arXiv:2303.00548v1 [physics.flu-dyn] 1 Mar 2023

球链与极具弹性的纤维在黏性流体中受重力沉降的动力学†

H. J. Shashank，[a] Yevgen Melikhov，[a] 和 Maria L. Ekiel-Je˙zewska*[a]

2023年3月2日

摘要

我们通过实验研究了单条和两条球链在重力作用下沉降于黏性极强流体中的动力学，此时雷诺数远小于 1。我们发现，单条球链在多数情况下并不趋于平面形态，而且常常会旋转，无法使两端保持在同一水平面上。较短的球链通常会形成类似扭曲 U 形的形状；较长的球链在演化早期会形成类似扭曲 W 形的形状，随后发生不对称变形，并显著偏离平面。我们利用珠子模型和斯托克斯方程的多极展开，并通过润滑修正，在精确的 Hydromultipole 数值代码中实现了这些方法；针对单条极具弹性的细丝进行的数值模拟再现了这一行为。在我们的实验中，起初一上一下排列的两条球链，之后会随着初始间距较大或较小而分别相互远离或靠近。

1 引言

近年来，人们对研究外力 [1] 或环境流 [2, 3]作用下柔性和刚性微纤维的运动产生了浓厚兴趣。这项研究受到许多潜在应用的推动，包括生物系统[4, 5], 、医学诊断技术 [6] 以及新材料设计 [7, 8]。尤其重要的是，研究重力对游动或仅仅沉降的可变形微生物 [9, 10], 以及由现代创新技术制成的柔性微物体 [11]的影响。因此，人们针对弯曲刚度范围广泛、形状各异 [12, 13, 14, 15], 且惯性效应不可忽略 [16]的多种类型单个或多个可变形物体，研究了其沉降行为。

人们已通过理论和数值方法广泛研究了在黏性流体中、雷诺数远小于 1 时，一个、两个或三个弹性纤维在重力作用下沉降的动力学 [17, 18, 19, 20, 21,12, 22, 23, 13, 24, 25]。研究发现，纤维会呈现不同类型的运动、流体动力排斥或吸引，以及形状变形；这些现象取决于所谓的弹性-重力数（即重力与弹性力之比），也取决于纤维初始的相对取向和相对位置。

然而，据我们所知，关于柔性纤维沉降的实验研究数量要少得多，而且仅限于较短、弹性适中的纤维；这类纤维往往会形成稳定、静止的“V”形或“U”形构型 [23]。

因此，本文的主要目标是通过实验探究极具柔性的细长物体的动力学及形状演化。经过多次试验后，我们决定重点研究单条球链或彼此靠近的两条球链在黏性流体中低雷诺数条件下受重力沉降的情况。我们预计，球链的动力学与极具弹性的细丝相似；物体上珠子的数量决定了其弯曲能力，因为连续三个珠子的弯曲程度受几何形状限制。通过使用珠子数量适中或相对较多的球链，我们可以将观察到的行为与数值预测的极柔性弹性细丝动力学进行比较 [12], ，而此前尚未开展过这类实验。

总的来说，我们旨在通过实验提取极为柔性的细长物体动力学的基本特征。接下来，我们将借助理论

[a] 波兰科学院基础技术研究所，ul. Pawi´nskiego 5B，02-106 波兰华沙
* 通讯作者：Maria L. Ekiel-Je˙zewska 电子邮箱：mekiel@ippt.pan.pl
† 电子补充信息（ESI）可供查阅

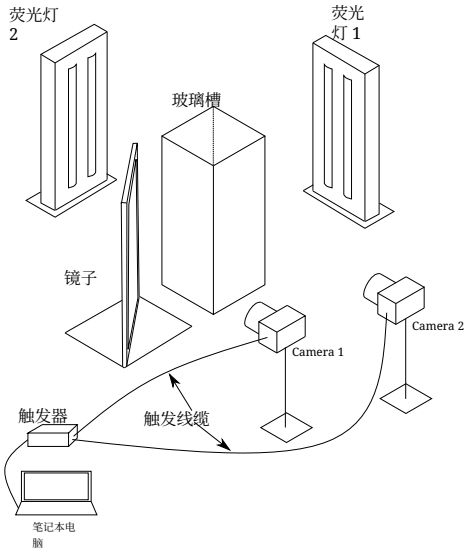

图 1 实验装置示意图 ent.

描述这些特征，并进行数值模拟。其中一个有趣的目标是研究：对于中等柔性的细丝而言固有的平面竖直对称 U 形，在柔性增加时如何变得不稳定。

本文结构如下。第 2 节介绍实验装置、材料和所用方法，包括图像处理技术。第 3 节呈现实验结果——单条球链和一对球链的形状与位置演化，并在补充视频中加以展示。接着，第 4 节介绍单根弹性细丝的数值模拟：首先说明理论描述及其数值实现 HYDROMULTIPOLE，随后给出与实验结果高度吻合的数值结果。最后，我们在第 5 节作总结。

2 实验技术、材料与方法

2.1 实验装置

我们在一个玻璃槽中进行实验。该槽内部尺寸为宽 200mm、深 200mm、高 500mm，内装由 Silikony Polskie 生产的高黏度硅油，其运动黏度为$\nu = 5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$，密度为 $\rho = 970\,\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3$，温度为 25°C。我们将柔性球链投入槽中。

使用两台相互垂直放置的摄像机观察球链的运动，分别对应正视图和侧视图，如实验装置示意图图 1 所示。Camera 2 直接观察玻璃槽，而 Camera 1 则通过一面以 45° 角度放置的前表面镜观察玻璃槽（由美国 First Surface Mirror LLC 制造）。这两个视图有助于更深入地了解球链的横向运动。在水槽每个竖直面后方、与摄像机所在位置相对的一侧，各放置一盏荧光灯。正如图 1 所示的示意图，Camera 1 通过镜子由荧光灯 1 照明，Camera 2 则由荧光灯 2 照明。这样的荧光灯布置可确保水槽获得最佳照明，使不透明的沉降中的球链与明亮背景形成清晰对比。

所用相机为两台相同的全画幅数码单反相机（Canon 5D Mark iv），分辨率为 3000 万像素，配备 100mm 定焦镜头。两台相机均由外部触发，以便同时拍摄照片。我们使用 Esper Triggerbox 同时触发两台相机。触发器可将两台相机之间的触发延迟控制在 20ms 以内。触发器本身由笔记本电脑控制，照片则以数码单反相机允许的最高速率拍摄（每秒 1 张）。两台相机的照片曝光时间均设为 1/125s，以确保球链的运动在整个曝光期间保持冻结。球链在此期间移动的距离小于一个像素。光圈系数设为可用的最大值 f/32（即最小光圈），以确保球链即使游移出相机的焦平面，也仍保持清晰对焦。最后，ISO 感光度设为 400，以确保图像亮度充足，同时将噪声水平控制在较低至中等范围。

根据各自的视角，将相机以纵向取向放置在距玻璃槽前表面约 800mm 处。这样，垂直方向的视场约为 300mm，水平方向约为 200mm。我们将相机对准玻璃槽的中部，使照片不包含距自由表面约 100mm 的区域，也不包含距底部玻璃面约 100mm 的区域，从而减小自由表面和底部玻璃壁对沉降中的球链的影响。

2.2 球链

本研究使用的球链（由 Koniarscy S.C. 制造）由金属珠组成，珠子通过不可伸长的细绳彼此连接，并且珠子可以相对于细绳略微移动。

所有金属珠的直径相同，为 $d = 1.5\text{mm}$；本研究使用了不同长度（即珠子数量 N 不同）的球链，通常 N=12 且 N=20。丝线长度 L 定义为 $L = Nd + (N-1)d_b$，其中 d_b 是连接相邻两颗珠子的细绳长度。在我们的实验中，$d_b \approx 0.3\text{mm}$（平均值，因为珠子可以沿细绳略微滑动）。

球链的密度高于硅油，因此会在重力作用下沉降。珠子之间的流体动力学相互作用会使整条球链在运动过程中发生弯曲。球链没有固有弹性，因此可以在不消耗能量的情况下弯曲。连续三颗珠子 $i-1$、i 和 $i+1$组成的三元组的弯曲角 β_i 定义为以下关系

$$\cos\beta_i = \frac{(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_{i-1}) \cdot (\boldsymbol{r}_{i+1} - \boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_{i-1}||\boldsymbol{r}_{i+1} - \boldsymbol{r}_i|}, \tag{1}$$

其中 $\text{rrr}_i = (x_i, y_i, z_i)$ 表示珠子 i 的珠心位置（见图2）。

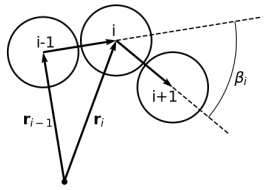

图2 球链一段的示意图。图中标出了局部弯曲角 β_i 。

球链的形状变化受到以下因素的限制：(a) 三珠组的最大弯曲角，以及 (b) 球链中的珠子数量。自然地，若三珠组允许更大的弯曲角，整个球链也就能产生更大的弯曲。此外，球链中的珠子数量越多，其形状也能弯曲得越厉害。我们测量了沉降中的球链的三珠组弯曲角，也测量了球链处于流体之外、不受重力效应影响时的弯曲角。对于后一种情况，当我们迫使球链弯曲至最大程度时，发现三珠组的最大弯曲角 β_i 为 55°。另一方面，沉降中的球链的三珠组最大弯曲角介于 33° 和 40° 之间，这表明在我们的实验中，球链沉降时并未弯曲至最大程度。

本文将研究单一类型球链的沉降，从而确保球链的最大变形仅取决于珠子的数量。我们首先考察单条球链在硅油中受重力作用沉降时，其形状和速度随时间的变化。随后，我们将介绍两条彼此靠近但互不接触的球链沉降时的相互作用。

2.3 实验方法与分析

实验通过手动投放一条或两条球链进行，投放位置大致在水槽中心，且球链大致呈水平姿态。对于单条球链的实验运行，球链总是平行于相机 2 的视平面放入。对于两条彼此靠近沉降的球链实验，则以一定的时间间隔逐条放入球链，使它们垂直排列、一条位于另一条上方。下方球链总是先放入，并平行于相机 2 的视平面（垂直于相机 1 的视平面）；上方球链总是后放入，并平行于相机 1 的视平面（垂直于相机 2 的视平面）。当两条球链都已进入水槽后，触发摄像机，并持续拍摄，

直至上方球链离开视场。需要强调的是，由于球链具有柔韧性，放入后无法确保球链始终完全水平或笔直。此外，球链进入流体后会立即发生横向弯曲；进入相机视场时，它们已经明显弯曲。

我们通过从两台相机拍摄的照片序列中提取相关数据，分析球链的运动。将每台相机拍摄的照片导入 MATLAB，并应用图像处理技术识别每条球链。后处理步骤包括图像阈值化、图像二值化，以及对二值图像执行形态学操作。完成这些步骤后，即可在每一帧和每个相机视图中唯一识别每条球链。唯一识别出球链后，我们便计算球链的各项参数，以更好地理解其沉降力学。图 3 展示了一些特征参数。

(i) 根据文献 [18, 13], ，我们将弯曲振幅 A 定义为球链的最高位置 y_{top} 与最低位置 y_{bot} 之差的绝对值，即 $A = |y_{top} - y_{bot}|$，并将其除以丝线长度 L（定义见上一节）。

(ii) 我们还将球链瞬时速度的垂直分量 v_y 定义为两张连续照片拍摄时球链最低点之间的垂直距离（近似等于球链在两张连续照片之间移动的距离）与这两张照片的时间间隔之比，即 $v_y = {}_{y_t + \Delta_{t_{bot}}} - {}_{y_{t_{bot}} \Delta t}$，其中 $\Delta t = 1\text{s}$。这些量先分别根据每个相机视图计算，再对两个视图的结果取平均。

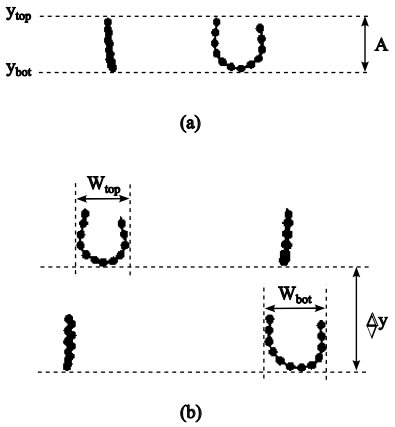

图3 参数定义示意图。(a) 弯曲振幅 A，由单条和多条球链实验确定。(b) 两条球链之间的垂直距离 Δy 及其宽度 W形。

所选流体和球链使得实验中的典型雷诺数远小于 1；若以球链宽度为基准，则 $\text{Re} = 7 \cdot 10^{-4} - 10^{-3}$if；若以球链长度为基准，则 $\text{Re} = 8 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-2}$if。

下面我们将讨论测量的不确定度。A 和 v_y 的计算精度取决于后处理过程中对 y_{bot} 和 y_{top} 识别的准确性。球链的背光图像与明亮背景之间的高对比度确保了边缘识别误差极小。y_{bot} 和 y_{top} 的误差约为 ± 0.1 mm（± 2 像素），这导致弯曲振幅 A 的不确定度为 ± 0.15 mm，而垂直速度 v_y 的不确定度为 ± 0.19 mm/s。对于单相机测量，这相当于约 10% 的测量不确定度。此外，在使用两台相机进行组合测量时，相机靠近玻璃槽，加之球链容易漂离相机的焦平面，可能会因视差产生系统误差。视差误差在视场的最边缘处，即顶部和底部，最为明显。然而，视差对局部量的测量影响并不显著，例如弯曲振幅 A 和局部速度 v_y。此外，侧壁也会影响动力学。球链与侧壁之间的长程流体动力学相互作用会减缓运动，并可能影响其形状，尤其是在球链偏离水槽中心时。

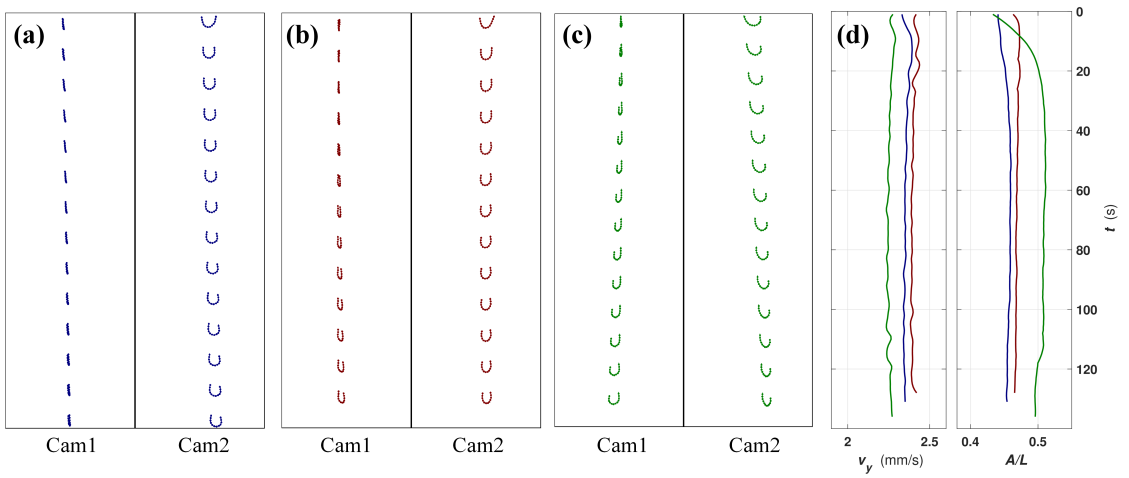

图4 单条12珠球链在黏性油中受重力作用沉降的快照，由两台位于同一高度且视线相互垂直的相机（Cam1和Cam2）同时拍摄：(a) 未发生旋转的试验；(b) 发生旋转的试验；(c) 发生旋转且端到端矢量呈非水平取向的试验；(d) 沉降速度 v_y 和弯曲振幅 A/L 随时间 t 的变化，分别以蓝色、红色和绿色线条表示 (a)、(b) 和 (c) 中所示的试验。与试验 (a)、(b) 和 (c) 对应的实验影片分别见电子补充信息†中的视频4a、4b和4c。

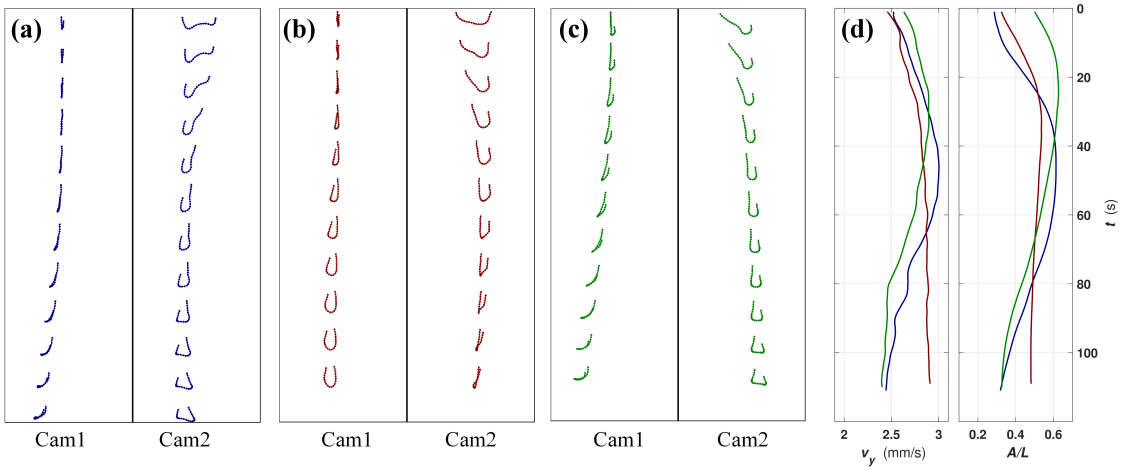

图5 单条20珠球链在黏性油中受重力作用沉降的快照，由两台位于同一高度且视线相互垂直的相机（Cam1和Cam2）同时拍摄：(a) 以W形开始的试验；(b) 以U形开始的试验；(c) 以非对称钩形开始的试验；(d) 沉降速度 v_y 和弯曲振幅 A/L 随时间变化，分别以蓝色、红色和绿色线条表示 (a)、(b) 和 (c) 中所示的试验。与试验 (a)、(b) 和 (c) 对应的实验影片分别见电子补充信息†中的视频5a、5b和5c。

3 实验结果

3.1 单个球链的沉降

我们记录并分析了单条球链的沉降过程：针对 12珠球链进行了 5 次实验试次，针对 20珠球链进行了 14 次实验试次。（与较长的球链相比，较短的球链没有表现出丰富的动力学，因此实验试次数量存在适度差异。）每种球链类型各选取三次试验的快照，分别展示于图 4 和图 5 中，相邻快照之间的时间间隔为 10s。从快照中可以明显看出 12珠球链与 20珠球链在形状上的差异。在每幅图中，我们展示了三次不同的试验，它们表现出不同的沉降动力学。除快照外，我们还通过时间相关的垂直

快照中所示实验运行的速度 v_y 和弯曲振幅 A/L。

图 4 展示了 12珠球链的典型演化。在所有试验中，球链始终呈现略微变形的 U形。图4(a)中，球链似乎保持在一个平面附近，这与此前对刚度适中的较短弹性纤维所做的数值和实验研究结果相似 [18, 19, 20, 21, 12, 22, 23, 13, 24]。

数值预测表明，只要弹性细丝的弯曲刚度高于某一阈值 [18, 21, 12, 22, 13, 24], , 就会存在一种稳定的静止竖直U形构型；这一预测也得到了实验验证 [23]。迄今为止，尚未对球链动力学进行数值研究，但可以预期，其动力学与极具弹性的纤维相似。我们的实验结果表明，较短的球链确实趋向于形成某种弯曲的 U形，但会有一些小偏差。例如，在图4(a)中，纤维几乎处于同一平面内，该平面相对于竖直方向略有倾斜，并且可以观察到轻微的侧向漂移；这正如参考文献 [12], 中对刚度适中的弹性细丝进行数值模拟所得的预测，并展示在该文图 1 的中间面板中。

我们还观察到以往关于弹性纤维的研究中未曾报道过的行为。在图4(b)中，球链在沉降过程中以螺旋式方式绕重力方向旋转。先前的研究表明，弹性纤维在第二根纤维的影响下会发生螺旋式旋转 [12], , 但单独沉降的纤维并不会出现这种情况。旋转是由偏离平面垂直形状的微小偏差引起的，因此转动-平移迁移率不为零。

在图4(c)中，除了螺旋式旋转外，还可以看到其形状明显不具有左右对称性，且球链的端点并未水平对齐。对于某些试验，例如图4(a)和图4(c)所示的试验，端到端矢量偏离水平方向的程度会随时间增加，这与预期相反；按照预期，柔性的相对较短纤维应趋于具有左右对称性的稳定构型。数值研究发现，相对刚度较大的弹性纤维会趋于这种吸引性对称构型 [18, 19, 20, 12, 13, 24]。对于中等刚度，文献 [12] 中发现的非平面形状也具有左右对称性。

图4(a)、图4(b)和图4(c)中观察到的动力学差异，很可能是球链放入流体时初始构型不同所致。然而，值得注意的是，图4(a)–(c)中观察到的形状细微差异，导致沉降垂直速度 v_y 和弯曲振幅 A/L 相近，如图4(d)所示（差异不超过 10%）。换言之，图4(c)所示的球链表现出旋转、明显缺乏左右对称性以及显著的端到端不对称性，其速度与图4(b)所示仅表现出旋转、几乎没有端到端不对称性的球链非常接近。

较短球链的动力学具有一个共同特征：在演化相对较短的时间内，并不会达到唯一确定的稳定构型。旋转和左右对称性的破缺似乎是其典型表现。

如图 5 所示，与12珠球链相比，20珠球链呈现的不同形状明显更多。我们注意到，与12珠球链的实验运行不同，20珠球链在每次实验运行中首次观察到的形状都不相同。从 Camera 2 的视角来看，球链进入视场时的形状分别为：双峰W形，如图 5(a) 所示；宽U形，如图 5(b) 所示；以及不对称的钩形，如图 5(c) 所示。图 5(a-b) 中的初始形状略微不对称，而图5(c)中的初始形状则明显打破了左右对称性。

图5表明，球链轨迹及其形状的演化对初始构型十分敏感。首次快照中观察到的受扰动双峰W形会随时间变形，这与文献 [18] 报道的数值研究结果一致：极具弹性且相对较长的细丝，其W形存在不稳定性。因此，在图 5(a)中，初始W形演化为钩形，随后弯出平面并漂离水槽中心。另一方面，在图5(c)中，球链进入视场时已经处于钩形阶段，之后继续弯出平面并漂离水槽中心。因此，可以说这两次实验运行彼此相似，只是相对于彼此“在时间上有所错开”。

图 5(b)中观察到的第一个形状类似于变形的U形，而非变形的W形，其随时间的变化方式不同于图5(a)和(c)，但与图4(b)所示的12珠球链的演化有些相似。然而，与较短的球链相比，观察到的形状明显不是平面的，且具有显著的不对称性。此外，它们似乎不会收敛到稳定的平面对称U形。这似乎与足够柔软的细丝不存在稳定静态构型这一结论一致 [18, 12, 13]。

鲜明的差　球链的形状从W形和钩形阶段转变为受扰旋转U形　-

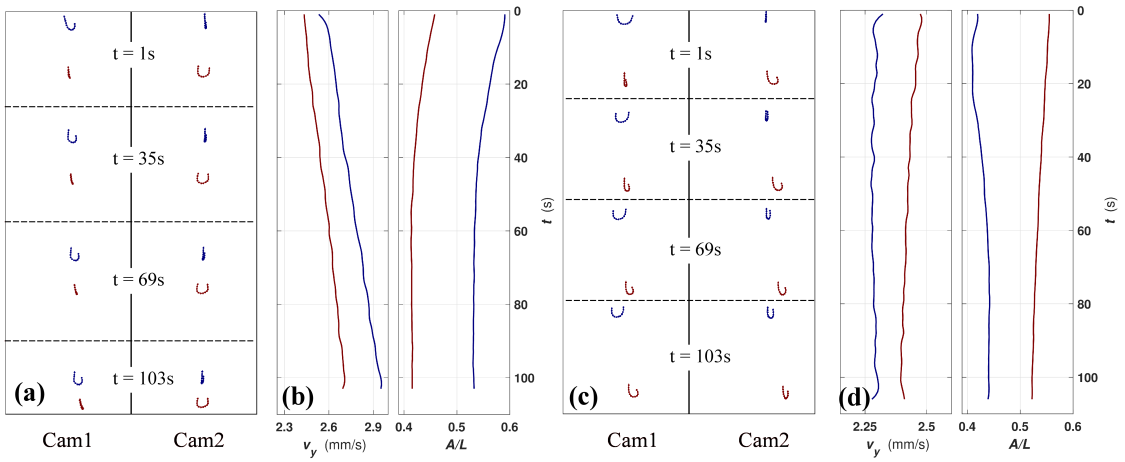

图 6 两次实验试次的结果：一对彼此靠近、在黏性油中受重力沉降的 12珠球链，由位于同一高度且视线相互垂直的两台相机（Cam1 和 Cam2）同时进行跟踪：（a）显示了球链彼此靠近的一次试验的快照；（c）显示了球链彼此分离的一次试验的快照；（b）和（d）分别显示了（a）和（c）中试验的两条球链的沉降速度 v_y 和弯曲振幅 A/L 随时间的变化。蓝色表示上方球链，红色表示下方球链。与（a）和（c）所示试验相对应的实验视频收录于电子补充信息†中的视频6a和6c。

表明这些形状对初始构型很敏感。因此，人们很容易将这种变化归因于球链放入水槽时难以保持水平且笔直所带来的不确定度。我们观察到一些实验运行，例如，呈现出钩形阶段，却没有明显的面外弯曲；这可能与平面形状只有很小的初始扰动有关。如果水槽更高，不稳定扰动有足够的时间增长，那么最终或许也会观察到面外弯曲。因此，20珠链球链的行为十分复杂，难以对其进行分类，而12珠球链则可以分类。

值得注意的是，我们观测到的随后出现的 W形、钩形以及面外弯曲，与此前数值研究中对大弯曲振幅下极具弹性（半柔性）纤维所观测到的轨迹高度一致，该轨迹显示于文献 [12] 的图 1 右图中。尽管我们对轨迹的实验观测仅涵盖了数值模拟时间的一部分，但二者的一致性仍十分显著。

图 5(a)-(c)展示了我们实验中的垂直沉降速度 v_y 和弯曲振幅 A 的曲线，这些曲线汇总于图5(d)中。两个参数之间存在明显的相关性。A 增大时，v_y也随之增大；A 减小时，v_y也随之减小。从这些快照可以看出，球链形状的动态变化会影响垂直沉降速度，因此 A 和 v_y ‡呈现出相似的曲线。

3.2 两条相互作用球链的沉降

3.2.1 实验观测

为了研究两条球链在黏性流体中受重力沉降时的流体动力学相互作用，我们选择如下初始构型：将球链水平放置，一上一下，使其中心在竖直方向对齐；下方球链位于 Camera 1 的焦平面内（并与 Camera 2 垂直），上方球链则位于 Camera 2 的焦平面内（并与 Camera 1 垂直）。我们在水槽中心手动放入球链。使用图 1 所示的相机布置记录两条球链的运动。我们进行了多次试验，即针对 12 珠球链进行了 13 次试验，针对 20珠球链进行了 23 次试验，以研究沉降中的球链随时间变化的构型。

‡对于某些球链。试验中的20个-珠子球链-链，其相关性并不那么明显，这与 t 的更复杂形状有关

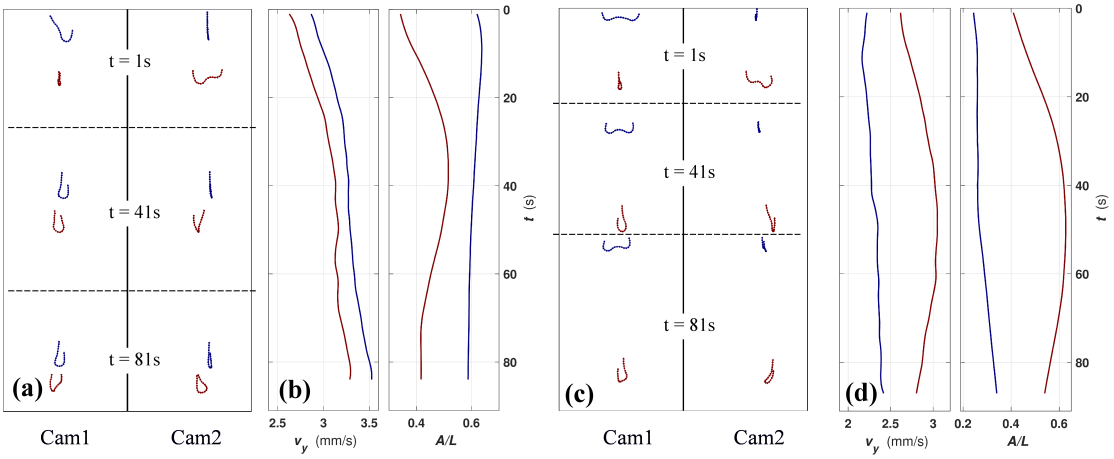

图 7 一对20珠球链在黏性油中受重力作用、彼此靠近沉降时，两次实验试次的结果。两台相机（Cam1和Cam2）位于同一高度，且视线相互垂直，同时对球链进行追踪：(a) 显示一次球链彼此靠近的试验的快照；(c) 显示一次球链彼此远离的试验的快照；(b) 和 (d) 分别显示 (a) 和 (c) 中试验的沉降速度 v_y 和弯曲振幅 A/L 随时间的变化。蓝色表示上方球链，红色表示下方球链。与 (a) 和 (c) 所示试验相对应的实验影片见电子补充信息†中的视频 7a 和 7c。

图 6 和图 7 分别展示了 12珠球链和 20珠球链中一对球链的典型行为。在图 6 和图 7 中，我们分别展示了两次独立试验，见分图 (a)–(b) 和 (c)–(d)。除了分图 (a) 和 (c) 中的快照外，我们还在分图 (b) 和 (d) 中展示了相应的弯曲振幅 A，以及上方和下方纤维的沉降速度 v_y。

在图 6(a) 中，我们观察到，12珠球链在沉降过程中彼此靠近（用“吸引”一词描述这种行为）。图 6(b) 显示，上方球链（蓝色）的弯曲振幅较大，沉降速度也高于下方球链（红色）。换言之，上方球链的弯曲方式使其迁移率高于下方球链。

以往关于弹性和半柔性纤维的研究也表明，弹性较低或中等的两根上下排列的纤维之间存在吸引作用 [26, 12]。在我们对12珠球链的实验中，我们始终观察到，球链之间的吸引与上方球链的弯曲振幅大于下方球链有关。这一发现与数值模拟结果一致，相关结果见文献 [12], 的图5，其中 $A_{top} > A_{bot}$。文献 [26] § 所展示的数值模拟也发现，上下排列的弹性纤维在沉降时会相互吸引。

据我们所知，我们还首次展示了上下排列的球链之间发生垂直分离的现象。在我们的实验中观察到了这种行为，如图 6(c) 的快照所清楚显示的那样。随着两条球链沉降，下方球链（红色）逐渐远离上方球链（蓝色）。图 6(d) 中展示的两条纤维的沉降速度 v_y 和弯曲振幅 A 曲线证实了球链发生了分离；下方球链的弯曲振幅较大，因此沉降速度也高于上方球链。

在我们的实验中，球链的形状通常不具有左右对称性，而球链端到端的连线不呈水平状，似乎会显著提高其速度。另一方面，球链臂偏离水平位置的情况似乎是随机的；对于上方球链，这种偏差既可能小于下方球链，也可能大于下方球链。我们没有观察到它们随时间推移趋向于对称甚至平面的形状，也没有观察到球链之间存在任何特定的相对取向。

20珠球链同样表现出针对12珠球链所描述的两种截然不同的行为：垂直吸引或排斥。图 7(a)展示了球链相互靠近的一次试验中的快照，而图7(c)展示了另一次试验中球链彼此远离的快照。在大多数实验运行中，我们观察到弯曲振幅 A 与沉降速度 v_y 之间存在直接相关性——弯曲振幅越大，沉降速度越快（见图 7(b)和(d)），但也存在

[§]在同一垂直平面内沉降的弹性纤维，其数值计算所得形状与文献 [26], 图2和文献 [12],图5所示的形状不同，这可能是由于采用了不同的简化理论模型。

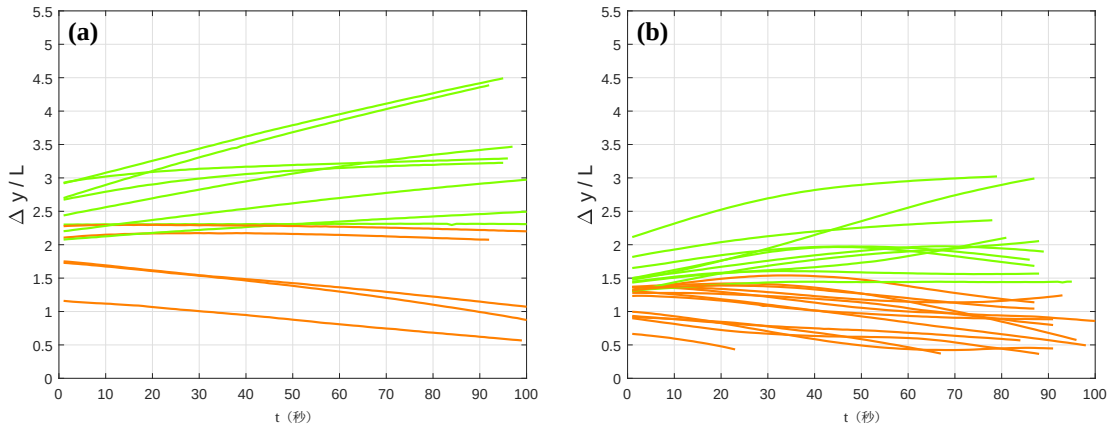

图8 球链之间的垂直距离 Δy 除以球链长度 L 归一化后随时间的变化：（a）12颗珠子，（b）20颗珠子。橙色曲线表示彼此靠近的球链，绿色曲线表示彼此远离的球链。

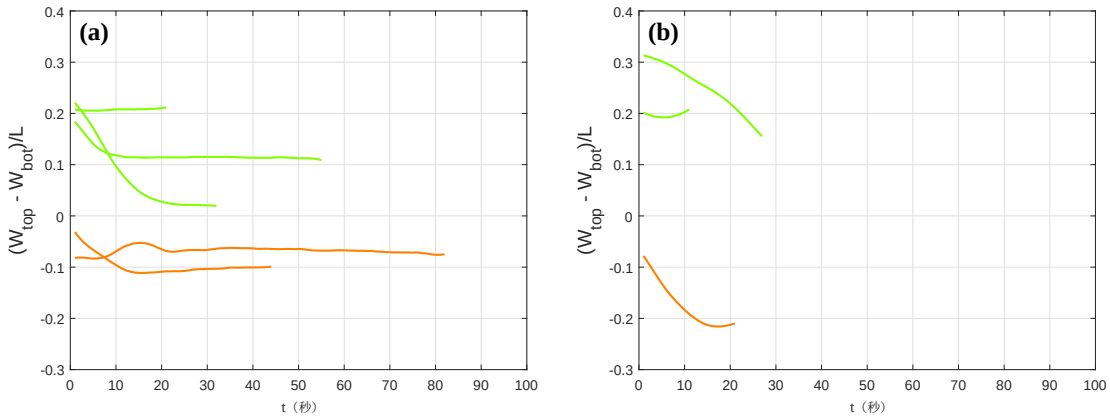

图9 上方和下方球链宽度之差（W_{top} −W_{bot}）/L 随时间的变化：（a）12颗珠子，（b）20颗珠子。橙色曲线表示彼此靠近的球链，绿色曲线表示彼此远离的球链。

例外情况。如果上方球链的弯曲程度大于下方球链，球链就会相互靠拢。如果下方球链的弯曲程度大于上方球链，则会观察到彼此分离的现象。

3.2.2 两条球链之间的流体动力学相互作用在多大程度上改变孤立球链动力学?

先前关于自上而下初始取向下两条超弹性细丝动力学的研究表明，当 B 取值较大且细丝间距不小时，细丝的动力学主要由单根细丝的行为决定，而非两条细丝之间的流体动力学相互作用[12]。图7(c)所示实验试验中，彼此相距较远的分离状态下的20珠球链所呈现的形状似乎印证了这一判断，因为球链形状的变化序列与各自沉降过程的不同阶段大致吻合。例如，在图7(c)的第一帧中，两条球链都处于双峰W相，但下方球链已经开始进入钩形阶段。出现这样的时间差很容易理解，因为上方球链比下方球链晚一些才被放入流体中。

如前文所述，并如第3.1节的图5所示，钩形球链的速度大于W形球链。此外，通过仔细观察上方和下方球链的沉降速度v_y （图7（d）），我们发现，彼此分离的球链所呈现的速度范围与孤立球链相似（图5（d））。因此，目前实验中观察到的20珠球链分离，很可能仅仅是由于下方球链的个体演化进度比上方球链更快。我们还指出，虽然可以根据20珠球链的形状序列解释其分离现象，

但12珠球链所呈现的形状范围有限，因此难以解释它们分离的原因。

对于彼此相距较近的上方球链和下方球链，预计它们之间的流体动力学相互作用会使二者相互靠近 [12]。在少数几次试验中，我们清楚地观察到了流体动力学相互作用的吸引效应：上方球链并未处于下方球链的正上方，但在逐渐靠近下方球链的过程中，当距离足够近时改变了运动轨迹，转而朝下方球链移动（见电子补充信息†中的视频 6a 和 7a）。图 6(b) 和 7(b) 展示了流体动力学相互作用的直接证据——与图 4(d) 和 5(d) 所示的孤立球链沉降速度相比，我们观察到两条球链的沉降速度均更大。众所周知，颗粒在其他颗粒附近沉降时，比周围没有其他颗粒时运动得更快。

为进一步说明小距离下流体动力学相互作用的重要性，我们在图 8 中给出了所有已进行实验运行中，两条球链穿过水槽高度时垂直距离 Δy随时间的变化（ Δy的定义见图 3）。图中采用以下颜色编码：实验运行结束时球链间垂直分离距离大于开始时的标为绿色（彼此远离、分开）；结束时垂直分离距离小于开始时的标为橙色（彼此靠近、相互吸引）。换言之，绿色曲线对应 $\Delta y_{t=end} > \Delta y_{t=0}$ 的实验运行，橙色曲线对应 $\Delta y_{t=end} < \Delta y_{t=0}$的实验运行。

从图8中的曲线可以清楚看出，橙色曲线对应的是在实验运行开始时彼此距离较近的两条球链。12珠和20珠的实验运行中都观察到了这一趋势。众所周知，上下排列的两个柔性物体（或颗粒群）之间的流体动力学相互作用，会使下方物体变宽且垂直尺寸变小 [27, 12]。这一机制可能导致下方球链的移动速度低于上方球链。显然，两条球链彼此越近，它们之间的流体动力学相互作用就越强。

另一方面，图8中的绿色曲线对应的是在实验运行开始时彼此距离较远的两条球链。因此，孤立球链动力学对其演化的影响更为显著。如前所述，两条20珠球链的释放时刻存在时间差，这或许可以解释它们为何在实验运行初期彼此远离。事实上，如图5(d)所示，孤立球链的速度在其演化初期随时间增加。然而，之后速度达到最大值，继而开始下降，这或许是图8(b)中部分绿色曲线呈非单调变化的原因：球链起初彼此远离，最终又逐渐靠近。20珠球链形状的动态变化也很重要。12珠球链的形状变化没有那么动态，这似乎与图8(a)中近乎单调的曲线有关。

比较上方球链和下方球链的宽度 W_{top} 和 W_{bot}（如图3(b)所定义）可能会很有意义。当前实验中的球链表现出显著的面外运动，例如旋转和弯曲。因此，很难确定球链的宽度，因为一般而言，它们并不处于与任一相机视野平面重合的平面内。然而，存在少数实验运行，其中两条球链均未表现出明显的旋转或面外弯曲。我们测量这些实验运行中的球链宽度 W，但只考虑这样的帧：上方球链和下方球链均为平面形态，且它们所在的平面分别与相机视图的垂直平面重合。换言之，上方球链需要保持在 Camera 1 的视野平面内，并垂直于 Camera 2 的视野平面。同时，下方球链需要保持在 Camera 2 的视野平面内，并垂直于 Camera 1 的视野平面。因此，我们的分析仅限于满足这些条件的少数实验运行。

在图9中，我们绘制了上方和下方球链的宽度差 $W_{top} - W_{bot}$（以球链长度 L 归一化）随时间 t 的变化。图中显然可见，在球链彼此远离的实验运行中，$W_{top} > W_{bot}$；而在球链彼此靠近的实验运行中，$W_{top} < W_{bot}$。

图9所示曲线数量较少，这与我们在实验中观察到的动力学的一个普遍特征有关：球链倾向于旋转并发生平面外变形。在12珠球链中，只有5次实验运行（共13次），在20珠球链中，只有3次实验运行（共23次）使两条球链的形状保持在同一平面内，而且也仅限于演化早期的一段有限时间内，如图9所示。球链保持在其原始平面内的概率非常小。我们的实验表明，极具柔性的细长物体的面外运动普遍存在，而在实际情况下，很少能观察到它们的纯平面运动。

4 数值模拟

在实验中，球链在达到极限弯曲角之前具有完全的柔性。我们假设它们以类似于极具弹性的纤维的方式运动和变形。为验证这一点，我们将实验与弹性纤维的数值模拟进行比较。考虑到实验结果对初始条件的敏感性，我们将数值分析集中于单条沉降中的极具弹性纤维。目标是验证我们是否能够从理论上再现实验中观察到的动力学的基本特征，即纤维形状随时间变化，可能表现出旋转和平面外变形，并且连接第一颗和最后一颗珠子的端到端矢量可能不是水平的。

4.1 理论描述

为了模拟单根纤维在雷诺数远小于 1 的黏性流体中受重力沉降时的动力学，我们采用珠链模型，将纤维表示为由 N 个直径为 d [28] 的相同球形珠子组成。相邻珠子的中心由弹簧连接。弹性平衡时，相邻珠子中心之间的距离（键长）为 l_0, ，其取值$_0 = 1.01$非常接近珠径，即 $l_0 = d$。因此，弹性平衡时纤维的长度为 $L - l(N \cdot)_0 + ld$。

为了表示相邻珠子 i 和 $j = i + 1$ 之间近乎不可伸长的弹性相互作用，其中 $i = 1,..., N - 1$，我们采用有限可伸长非线性弹性（FENE）势能，其形式如下 [29, 30]:

$$U^{FENE} = -\frac{1}{2}k(l_0 - d)^2 \sum_{i=1}^{N-1} \ln\left[1 - \left(\frac{r_{i,i+1} - l_0}{l_0 - d}\right)^2\right]. \tag{2}$$

这里，$r_{i,j} = |rrr_i - rrr_j|$ 是珠子 i 和 j 的中心之间的距离（特别地，$r_{i,i+1}$ 是键 i 的长度），rrr_i 表示珠子 i 随时间变化的位置，k 为弹簧常数。

根据式2定义的有限可扩展非线性弹性势能，相邻珠子表面之间的距离起初为0.01d，在沉降过程中始终很小，不超过0.02d。对于如此小的间隙，与流体的润滑相互作用会抑制珠子发生虚假的旋转 [31]。

在弹性平衡状态下，纤维是笔直的。沉降过程中，纤维通过相邻珠子三元组之间的弯曲力来抵抗变形。我们采用谐和弯曲势能 [32, 33, 13, 34,35]:

$$U^b = \frac{\mathscr{A}}{2l_0} \sum_{i=2}^{N-1} \beta_i^2. \tag{3}$$

这里，β_i是相邻珠子 $i-1$、i 和 $i+1$构成的三元组的弯曲角，其定义见式1，并如图2所示；$\mathscr{A}$是弯曲刚度。根据直径为 d 的弹性圆柱体模型 [36], ，这些表达式

$$\begin{cases} k = E_Y \pi d^2/(4l_0) \\ \mathscr{A} = E_Y \pi d^4/64 \end{cases} \tag{4}$$

若已知杨氏模量 E_Y [13]，则可据此确定弹簧常数 k 和弯曲刚度 $\mathscr{A}$。

纤维的总弹性势能形式如下，

$$U = U^{FENE} + U^b. \tag{5}$$

作用于珠子 i 的弹性力为

$$\boldsymbol{F}_i^e = -\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}_i} U. \tag{6}$$

此外，每个珠子还受到相同的恒定外部重力，$FFF^g = -mg \cdot \hat{}y$，其中 g 为重力加速度，$\hat{}y$ 是沿 y 轴方向的单位向量，m 是经过浮力修正后的珠子质量。作用于珠子 i 的总外力为，

$$\boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F}_i^e + \boldsymbol{F}^g. \tag{7}$$

无量纲弹性-重力数 B 用于估算重力与弯曲力之比，具体如下 [26, 18, 12, 23, 13, 24]:

$$B = L_0^2 Nmg/\mathscr{A}, \tag{8}$$

B 值越大，表示纤维越柔软。

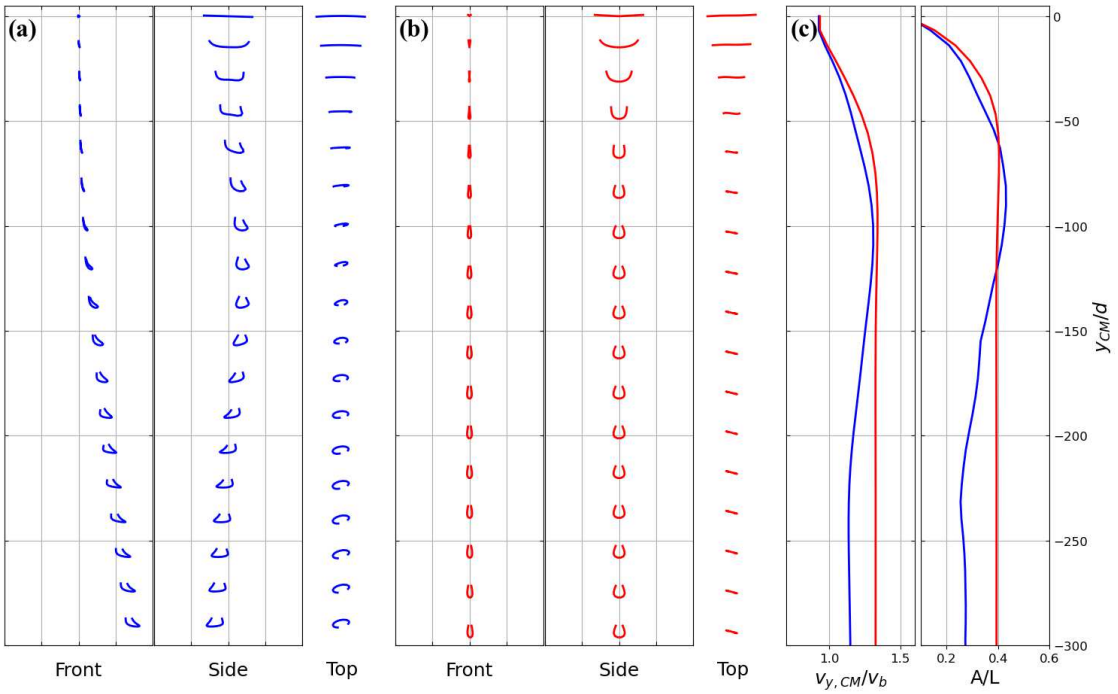

图 10 由 14 颗珠子组成的单根弹性纤维在重力作用下沉降的模拟结果。(a)、(b) 分别为在时间间隔 $\Delta t = 14.5\tau_b$ 拍摄的快照：(a) $B = 8500$ 且初始形状为 C形；(b) $B = 7000$ 且初始形状为对称螺旋桨形。(c) 质心的沉降速度 $v_{y,CM}/v_b$ 和弯曲振幅 A/L 随质心位置的垂直分量 y_{CM}/d 的变化；图中分别用蓝线和红线表示 (a) 和 (b) 所示的情形。

由于我们的实验中雷诺数非常小，$Re \ll 1$，因此我们假设流体流动满足斯托克斯方程。我们采用斯托克斯方程解的多极展开 [37, 38], ，并假设珠子表面满足无滑移边界条件。随后，我们引入润滑修正，以加快多极展开的收敛速度 [39, 40]。对于珠子中心随时间变化的位置 $\mathbf{rrr}_i$，$i = 1, ..., N$，我们得到以下一组一阶常微分方程，

$$\dot{\boldsymbol{r}}_i = \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{\mu}_{ij} \cdot \boldsymbol{F}_j, \tag{9}$$

采用迁移率矩阵 $\boldsymbol{\mu}_{ij}$，其取决于所有珠子的位置，并通过精确的数值代码 Hydromultipole [40, 41]，利用多极展开求得。

数值代码 Hydromultipole 能够计算界面 [42, 43, 44, 45, 46, 47]存在时的迁移率矩阵。不过，此处我们采用无限流体模型，因为在实验观测期间，纤维与容器壁和自由表面的距离都相对较远。

这里我们采用无量纲变量，分别以 d 和 $\tau_b = \frac{\pi\eta}{d^2 mg}$ 作为长度和时间单位，其中 η 为流体动力黏度。因此，速度单位为 $v_b = \frac{d}{\tau_b} = \frac{mg}{\pi\eta d}$。

4.2 结果：单根弹性纤维的沉降

我们对含有不同数量 N 个珠子的单根纤维进行了动力学数值模拟。这里给出 $N = 14$ （较短纤维）或 $N = 24$ （较长纤维）的结果。这些纤维的长径比经过选择，使其与我们实验中球链的长径比相近。

本研究假设纤维具有很高的柔性，弹性-重力数范围为 $4{,}000 < B < 10{,}000$。显然，要在实验中模拟具有很高柔性的球链，就应选择很大的 B。具体数值的选择依据是：弹性-重力数必须足够大，以激发更高阶弯曲模态、产生面外变形，并使 U 形构型失稳；这些现象已在 [18, 12] 中报道。满足这一条件是为了与我们的实验观测相符。

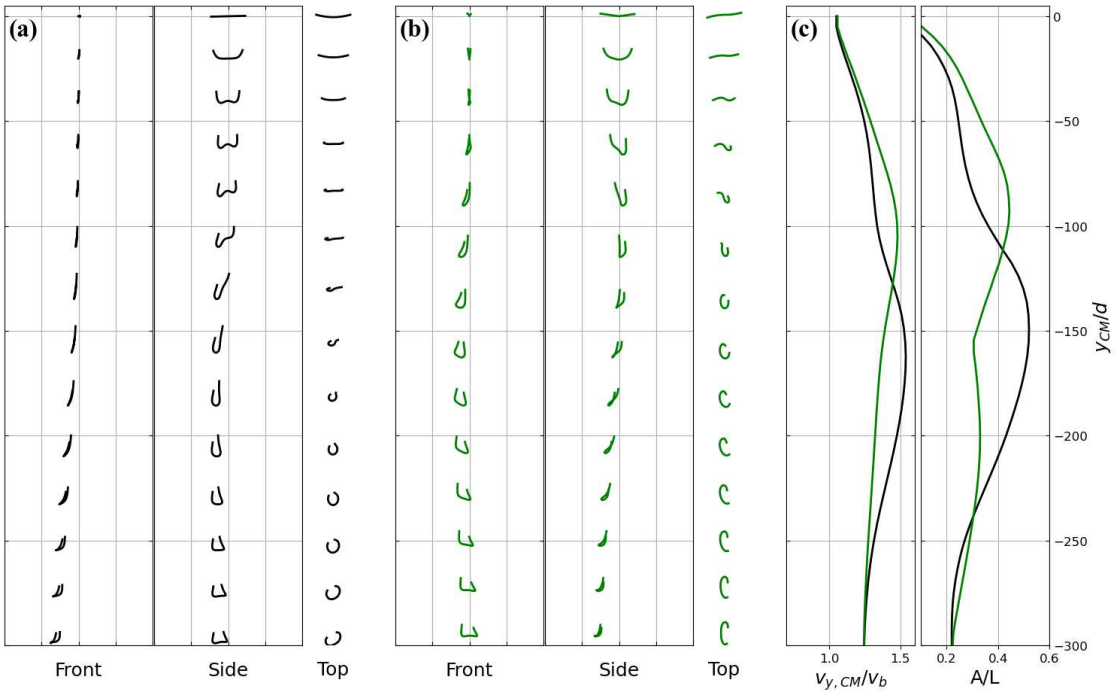

图 11 由 24 个珠子构成的单根弹性纤维在重力作用下沉降的模拟结果。(a)、(b) 分别为初始构型为 C形的 B $=8500$ 以及初始构型为非对称螺旋桨形的 B $=8500$ 时，按时间间隔 $\Delta t = 17\tau_b$ 拍摄的快照。(c) 质心的沉降速度 $v_{y,CM}/v_b$ 和弯曲振幅 A/L 随质心位置的垂直分量 y_{CM}/d 的变化；蓝线和红线分别对应 (a) 和 (b) 所示情形。

受实验条件限制，我们关注演化过程中相对较短的时间段，因此只能研究沉降动力学的初始阶段。在开始观测之前，球链沉降了 10 cm（即 67d）的距离，此时已形成近似平面状的 U 形构型。对于极柔软的弹性纤维，弯曲的特征时间也很短 [18]。我们的玻璃槽中可观测部分的高度约为 300 mm，即约 200d，因此模拟应能覆盖垂直方向约 300d 的范围。较短纤维（N $=14$ 颗珠子）约在 $255\tau_b$ 时达到这一距离；相比之下，较长纤维（N $=24$ 颗珠子）所需时间约为 $235\tau_b$，更长。尽管如此，无论是哪种情况，这段时间通常都短于达到稳定或稳定周期性沉降模式所需的时间。此外，U 形或 W 形构型失稳所需的时间，对面外扰动非常敏感。

因此，在模拟中选择合适的初始条件至关重要，这样才能使系统迅速失稳，并尽早触发面外动力学，而不是精确匹配实验中观察到的初始构型。已知初始为水平或倾斜直线状的纤维，即使加入微小的随机扰动，也不会迅速失稳 [18, 12],，如附录A.1所述。考虑到这一点，我们搜索了接近弹性平衡、但不位于垂直平面内的初始构型。我们采用了以下构型：端到端矢量非水平的倾斜平面 C形（简称 C形），以及端到端矢量分别为水平和非水平的螺旋桨形（简称对称和非对称螺旋桨形）。这三类初始构型的详细说明见附录A。与处于弹性平衡的直线状纤维相比，初始构型只需受到轻微扰动，这一点可从图 10a、b 和图 11a、b 的第一组快照中看出。

图 10 所示由 14 颗珠子构成的弹性纤维会旋转。这是数值模拟中观察到的一种普遍现象，与图 4b、4c 所示的实验观测及相应的视频4b、4c 一致。在模拟中，初始形状的端到端连线若略微偏离水平，似乎会长时间保持一侧臂高于另一侧的状态，这也与实验结果一致，如图 4 所示。此外，如图 10a 所示，在模拟中，此类形状会显著偏离垂直平面发生变形。

由 24 个珠子构成的较长弹性纤维的模拟，也呈现出与实验中观察到的相似演化模式（比较图 11 与图5）。纤维先形成 W形，随后倾斜并形成钩形，

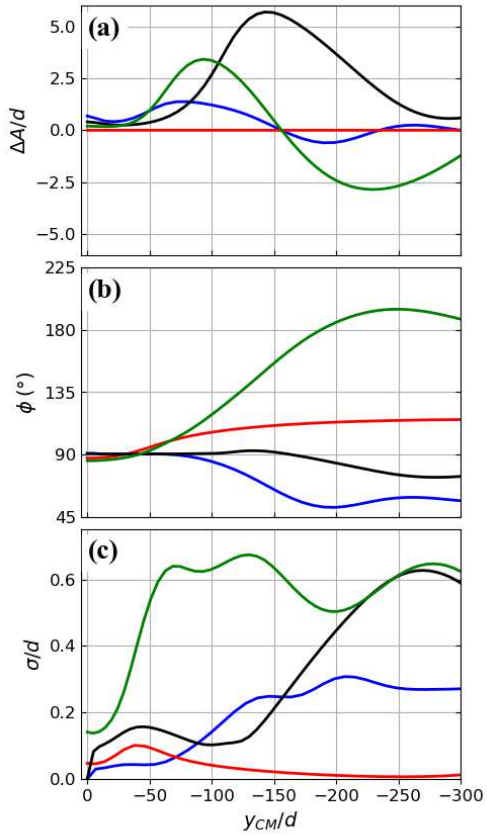

图 12 (a) 纤维端点垂直位置之差 $\Delta A/d$、(b) 方位角 ϕ 和 (c) 非平直度 σ/d，作为质心位置垂直分量 y_{CM}/d 的函数绘制；数据来自图 10 和图 11 所示的数值试验，颜色含义相同。

同时向垂直平面外变形，并减小两端垂直坐标之差。

值得指出的是，W形的形成不仅取决于 B[12], 的数值，还取决于纤维长径比 N。由 14 颗珠子组成的较短纤维不会形成 W形，而由 24 颗珠子组成的较长纤维则会形成 W形，且弹性-重力数 B 的值相同。

结合实验发现，值得通过模拟研究纤维形状最初施加的微小左右不对称性是会随时间减小还是增大，或者会振荡或稳定下来。为此，我们在每个时刻计算纤维最后一颗珠子与第一颗珠子的位置之间的垂直坐标差 $\Delta A = y_N - y_1$，其中两者的垂直坐标分别为 y_N 和 y_1,。随后，将 $\Delta A/d$ 作为纤维质心瞬时无量纲垂直坐标 y_{CM}/d 的函数绘于图 12 中；数据来自图 10 和图 11 所示的数值试验，颜色含义相同。显然，最初较小（但非零）的 $\Delta A = y_N - y_1$ 会在纤维沉降时增大，随后持续振荡相当长一段时间。因此，考虑到纤维形状通常存在随机初始扰动，端到端位置不水平似乎是纤维动力学在相对短时间尺度上的固有特征。

为了估算沿 y轴的旋转，我们按如下步骤进行。对于每个时刻，我们计算惯性张量及其特征向量和特征值。与最大特征值对应的特征向量确定一个单位向量 n。采用垂直方向为天顶方向的球坐标，向量 n 可由其与 y轴的夹角（极角） θ 以及其水平投影与 x轴的夹角（方位角） ϕ确定。我们在每个时刻 t 计算 ϕ，并在图 12b 中绘制 ϕ 随纤维质心的无量纲瞬时垂直坐标 y_{CM}/d 的变化曲线。数值试验如图 10 和图 11 所示，颜色的含义相同。显然，极角 ϕ 随时间显著变化，这也与实验结果一致。在模拟中，我们观察到 ϕ 的变化通常不是单调的，这与形状变形有关。

在模拟　　观察发现，极柔性的纤维通常会倾向于发生平面外变形。为了定量描述这一　　s

特征，我们测量形状偏离“平均”平面的程度。该平面经过纤维的质心，并由对应于较小特征值的两个特征向量张成。若纤维形状是平坦的，它就会位于这一平面内。为此，我们计算以下随时间变化的非平坦度参数 σ:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} h_i^2}, \tag{10}$$

其中 h_i 是珠子 i 的中心到平面的距离，求和遍及所有珠子。显然，$\sigma = 0$ 当纤维为平面形状时。

在图 12c 中，我们绘制了σ/d 与数值试验中纤维质心的垂直位置 y_{CM}/d 的关系图，这些数值试验如图 10 和图 11 所示，颜色的含义相同。所有纤维，即使初始时是平坦的，在沉降过程中也会变为非平面形状，其非平坦度十分明显。

5 结论

本文研究了在雷诺数远小于 1 的黏性流体中沉降的极具柔性的细丝的动力学。在实验研究中，我们使用了球链和硅油。我们还利用精确的 HYDROMULTIPOLE 数值代码，对弹性-重力数为 $B > 4000$的极具弹性的纤维的演化进行了数值模拟；该代码基于斯托克斯方程的多极展开。我们证明了球链动力学与极具弹性的细丝的动力学相似。

我们观察到，较短和较长球链的动力学有所不同。在演化早期，较短的球链形成的形状大致可归类为垂直取向的平面 U 形，而较长的球链则形成接近垂直取向的平面 W 形。这些发现与此前开展的沉降弹性细丝数值研究 [18, 12, 25], 以及本文中的研究结果一致。据我们所知，迄今为止，实验中尚未观察到极具柔性的细丝形成 W 形。

然而，我们观察到，与较刚硬的弹性细丝 [20, 19, 18, 12, 23]不同，垂直取向的平面 U 形和 W 形似乎并不稳定。在实验中，我们发现较短的球链通常会发生旋转；此外，其端到端向量并非水平，有时甚至会随时间增大倾角。较长的球链则会相对迅速地发生显著变形，并移出垂直平面。这些特征在我们对 B 值较大的极具弹性纤维进行的数值模拟中也有所体现，其中初始构型选为面外构型，且端到端向量非水平。

受容器高度的限制，实验观测仅涵盖相对较短的时间。因此，本文所展示的数值模拟也针对相近的时间范围和垂直距离进行了计算。对沉降的极具弹性的纤维长期行为的数值研究将另行发表，重点在于识别其动力学的吸引子：周期运动或静止构型。这些结果将扩展参考文献 [12] 中所展示的解的类别。

最后，在实验中，我们还研究了两条球链之间的流体动力学相互作用：它们一条位于另一条上方，最初处于近似相互垂直的垂直平面内并发生沉降。我们发现，视初始条件和长度而定，它们可能彼此靠近（即所谓的吸引），也可能彼此远离（即所谓的排斥）。以往的研究通过数值计算发现，在上下排列的对称初始构型下，弹性纤维之间存在吸引 [26, 12], ，但未发现排斥：我们的结果是新的。

在文献中，数值研究观察到，对于初始时为直线状且位于同一水平面内的两根极具弹性的纤维，当 B 取较大值时，它们总是会彼此分离：共线 [26] 或处于对称构型 [24]。对于 B 的中等取值以及两根弹性纤维的对称初始构型，研究发现存在一种具有吸引性的静止相对构型，即在较大距离处表现为吸引，而在较小距离处表现为排斥 [24, 48]。上述讨论的示例说明了多个柔性物体沉降过程的复杂性。本工作只是迈向理解其基本特征的一步。

利益冲突

无利益冲突需要声明。

附录

A 数值模拟的详细信息

A.1 带有极小随机扰动的直纤维及其演化

文献 [18, 12] 指出，观察一根极具弹性且近乎笔直的纤维发生面外失稳需要很长时间。在本附录中，我们对其增长速度进行了一些估算。

假设处于弹性平衡的直弹性纤维水平放置，或相对于水平面倾斜一定角度 γ，并对所有珠子的位置施加最大振幅为 $0.0001\mathrm{d}$ 的随机扰动。下面描述这类初始构型下纤维的动力学示例。

先考虑一根含有 $\mathrm{N} = 14$ 个珠子的短纤维。在近乎笔直的初始构型下，当纤维水平放置时，它会在相当长的时间内基本保持在一个垂直平面内，并且相对于垂直于该平面的垂直平面反射时近似对称。初始的直线形状很快变为 U 形，但随后纤维会长时间保持这种形状。之后，纤维才不再仅沿垂直方向沉降，也开始向侧向移动。例如，对于弹性-重力数 $\mathrm{B} = 8{,}000$ 的一根相对柔软的纤维，直到约 $230\tau_b$ 时都能观察到垂直沉降，此时纤维已下沉约 $290\mathrm{d}$。随后，U 形的对称性仍然保持，但纤维开始向侧向漂移，类似于文献 [12] 报道的中间模式。这类初始条件下的模拟结果无法定性描述图4所示的实验结果。近乎笔直的纤维初始倾斜并不会导致旋转（这一特征见图4中的实验试验 (b)），因为 U 形的左右对称性很快就会恢复。试验 (c) 中观察到的端到端矢量非水平取向，在这些初始构型下的模拟中也不会出现。

对于具有 $\mathrm{N} = 24$ 个珠子、初始构型近乎笔直的较长纤维，也观察到了类似的情况。例如，当 $\mathrm{B} = 8{,}000$ 时，初始笔直且水平的形状在深度达到 $20\mathrm{d}$ 的 $18\tau_b$时就变成了 W形。随后，它保持近乎对称的 W形，直到深度达到 $215\mathrm{d}$ 的 $190\tau_b$ 时。之后，它转变为钩形，并在 $380\tau_b$处一直保持到深度 $522\mathrm{d}$。然而，在此期间，纤维仍然“几乎”保持垂直方向：单位向量 n 的极角 θ开始偏离 90° 的时刻为 $\approx 200\tau_b$，但到 $380\tau_b$时仅减小至 89.7°。这与参考文献 [12] 中较大 B 值情况下所呈现的沉降过程初始阶段相似。与短纤维的情况类似，对于较长纤维近乎笔直构型的模拟结果，无法从定性上描述图5所示实验结果中的特征。简而言之，微小扰动的演化过于缓慢。我们预计，在实验中，扰动既不微小，也不像布朗运动等情况下那样随机。

因此，在本研究中，我们采用了不同的初始构型，使其偏离垂直平面的程度较小（但并非微小）。详细内容将在下一节中介绍。

A.2 C形和螺旋桨形初始构型

最终，我们针对以下所述的两类纤维初始构型进行了模拟。

I. 纤维具有平面C形，其构造分为三个步骤：（1）使用以下方程创建圆弧形状，即C形平面形状，

$$\begin{cases} x_i = r \cdot \sin\left(\left(i - \frac{N+1}{2}\right)\alpha\right) \\ y_i = 0 \\ z_i = r \cdot \cos\left(\left(i - \frac{N+1}{2}\right)\alpha\right) - r, \end{cases} \tag{11}$$

其中，α 为曲率角，$\mathrm{r} = \mathrm{l}_0/(2 \cdot \sin(\alpha/2))$为圆弧的半径，且 $\mathrm{rrr}_i = (\mathrm{x}_i, \mathrm{y}_i, \mathrm{z}_i)$。

（2）随后，通过旋转矩阵使整条纤维以一定的倾斜角 γ偏离水平面

$$\mathscr{R} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{12}$$

(3) 所有珠子的位置均受到随机扰动，最大振幅为 $0.0001\mathrm{d}$。

II. 纤维的螺旋桨形状通过五个步骤构造：

(1) 使用方程 13 创建 S平面形状；

$$\begin{cases} x_i = r \cdot \sin\left(\left(i - \frac{2J+1}{2}\right)\alpha\right) \\ y_i = 0 \\ z_i = \pm\left(r \cdot \cos\left(\left(i - \frac{2J+1}{2}\right)\alpha\right) - r\right). \end{cases} \tag{13}$$

对于满足 $i \leq J$ 的珠子编号 i，取“减号”；对于其他珠子，取“加号”。

(2) 选定一个特定的珠子 J；当 N 为偶数时，它与相邻的珠子 $(J+1)$ 最初将共同作为螺旋桨的尖端。

(3) 由满足 $i \leq J$ 的珠子构成的纤维的一条臂，随后倾斜至某个角度 γ。
(4) 由满足 $i \geq J+1$ 的珠子构成的纤维的另一条臂，倾斜至角度 $-\gamma$。
(5) 对珠子的位置施加随机扰动，最大振幅为 0.0001d。
对于图 10 所示模拟的初始条件，我们取参数值如下的形状：

- C形，$\alpha = 1^\circ$ 和 $\gamma = 1^\circ$,
- 具有等长臂的对称螺旋桨形（$J = N/2$），$\alpha = 1^\circ$ 和 $\gamma = 5.65^\circ$。

作为图 11 所示模拟中的初始条件，我们取参数值如下的形状：

- C形，$\alpha = 1^\circ$ 和 $\gamma = 1^\circ$,
- 具有不等长臂的非对称螺旋桨形（$J = N/2 - 1$），$\alpha = 1^\circ$ 和 $\gamma = 5.65^\circ$。

在图 10a-b 和图 11a-b 中，快照的第一行显示了上述定义的初始形状的投影。

A.3 弹性纤维最大弯曲角的演化

在实验中，球链的局部弯曲角 β_i 通常不超过 $33^\circ - 40^\circ$，小于流体外的最大弯曲角（约为 55°）。在柔性纤维的数值模拟中，最大弯曲角通常与实验中的数值相近。

在含有 $N = 14$ 个珠子的短纤维模拟中，对于蓝色情况，弯曲角在 $y_{CM} = 0d$ 处从 1° 开始，随后在深度 $y_{CM} \approx 60d$ 处达到最大弯曲角 57°，再往下到 $y_{CM} = 300d$ 处则减小至 33°。对于红色情况，弯曲角在 $y_{CM} = 0d$ 处从 6° 开始，随后在深度 $y_{CM} \approx 65d$ 处达到最大弯曲角 44°，再往下到 $y_{CM} = 300d$ 处则减小至 39°。

在含有 $N = 24$ 颗珠子的长纤维模拟中，黑色情况下，弯曲角在 $y_{CM} = 0d$ 处从 1° 开始，随后在深度 $y_{CM} \approx 100d$ 处达到最大弯曲角 39°，再往下到 $y_{CM} = 300d$ 处则减小至 26°。绿色情况下，弯曲角在 $y_{CM} = 0d$ 处从 6° 开始，随后在深度 $y_{CM} \approx 65d$ 处达到最大弯曲角 35°，再往下到 $y_{CM} = 300$ d 处则减小至 29°。

B 实验：视频说明

电子补充信息（ESI）†中提供的实验视频列表。视频文件的名称对应相应的图号。

视频 4a：在硅油中，单根 12珠球链在重力作用下沉降的过程，由两台视线相互垂直的摄像机拍摄。本次试验的快照见图4(a)。实验的实时持续时间为132秒。

视频4b：从两台视线相互垂直的摄像机拍摄到的单条12珠球链在硅油中受重力作用沉降的过程。本次试验的快照见图4(b)。球链发生旋转。实验的实际时长为128秒。

视频 4c：单条12珠球链在硅油中受重力作用下沉的过程，由两台视线相互垂直的摄像机录制。该试验的快照见图4(c)。可以看到端到端矢量的旋转和非水平取向。实验的实时持续时间为136秒。

视频 5a：单条20珠球链在硅油中受重力作用下沉的过程，由两台视线相互垂直的摄像机录制。该试验的快照见图 5(a)。可以看到演化早期形成的W形。实验的实时持续时间为110秒。

视频 5b：一条20珠球链在硅油中受重力作用沉降，由两台视线相互垂直的摄像机拍摄。本次试验的快照见图 5(b)。演化初期可见其形成了宽阔、不规则的U形。实验的实际时长为110秒。

视频 5c：一条20珠球链在硅油中受重力作用沉降，由两台视线相互垂直的摄像机拍摄。本次试验的快照见图5(c)。很早便形成了钩形。实验的实际时长为110秒。

视频 6a：两条12珠球链在硅油中受重力作用沉降，由两台视线相互垂直的摄像机拍摄。球链起初一上一下、彼此垂直放置。本次试验的快照见图 6(a)。球链相互靠近。实验的实际时长为104秒。

视频 6c：一对12珠球链在重力作用下于硅油中沉降，由两台视线互相垂直的摄像机记录。球链最初以垂直方向上下放置。该试验的快照见图 6(c)。球链彼此远离。实验的实际时长为108秒。

视频 7a：一对20珠球链在重力作用下于硅油中沉降，由两台视线互相垂直的摄像机记录。球链最初以垂直方向上下放置。该试验的快照见图 7(a)。球链彼此靠近。实验的实际时长为108秒。

视频 7c：一对20珠球链在重力作用下于硅油中沉降，由两台视线互相垂直的摄像机记录。球链最初以垂直方向上下放置。该试验的快照见图7(c)。球链彼此远离。实验的实际时长为140秒。

致谢

本研究部分得到了国家科学中心项目资助，项目编号为 UMO-2018/31/B/ST8/03640。

参考文献

[1] T. A. Witten 和 H. Diamant，“流体中异形胶体颗粒综述：各向异性与手性”，《Rep. Prog. Phys.》，第 83 卷，第 11 期，第 116601 页，2020 年。[2] O. Du Roure、A. Lindner、E. N. Nazockdast 和 M. J. Shelley，“黏性流动与流体中的柔性纤维动力学”，《Ann. Rev. Fluid Mech.》，第 51 卷，第 539–572 页，2019 年。[3] A. Lindner 和 M. J. Shelley，“流动中的弹性纤维”，载于《低雷诺数流动中的流固相互作用》，C. Duprat 和 H. A. Stone 编。英国皇家化学会，2015 年，第 168–189 页。[4] H. Nguyen 和 L. Fauci，“硅藻链与半柔性纤维的流体动力学”，《J. R. Soc. Interface》，第 11 卷，第 96 期，第 20140314 页，2014 年。[5] V. Kantsler 和 R. E. Goldstein，“拉伸流中单根肌动蛋白丝的涨落、动力学及伸展–线团转变”，《Physical Review Letters》，第 108 卷，第 3 期，第 038103 页，2012 年。[6] X. Zhang、C. Caruso、W. A. Lam 和 M. D. Graham，“镰状细胞病中流动诱导的红细胞分选与动力学”，《Physical Review Fluids》，第 5 卷，第 5 期，第 053101 页，2020 年。[7] J. K. Nunes、H. Constantin 和 H. A. Stone，“微流控调控卷曲微纤维的二维形态”，《Soft Matter》，第 9 卷，第 16 期，第 4227–4235 页，2013 年。[8] A. Perazzo、J. K. Nunes、S. Guido 和 H. A. Stone，“流动诱导的微纤维悬浮液凝胶化”，《Proc. Natl. Acad. Sci. USA》，第 114 卷，第 41 期，第 E8557–E8564 页，2017 年。[9] J. Słomka、U. Alcolombri、E. Secchi、R. Stocker 和 V. I. Fernandez，“细菌与小型下沉颗粒之间的相遇率”，《New J. Phys.》，第 22 卷，第 4 期，第 043016 页，2020 年。

[10] M. S. Rizvi、P. Peyla、A. Farutin 和 C. Misbah，“外力场中的可变形微型游动体”，《Physical Review Fluids》，第 5 卷，第 3 期，第 033101 页，2020 年。[11] N. Xue、J. K. Nunes 和 H. A. Stone，“受限柔性纤维的剪切诱导迁移”，《Soft Matter》，第 18 卷，第 3 期，第 514–525 页，2022 年。[12] G. Saggiorato、J. Elgeti、R. G. Winkler 和 G. Gompper，“沉降半柔性细丝的构象、流体动力学相互作用与失稳”，《Soft Matter》，第 11 卷，第 37 期，第 7337–7344 页，2015 年。[13] M. Bukowicki 和 M. L. Ekiel-Je˙zewska，“不同弯曲模型对沉降弹性三哑铃的动力学给出不同预测”，《Soft Matter》，第 14 卷，第 28 期，第 5786–5799 页，2018 年。[14] Y. Yu 和 M. D. Graham，“拉伸流中弹性薄片的线团–伸展型转变”，《Soft Matter》，第 17 卷，第 3 期，第 543–553 页，2021 年。[15] K. S. Silmore、M. S. Strano 和 J. W. Swan，“简单剪切流中半柔性薄片的屈曲、褶皱与翻滚”，《Soft Matter》，第 17 卷，第 18 期，第 4707–4718 页，2021 年。[16] S. Ravichandran 和 J. Wettlaufer，“二维凹凸体的取向动力学”，arXiv 预印本 arXiv:2212.12014，2022 年。[17] X. Xu 和 A. Nadim，“在黏性液体中沉降的弹性细长体的变形与取向”，《Physical Review Fluids》，第 6 卷，第 9 期，第 2889–2893 页，1994 年。[18] M. C. Lagomarsino、I. Pagonabarraga 和 C. P. Lowe，“流体动力学诱导的微观弹性细丝变形与取向”，《Physical Review Letters》，第 94 卷，第 14 期，第 148104 页，2005 年。[19] X. Schlagberger 和 R. R. Netz，“均匀斯托克斯流中弹性杆的取向”，《Europhysics Letters》，第 70 卷，第 1 期，第 129 页，2005 年。[20] M. Manghi、X. Schlagberger、Y.-W. Kim 和 R. R. Netz，“驱动软物质中的流体动力学效应”，《Soft Matter》，第 2 卷，第 8 期，第 653–668 页，2006 年。[21] L. Li、H. Manikantan、D. Saintillan 和 S. E. Spagnolie，“柔性细丝的沉降”，《Journal of Fluid Mechanics》，第 735 卷，第 705–736 页，2013 年。[22] B. Shojaei 和 H. Dehghani，“斯托克斯流中细长柔性颗粒的沉降”，《Indian Journal of Science and Technology》，第 8 卷，第 28 期，第 1 页，2015 年。[23] B. Marchetti、V. Raspa、A. Lindner、O. Du Roure、L. Bergougnoux、E. Guazzelli 和 C. Duprat，“静止黏性流体中沉降柔性纤维的变形”，《Physical Review Fluids》，第 3 卷，第 10 期，第 104102 页，2018 年。[24] M. Bukowicki 和 M. L. Ekiel-Je˙zewska，“弹性微细丝对的沉降”，《Soft Matter》，第 15 卷，第 46 期，第 9405–9417 页，2019 年。[25] A. Koshakji、G. Chomette、J. Turner、J. Jablonski、A. Haynes、D. Carlucci、B. Giovanardi 和 R. A. Radovitzky，“用于模拟黏性流中大型高柔性纤维集合体动力学的稳健计算框架”，《Journal of Computational Physics》，第 474 卷，第 111774 页，2023 年。[26] I. Llopis、I. Pagonabarraga、M. C. Lagomarsino 和 C. P. Lowe，“流体动力学相互作用半柔性细丝对的沉降”，《Physical Review E》，第 76 卷，第 6 期，第 061901 页，2007 年。[27] M. L. Ekiel-Je˙zewska，“重力作用下颗粒在黏性流体中沉降的一类周期与准周期轨迹”，《Physical Review E》，第 90 卷，第 4 期，第 043007 页，2014 年。[28]E. Gauger 和 H. Stark，“微观人造游动体的数值研究”，《Physical Review E》，第 74 卷，第 2 期，第 021907 页，2006 年 8 月，出版方：美国物理学会。[在线]。可访问：https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.74.021907[29] H. R. Warner，“有限伸展哑铃稀悬浮液的动力学理论与流变学”，《Ind. Eng. Chem. Fund.》，第 11 卷，第 3 期，第 379–387 页，1972 年。

[30] R. Bird、R. C. Armstrong 和 O. Hassager，《聚合物液体动力学》第1卷：流体力学。Wiley，纽约，1977年。[31] A. M. Słowicka、E. Wajnryb 和 M. L. Ekiel-Je˙zewska，“剪切流中柔性纤维的动力学”，《化学物理学杂志》，第143卷，第12期，页码124904，2015年。[32] C. Storm 和 P. C. Nelson，“高力下DNA拉伸与过度拉伸理论”，《Physical Review E》，第67卷，第5期，页码051906，2003年5月，出版方：美国物理学会。 [在线]。可访问：https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.67.051906[33] Y. Li 和 M. Kr¨oger，“碳纳米管巴基纸的黏弹性：拉链式缠绕—解缠机制与缠结效应”，《Soft Matter》，第8卷，第30期，页码7822–7830，2012年7月，出版方：英国皇家化学学会。 [在线]。可访问：https://pubs.rsc.org/en/content/articlelanding/2012/sm/c2sm25561h[34]M. Gruziel、K. Thyagarajan、G. Dietler、A. Stasiak、M. L. Ekiel-Je˙zewska 和 P. Szym- czak，“沉降柔性结的周期运动”，《Physical Review Letters》，第121卷，第12期，页码127801，2018年9月，出版方：美国物理学会。 [在线]。可访问：https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.121.127801[35] M. Gruziel-Słomka、P. Kondratiuk、P. Szymczak 和 M. L. Ekiel-Je˙zewska，“沉降弹性环的斯托克斯动力学”，《Soft Matter》，第15卷，第36期，页码7262–7274，2019年。[36] L. D. Landau、E. M. Lifshitz、L. P. Pitaevskii 和 A. M. Kosevich，《理论物理学教程》第7卷：弹性理论。Butterworth-Heinemann，1986年。[37] S. Kim 和 S. Karrila，《微观流体动力学》。Heinemann，波士顿，1991年。[38] B. Cichocki、B. U. Felderhof、K. Hinsen、E. Wajnryb 和 J. Bławzdziewicz，“斯托克斯流中多个球体的摩擦力与迁移率”，《化学物理学杂志》，第100卷，第5期，页码3780–3790，1994年。[39] L. Durlofsky、J. F. Brady 和 G. Bossis，“流体动力学相互作用粒子的动态模拟”，《Journal of Fluid Mechanics》，第180卷，页码21–49，1987年。[40] B. Cichocki、M. L. Ekiel-Je˙zewska 和 E. Wajnryb，“胶体分散系短时自扩散系数三粒子贡献的润滑修正”，《化学物理学杂志》，第111卷，第7期，页码3265–3273，1999年8月。[41] M. L. Ekiel-Je˙zewska 和 E. Wajnryb，“在斯托克斯流中计算球形粒子间流体动力学相互作用的精确多极法”，载于《微尺度黏性流的理论方法》（编者：François Feuillebois 和 Antoine Sellier），第1版。Transworld Research Network，印度喀拉拉邦，2009年6月，页码127–172。¸B. Cichocki、R. B. Jones、R. Kutteh 和 E. Wajnryb，“边界附近斯托克斯流中胶体球的摩擦力与迁移率：多极法及其应用”，《化学物理学杂志》，第112卷，第5期，页码2548–2561，2000年。[42] B. Cichocki、M. L. Ekiel-Je[43] zewska、G. N˙agele 和 E. Wajnryb，“球体沿流体-气体界面的运动”，《化学物理学杂志》，第121卷，第5期，页码2305–2316，2004年。¨B. Cichocki、M. L. Ekiel-Je[44] zewska 和 E. Wajnryb，“平坦自由表面或硬壁附近黏性流体中球体间的流体动力学相互作用”，《化学物理学杂志》，第126卷，第18期，页码184704，2007年。˙S. Bhattacharya、J. Bławzdziewicz 和 E. Wajnryb，“平行壁几何中的多粒子流体动力学相互作用：笛卡尔表示法”，《物理学A：统计力学及其应用》，第356卷，第2期，页码294–340，2005年。[45] S. Bhattacharya、J. Bławzdziewicz 和 E. Wajnryb，“两个平面壁之间受限悬浮液中球形粒子的流体动力学相互作用”，《Journal of Fluid Mechanics》，第541卷，页码263–292，2005年。[46] J. Bławzdziewicz、M. Ekiel-Je[47] zewska 和 E. Wajnryb，“球形粒子在平面流体-流体界面附近的运动：表面不可压缩性的影响”，《化学物理学杂志》，第133卷，第11期，页码114702，2010年。˙M. Bukowicki、M. Gruca 和 M. L. Ekiel-Je[48] zewska，“黏性流体中沉降弹性哑铃的动力学：振荡与流体动力排斥”，《Journal of Fluid Mechanics》，第767卷，页码95–108，2015年。