用户位置的闭式信噪比表达式。我们的结果表明，信噪比主要由基站/用户位置与智能反射面所形成的两个几何角度以及智能反射面的尺寸决定。数值结果验证了我们的分析，并表明在超大规模智能反射面辅助的无线通信中进行适当的近场建模十分必要。

索引词

超大规模智能反射面、近场、非均匀球面波、定向增益图样、渐近分析。

I. 引言

随着第五代（5G）移动通信网络的广泛部署，业界和学术界的研究人员已开始研究超越5G（B5G）和第六代（6G）无线网络 [2]–[5]。为了使关键性能指标提升数个数量级（例如数据速率、时延和连接密度），多种前景广阔的技术应运而生，例如超大规模多输入多输出（XL-MIMO） [6]–[12], 太赫兹通信 [13], [14], 以及智能反射面（IRS）[15]–[21]。特别是，智能反射面是一项前景广阔的技术，可通过主动操控无线电传播环境，实现经济高效且节能的无线通信[18], [20], [21]。与传统中继相比，智能反射面辅助通信无需昂贵的射频（RF）链路，并以全双工模式运行，因此不会产生自干扰和噪声放大。然而，由于智能反射面反射的信号会遭受双重路径损耗衰减，为了在实际中充分获得智能反射面辅助通信的显著性能增益，智能反射面的物理/电气尺寸需要足够大 [1], [22], ，从而形成采用超大规模智能反射面（XL-IRS）的通信场景。值得注意的是，轻量化和共形几何的优势使得超大规模智能反射面能够实际部署，例如安装在建筑立面、室内墙壁和天花板等处。

现有关于智能反射面辅助通信的大多数文献，为便于信道建模和性能分析，都聚焦于传统的远场均匀平面波（UPW）假设，即对于同一信道路径，智能反射面的所有反射单元共享相同的到达角/离开角（AoA/AoD） [15], [16], [18], [21]。需要注意的是，用于区分远场和近场传播区域的典型判据是瑞利距离，即 $r \geq \frac{2D^2}{\lambda}$ ，其中 r 是

—

链路距离， D 和 λ 分别表示阵列物理尺寸和信号波长 [10], [23]–[26]。随着智能反射面的孔径显著增大，发射机和/或接收机可能不再位于超大规模智能反射面的远场区域内，传统基于均匀平面波的信号模型可能失效 [1]。因此，应考虑采用更通用的非均匀球面波（NUSW）传播 [27], [28]的近场信号特性，以准确建模智能反射面不同反射单元之间接收信号幅度、相位和到达角/离开角的变化。在近场NUSW模型下，已有一些针对有源天线阵列通信的数学建模和性能分析工作 [10], [29]。例如，文献 [10],考虑不同阵列单元上的信号幅度、相位和投影孔径变化，推导了超大规模多输入多输出通信的接收信噪比（SNR）闭式表达式。此外，文献 [29]基于三种典型波束成形方案，即最大比合并（MRC）、迫零（ZF）和最小均方误差（MMSE）波束成形，研究了多用户超大规模MIMO通信。除此之外，文献 [30]–[33]还研究了无源阵列/表面通信中考虑近场信号特性的数学模型。例如，文献 [30], 分析了近场模型中距离变化对连续表面的影响，并推导了大型智能表面通信可实现空间自由度（DoFs）的精确表达式。文献 [31], 在不考虑俯仰到达角/离开角的情况下，基于二维建模研究了大规模智能反射面的功率缩放规律和近场特性。文献 [32], 考虑不同反射单元之间信号幅度和投影孔径的差异，以闭式形式推导了随着反射单元数量增加，智能反射面辅助的同时发射分集与被动波束成形的渐近性能。此外，文献 [33]提出了一种新的基于距离的度量，用于准确表征天线阵列增益。

除了基于NUSW的近场建模之外，分析超大规模智能反射面辅助通信性能的另一个重要方面，是准确建模每个反射单元各自的方向增益方向图。大多数现有研究都将每个单元的反射方向图建模为各向同性，然而，随着智能反射面尺寸增大，这可能导致不切实际的结果，违反功率守恒定律，即接收功率总量甚至超过发射功率。为解决这一问题，天线理论中已广泛考虑方向增益方向图 [19], [34]–[36]。具体而言，在 [19] 和 [34], 中，研究了智能反射面

反射单元的方向性在路径损耗建模中的影响，并将其明确表示为角度相关损耗因子，且通过实验结果进行了验证。在 [35], 中，提出了一种智能反射面辅助无线通信系统的接收功率模型。研究表明，接收功率取决于各个反射单元的有效孔径，随后采用雷达散射截面（RCS）来表征每个单元的方向性。此外，按照有源阵列中常用的定向辐射增益模式 [26], , [36] 和 [37]进一步研究了采用定向反射增益模式对XL-IRS辅助通信进行建模。然而，上述研究并未提供严格的近场性能分析，例如关于IRS反射单元数量的功率缩放规律和渐近信噪比表达式。

为弥补上述不足，本文研究了超大规模智能反射面辅助无线通信的三维（3D）近场建模与性能分析。本文的主要贡献总结如下。

- 首先，考虑到智能反射面反射单元的方向增益方向图，以及各单元处接收信号幅度和到达角/离开角的变化，我们基于*Friis*传输方程 [38]，为超大规模智能反射面辅助通信建立了一种通用近场模型。基于所建立的模型，我们推导了通用均匀平面阵列（UPA）超大规模智能反射面接收信噪比的紧下界和上界。进一步分析表明，与传统的基于UPW的远场模型 [16], [21], 中信噪比随反射单元数量 M 二次且无界增长不同，在新的基于NUSW的近场模型下，信噪比随 M 增加而呈现边际收益递减，并最终收敛至某一极限。

- 接下来，为了进一步深入了解我们推导出的界限，我们还研究了基于均匀线性阵列（ULA）的超大规模智能反射面（XL-IRS）这一特殊情形，并推导出一个关于 IRS 尺寸以及基站（BS）和用户位置的闭式信噪比表达式。与 [9], 类似，我们证明信噪比主要取决于由基站/用户位置与智能反射面形成的两个几何角度，以及智能反射面的尺寸。

- 最后，所开发的模型被扩展到多输入单输出（MISO）配置，其中基站配备多天线。为符合智能反射面通常部署在更靠近基站或用户一侧的典型部署策略 [15], [21], 我们考虑这样一种场景：用户位于智能反射面的近场区域，而基站位于其远场区域。采用最优的单用户最大比合并/传输

（MRC/MRT）波束成形，推导出接收信噪比的积分形式。此外，在一种特殊的增益图样下，我们推导出了接收信噪比的紧致下界和上界闭式表达式。结果表明，对于多输入单输出场景，随着 IRS 尺寸增大，传统UPW模型与新的近场模型之间仍存在显著的性能差距。

本文其余部分安排如下。第二节介绍超大规模智能反射面辅助通信的近场建模。第三节针对基于UPA的超大规模智能反射面推导了信噪比表达式的紧致下界和上界，并讨论了基于均匀线阵的超大规模智能反射面的特殊情形。随后，我们将所建立的模型扩展至MISO配置，并在第四节进一步阐述相关见解。第五节给出数值结果。最后，第六节总结全文。

II. 系统模型

如图1所示，我们考虑一个无线通信系统，其中部署了一个超大规模智能反射面，以辅助基站与用户之间的通信。为便于说明，我们假设用户配备一根天线，且智能反射面采用UPA架构。相邻反射单元之间的间距记为 $d \leq \frac{\lambda}{2}$，其中 λ 表示信号波长。假设超大规模智能反射面位于 y-z 平面上，且中心位于原点；IRS反射单元的总数为 $M = M_y M_z \gg 1$，其中 M_y 和M_z 分别表示沿 y轴和 z轴方向的反射单元数量。根据上述符号，整个智能反射面的尺寸可表示为 $L_y \times L_z$，其中 $L_y \simeq M_y d$ 和$L_z \simeq M_z d$。

为方便记号，我们假设 M_y 和 M_z 均为奇数。不失一般性，建立一个笛卡尔坐标系，使超大规模智能反射面的中心与原点重合。第 (m_y, m_z) 个反射单元的中心位置记为 $\mathbf{w}_{m_y, m_z} = [0, m_y d, m_z d]^T$，其中 $m_y = 0, \pm 1, \cdots, \pm \left(M_y - 1\right)/2$, $m_z = 0, \pm 1, \cdots, \pm \left(M_z - 1\right)/2$。设基站与超大规模智能反射面中心之间的距离为 r_q，则基站的位置记为 $\mathbf{q} = [r_q \Psi_q, r_q \Phi_q, r_q \Theta_q]^T$，其中 $\Psi_q \triangleq \sin\theta_q \cos\phi_q$, $\Phi_q \triangleq \sin\theta_q \sin\phi_q$，且 $\Theta_q \triangleq \cos\theta_q$；这里 $\theta_q \in [0, \pi]$ 和 $\phi_q \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 分别表示基站的天顶角和方位角。因此，基站与第 (m_y, m_z) 个反射单元之间的距离可表示为

$$r_{q,m_y,m_z} = \left\|\mathbf{q} - \mathbf{w}_{m_y,m_z}\right\| = r_q \sqrt{1 - 2m_y \varepsilon_q \Phi_q - 2m_z \varepsilon_q \Theta_q + \left(m_y^2 + m_z^2\right)\varepsilon_q^2}, \tag{1}$$

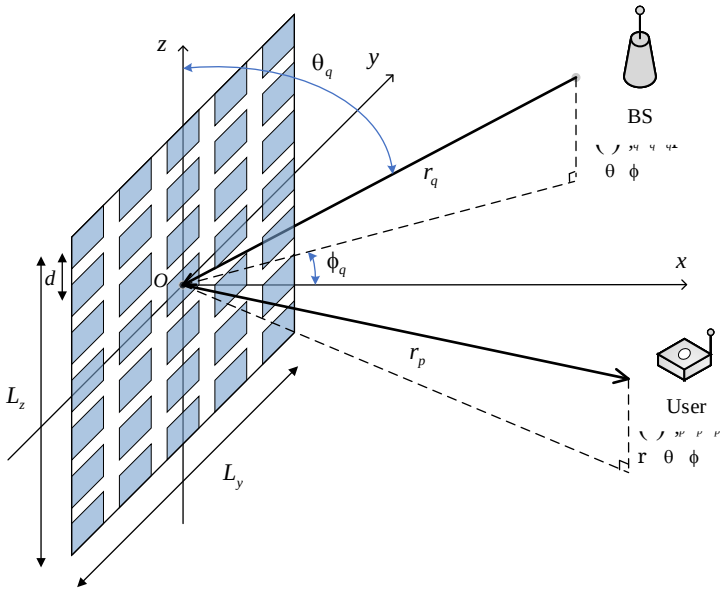


图 1. 超大规模智能反射面辅助的无线通信。

其中 $\varepsilon_q \triangleq \frac{d}{r_q}$。注意，在实际应用中，我们有 $\varepsilon_q \ll 1$ [1], [10]。

类似地，将用户的位置表示为$\mathbf{p} = [r_p\Psi_p, r_p\Phi_p, r_p\Theta_p]^T$，其中 $\Psi_p \triangleq \sin\theta_p \cos\phi_p$，$\Phi_p \triangleq \sin\theta_p \sin\phi_p$，且 $\Theta_p \triangleq \cos\theta_p$，其中 r_p 表示超大规模智能反射面中心与用户之间的距离，$\theta_p \in [0, \pi]$ 和 $\phi_p \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 分别表示用户的天顶角和方位角。因此，第 (m_y, m_z) 个反射单元与用户之间的距离可表示为

$$r_{p,m_y,m_z} = r_p\sqrt{1 - 2m_y\varepsilon_p\Phi_p - 2m_z\varepsilon_p\Theta_p + \left(m_y^2 + m_z^2\right)\varepsilon_p^2}, \tag{2}$$

其中 $\varepsilon_p \triangleq \frac{d}{r_p} \ll 1$。

我们假设基站与用户之间的直达链路可以忽略。在本工作的初步版本中 [1], ，我们主要关注不同反射单元上的信号幅度变化，而每个单元的方向增益方向图基本上由其投影孔径建模。本文考虑如下所示的每个反射单元的一般方向增益方向图 [26]

$$G_e(\epsilon, \psi) = \begin{cases} \gamma\prime \cos^{2q\prime}(\epsilon), & \epsilon \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right), \psi \in [0, 2\pi] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \tag{3}$$

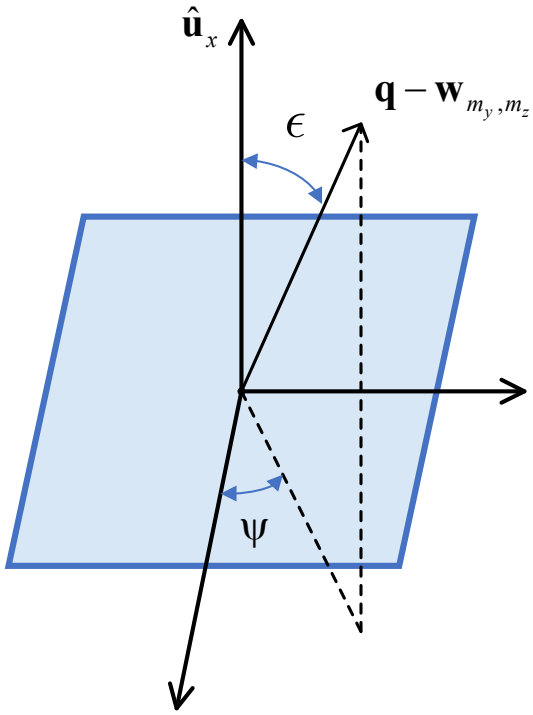


图2. 各智能反射面单元方向增益图样角度示意图。

其中， ϵ 和 ψ 分别是图2所示的俯仰角和方位角， $q\prime$ 决定单元的方向性， $\gamma\prime$ 是波束轴方向上的最大增益（$\epsilon=0$），其值取决于 $q\prime$。根据功率守恒定律，我们有 [26]

$$\oiint_S G_e(\epsilon,\psi)\mathrm{d}\Omega=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\psi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\gamma\prime\cos^{2q\prime}(\epsilon)\sin(\epsilon)\mathrm{d}\epsilon=4\pi, \tag{4}$$

其中， S 为半球面，Ω为立体角。因此，式（3）中的建模参数 $\gamma\prime$ 和 $q\prime$ 应满足关系 [26]

$$\gamma\prime=2(2q\prime+1). \tag{5}$$

此外，由于任一天线单元的有效孔径与其增益[26], 成正比，因此此类反射单元的最大有效孔径 μ 为

$$\mu\triangleq\frac{\lambda^2}{4\pi}\gamma\prime=\frac{\lambda^2}{2\pi}(2q\prime+1). \tag{6}$$

基于*Friis*传输方程，每个智能反射面单元截获的功率与源发射功率之比可表示为 [26], [38]

$$P_r/P_t=\left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 G_tG_e(\epsilon,\psi), \tag{7}$$

其中， r 是发射天线与给定智能反射面单元之间的链路距离， G_t 是发射天线的增益。假设 $G_t = 1$，由（1）和（7）可知，BS与第（m_y， m_z）个反射单元之间的信道功率增益可建模为

$$a_{m_y,m_z}(r_q, \theta_q, \phi_q) = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{q,m_y,m_z}}\right)^2 \gamma\prime \cos^{2q\prime}(\epsilon_q), \tag{8}$$

其中，cos(ϵ_q) 表示信号传播方向与单元表面法向量之间的投影，其定义为

$$\cos(\epsilon_q) = \frac{\left(\mathbf{q} - \mathbf{w}_{m_y,m_z}\right)^T \hat{\mathbf{u}}_x}{\left\|\mathbf{q} - \mathbf{w}_{m_y,m_z}\right\|}, \tag{9}$$

其中，$\hat{}\mathbf{u}_x$ 表示沿 x 轴的单位向量，并视为任意智能反射面反射单元的法向量。将 (9) 代入 (8)，信道功率增益可进一步表示为 (10)，如下一页页首所示。同样，第 (m_y, m_z) 个智能反射面单元与用户之间的信道功率增益可表示为 (11)，如下一页页首所示。

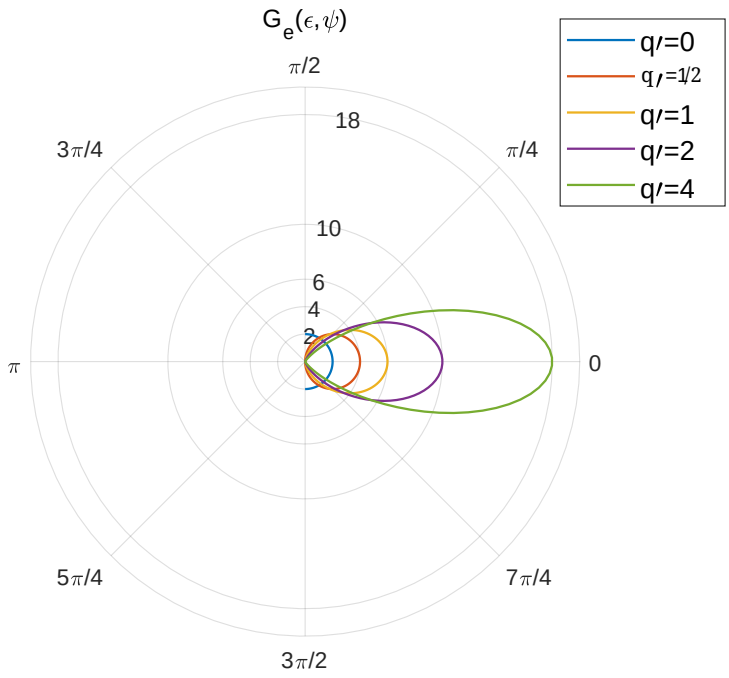


图 3. 不同参数下智能反射面反射单元的方向增益方向图 $q\prime$。

基站与超大规模智能反射面之间的信道向量表示为 $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$，其各项为

$$h_{m_y,m_z} = \sqrt{a_{m_y,m_z}(r_q, \theta_q, \phi_q)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} r_{q,m_y,m_z}}, \forall m_y, m_z. \tag{12}$$

$$a_{m_y,m_z}(r_q,\theta_q,\phi_q)=\left(\frac{\lambda}{4\pi r_q}\right)^2\frac{\gamma\prime\Psi_q^{2q\prime}}{\left[1-2m_y\varepsilon_q\Phi_q-2m_z\varepsilon_q\Theta_q+(m_y^2+m_z^2)\varepsilon_q^2\right]^{q\prime+1}}. \tag{10}$$

$$b_{m_y,m_z}(r_p,\theta_p,\phi_p)=\left(\frac{\lambda}{4\pi r_p}\right)^2\frac{\gamma\prime\Psi_p^{2q\prime}}{\left[1-2m_y\varepsilon_p\Phi_p-2m_z\varepsilon_p\Theta_p+(m_y^2+m_z^2)\varepsilon_p^2\right]^{q\prime+1}}. \tag{11}$$

类似地，超大规模智能反射面与用户之间的信道向量表示为 $\mathbf{g}\in\mathbb{C}^{M\times1}$，其各项为

$$g_{m_y,m_z}=\sqrt{b_{m_y,m_z}(r_p,\theta_p,\phi_p)}e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}r_{p,m_y,m_z}},\forall m_y,m_z. \tag{13}$$

进一步将第（m_y,m_z）个智能反射面单元引入的相移记为 θ_{m_y,m_z}，并且$\mathbf{\Theta}\in\mathbb{C}^{M\times M}$ 是一个对角矩阵，其对角元素为 $e^{j\theta_{m_y,m_z}}$。于是，用户处的接收信号可表示为

$$y=\mathbf{g}^T\mathbf{\Theta}\mathbf{h}\sqrt{P}s+n, \tag{14}$$

其中，P 和 s 分别表示发射功率和信息承载符号；$n\sim\mathcal{CN}(0,\sigma^2)$是用户处的加性白高斯噪声（AWGN）。

因此，用户处的信噪比可表示为

$$\gamma=\bar{P}\left|\mathbf{g}^T\mathbf{\Theta}\mathbf{h}\right|^2, \tag{15}$$

其中，$\bar{P}\triangleq\frac{P}{\sigma^2}$。

III. Performance Analysis

本节主要基于通用的超大规模智能反射面辅助系统模型和式（15）中的信噪比表达式，重点分析性能，包括信噪比的下界和上界，以及当 M 趋于无穷大时的渐近分析。

A. 信噪比下界和上界

由（15）可得，超大规模智能反射面的最优相移为

$$\theta_{m_y,m_z}=\frac{2\pi}{\lambda}r_{q,m_y,m_z}+\frac{2\pi}{\lambda}r_{p,m_y,m_z}. \tag{16}$$

$$\gamma = \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^4 \gamma\prime^2 \bar{P} \Psi_q^{2q\prime} \Psi_p^{2q\prime} \left| \sum_{m_y} \sum_{m_z} \frac{1}{\left[1 - 2m_y\varepsilon_q\Phi_q - 2m_z\varepsilon_q\Theta_q + (m_y^2 + m_z^2)\varepsilon_q^2\right]^{(q\prime+1)/2}} \times \frac{1}{\left[1 - 2m_y\varepsilon_p\Phi_p - 2m_z\varepsilon_p\Theta_p + (m_y^2 + m_z^2)\varepsilon_p^2\right]^{(q\prime+1)/2}} \right|^2 . \tag{18}$$

$$\gamma \simeq \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^4 \frac{\gamma\prime^2 \bar{P} \Psi_q^{2q\prime} \Psi_p^{2q\prime}}{d^4 r_q^2 r_p^2} \times \left| \int_{-\frac{L_z}{2}}^{\frac{L_z}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \frac{\mathrm{d}y\mathrm{d}z}{\left[1 - \frac{2}{r_q} y\Phi_q - \frac{2}{r_q} z\Theta_q + \frac{1}{r_q^2}(y^2 + z^2)\right]^{(q\prime+1)/2} \left[1 - \frac{2}{r_p} y\Phi_p - \frac{2}{r_p} z\Theta_p + \frac{1}{r_p^2}(y^2 + z^2)\right]^{(q\prime+1)/2}} \right|^2 . \tag{19}$$

因此，用户处的最大信噪比可表示为

$$\gamma = \bar{P} \left(\sum_{m_y} \sum_{m_z} \left| h_{m_y,m_z} \right| \left| g_{m_y,m_z} \right| \right)^2 . \tag{17}$$

将式 (10)、(11)、(12) 和 (13) 代入式 (17)，可得到如下式 (18) 所示的信噪比，该式位于页面顶部。此外，受 [10]，中类似方法的启发，基于 $\varepsilon_q \ll 1$ 和 $\varepsilon_p \ll 1$，式 (18) 中的二重求和可以近似转换为其对应的二重积分。因此，按照上述近似，接收信噪比可以重写为积分形式，如页面顶部所示的式 (19)。

需要注意的是，通常很难得到式 (19) 中二重积分的闭式表达式。下面，我们将首先讨论 $q\prime$ 在式 (3) 中的一些特殊情况。

- (1) 半各向同性方向图： $q\prime = 0$ 和 $\gamma\prime = 2$，因此

$$G_e(\epsilon, \psi) = \begin{cases} 2, & \epsilon \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right), \psi \in [0, 2\pi] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{20}$$

- (2) 余弦方向图（基于投影孔径）： $q\prime = \frac{1}{2}$ 和 $\gamma\prime = 4$, -因此

$$G_e(\epsilon, \psi) = \begin{cases} 4\cos(\epsilon), & \epsilon \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right), \psi \in [0, 2\pi] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{21}$$

$$f(R,q\prime) \triangleq \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^4 \frac{\gamma\prime^2 \bar{P}\Psi_q^{2q\prime}\Psi_p^{2q\prime}}{d^4 r_q^2 r_p^2}$$
$$\times \left| \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\zeta \int_0^R \frac{r\mathrm{d}r}{\left[1-\frac{2r}{r_q}\Phi_q\cos\zeta-\frac{2r}{r_q}\Theta_q\sin\zeta+\frac{r^2}{r_q^2}\right]^{(q\prime+1)/2}\left[1-\frac{2r}{r_p}\Phi_p\cos\zeta-\frac{2r}{r_p}\Theta_p\sin\zeta+\frac{r^2}{r_p^2}\right]^{(q\prime+1)/2}} \right|^2. \tag{24}$$

- (3) 余弦平方方向图： $q\prime = 1$ 和 $\gamma\prime = 6$，因此

$$G_e(\epsilon,\psi) = \begin{cases} 6\cos^2(\epsilon), & \epsilon \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right), \psi \in [0,2\pi] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{22}$$

图3绘出了式(3)中智能反射面各反射单元的不同方向增益方向图随角度 ϵ 的变化。可以观察到，功率只会辐射到空间的一半，即 $0 \le \epsilon \le \pi/2$。此外，指向性参数 $q\prime$ 越大，沿反射单元波束轴方向（$\epsilon = 0$）的波束越强。

定理*1*：对于超大规模智能反射面辅助通信，式(19)中的信噪比满足以下界限

$$f(R_1,q\prime) \le \gamma \le f(R_2,q\prime), \tag{23}$$

其中，函数 $f(R,q\prime)$ 定义为页面顶部所示的式(24)； R_1 和 R_2 分别表示图4所示超大规模智能反射面占据的矩形区域 $L_y \times L_z$ 的内切圆和外接圆的半径，具体为

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{2}\min\{L_y, L_z\}, \\ R_2 &= \frac{1}{2}\sqrt{L_y^2+L_z^2}. \end{aligned} \tag{25}$$

证明：注意到，所得信噪比可表示为基于笛卡尔坐标系、在区域$L_y \times L_z$上的二重积分形式，且被积函数为正。通过分别用半径为 R_1 和 R_2的内切圆与外接圆对该矩形积分区域进行缩放，可以验证定理1。由此，根据变量变换，可将式（23）中信噪比的下界和上界表示为极坐标下的积分。

■

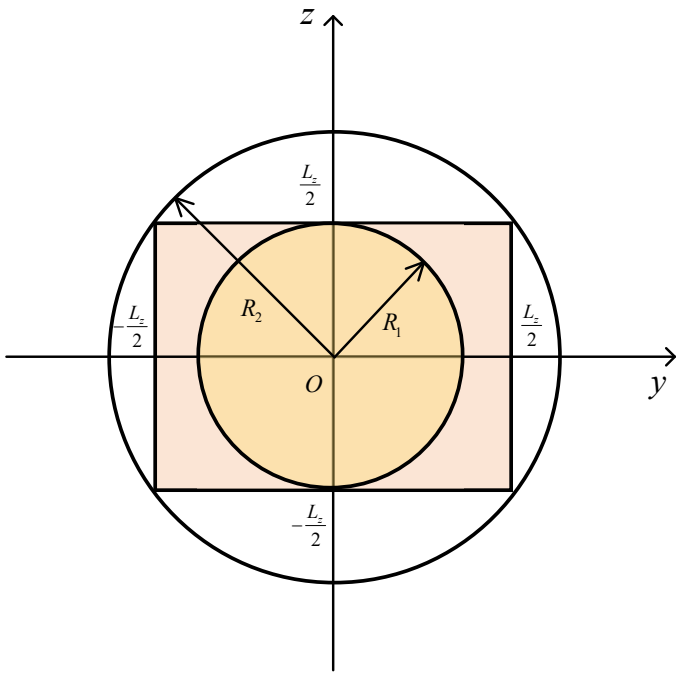


Fig. 4. XL-IR所占据矩形区域 $L_y \times L_z$ 的内切圆和外接圆 S.

为方便起见，我们将距离比定义为 $\rho \triangleq r_q/r_p$，它表示基站到超大规模智能反射面中心的距离与用户到超大规模智能反射面中心的距离之比。根据对称性，不失一般性，可假设 $0 < \rho \leq 1$ 。

引理*1*：若基站和用户均位于超大规模智能反射面的波束轴上，即靠近 x 轴，且 Φ_q, $\Phi_p \ll \frac{r_q}{L_y}$ 以及 Θ_q, $\Theta_p \ll \frac{r_q}{L_z}$, 则有

$$\frac{\mu^2 \bar{P}}{4d^4} G(R_1, q\prime) \leq \gamma \leq \frac{\mu^2 \bar{P}}{4d^4} G(R_2, q\prime), \tag{26}$$

其中， μ 是式（6）中定义的每个反射单元的最大有效孔径，函数 $G(R,\ q\prime)$ 定义为

$$G(R, q\prime) \triangleq \left[\rho \int_0^{\arctan \frac{R}{r_q}} \frac{\cos^{2q\prime} \alpha \tan \alpha \mathrm{d}\alpha}{\left[\rho^2 + (1-\rho^2)\cos^2 \alpha\right]^{(q\prime+1)/2}} \right]^2. \tag{27}$$

证明：请参见附录A。 ■

引理*2*：对于式(21)中基于投影孔径的余弦增益图样这一特殊情况，即 $q\prime = \frac{1}{2}$，在与引理1相同的条件下，信噪比的下界和上界

$$G(R,1) \triangleq \begin{cases} \frac{\rho^2}{4(1-\rho^2)^2}\left[\ln\left[\rho^2+(1-\rho^2)\cos^2\left(\arctan\frac{R}{r_q}\right)\right]\right]^2, & 0<\rho<1 \\ \frac{1}{4}\left[\cos^2\left(\arctan\frac{R}{r_q}\right)-1\right]^2, & \rho=1 \end{cases}. \tag{31}$$

可进一步表示为

$$\begin{cases} \frac{\mu^2\bar{P}}{4d^4}G\left(R_1,\frac{1}{2}\right) \le \gamma \le \frac{\mu^2\bar{P}}{4d^4}G\left(R_2,\frac{1}{2}\right), & 0<\rho<1 \\ \gamma = \frac{\mu^2\bar{P}}{\pi^2 d^4}\arctan^2\frac{\left(\frac{L_y}{2r_q}\right)\left(\frac{L_z}{2r_q}\right)}{\sqrt{\left(\frac{L_y}{2r_q}\right)^2+\left(\frac{L_z}{2r_q}\right)^2+1}}, & \rho=1 \end{cases}, \tag{28}$$

其中，函数 $G\left(R,\ \frac{1}{2}\right)$ 在 $0<\rho<1$ 条件下可表示为闭式

$$\begin{aligned} G\left(R,\frac{1}{2}\right) \triangleq \frac{4\rho}{1-\rho^2}\Bigg[&F\left(\frac{1}{2}\arctan\frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\rho}\middle|2\right) \\ &-F\left(\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\rho}\cos\left(\arctan\frac{R}{r_q}\right)\right)\middle|2\right)\Bigg]^2, \end{aligned} \tag{29}$$

且 $F(\vartheta|k)=\int_0^{\vartheta}\frac{1}{\sqrt{1-k\,\text{正弦}^2\,\beta}}\mathrm{d}\beta$为第一类不完全椭圆积分 [39]。

证明：证明过程与 [1], 附录A 中的步骤类似，为简洁起见，此处省略。

■

引理 *3*：对于式 (22) 中余弦平方增益模式这一特殊情况，即 $q\prime=1$，在与引理1相同的条件下，信噪比的下界和上界还可进一步表示为

$$\frac{\mu^2\bar{P}}{4d^4}G(R_1,1) \le \gamma \le \frac{\mu^2\bar{P}}{4d^4}G(R_2,1), \tag{30}$$

其中，函数 $G(R,\ 1)$ 的闭式表达式如 (31) 所示，位于页面顶部。

证明：请参阅附录 B。 ■

B. 渐近分析

引理*4*： 在与引理1相同的条件下，当超大规模智能反射面尺寸趋于无穷大时，渐近信噪比可表示为式（32），见下一页页首。

$$\lim_{L_y,L_z\to\infty}\gamma=\frac{\lambda^4\rho^2}{16\pi^2d^4}(2q\prime+1)^2\bar{P}\left[\int_0^{\pi/2}\frac{\cos^{2q\prime}\alpha\tan\alpha\mathrm{d}\alpha}{[\rho^2+(1-\rho^2)\cos^2\alpha]^{(q\prime+1)/2}}\right]^2. \tag{32}$$

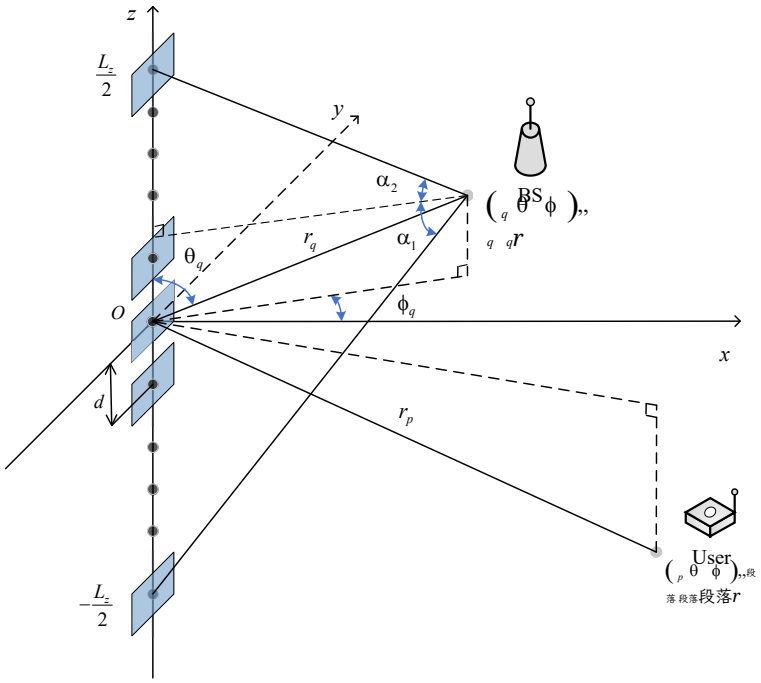


图 5. 基于均匀线阵的超大规模智能反射面的无线通信。

证明： 随着 IRS 尺寸 L_y， $L_z\to\infty$，式（25）中定义的 IRS 区域 $L_y\times L_z$的内切圆和外接圆半径也趋于无穷大，即 R_1， $R_2\to\infty$。可以证明，由于函数 $G(R,\ q\prime)$ 的形式相同且 $R\to\infty$，引理1给出的信噪比下界和上界趋于相同的极限。因此，根据夹逼定理 [40]，即可得到式（32）中的渐近信噪比。

■

可以证明，渐近信噪比仅由指向性参数$q\prime$ 和距离比 ρ决定。此外，值得一提的是，信噪比表达式的收敛性取决于式（32）中的积分。

特别地，对于 $\rho=1$这一特殊情况，有

$$\lim_{L_y,L_z\to\infty}\gamma=\frac{\lambda^4}{64\pi^2d^4}\left(2+\frac{1}{q\prime}\right)^2\bar{P}. \tag{33}$$

为了获得更多见解，我们还将讨论 $q\prime$ 的一些特殊情况，并推导闭式

表达式　表达式，以求得渐近信噪比。首先，式 (32) 中 $q\prime = \frac{1}{2}$ 下的渐近信噪比 is

$$\lim_{L_y,L_z\to\infty}\gamma = \begin{cases} \frac{\rho}{1-\rho^2}\frac{\lambda^4}{\pi^2 d^4}\bar{P}\left[F\left(\frac{1}{2}\arctan\frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\rho}\middle|2\right)\right]^2, & 0<\rho<1 \\ \\ \frac{\lambda^4}{4\pi^2 d^4}\bar{P}, & \rho = 1 \end{cases}. \tag{34}$$

此外，$q\prime = 1$ 下的渐近信噪比（32）为

$$\lim_{L_y,L_z\to\infty}\gamma = \begin{cases} \frac{\rho^2(\ln\rho)^2}{(1-\rho^2)^2}\frac{9\lambda^4}{4\pi^2 d^4}\bar{P}, & 0<\rho<1 \\ \\ \frac{9\lambda^4}{64\pi^2 d^4}\bar{P}, & \rho = 1 \end{cases}. \tag{35}$$

注意，通过令 $q\prime = 0$，式（33）中的渐近信噪比将趋于无穷大。这是预期的结果，因为将每个反射单元建模为半各向同性，会导致超大规模智能反射面尺寸趋于无穷大时功率无界。相比之下，考虑智能反射面反射单元的非各向同性方向增益模式（例如 $q\prime = \frac{1}{2}$ 或 $q\prime = 1$）时，随着智能反射面尺寸增大，式（34）和（35）中的信噪比将趋于一个常数，该常数仅取决于距离比 ρ。这表明，对于超大规模智能反射面辅助通信系统，必须考虑每个反射单元方向性的影响，以遵循功率守恒定律。

C. 传统*UPW*模型

作为对比，同样考虑智能反射面反射单元方向增益方向图的传统均匀平面波模型可表示为

$$\gamma_{UPW} = \frac{M^2\beta_0^2\bar{P}}{r_q^2 r_p^2}G_e\left(\theta_q,\phi_q\right)AF\left(\theta_q,\phi_q\right)\times G_e\left(\theta_p,\phi_p\right)AF\left(\theta_p,\phi_p\right), \tag{36}$$

该公式基于以下近似：所有反射单元具有近似相同的到达角/离开角和链路距离；β_0 是参考距离 1 米（m）处的信道增益，$G_e(\theta,\phi)$表示方向增益方向图，$AF(\theta,\phi)$表示阵列因子 [26], ，其表达式为

$$AF(\theta,\phi) = \frac{1}{M}\frac{\sin\left(\frac{M_y}{2}kd\Phi\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}kd\Phi\right)}\frac{\sin\left(\frac{M_z}{2}kd\Theta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}kd\Theta\right)}, \tag{37}$$

其中，$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 是波数；$\Phi = \sin\theta\sin\phi$，$\Theta = \cos\theta$。

值得注意的是，信噪比表达式（36）的第一部分，众所周知，是智能反射面辅助通信中的平方功率缩放定律 [16],，其中信噪比随 IRS 反射单元数量的平方线性增长

$$\gamma \simeq \frac{A^2 \bar{P} \Psi_q \Psi_p}{16\pi^2 d^2 r_q^2 r_p^2} \left| \int_{-\frac{L_z}{2}}^{\frac{L_z}{2}} \frac{\mathrm{d}z}{\left[\left(1 - \frac{2}{r_q} z \cos\theta_q + \frac{z^2}{r_q^2}\right)\left(1 - \frac{2}{r_p} z \cos\theta_p + \frac{z^2}{r_p^2}\right)\right]^{(q\prime+1)/2}} \right|^2 . \quad (38)$$

，即 M^2。可以看出，这一基本结果（36）也与到达角/离开角有关，具体体现在方向增益方向图 $G_e(\theta, \phi)$ 和阵列因子 $AF(\theta, \phi)$ 中。此外，值得一提的是，只有当链路距离 r_q 和 r_p 相对于智能反射面尺寸足够大时，上述结果才成立，即 M 适度大。这使得远场传播模型既适用于整个智能反射面，也适用于其中的每个单独单元。然而，当 M 极大时，传统模型可能不再成立，因为平方功率缩放定律表明信噪比将随之无限增长，这显然违反了功率守恒定律。相反，我们的新结果表明，在实际的 NUSW模型下，信噪比随 M 增加，但边际收益递减，并最终收敛到一个常数，该常数取决于距离比 ρ 以及每个反射单元的指向性参数 $q\prime$ 。

D. 基于均匀线阵的超大规模智能反射面

为获得更多的见解，我们进一步考虑基于均匀线阵的超大规模智能反射面的特殊情况，即 $M_y = 1$和 $M_z = M$。在这种情况下，将 $y = 0$ 和 $\mathrm{d}y = d$ 代入（19）后，信噪比表达式可化简为（38）所示的形式，见页面顶部。

引理*5*：对于基于均匀线阵的超大规模智能反射面辅助的无线通信，当链路距离满足 $r_q \ll r_p$ （即 $\rho \to 0$）时，在基于投影孔径的余弦增益图样，即 $q\prime = \frac{1}{2}$ 下，（38）中的信噪比可表示为如下闭式：

$$\gamma = \frac{\lambda^4 \bar{P} \Psi_p \cos\phi_q}{4\pi^4 d^2 r_p^2} \left[F\left(\frac{\alpha_1}{2}\middle|2\right) + F\left(\frac{\alpha_2}{2}\middle|2\right)\right]^2 , \quad (39)$$

其中 $\alpha_1 = \arctan \frac{L_z/2 + r_q \cos r_q \quad \theta_q}{\theta_q \sin}$ 以及 $\alpha_2 = \arctan \frac{L_z/2 - r_q \cos r_q \quad \theta_q}{\theta_q \sin}$。

证明：证明过程与 [1]，附录 B 中的类似，为简洁起见，此处省略。

■

值得一提的是，引理5给出的附加条件 $r_q \ll r_p$ 与常用的智能反射面部署策略 [15], [21]一致。具体而言，已有研究表明——

为最大化接收信噪比，智能反射面应部署在靠近基站或用户的位置。引理5表明，采用所建立的近场模型时，对于基于均匀线阵的超大规模智能反射面这一特殊情形，所得信噪比取决于 IRS 尺寸 L_z、链路距离 r_q 以及到达角 θ_q，并且通常可由两个几何参数 α_1 和 α_2 表示；如图5所示，它们分别是由连接基站位置及其在智能反射面上的投影的线段，以及智能反射面两端所形成的角。特别地，$\alpha_1+\alpha_2$ 被称为角跨度 [9]。可以观察到，对于任意到达角 θ_q，α_1 和 α_2 均随 IRS 尺寸 L_z 的增大而增大，并随基站与超大规模智能反射面中心之间链路距离 r_q 的增大而减小。由于椭圆积分函数 $F(\vartheta|2)$随 ϑ单调递增，式(39)中的所得信噪比 γ 如预期般随 L_z 增大而增大，并随 r_q增大而减小。此外，引理5表明，在实际的 NUSW模型下，信噪比随 L_z 增大而增大，但呈现边际收益递减。请注意，该结果不同于基于均匀平面波模型得到的传统平方功率缩放定律；在该定律中，信噪比随 IRS 尺寸 [16], [21]无限增大。特别地，可以证明，当 $L_z\to\infty$时，将达到极端情形，即 $\alpha_1=\alpha_2=\frac{\pi}{2}$，从而得到如下引理。

–

引理*6*：在与引理5相同的条件下，基于均匀线阵的超大规模智能反射面的渐近信噪比为

$$\lim_{L_z\to\infty}\gamma=\frac{\lambda^4\bar{P}\Psi_p\cos\phi_q}{\pi^4d^2r_p^2}\left[F\left(\frac{\pi}{4}\middle|2\right)\right]^2=1.7188\times\frac{\lambda^4\bar{P}\Psi_p}{\pi^4d^2r_p^2}\cos\phi_q. \tag{40}$$

IV. 扩展至多天线基站

此前的分析假设基站只有一根天线，以揭示最重要的见解。本节考虑基站配备均匀平面阵列架构的多天线MISO配置。为简单起见，我们假设基站的均匀平面阵列与智能反射面平行，如图6所示。基站的天线数量记为 $N=N_yN_z$，其中 N_y 和 N_z 分别表示沿 y轴和 z 轴排列的天线数量，天线单元间距为 d_0。因此，第$(n_y,\ n_z)$根天线的中心位置为$\mathbf{u}_{n_y,\ n_z}=[r_q\Psi_q,r_q\Phi_q+n_yd_0,r_q\Theta_q+n_zd_0]^T$，其中 $n_y=0,\ \pm1,\ \cdots,\ \pm(N_y-1)/2$以及 $n_z=0,\ \pm1,\ \cdots,\ \pm(N_z-1)/2$。基站第$(n_y,\ n_z)$根天线与第$(m_y,\ m_z)$个反射单元之间的距离为

$$r_{q,m_y,m_z,n_y,n_z}=\left\|\mathbf{u}_{m_y,m_z}-\mathbf{w}_{m_y,m_z}\right\|, \tag{41}$$

可进一步表示为下一页顶部的式（42），其中 $\varepsilon_{q_0}\triangleq\frac{d_0}{r_q}\ll1$ [1], [10]。 —

$$r_{q,m_y,m_z,n_y,n_z} = r_q\sqrt{1+2\Phi_q(n_y\varepsilon_{q_0}-m_y\varepsilon_q)+2\Theta_q(n_z\varepsilon_{q_0}-m_z\varepsilon_q)+(n_y\varepsilon_{q_0}-m_y\varepsilon_q)^2+(n_z\varepsilon_{q_0}-m_z\varepsilon_q)^2}. \tag{42}$$

$$a_{m_y,m_z,n_y,n_Z}(r_q,\theta_q,\phi_q) = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_q}\right)^2 \frac{\gamma\prime\Psi_q^{2q\prime}}{[1+2(n_y\varepsilon_{q_0}-m_y\varepsilon_q)\Phi_q+2(n_z\varepsilon_{q_0}-m_z\varepsilon_q)\Theta_q+(n_y\varepsilon_{q_0}-m_y\varepsilon_q)^2+(n_z\varepsilon_{q_0}-m_z\varepsilon_q)^2]^{q\prime+1}}. \tag{44}$$

因此，基站与超大规模智能反射面之间的信道矩阵表示为$\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M\times N}$，其各元素定义如下：

$$h_{m_y,m_z,n_y,n_z} = \sqrt{a_{m_y,m_z,n_y,n_z}(r_q,\theta_q,\phi_q)} \times e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}r_{q,m_y,m_z,n_y,n_z}}, \forall m_y,m_z,n_y,n_z, \tag{43}$$

其中，基站处第（n_y, n_z）个天线与智能反射面处第（m_y, m_z）个反射单元之间的信道功率增益 $a_{m_y,m_z,n_y,n_Z}(r_q,\theta_q,\phi_q)$ 由页面顶部的式（44）给出。

因此，用户处的信噪比可表示为

$$\gamma = \bar{P}\left|\mathbf{g}^T\mathbf{\Theta}\mathbf{H}\mathbf{v}\right|^2, \tag{45}$$

其中，$\mathbf{v} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 是一个波束成形向量，且满足 $\|\mathbf{v}\|=1$。

类似地，假设智能反射面部署在用户附近，因此用户位于智能反射面的近场区域，而基站位于远场区域。令$\varepsilon_q \to 0$ 代入式（44），信道矩阵向量$\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M\times N}$ 可写成秩一矩阵：

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{\lambda^2\gamma\prime\Psi_q^{2q\prime}}{16\pi^2 r_q^2}} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}r_q}\mathbf{a}_R(\theta_q,\phi_q)\,\mathbf{a}_T^H(\theta_q,\phi_q), \tag{46}$$

其中，$\mathbf{a}_R(\theta_q,\phi_q) \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 是超大规模智能反射面处的接收阵列响应向量，定义如下：

$$\mathbf{a}_R(\theta_q,\phi_q) = \left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}m_y d\Phi_q}\right]_{1\times M_y}^T \otimes \left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}m_z d\Theta_q}\right]_{1\times M_z}^T, \tag{47}$$

其中，符号 $\otimes$ 表示克罗内克积。类似地，将基站处的发射阵列响应向量表示为$\mathbf{a}_T(\theta_q,\ \phi_q) \in \mathbb{C}^{N\times 1}$，其定义为

$$\mathbf{a}_T(\theta_q,\phi_q) = \left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}n_y d_0\Phi_q}\right]_{1\times N_y}^T \otimes \left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}n_z d_0\Theta_q}\right]_{1\times N_z}^T. \tag{48}$$

$$\gamma = N\bar{P}\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^4 \frac{\gamma\prime^2 \Psi_q^{2q'} \Psi_p^{2q'}}{r_q^2 r_p^2} \left| \sum_{m_y,m_z} \frac{1}{\left[1 - 2m_y\varepsilon_p\Phi_p - 2m_z\varepsilon_p\Theta_p + (m_y^2+m_z^2)\varepsilon_p^2\right]^{(q'+1)/2}} \right|^2. \tag{51}$$

基于 [21], , 基站处用于信噪比最大化的最优发射波束成形向量为

$$\mathbf{v}^* = \frac{\mathbf{a}_T(\theta_q, \phi_q)}{\sqrt{N}}. \tag{49}$$

此外，通过式（15）中超大规模智能反射面的最优相移，用户处的最大信噪比降为

$$\gamma = N\bar{P}\left| \sum_{m_y}\sum_{m_z} \sqrt{\frac{\lambda^2\gamma\prime\Psi_q^{2q'}}{16\pi^2 r_q^2}} b_{m_y,m_z}(r_p, \theta_p, \phi_p) \right|^2. \tag{50}$$

将 (11) 代入 (50)，即可得到用户处信噪比的求和形式，如页面顶部所示的 (51)。

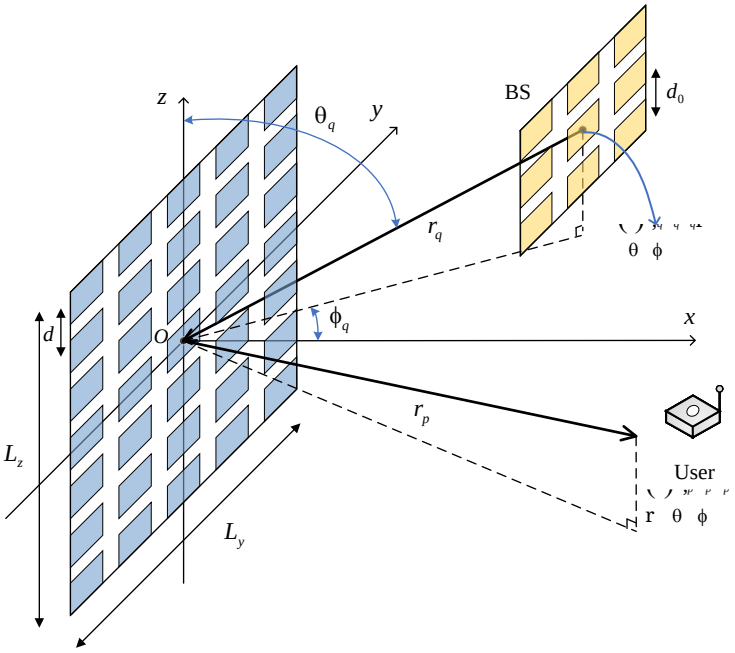


图6. 多天线基站辅助的超大规模智能反射面无线通信。

$$\gamma = N\bar{P}\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^4 \frac{\gamma\prime^2 \Psi_q^{2q'}\Psi_p^{2q'}}{d^4 r_q^2 r_p^2}\left|\int_{-\frac{L_z}{2}}^{\frac{L_z}{2}}\int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \frac{\mathrm{d}y\mathrm{d}z}{\left[1-\frac{2}{r_p}y\Phi_p-\frac{2}{r_p}z\Theta_p+\frac{2}{r_p^2}(y^2+z^2)\right]^{(q'+1)/2}}\right|^2. \quad (52)$$

$$U(R,q\prime) \triangleq N\bar{P}\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^4 \frac{\gamma\prime^2 \Psi_q^{2q'}\Psi_p^{2q'}}{d^4 r_q^2 r_p^2}\left|\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\zeta\int_0^{R} \frac{r\mathrm{d}r}{\left[1-\frac{2r}{r_p}\Phi_p\cos\zeta-\frac{2r}{r_p}\Theta_p\sin\zeta+\frac{r^2}{r_p^2}\right]^{(q'+1)/2}}\right|^2. \quad (54)$$

同样，利用事实 $\varepsilon_p \ll 1$，将求和近似为二重积分后，信噪比可写成积分形式，如页面顶部所示的 (52)。按照定理1中类似的推导，信噪比有界于

$$U(R_1,q\prime) \le \gamma \le U(R_2,q\prime), \quad (53)$$

其中，函数 $U(R,\ q\prime)$ 定义为页面顶部所示的式（54），半径 R_1 和 R_2 也由式（25）给出。

引理 7：如果用户位于超大规模智能反射面的波束轴上，即位于 x 轴附近，且满足 $\Phi_p \ll \frac{r_p}{L_y}$、$\Theta_p \ll \frac{r_p}{L_z}$ 和 $q' = \frac{1}{2}$，则有

$$U\left(R,\frac{1}{2}\right) \triangleq N\bar{P}\frac{\lambda^4\gamma\prime^2\Psi_q r_p^2}{16\pi^2 d^4 r_q^2}\left(\sqrt[4]{\frac{R^2}{r_p^2}+1}-1\right)^2. \quad (55)$$

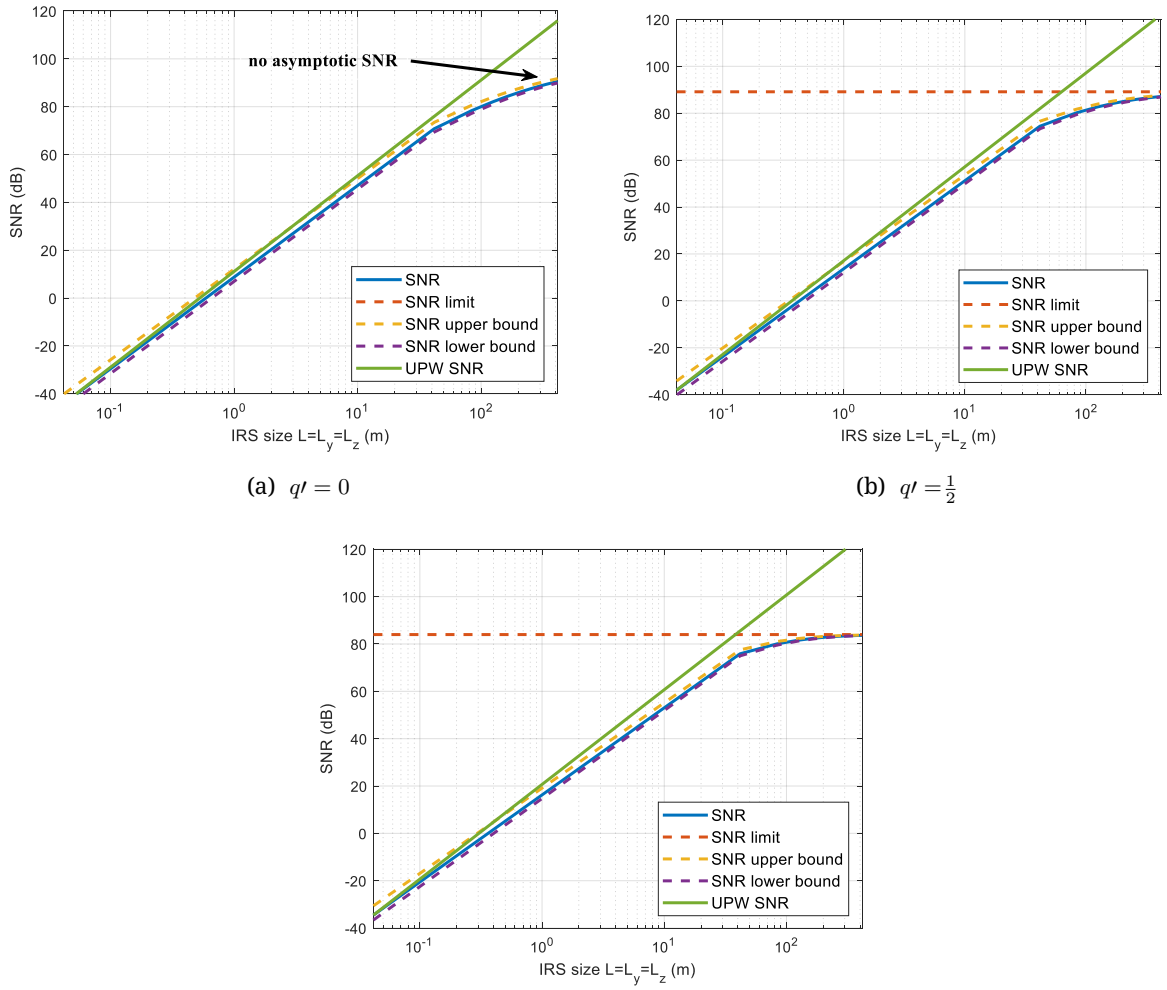
证明：请参见附录C。 ■

V. 数值结果

本节给出数值结果，以验证我们针对超大规模智能反射面辅助通信提出的近场模型和理论分析，并将所提出的模型与传统UPW模型进行比较。除非另有说明，信号波长设为 $\lambda = 0.125\,\mathrm{m}$，相邻智能反射面单元之间的间距为 $d = \frac{\lambda}{3}$。

A. 信噪比界与渐近分析

首先，我们给出信噪比界及其渐近性能的数值结果。图7绘制了方形基于UPA的超大规模智能反射面的信噪比随IRS尺寸变化的曲线，即 $L = L_y =$

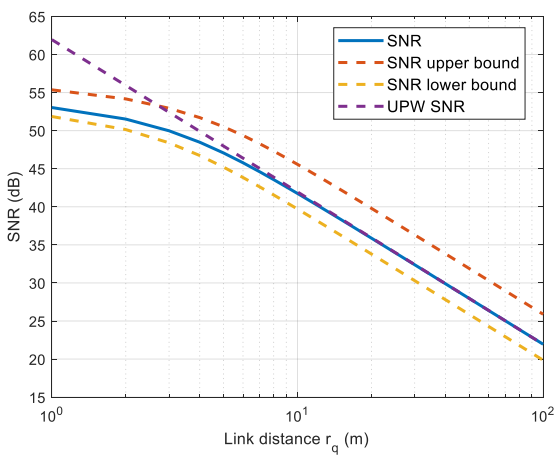


(a) $q\prime = 0$ (b) $q\prime = \frac{1}{2}$

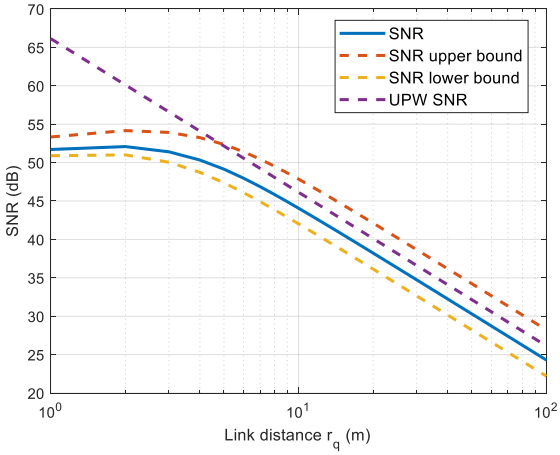
(c) $q\prime = 1$

图 7. 信噪比与 IRS 尺寸的关系。

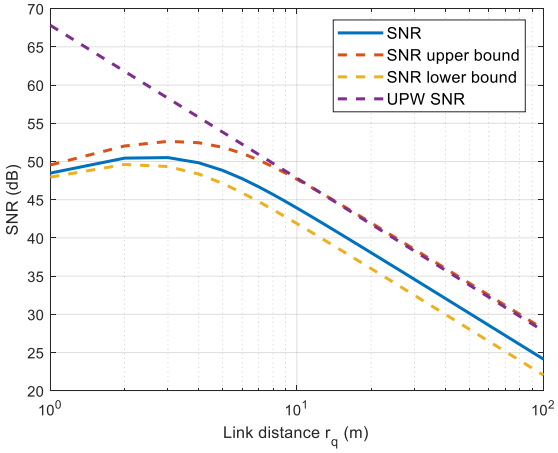
L_z。为便于说明，考虑了基于式(20)–(22)的智能反射面反射单元的三种方向增益方向图。此外，图7还对前几节中推导的结果进行了比较，包括基于式(18)中的求和、式(27)–(30)中的下界和上界、式(32)、(34)和(35)中的渐近值，以及式(36)中的传统UPW模型。发射信噪比为 P =90 dB，并假设基站和用户分别位于$\mathbf{q} = [10, 0, 0]^T$m和$\mathbf{p} = [100, 0, 0]^T$m处。首先可以观察到，对于基于UPA的超大规模智能反射面，引理1中的推导界对于信噪比估计足够精确。特别地，图7(b)和图7(c)验证了式(28)和(30)中的闭式界。此外，随着IRS 尺寸 L 变大，图7(a)中的信噪比最终趋于无穷大，而图7(b)和图7(c)中的信噪比则趋近于某个常数。这验证了引理4中的理论结果。此外，还可以观察到，传统UPW



(a) $q\prime = 0$



(b) $q\prime = \frac{1}{2}$



(c) $q\prime = 1$

图 8. 信噪比与链路距离的关系 r_q。

式（36）中的模型在 IRS 尺寸不太大时，与我们建立的近场模型近似一致。然而，当 IRS 尺寸超过某一阈值后，这两个模型呈现出截然不同的标度律，即分别收敛于一个常数值和无限增长。总之，就接收功率而言，传统的均匀平面波模型适用于大多数实际情况；但当 IRS 尺寸变得非常大时，尤其是在进行渐近分析时，则需要考虑精确的近场建模，这与 [31] 中的结论一致。

图8绘制了信噪比随基站与IRS中心之间链路距离 r_q 的变化，其中方形IRS尺寸设为 $L_y = L_z \simeq 8$米。我们将所得信噪比与以下

表达式进行比较，即式（18）中的求和形式、式（23）中的通用上下界，以及传统UPW模型下的平方功率缩放定律（式（36））。基站方向设为（θ_q，ϕ_q）$=\left(\frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{6}\right)$，用户位于（$r_p$，$\theta_p$，$_\phi_p$）$=\left(200\text{米}\ \frac{3\pi}{4},\ -\frac{\pi}{5}\right)$。可以看到，定理1给出的信噪比界相当准确；如图8(b)和8(c)所示，考虑智能反射面反射单元的方向增益方向图时，传统UPW模型通常会高估信噪比值。特别是，图8(c)表明，信噪比不一定会随着基站到超大规模智能反射面的距离增加而单调下降，因为它还取决于每个单元的增益图样。尽管基站部署在智能反射面附近，但如果反射单元的波束轴方向增益较强，那么基站到各反射单元的到达角较小会导致性能略差。因此，随着链路距离 r_q 增大，由于基站到各智能反射面单元的到达角增大，信噪比可能会先略有上升。

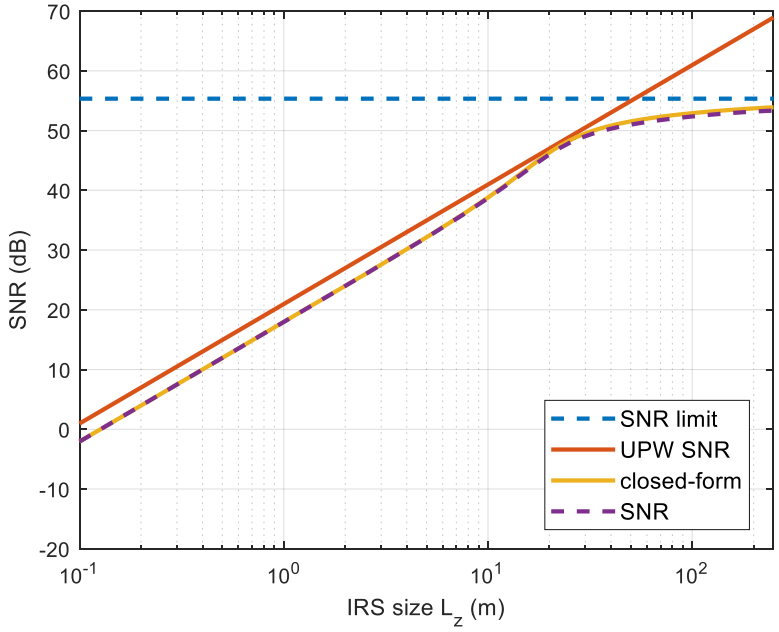


图 9. 基于均匀线阵的超大规模智能反射面的信噪比与 IRS 尺寸的关系。

B. 基于均匀线阵的超大规模智能反射面

接下来，对于基于均匀线阵的超大规模智能反射面的特殊情况，图 9 绘出了基于式 (18) 中的求和、推导得到的式 (39) 闭式表达式、式 (40) 中的渐近极限以及式 (36) 中的传统UPW模型所得到的信噪比随 IRS 尺寸 L_z 的变化曲线。发射信噪比为 $P=120$dB，基站和

用户分别位于 $(r_q,\ \theta_q,\ \phi_q) = \left(10\,\mathrm{m}\ \frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{6}\right)$ 和 $(r_p,\ \theta_p,\ \phi_p) = \left(100\,\mathrm{m}\ \frac{3\pi}{4},\ -\frac{\pi}{5}\right)$。首先可以观察到，闭式表达式 (39) 和渐近极限 (40) 都与实际值十分吻合。此外，与图 7 类似，UPW表达式能够准确预测中等规模智能反射面的信噪比值。同样，当 L_z 变得极大时，虽然传统UPW模型下的信噪比会无限增大，但在我们提出的近场模型下，信噪比会趋近于式 (40) 所给出的常数值。这再次表明，对于超大规模智能反射面辅助通信，进行恰当的近场建模至关重要。

C. 多天线基站

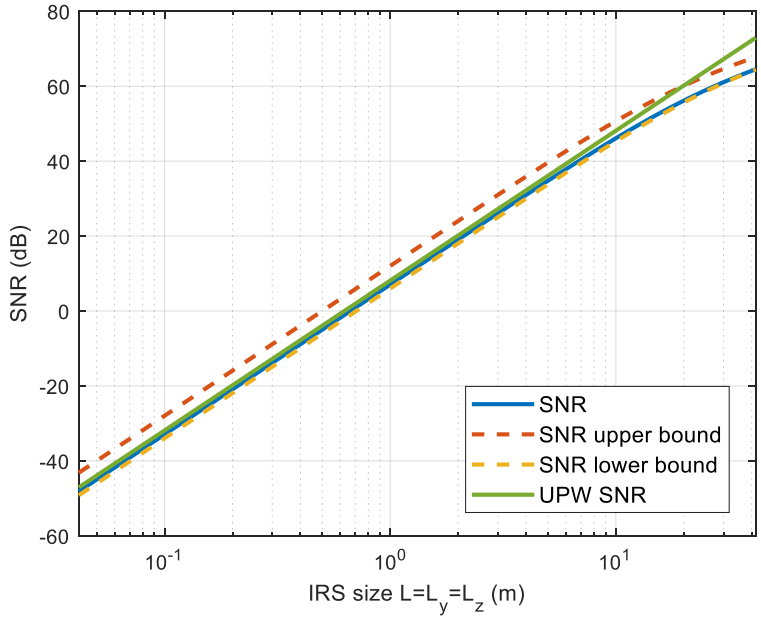


图 10. 多天线基站下，信噪比与 IRS 尺寸的关系。

最后，我们考虑基站配备均匀平面阵列的多输入单输出情形。图 10 根据式 (50) 中的求和以及式 (53) 中信噪比的闭式界，绘出了信噪比随智能反射面尺寸的变化关系。智能反射面反射单元的方向增益方向图基于式 (21)。发射信噪比为 $\bar{P} = 90\,\mathrm{dB}$，基站和用户的中心分别位于 $(r_q,\ \theta_q,\ \phi_q) = \left(10^3\,\mathrm{m}\ \frac{\pi}{3},\ -\frac{\pi}{4}\right)$和 $(r_p,\ \theta_p,\ \phi_p) = \left(10\,\mathrm{m}\ \frac{\pi}{2},\ 0\right)$。可以观察到，当智能反射面尺寸不太大时，推导得到的闭式界能够准确估计信噪比。此外，还存在

随着智能反射面尺寸增大，传统UPW模型与准确的近场模型之间会出现显著差距。

六、结论

本文研究了超大规模智能反射面辅助无线通信的近场建模与性能分析。我们提出了一种通用的超大规模智能反射面近场建模方法，该方法考虑了智能反射面反射单元的方向增益方向图，以及不同反射单元间接收信号幅度的变化。我们首先推导了基于均匀平面阵列的超大规模智能反射面接收信噪比的紧致上下界。为深入探究，我们进一步研究了基于均匀线阵的超大规模智能反射面这一特殊情形，并将所提出的近场建模方法扩展至多输入单输出配置。数值结果验证了我们的理论分析，并表明对超大规模智能反射面辅助无线通信进行恰当的近场建模是必要的。

附录A

引理1的证明

当 $\Phi_q, \Phi_p \ll \frac{r_q}{L_y}$且 $\Theta_q, \Theta_p \ll \frac{r_q}{L_z}$时，式（24）中的二重积分可化简为以下形式

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\zeta \int_0^R \frac{r\mathrm{d}r}{\left[\left(1+\frac{r^2}{r_q^2}\right)\left(1+\frac{r^2}{r_p^2}\right)\right]^{(q\prime+1)/2}} \\ &= 2\pi r_q^2 \int_0^{\frac{R}{r_q}} \frac{r\mathrm{d}r}{\left[\left(r^2+1\right)\left(\rho^2 r^2+1\right)\right]^{(q\prime+1)/2}}. \end{aligned} \tag{56}$$

令 $r = \tan\alpha$，可将式（56）变换为

$$I = 2\pi r_q^2 \int_0^{\arctan\frac{R}{r_q}} \frac{\cos^{2q\prime}\alpha \tan\alpha \mathrm{d}\alpha}{\left[\rho^2+(1-\rho^2)\cos^2\alpha\right]^{(q\prime+1)/2}}. \tag{57}$$

利用定理1，并将（57）代入（24），可得

$$\begin{aligned} f\left(R, q\prime\right) &= \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^4 \frac{\gamma\prime^2 \bar{P}}{d^4 r_q^2 r_p^2} I^2 \\ &= \frac{\mu^2 \bar{P}}{4d^4}\left[\rho \int_0^{\arctan\frac{R}{r_q}} \frac{\cos^{2q\prime}\alpha \tan\alpha \mathrm{d}\alpha}{\left[\rho^2+(1-\rho^2)\cos^2\alpha\right]^{(q\prime+1)/2}}\right]^2 \\ &= \frac{\mu^2 \bar{P}}{4d^4} G(R, q\prime), \end{aligned} \tag{58}$$

其中 使用事实 $\gamma\prime = \frac{4\pi}{\lambda^2}\mu$ 和 $\rho = r_q/r_p$，即可得到引理1。

附录 B 引理 3 的证明

令 $q\prime=1$，式（27）可表示为

$$\begin{aligned} G(R,1) &= \left[\rho\int_0^{\arctan R/r_q}\frac{\cos^2\alpha\tan\alpha\mathrm{d}\alpha}{\rho^2+(1-\rho^2)\cos^2\alpha}\right]^2 \\ &= \left[\rho\int_0^{\arctan R/r_q}\frac{\cos\alpha\mathrm{d}(\cos\alpha)}{\rho^2+(1-\rho^2)\cos^2\alpha}\right]^2. \end{aligned} \tag{59}$$

首先，对于 $\rho=1$，(59) 可简化为

$$G(R,1)=\left[\int_0^{\arctan R/r_q}\cos\alpha\mathrm{d}(\cos\alpha)\right]^2=\frac{1}{4}\left[\cos^2\left(\arctan\frac{R}{r_q}\right)-1\right]^2. \tag{60}$$

接下来，对于 $0<\rho<1$，(59) 可进一步表示为

$$\begin{aligned} G(R,1) &= \left[\frac{\rho}{1-\rho^2}\int_0^{\arctan R/r_q}\frac{(1-\rho^2)\cos\alpha\mathrm{d}(\cos\alpha)}{\rho^2+(1-\rho^2)\cos^2\alpha}\right]^2 \\ &= \frac{\rho^2}{4\left(1-\rho^2\right)^2}\left[\ln\left[\rho^2+(1-\rho^2)\cos^2\left(\arctan\frac{R}{r_q}\right)\right]\right]^2. \end{aligned} \tag{61}$$

至此，引理 3 的证明完成。

Appendix C
Proof of Lemma 7

利用 $\Phi_p\ll\frac{r_p}{L_y}$、$\Theta_p\ll\frac{r_p}{L_z}$ 和 $q\prime=\frac{1}{2}$，(54) 中的二重积分可化简为

$$\begin{aligned} I\prime &= \int_o^{2\pi}\mathrm{d}\zeta\int_0^R\frac{r\mathrm{d}r}{\left(1+\frac{r^2}{r_p^2}\right)^{3/4}}=2\pi\left[\left(1+\frac{r^2}{r_p^2}\right)^{1/4}\right]_0^R \\ &= 2\pi\left(\sqrt[4]{\frac{R^2}{r_p^2}+1}-1\right). \end{aligned} \tag{62}$$

将 (62) 代入 (54)，可得

$$U\left(R,\frac{1}{2}\right)=N\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^4\frac{\gamma\prime^2\Psi_q\bar{P}}{d^4r_q^2r_p^2}I\prime^2=N\bar{P}\frac{\lambda^4\gamma\prime^2\Psi_q r_p^2}{16\pi^2d^4r_q^2}\left(\sqrt[4]{\frac{R^2}{r_p^2}+1}-1\right)^2. \tag{63}$$

因此，引理 7 的证明得证。

参考文献

[1] C. Feng、H. Lu、Y. Zeng、S. Jin 和 R. Zhang，“超大规模智能反射面无线通信”，载于 IEEE/CIC 中国国际通信会议（ICCC研讨会）论文集，2021年。[2] M. Latva-aho、K. Lepp¨anen、F. Clazzer 和 A. Munari，“6G泛在无线智能的关键驱动因素与研究挑战”，6G研究愿景 1，6G旗舰计划，2019年9月。[3] X. You 等，“迈向6G无线通信网络：愿景、使能技术与新范式转变”，《中国科学：信息科学》，第64卷第1期，第1–74页，2020年11月。[4] W. Saad、M. Bennis 和 M. Chen，“6G无线系统愿景：应用、趋势、技术与开放研究问题”，IEEE网络，第34卷第3期，第134–142页，2019年10月。[5] Y. Zeng 和 X. Xu，“借助信道知识图谱实现环境感知6G通信”，IEEE无线通信，第28卷第3期，第84–91页，2021年3月。[6] E. Bj¨ornson、L. Sanguinetti、H. Wymeersch、J. Hoydis 和 T. L. Marzetta，“大规模MIMO已成现实——下一步是什么？天线阵列的五个有前景的研究方向”，《数字信号处理》，第94卷，第3–20页，2019年11月。[7] E. De Carvalho、A. Ali、A. Amiri、M. Angjelichinoski 和 R. W. Heath，“超大规模大规模MIMO中的非平稳性”，IEEE 无线通信汇刊，第27卷第4期，第74–80页，2020年8月。[8] Y. Han、S. Jin、C.-K. Wen 和 X. Ma，“超大规模大规模MIMO系统的信道估计”，IEEE无线通信快报，第9卷第5期，第633–637页，2020年1月。[9] H. Lu 和 Y. Zeng，“性能如何随天线数量扩展：超大规模MIMO？”载于 IEEE 国际通信会议（ICC）论文集，2021年。[10] ——，“与超大规模阵列/表面通信：统一建模与性能分析”，IEEE 无线通信汇刊，第21卷第6期，第4039–4053页，2021年6月。[11] S. Hu、F. Rusek 和 O. Edfors，“超越大规模MIMO：利用大型智能表面进行数据传输的潜力”，IEEE信号处理汇刊，第66卷第10期，第2746–2758页，2018年5月。[12] M. Cui 和 L. Dai，“超大规模MIMO的信道估计：远场还是近场？”IEEE通信汇刊，第70卷第4期，第2663–2677页，2022年1月。[13] T. S. Rappaport、S. Sun、R. Mayzus、H. Zhao、Y. Azar、K. Wang、G. N. Wong、J. K. Schulz、M. Samimi 和 F. Gutierrez，“面向5G蜂窝通信的毫米波移动通信：它将奏效！”《IEEE开放获取》，第1卷，第335–349页，2013年5月。[14] H.Elayan、O. Amin、R. M. Shubair 和 M.-S. Alouini，“太赫兹通信：超越5G的无线技术机遇”，载于 IEEE 国际先进通信技术与网络会议（CommNet）论文集，2018年4月，第1–5页。[15] Q. Wu、S. Zhang、B. Zheng、C. You 和 R. Zhang，“智能反射面辅助无线通信：教程”，IEEE通信汇刊，第69卷第5期，第3313–3351页，2021年5月。[16] Q. Wu 和 R. Zhang，“通过联合有源与无源波束成形实现智能反射面增强无线网络”，IEEE 无线通信汇刊，第18卷第11期，第5394–5409页，2019年11月。[17] C. Huang、A. Zappone、G. C. Alexandropoulos、M. Debbah 和 C. Yuen，“ 用于提升无线通信能效的可重构智能表面 ”，IEEE 无线通信汇刊，第 18 卷第 8 期，第 4157–4170 页，2019年8月。[18] Q. Wu 和 R. Zhang，“迈向智能可重构环境：智能反射面辅助无线网络”，IEEE通信杂志，第58卷第1期，第106–112页，2020年1月。[19] W. Tang 等，“采用可重构智能表面的无线通信：路径损耗建模与实验测量”，IEEE 无线通信汇刊，第20卷第1期，第421–439页，2021年1月。[20] M. Di Renzo 等，“由可重构智能表面赋能的智能无线环境：工作原理、研究现状与未来发展方向”，IEEE通信领域精选期刊，第38卷第11期，第2450–2525页，2020年11月。

[21] H. Lu, Y. Zeng, S. Jin, and R. Zhang, “空中智能反射面：三维波束平坦化下的联合部署与被动波束成形设计”，IEEE 无线通信汇刊，第20卷，第7期，第4128–4143页，2021年2月。[22] E. Bj¨ornson and L. Sanguinetti, “揭开智能反射面与超表面的功率缩放定律之谜”，载于《IEEE计算进展与多传感器自适应处理国际研讨会论文集》，2019年12月，第549–553页。[23] K. T. Selvan and R. Janaswamy, “口径天线的夫琅禾费距离与菲涅耳距离：统一推导”。IEEE天线与传播杂志，第59卷，第4期，第12–15页，2017年8月。[24] J. Yang, Y. Zeng, S. Jin, C.-K. Wen, and P. Xu, “超大型透镜天线阵列的通信与定位”，IEEE 无线通信汇刊，第20卷，第5期，第3031–3048页，2021年5月。[25] C. A. Balanis,《高级工程电磁学》。John Wiley & Sons，2012年。[26] ——，《天线理论：分析与设计》。John Wiley & Sons，2015年。[27] Z. Zhou, X. Gao, J. Fang, and Z. Chen, “视距条件下大型线性阵列的球面波信道与分析”，载于《IEEE全球通信会议研讨会（GC Wkshps）论文集》，2015年12月，第1–6页。[28] B. Friedlander, “天线阵列近场中的信号定位”，IEEE信号处理汇刊，第67卷，第15期，第3885–3893页，2019年8月。[29] H. Lu and Y. Zeng, “多用户超大规模MIMO通信的近场建模与性能分析”，IEEE通信快报，第26卷，第2期，第277–281页，2021年11月。[30] D. Dardari, “利用大型智能表面进行通信：基本极限与模型”，IEEE通信领域精选期刊，第38卷，第11期，第2526–2537页，2020年11月。[31] E. Bj¨ornson and L. Sanguinetti, “大规模MIMO与智能反射面的功率缩放定律及近场特性”，IEEE开放式通信学会期刊，第1卷，第1306–1324页，2020年9月。[32] B. Zheng and R. Zhang, “利用大规模智能反射面实现同时发射分集与被动波束成形”，IEEE 无线通信汇刊（提前出版），2022年8月。[33] E. Bj¨ornson, ¨O. T. Demir, and L. Sanguinetti, “阵列与可重构智能表面近场波束成形入门”，载于《第55届阿西洛马会议：信号、系统与计算论文集》，2021年11月，第105–112页。[34] W. Tang, X. Chen, M. Z. Chen, J. Y. Dai, Y. Han, M. Di Renzo, S. Jin, Q. Cheng, and T. J. Cui, “毫米波频段可重构智能表面的路径损耗建模与测量”，IEEE通信汇刊，第70卷，第9期，第6259–6276页，2022年7月。[35] Z. Wang, L. Tan, H. Yin, K. Wang, X. Pei, and D. Gesbert, “可重构智能表面的接收功率模型及基于测量的验证”，载于《IEEE第22届信号处理与无线通信进展研讨会（SPAWC）论文集》，2021年9月，第561–565页。[36] D. Dardari, N. Decarli, A. Guerra, and F. Guidi, “利用大型可重构智能表面进行视距/非视距近场定位”，IEEE 无线通信汇刊，第21卷，第6期，第4282–4294页，2021年11月。[37] S. W. Ellingson, “可重构智能表面赋能信道中的路径损耗”，载于《IEEE第32届个人、室内与移动无线电通信国际年会（PIMRC）论文集》，2021年9月，第829–835页。[38] H. T. Friis, “关于一种简单传输公式的说明”，《IRE学报》，第34卷，第5期，第254–256页，1946年5月。[39] Y. L. Luke, “椭圆积分的近似”，《计算数学》，第22卷，第103期，第627–634页，1968年。[40] G. B. Thomas and R. L. Finney，《微积分》。Addison-Wesley出版公司，1961年。