arXiv:2303.00538v2 [cs.RO] 4 Mar 2023

基于惯性信息的足式机器人概率接触状态估计

Michael Maravgakis[1], Despina-Ekaterini Argiropoulos[1],Stylianos Piperakis[2] 和 Panos Trahanias[1]

摘要——**足式机器人在非结构化且易滑的地形上导航，很大程度上取决于能否准确识别机器人足部与地面之间的接触质量。接触状态估计被视为一项具有挑战性的问题，通常通过利用力测量值、关节编码器和/或机器人的运动学与动力学信息来解决。不同于大多数现有先进方法，本文提出一种新颖的概率方法，仅基于本体感知来估计接触状态；本体感知可由安装在机器人末端执行器上的惯性测量单元（IMU）直接获取。利用 IMU 测量值的不确定性，我们的方法可以估计稳定接触的概率。具体而言，该方法采用核密度估计，对 IMU 各轴一批数据点对应的多峰概率密度函数进行近似。我们在双足和四足机器人平台（如 ATLAS、TALOS 和宇树科技 GO1）上，针对真实和仿真场景对所提方法进行了广泛评估。**

I. 引言

与其他移动机器人相比，足式机器人的主要优势在于能够将空间离散化 [1],，因此能够穿越崎岖地形、攀爬楼梯并在杂乱环境中穿行。为了完成这些任务，需要规划并成功执行一系列与地面的接触 [2], [3]。因此，要实现敏捷运动和稳健导航，就需要实时准确地掌握每个足部的接触状态（即足部与地面接触的牢固程度）。

根据干摩擦的库仑模型，接触状态直接取决于地面反作用力（GRF）以及足部与地面之间的摩擦系数。前者通常由力/力矩传感器直接测得，而后者则需要由人工或专用传感器进行实验测量。由于种种原因，这些传感器往往不实用。例如，可靠的力传感器价格昂贵，并且在反复使用后容易退化，这是高速运动和较大冲击力矩造成的后果。对于四足机器人，传感器的质量也是一项额外限制。平均而言，一个力/力矩传感器重达 100 克，因此占据

*产生这些成果的研究部分得到了欧洲共同体 HORIZON.1.2—玛丽·斯克沃多夫斯卡-居里行动（MSCA）的资助，资助协议编号为 101072634，项目为 RAICAM；同时还得到了克里特大区资助的 HYPERION 项目支持，项目编号为 KPHP1-0033203，行动代码（MIS）为“5063282”。

[1] Michael Maravgakis、Despina-Ekaterini Argiropoulos 和 Panos Trahanias 均供职于希腊伊拉克利翁的研究与技术基金会—希腊（FORTH）计算机科学研究所。{maravgakis,despinar,trahania}@ics.forth.gr

[2] Stylianos Piperakis 就职于 Ownage Dynamics L.P。stpiperakis@gmail.com

约占腿部总惯量的 50%，从而降低了加速能力 [4]。

处理接触检测问题的大多数方法可分为以下两类：基于模型的方法和基于学习的方法。一般来说，基于学习的方法需要接触状态的真实标签，而这些标签往往难以获取。相反，基于模型的方法不受这一限制。然而，它们的主要局限在于对变量进行建模时，假设这些变量遵循预定义分布。迄今为止，最简单且应用最广泛的方法是根据经验对垂直地面反作用力进行阈值判定；通常在假设摩擦力足以防止滑移时，这种方法能够奏效。然而，当足部发生滑移且垂直地面反作用力超过所设阈值时，这种启发式方法必然会失效。这将不可避免地导致灾难性后果，因此需要采用更复杂的方法进行接触状态估计。

Bloesch等人 [5]提出了一种状态估计框架，通过采用扩展卡尔曼滤波器（EKF），将惯性测量与腿部运动学融合。每个落足点的绝对位置都包含在状态向量中，并通过判断足部的位姿是否保持不变来进行接触分类。在这项工作的基础上，同一研究团队进一步开展了研究 [6]，以无迹卡尔曼滤波器取代EKF，并重新构造状态向量，使其以基座坐标系表示。为了提高滤波器的鲁棒性，他们还在更新步骤中引入了一种异常值剔除方法。他们在StarlETH四足机器人上评估了该方法，证明其在一定程度上能够稳健地检测足部滑移。Hwangbo等人 [4] 利用运动学和动力学模型估计地面反作用力。随后，他们通过隐马尔可夫模型输出二元接触状态，无需依赖任何力传感。在 [7], [8], [9],中，研究人员采用施密特触发器（带迟滞的双阈值）对人形机器人的接触进行分类。尽管施密特触发器比单纯对垂直地面反作用力进行阈值判定更为复杂，但在湿滑地形上，它与后者一样存在缺陷，因为垂直地面反作用力可能会取较大值。Rotella等人 [10] 提出了一种无监督学习框架，利用力/力矩和IMU测量值，通过模糊C均值进行聚类。传感器安装在人形机器人的足部，他们估计了末端执行器六个自由度中每个自由度的接触概率。同样，在 [11] 中，作者通过无监督学习来研究接触预测的质量。为了估计接触状态，他们测量了

通过机器人足部对地面进行触觉探索，测量静摩擦系数。[12]中也采用了无监督学习来估计步态相位概率。

当代基于学习的方法已被证明在实践中效率很高，但如前所述，这些方法在训练过程中需要真实标签。Camurri 等人 [13] 采用一维逻辑回归框架，为每种步态类型设定动态地面反作用力阈值。学习得到的阈值仅应用于垂直地面反作用力，其他分量则被忽略，前提是假设有足够的摩擦力来防止滑移。最近，Lin 等人 [14] 提出了一种深度卷积神经网络，利用惯性测量单元和关节编码器将单次接触分类为稳定或不稳定。他们在 Mini Cheetah 机器人上以及多种地形中评估了该方法，并报告总体准确率达到 97%。类似地，在我们此前的工作中 [15], ，我们提出了一种深度学习框架，通过 F/T 和惯性测量单元的测量数据提取接触状态。我们已证明，该框架能够泛化并在不提供任何新数据的情况下对不同机器人进行预测，且结果仅略逊一筹。这种能力表明，存在有助于在尺寸和重量不同的机器人之间实现泛化的接触不变特征。后者构成了当前工作的主要动机，即开发一种通用且不依赖平台与环境的方法。

当代文献中的大多数上述方法都侧重于将接触分类为二元状态，但也有一些值得注意的例外，例如 [10], [11]。为了最大限度地利用有关足部状态的信息，不应将接触状态视为类别变量（接触/无接触），而应将其视为连续变量。在不平坦和/或湿滑地形的许多场景中，即使接触不稳定，足部仍可能与地面接触；如果在运动过程中未考虑这一点，可能会导致灾难性后果。

论文贡献

在本工作中，我们将接触状态视为六自由度连续变量，并估计每个独立接触的接触概率，然后将其融合为最终估计结果。我们的主要贡献总结如下：

- 据我们所知，这是首项仅通过惯性测量来估计接触概率的工作。
- 所提出的稳定接触检测模块与机器人无关。换言之，该模块可用于任何在足部安装了中量程惯性测量单元的足式机器人。只需在具有足够摩擦力的表面上执行几步（确保稳定接触），即可针对所使用的机器人平台对该模块进行简单微调。
- 为了进一步推动并促进该领域的研究，我们将所提出方法的代码以及用于测试该方法的数据集作为开源项目发布于 [16]。

总的来说，鲁棒的接触检测可应用于运动控制 [17]、基座状态估计 [18], [19], 、质心（CoM）估计 [20] 等多个领域，也能改进足式机器人的同步定位与建图（SLAM） [21]。

本文其余部分的结构如下：第二节将阐述接触检测问题及所采用的测量模型。第三节介绍所提方法的数学建模。最后，第四节介绍实验结果，第五节则对本文进行总结，并讨论未来的研究方向。

II. 问题表述

A. 背景

静摩擦是指当物体与支撑表面之间的相对速度为零时，阻止物体运动的力。摩擦力会抵抗施加的、与运动方向相反的力：

$$T_s = \mu_s F_z \tag{1}$$

其中， T_s 为静摩擦力， μ_s 为静摩擦系数， F_z 为垂直于平面的地面反作用力。相反，当物体运动并与表面接触时，动摩擦力 T_k 会阻碍其运动：

$$T_k = \mu_k F_z \tag{2}$$

其中， μ_k 是动摩擦系数。一般来说， μ_k 小于 μ_s ，因此 $T_k < T_s$，这表明物体一旦开始运动就更难停止，因为阻力摩擦力较小。尽管当代大多数方法都假设摩擦力是恒定的，但实际情况并非如此。在图1中，我们描述了所施加的力取更大值时阻力如何变化。在足式机器人运动中，当超过运动阈值时，阻力会立即减小，足部开始加速，并持续一段时间，直到机器人完全失去平衡，或发生减速使足部停止。尽管在所施加的力与阻力相等时，物体可能以恒定速度（$a_x = a_y = a_z = 0\frac{m}{s^2}$）运动，但基于前述原因

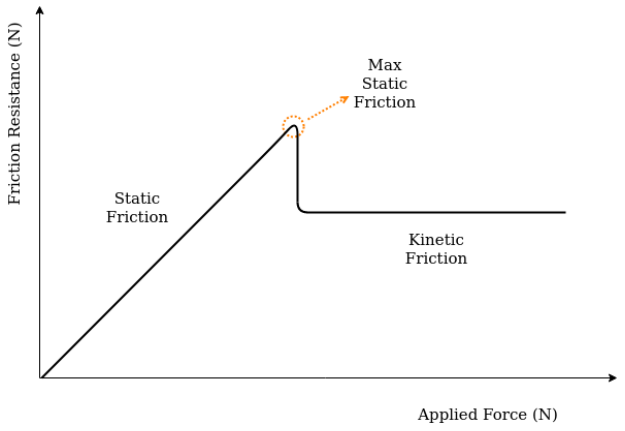

图1. 静摩擦力与动摩擦力。

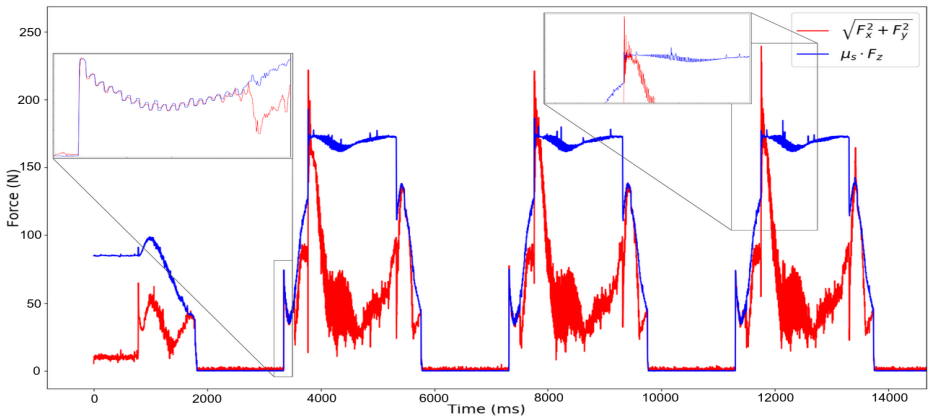

图 2. ATLAS 仿真机器人冲击过程中的力波动。

先前所述，这种情况不可能发生在机器人足部的动态运动过程中。因此，我们研究足部完全静止，或在超过运动阈值后加速的情况。

根据干摩擦的库仑模型，为了将接触归类为稳定，即两个接触物体之间的相对速度为零，必须满足以下条件：

$$\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \leq \mu_s F_z, \quad F_z > 0 \tag{3}$$

其中，F_x 和 F_y 分别是每个接触点处的侧向力。尽管在物理学中，公式（3）以确定性的方式描述了接触状态（稳定或不稳定），但在冲击过程中，当足部与地面之间发生振动且机器人同时将其重量转移至支撑腿时，会出现一个问题。公式（3）中的两个项，即 $\sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ 和 $\mu_s F_z$之间的这些波动如图 2 所示；当蓝线大于红线时，接触被视为稳定。可以观察到，在冲击过程中，接触状态会在稳定与不稳定之间振荡，直到机器人完成重量转移，且两项之差的绝对值变得显著。因此，在本文中，我们旨在检测步态阶段的这一部分，实验结果部分将对此进行说明。

B. 测量模型

针对 IMU测量值，采用了以下模型：

$$\boldsymbol{\alpha}^f = \bar{\boldsymbol{\alpha}}^f + {}^f\boldsymbol{R}_w \boldsymbol{g} + \boldsymbol{b}_\alpha + \boldsymbol{w}_\alpha \tag{4}$$
$$\boldsymbol{\omega}^f = \bar{\boldsymbol{\omega}}^f + \boldsymbol{b}_\omega + \boldsymbol{w}_\omega \tag{5}$$

其中，$\boldsymbol{\alpha}^f \epsilon \mathrm{IR}^3$ 和 $\boldsymbol{\omega}^f \epsilon \mathrm{IR}^3$ 分别是由惯性测量单元在局部足部坐标系中测得的对应足部的线加速度和角速度测量向量。对于人形机器人，$f \epsilon \{L, R\}$（左或右）；对于四足机器人，$f \epsilon \{RL, RR, FL, FR\}$（左后、右后、左前和右前）。$\bar{\boldsymbol{\alpha}}^f$ 和 $\bar{\boldsymbol{\omega}}^f$ 分别是真实值，${}^f\boldsymbol{R}_w$ 是从世界坐标系到相应腿部坐标系的旋转，$\boldsymbol{g}$ 是重力向量，且最后，$\boldsymbol{b}_\alpha$、$\boldsymbol{b}_\omega$、$\boldsymbol{w}_\alpha$和 $\boldsymbol{w}_\omega$ 是偏置和均值为零的正态分布噪声。此外，通过对IMU测量值 [22]应用互补滤波器估计旋转（${}^f\boldsymbol{R}_w$），实时消除加速度计和陀螺仪的偏置及重力常数。这简化了测量模型，如下所示：

$$\boldsymbol{\alpha}^f = \bar{\boldsymbol{\alpha}}^f + \boldsymbol{w}_\alpha \tag{6}$$
$$\boldsymbol{\omega}^f = \bar{\boldsymbol{\omega}}^f + \boldsymbol{w}_\omega \tag{7}$$

C. 稳定接触定义

如前所述，在足部与地面发生冲击时，以及冲击后的一小段时间内，力会发生波动，足部也会出现微小运动。支撑腿向摆动状态转换时也会出现同样的问题。满足以下条件时，接触被定义为切向稳定：

$$\bar{v}_x^f = 0 \tag{8}$$
$$\bar{v}_y^f = 0 \tag{9}$$
$$\bar{\omega}_z^f = 0 \tag{10}$$

其中，$\bar{v}_x^f$、$\bar{v}_y^f$ 分别表示 f 足部沿 x 轴和y 轴的真实速度。旋转稳定状态的定义同理：

$$\bar{v}_z^f = 0 \tag{11}$$
$$\bar{w}_x^f = 0 \tag{12}$$
$$\bar{\omega}_y^f = 0 \tag{13}$$

如上文（B小节）所述，发生滑动时无法保持恒定速度。因此，可将式（8）–（13）重新表述，使其适用于 IMU测量值：

$$\bar{a}_x^f = \bar{a}_y^f = \bar{a}_z^f = 0 \tag{14}$$
$$\bar{\omega}_x^f = \bar{\omega}_y^f = \bar{\omega}_z^f = 0 \tag{15}$$

III. 数学建模

假设测量不存在不确定性的理想情形，式（14–15）足以确定性地判定机器人足部与地面之间的接触状态。然而，在实际情况下，远非如此。本文利用概率

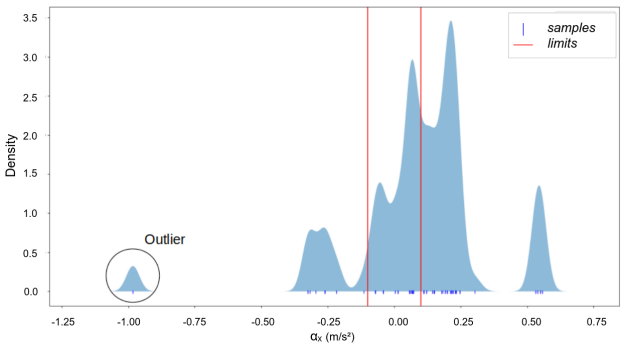

图3。 100 a_x 个样本的概率密度函数估计示例。

特性，将涉及的不确定性纳入考量，以提取每个时间步的稳定接触概率。对于相关公式，我们从式（6）和式（7）开始，并将其改写为：

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}}^f = \boldsymbol{\alpha}^f - \boldsymbol{w}_\alpha \tag{16}$$

$$\bar{\boldsymbol{\omega}}^f = \boldsymbol{\omega}^f - \boldsymbol{w}_\omega \tag{17}$$

由于不确定性 $\boldsymbol{w}$ 被建模为均值为零的正态分布随机变量（r.v.）， $\boldsymbol{w} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2)$，上述方程也将地面真实测量值描述为正态分布随机变量。在此背景下， $\bar{\boldsymbol{\alpha}}^f \sim N(\boldsymbol{\alpha^f}, \sigma^2)$和 $\bar{\boldsymbol{\omega}}^f \sim N(\boldsymbol{\omega^f}, \sigma^2)$，其中 $\boldsymbol{\alpha^f}$和 $\boldsymbol{\omega^f}$表示来自惯性测量单元的概率测量值。因此，所提出方法的目标可定义为：求出六个轴上的地面值近似为零的概率。

为此，我们采用核密度估计器（KDE）来近似描述一批样本的概率密度函数（PDF）。在本研究中，批次大小经实验设定为50。一个经验法则是将批次大小设为传感器刷新率的十分之一左右。

通过在对称区间上对估计的概率密度函数进行积分，计算每个轴的稳定接触概率。最后，由于各轴的概率彼此独立，将各个概率相乘即可得到最终估计值：

$$P(stable|\boldsymbol{m}^t, \boldsymbol{m}^{t-1}, ..., \boldsymbol{m}^{t-d}) = \prod_{i=1}^{6} P(|\boldsymbol{m}_i^t| < \boldsymbol{\delta}_i) \tag{18}$$

其中， $\boldsymbol{m} \epsilon$ IR^6 是测量向量， d 是批次大小， $\boldsymbol{\delta} \epsilon$IR^6 是惯性测量单元各轴的经验范围向量（图 3 中的红线），表示对估计的概率密度函数进行积分的区间。获取新的测量值后，我们将其与先前的测量值一起用于估计更新后的概率密度函数。核密度估计是一种用于估计单变量或多变量密度的非参数估计方法，具有良好定义的性质 [23]。相较于最大似然估计（MLE），我们采用核密度估计来估计概率密度函数，是为了考虑从支撑腿到摆动状态的转换；只有当概率密度函数呈多峰分布时，才能实现这一点。

通过采用马尔可夫假设以及第二节中介绍的测量模型，我们可以构建适用于我们情况的核密度估计。设 $m_1, m_2, ...m_n$ 为独立同分布的IMU测量值， $m \epsilon$ IR^6。密度函数描述如下：

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{m - m_i}{h}\right) \tag{19}$$

ˆ其中， f 是概率密度函数， n 是样本数量， h 称为带宽， K 是高斯核：

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \tag{20}$$

带宽参数 h 描述了每个单独的正态分布样本的概率密度函数（PDF）将以多宽的范围表示。自然地，我们选择将该参数设为每个传感器规格表所提供的标准差。在估计出PDF后，我们在一个小区间（$[-\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}]$）上进行积分，以计算概率。

在图3中，我们展示了在仿真环境中对ATLAS人形机器人的 100 a_x 个样本进行估计得到的单轴概率密度函数（PDF）。这些样本经过精心选择，用于描述足部从支撑相过渡到摆动相的开始阶段。在足部完全静止且所有测量值都集中在零附近的情况下，PDF大致呈均值为 $\mu \approx 0$的正态分布。值得指出的是，KDE具有较强的离群值鲁棒性，因为少量测量值不会对整体分布产生显著影响。

IV. 实验结果

本节专门介绍所提出方法的实验评估。我们采用三个不同的机器人平台以及多种地形和摩擦条件进行了详细的测试与评估。具体而言，我们使用了两台人形机器人和一台四足机器人，展示了该方法的通用性和广泛适用性。针对每个机器人平台，我们进行了多项实验，相关结果将在下文中报告和记录。此外，我们还利用仿真环境对该方法进行了定量和对比评估。除此之外，我们还在https://youtu.be/2CEkifEAQEc以高分辨率呈现了对实验的更详细说明。在本节中，我们将探究一只足部的接触状态。由于机器人的每只足部结构都相同，因此可以直接将相同的过程应用于其余足部。

A. 仿真结果

第一组实验在高精度多接触仿真环境 RaiSim [24] 中，使用模拟的 ATLAS人形机器人进行。我们采用基于线性倒立摆（LIP）动力学的稳定模块 [25]，[26]，[27] 生成全向行走模式。安装在机器人足底的 IMU 刷新率为 $1000Hz$。线加速度和角速度的零均值高斯噪声标准差分别为 $\sigma_a = 0.02467 \frac{m}{s^2}$和 $\sigma_\omega = 0.01653 \frac{rad}{s}$。

在第一项实验中，我们假设摩擦系数为常数（$\mu_s = 0.1$），并考察了以下步态模式：双支撑（DS）以及连续三次右脚迈步，即右侧单支撑（RSS）。图 4 展示了作为参考的垂直地面反作用力、切向稳定接触概率（平行于行走平面）、垂直方向的概率，以及同一子图中预测的总概率和真实标签。真实标签（稳定/不稳定）是根据足底速度和垂直地面反作用力提取的。当垂直地面反作用力大于零且足底速度的模为零时，接触被判定为稳定。

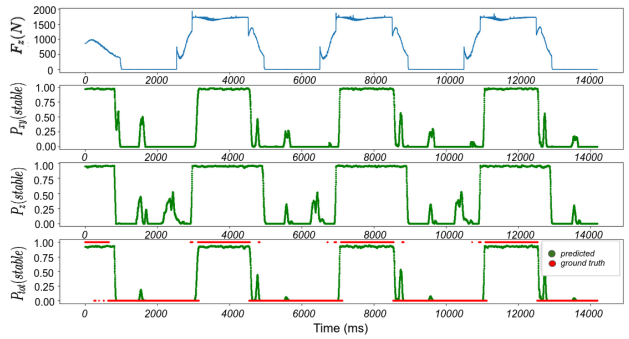

图4. ATLAS 在稳定表面上行走。

接下来，我们添加了一块湿滑表面（$\mu_s = 0.03$），并命令机器人从上面走过。机器人从 DS 开始，随后第一个 RSS 位于稳定表面上，μ_s =0。1，而最后两个 RSS 位于湿滑表面上（$\mu_s = 0.03$）。在图5的紫色区域中，我们展示了足部打滑时稳定接触概率的变化情况。真实标签证实了我们的预测。请注意，如果仅通过对垂直地面反作用力进行阈值处理，紫色区域中的步态就会被错误分类，因为它们与第一个步态完全相同。

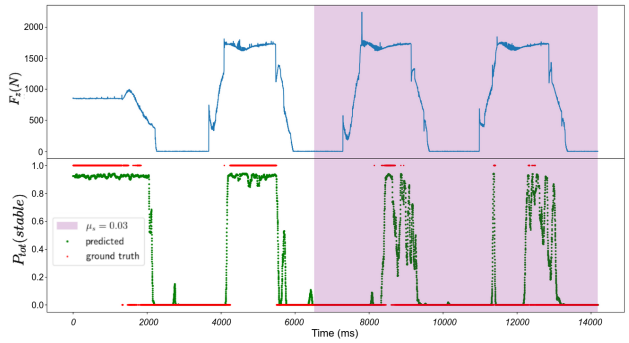

图5. ATLAS 在湿滑地形上行走时估计的稳定接触概率。

B. 真实实验

本节展示了所提出方法在两个机器人平台上的实验评估，分别为 TALOS 人形机器人和 GO1 四足机器人。在第一项实验中，TALOS 机器人在具有足够摩擦系数的平坦表面上行走了几步，以防止发生滑移。

由于这两台机器人都是采用基于线性倒立摆的步态生成的全尺寸人形机器人，其步态模式与仿真的 ATLAS 几乎无法区分。所得结果如图 6 所示。可以看出，接触估计概率符合预期模式，这也与 ATLAS 机器人实验中观察到的情况（图 4）非常相似。

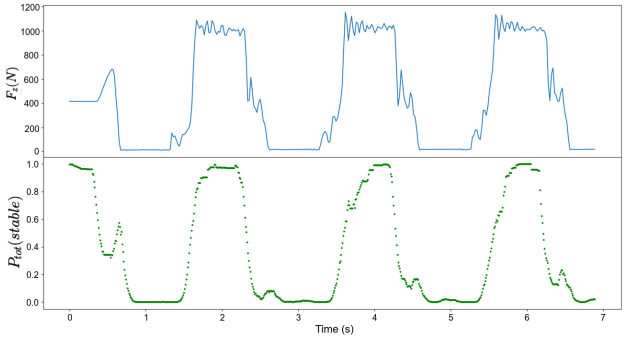

图6. TALOS 在稳定表面上行走。

随后，我们使用四足机器人 GO1，在松软地形和极其湿滑的表面等各种场景中对该方法进行了广泛评估。在第一个实验中，我们使用宇树科技提供的默认控制器，命令机器人在床垫上行走，以测试因低回弹性导致垂直地面反作用力降低时接触概率的变化情况。地面反作用力测量值由安装在机器人末端执行器上的压力传感器采集，仅作为参考。用于估计接触概率的惯性测量由低端惯性测量单元传感器（LSM6DSOX）采集，该传感器手动安装在 GO1 的末端执行器上。图7中的紫色区域表示机器人在松软地形上的步态。如下方图表所示，接触概率估计不受地形变化的影响。相反，值得注意的是，利用地面反作用力测量值对接触状态进行分类的方法会受到 F_z 降低的显著影响。

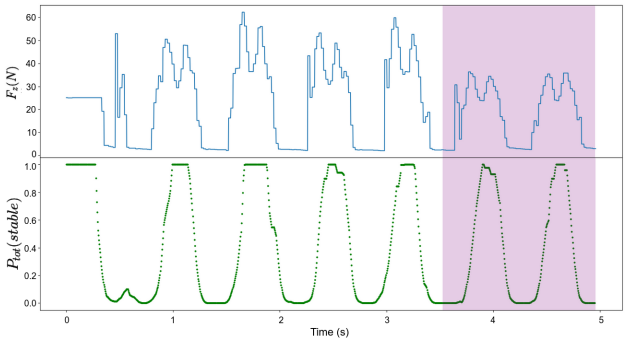

图7. GO1 在松软地形/低回弹性地面上行走。

在最终实验中，我们在机器人行走的光滑表面上涂抹了润滑脂，以诱发极端足部滑移。图8中的紫色区域显示了润滑脂耗尽、接触再次稳定之前，机器人出现的极端不稳定步态。正如图8清楚显示的那样，

油腻区域的接触概率低得多，表明存在滑移行为。

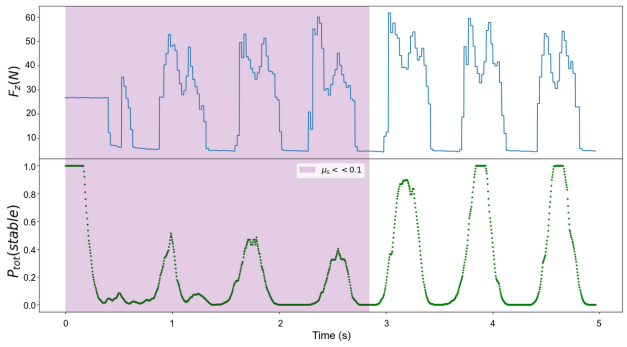

图 8. GO1 在湿滑地面上连续行走 3 步。

所提出的方法可用于实时应用，刷新率超过 500 Hz（性能是在我们使用中端 PC 的实现中测得的）。我们使用垂直地面反作用力测量值来区分以下情况。首先，当稳定概率预测较低时，足部可能处于（a）摆动相（$F_z = 0$），或（b）与地面发生不稳定接触（$F_z > 0$）。其次，当稳定概率预测较高时，足部可能（a）在摆动相期间线加速度和角速度非常小（接近于零）（$F_z = 0$），或（b）处于稳定接触状态（$F_z > 0$）。然而，由于垂直地面反作用力仅用于判断足部是否与地面接触，因此也可以改用压力或触觉传感器，甚至使用步态规划信息，例如腿部计划处于摆动相还是支撑相。

C. 比较评估

为了定量评估我们的方法，我们针对一种以概率方式处理接触估计问题的最先进方法进行了比较评估 [10]。图9展示了ATLAS仿真机器人在一个包含22,000个离散数据点的步态周期内的接触概率估计结果。所采用的数据集是此前在第四节-A中使用的数据集的扩展版本。总体而言，该实验

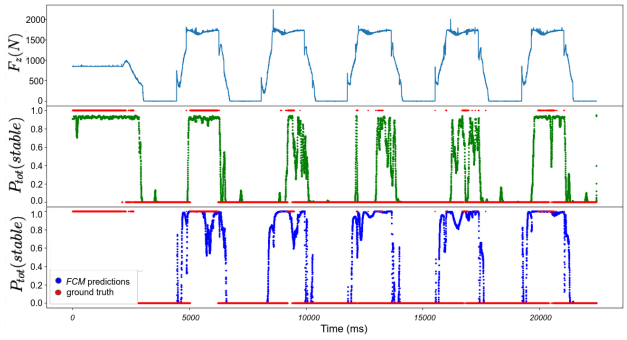

图9. 比较结果；第一行：垂直地面反作用力；第二行：所提出方法计算的接触概率；第三行：由 [10]计算的接触概率。

涉及五个足步，其中中间三个存在高度不稳定的接触。显然，我们的方法成功地正确估计了相关概率，而[10]方法仅部分完成了这一任务。后者的表现可以用以下事实解释： [10] 依赖于完整的力/力矩测量，而这些测量具有误导性。图 9 所示的结果可通过均方根误差值简明地表示，表明我们的方法性能更优：

- FCM方法 [10]: 均方根误差 = 0.6076
- 所提出的方法: 均方根误差 = 0.3529

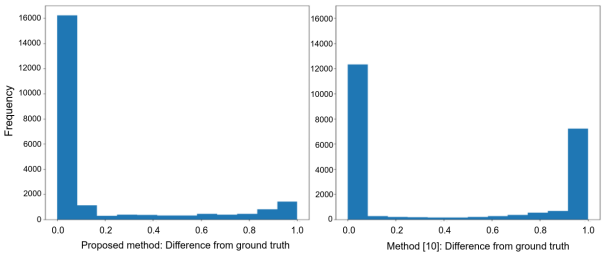

图 10. 预测接触概率与真实标签之差的直方图。

为更好地了解两种方法估计的接触概率的质量，图 10 展示了真实概率与预测概率之间绝对差值的直方图。可以看出，所提方法的正确预测数量显著更多，而 [10] 中则出现了更多错误预测。

V. 结论

我们证明，所提出的概率接触估计器能够成功预测足式机器人在仿真和真实平台上的接触状态。我们还展示了，仅使用惯性测量，该方法便能泛化到不同场景，即使在静摩擦系数极低的情况下，也能成功估计接触质量。我们的介绍揭示了该方法固有的一些重要特性：

- 本体感知是唯一使用的信息来源；具体而言，低成本惯性测量单元的测量数据构成了感知输入。
- 无需训练数据和真实标签，因此该方法几乎可以在任何场景中运行。
- 同样重要的是，该方法不依赖特定机器人，因此是足式机器人颇具吸引力的接触估计模块。

总体而言，该方法为接触质量检测问题提供了统一的解决方案，同时不依赖特定机器人或环境。在未来的工作中，我们计划在实验室环境之外开展详细测试，包括在户外地形上进行测试。此外，我们还计划将所提出的方法与先前开发的模块集成，例如足式机器人状态估计和步态生成模块。

致谢

作者谨向 LAAS-CNRS 的 Olivier Stasse 致谢，感谢他提供 TALOS 实验的数据集。

参考文献

[1] J. Tenreiro Machado 和 M. Silva，《足式机器人的概述》，载于国际工程数学方法研讨会，2006年，第1–40页。 [2] B. Aceituno-Cabezas、C. Mastalli、H. Dai、M. Focchi、A. Radulescu、D. G. Caldwell、J. Cappelletto、J. C. Grieco、G. Fern´andez-L´opez 和 C. Semini，《通过混合整数凸优化实现稳健多足运动的接触、步态与运动规划》，*IEEE*机器人与自动化快报，第3卷，第3期，第2531–2538页，2018年。 [3] A. Hereid、C. M. Hubicki、E. A. Cousineau 和 A. D. Ames，《动态人形机器人运动：一种用于 HZD步态优化的可扩展方法》，*IEEE*机器人学汇刊，2018年。 [4] J. Hwangbo、C. D. Bellicoso、P. Fankhauser 和 M. Hutter，《融合动力学与微分/正向运动学信息的概率足部接触估计》，载于*2016*年 *IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*），2016年，第3872–3878页。[5] M. Bloesch、M. Hutter、M. Hoepflinger、S. Leutenegger、C. Gehring、C. D. Remy 和 R. Siegwart，《足式机器人的状态估计——腿部运动学与惯性测量单元的一致融合》，载于机器人学：科学与系统论文集，澳大利亚悉尼，2012年7月。 [6] M. Bloesch、C. Gehring、P. Fankhauser、M. Hutter、M. A. Hoepflinger 和 R. Siegwart，《不稳定和湿滑地形上足式机器人的状态估计》，载于*2013*年 *IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议，2013年，第6058–6064页。 [7] S. Kuindersma、R. Deits、M. Fallon、A. Valenzuela、H. Dai、F. Per- menter、T. Koolen、P. Marion 和 R. Tedrake，《基于优化的 ATLAS人形机器人运动规划、状态估计与控制设计》，自主机器人，第40卷，2015年7月。 [8] M. F. Fallon、M. Antone、N. Roy 和 S. Teller，《融合运动学、惯性信息和激光雷达感知的无漂移人形机器人状态估计》，载于*IEEE-RAS*国际人形机器人会议，2014年，第112–119页。 [9] S. Piperakis、M. Koskinopoulou 和 P. Trahanias，《人形机器人行走的非线性状态估计》，*IEEE*机器人与自动化快报，第3卷，第4期，第3347–3354页，2018年10月。 [10] N. Rotella、S. Schaal 和 L. Righetti，《用于人形机器人状态估计与控制的无监督接触学习》，载于*IEEE*机器人与自动化国际会议（*ICRA*）论文集，2018年。 [11] M. A. Hoepflinger、M. Hutter、C. Gehring、M. Bloesch 和 R. Siegwart，《落足点稳健性的无监督识别与预测》，载于*2013*年 *IEEE*机器人与自动化国际会议，2013年，第3293–3298页。 [12] S. Piperakis、S. Timotheatos 和 P. Trahanias，《人形机器人行走的无监督步态相位估计》，载于国际机器人与自动化会议（*ICRA*），2019年，第270–276页。 [20] N. Rotella、A. Herzog、S. Schaal 和 L. Righetti，《利用感知到的接触力旋量进行人形机器人动量估计》，载于*IEEE-RAS*国际人形机器人会议，2015年，第556–63页。

[13] M. Camurri、M. Fallon、S. Bazeille、A. Radulescu、V. Barasuol、D. G. Caldwell 和 C. Semini，《用于四足机器人状态估计的概率接触估计与冲击检测》，*IEEE*机器人与自动化快报，第2卷，第2期，第1023–1030页，2017年4月。[14]T.-Y. Lin、R. Zhang、J. Yu 和 M. Ghaffari，《利用不变卡尔曼滤波和学习到的接触事件进行足式机器人状态估计》，载于第五届机器人学习年会，2021年。 [在线]。网址：https://openreview.net/forum?id=yt3tDB67lc5[15] S. Piperakis、M. Maravgakis、D. Kanoulas 和 P. Trahanias，《人形机器人步态中的鲁棒接触状态估计》，*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议 *(IROS)*，2022年。[16]M. Maravgakis，《PCE：概率接触估计》。[在线]。网址：https://github.com/MichaelMarav/ ProbabilisticContactEstimation [17] A. Herzog、N. Rotella、S. Mason、F. Grimminger、S. Schaal 和 L. Righetti，《力矩控制人形机器人上的分层逆动力学动量控制》，《自主机器人》，第40卷，第3期，第473–491页，2016年3月。[18]S. Piperakis、D. Kanoulas、N. G. Tsagarakis 和 P. Trahanias，《面向人形机器人的抗离群值状态估计》，载于*2019 IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议 *(IROS)*，2019年，第706–713页。[19] N. Rotella、M. Bloesch、L. Righetti 和 S. Schaal，《人形机器人状态估计》，载于*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议，2014年，第952–958页。[21] E. Hourdakis、S. Piperakis 和 P. Trahanias，《roboSLAM：面向人形机器人的稠密RGB-D同步定位与建图》，载于*2021 IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议 *(IROS)*，2021年，第2224–2231页。[22] R. Mahony、T. Hamel 和 J.-M. Pflimlin，《特殊正交群上的非线性互补滤波器》，*IEEE*自动控制汇刊，第53卷，第5期，第1203–1218页，2008年。[23] J. Kim 和 C. D. Scott，《鲁棒核密度估计》，《机器学习研究杂志》，第13卷，2565，2012年1，2529期，第–页。[24] J. Hwangbo、J. Lee 和 M. Hutter，《用于求解接触动力学的逐接触迭代法》，*IEEE*机器人与自动化快报，第3卷，第2期，第895–902页，2018年。 [在线]。网址：www.raisim.com[25] S. Piperakis，《lipm控制：基于线性倒立摆的控制》。[在线]。网址：https://github.com/mrsp/lipm control[26] S. Caron、A. Kheddar 和 O. Tempier，《利用全身导纳控制实现HRP-4人形机器人爬楼梯稳定控制》，载于国际机器人与自动化会议 *(ICRA)*，2019年，第277–283页。[27] S. Piperakis，《全身逆运动学：全身分层逆运动学》。 [在线]。网址：https://github.com/mrsp/whole body ik