arXiv:2303.00650v1 [quant-ph] 1 Mar 2023

# 单个囚禁离子的瞬态荧光

NICOLÁS A. NUÑEZ BARRETO,[1,2,*] LUCAS T. GIARDINO,[1] CARLA J. CRUCIANELLI,[1] MURIEL BONETTO,[1,2] MARTÍNDRECHSLER,[1,2] 以及 CHRISTIAN T. SCHMIEGELOW[1,2]

[1] 布宜诺斯艾利斯大学，精确与自然科学学院，物理系，离子与冷原子实验室，*1*号馆，大学城，*1428* 布宜诺斯艾利斯，阿根廷[2] *CONICET* - 布宜诺斯艾利斯大学，布宜诺斯艾利斯物理研究所（*IFIBA*），*1*号馆，大学城，*1428* 布宜诺斯艾利斯，阿根廷[*]*nnunez@df.uba.ar*

**摘要：** 本文提出了一种测量保罗阱中单个囚禁离子瞬态荧光动力学的方法。我们使用 $^{40}Ca^{+}$ 离子，它们表现出 Λ型三能级系统，并测量基态 $S_{1/2}$ 与亚稳态$D_{3/2}$ 之间特征性的光抽运时间。我们制备其中一个态，然后通过激发态 $P_{1/2}$将其抽运至另一个态。通过测量离子散射的光子，我们获得原子荧光的瞬态曲线。这些曲线不仅提供了原子系统的基本信息，例如分支比和激发态寿命，还提供了实验参数的信息，例如探测系统的效率以及其中一个跃迁的饱和参数。最后，我们研究了随激光器光功率和失谐变化的时间依赖荧光，发现通过一组三能级开放量子系统的光学布洛赫方程模拟其动力学，所得结果与实验符合得非常好。能够记录时间依赖的荧光尤为重要，因为其中包含有关离子温度、冷却动力学和加热动力学的信息。

© 2023 Optica出版集团

## 1. 引言

激光器的发明推动了原子系统与光源相互作用的发展，在过去几十年中取得了重大进展，并实现了对单量子系统的相干控制 [1]。由于激光器具有较长的相干时间，因此带宽较窄，激光光谱学不仅已成为研究原子结构和动力学最可靠的方法之一，也成为探索基础物理的平台，可用于光学时钟 [2] 以及包括量子计算 [3, 4], 量子模拟和量子热力学 [5, 6]在内的量子力学应用。

单原子对光子的吸收概率会呈现出原子布居数随时间变化的不同动力学，尤其是在光抽运发挥重要作用时 [7]。通常，对于电偶极允许跃迁，这些动力学的时间尺度约为几纳秒至 10 $\mu$秒。这些特定的时间动力学可用于测量原子性质，例如精确确定激发态的分支比 [8–10], 进行直接原子光谱学测量 [11], 测量偶极矩阵元 [12], 估计单原子的温度 [13], 利用离子运动探测囚禁离子态 [14] ，甚至直接测量接近量子能级的运动 [15]。

在本研究中，我们使用单个囚禁钙离子，研究由基态 $4^2S_{1/2}$ state 和亚稳态 $3^2D_{3/2}$ state 构成的 Λ 型系统的时间依赖原子动力学；这两个态通过偶极跃迁与 $4^2P_{1/2}$ 激发态相连。我们使用商用的基于 FPGA 的 ARTIQ 控制系统 [16, 17] ，生成纳秒定时数字序列，通过声光调制器控制激光功率和失谐量，同时对光电倍增管检测到的事件进行时间戳记录，以记录荧光。这使我们能够测量并确定

激光切换时间和荧光收集效率，以及原子跃迁的分支比和饱和参数。我们还观察到时间动力学对相应激光功率和失谐量的依赖关系，并发现实验结果与三能级光学布洛赫方程模型高度吻合。未来，我们希望利用该系统研究离子晶体的热运动和相干运动动力学，并将其作为优化原子光谱学 [18] 的工具。

## 2. 理论

我们通过描述系统密度矩阵 $\rho$ 各元素的一组微分方程来刻画原子布居数的动力学，即光学布洛赫方程 （OBE）。我们考虑一个三能级系统，其中两个基态 $|S\rangle$ 和 $|D\rangle$ 通过两台不同的激光器与激发态 $|P\rangle$ 相连：一台波长接近 397 nm，称为多普勒激光；另一台波长接近 866 nm，称为再泵浦激光 。之所以这样命名，是因为它们在观测共振荧光时发挥的物理作用，如图1(a)所示。由于我们关注的动力学可以用三能级系统很好地描述，因此这里不考虑磁简并和塞曼劈裂。

在以激光器频率为基准的旋转参考系中写出系统的哈密顿量，并采用旋波近似，可得

$$H/\hbar = \Delta_{\mathrm{dop}}\,|S\rangle\langle S| + \Delta_{\mathrm{rep}}\,|D\rangle\langle D| + \frac{\Omega_{\mathrm{dop}}}{2}(|S\rangle\langle P| + |P\rangle\langle S|) + \frac{\Omega_{\mathrm{rep}}}{2}(|D\rangle\langle P| + |P\rangle\langle D|), \quad (1)$$

其中， $\Omega_{\mathrm{dop}}$、 $\Omega_{\mathrm{rep}}$ 为两个跃迁的拉比频率（为简便起见，假定它们为实数）， $\Delta_{\mathrm{dop}}$、 $\Delta_{\mathrm{rep}}$ 为激光器的失谐量，即跃迁频率与激光器频率之差。光学布洛赫方程源自主方程，该方程描述 $\rho$ 的非幺正动力学，例如自发辐射和有限的激光线宽。具体做法是在幺正动力学中加入一个林德布拉德超算符，从而得到最终的主方程

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}\,[H,\rho] + \sum_m \left[C_m \rho C_m^\dagger - \frac{1}{2}\left(C_m^\dagger C_m \rho + \rho C_m^\dagger C_m\right)\right]. \quad (2)$$

跃迁算符 $C_m$ 描述两种非幺正过程。第一种是从上能级到下能级的两个自发辐射通道，其形式分别为 $C_{SP} = \sqrt{\Gamma_{SP}}\,|S\rangle\langle P|$ 和 $C_{DP} = \sqrt{\Gamma_{DP}}\,|D\rangle\langle P|$, ，其中 $\Gamma_{SP}$ 和 $\Gamma_{DP}$ 分别是相应跃迁的线宽。第二种是通过算符 $C_{dop} = \sqrt{\Gamma_{dop}}\,|S\rangle\langle S|$ 和 $C_{rep} = \sqrt{\Gamma_{rep}}\,|D\rangle\langle D|$, ，对 $S$ 和 $D$ 态加入展宽，以考虑有限的激光线宽；其中 $\Gamma_{dop}$ 和 $\Gamma_{rep}$ 分别是多普勒激光和再泵浦激光的线宽。

我们对光学布洛赫方程进行数值积分，并将模拟结果与实验结果进行比较。下一节将介绍测得的瞬态动力学结果，并展示如何运用这些方法估算原子参数（如光抽运特征时间和分支比），以及实验参数（如探测效率和饱和参数）。

## 3. 实验结果

### *3.1.* 实验装置

我们对单个 $^{40}Ca^{+}$ 离子进行了实验。这些离子被囚禁在一个电动力学保罗阱中，该阱由一组电极构成，可在其中心对离子实现动态三维囚禁。径向囚禁由一个直径为 ~ 1.2 mm、以 22.1 MHz 承载 ~ 600 $V_{pp}$ 的环形电极实现；轴向囚禁则由两个端盖产生，它们位于距阱中心 ~ 0.6 mm 处，朝向相反方向，且均施加 ~ 1 V 的直流电压。此外，阱附近还设有额外的直流电极，用于

补偿杂散电场，并使直流势能极小值与交流势能极小值位于同一位置，从而避免过量微运动，进而避免低效冷却。本文讨论的阱设计 [18]，的灵感来自 [19] 中讨论的 PTB 离子阱设计。

图1(a)展示了该系统相关的 $\Lambda$ 型三能级方案。$4^2S_{1/2}$ 基态通过电偶极跃迁与激发 $4^2P_{1/2}$ 态相连，跃迁由紫外（UV）397 nm 激光器驱动。该激发态以 $p$ 的概率衰变至 $S$ 态，并以 $1-p$ 的概率衰变至亚稳的长寿命 $3^2D_{3/2}$ 态。为避免布居数被泵浦至 $D$ 态，我们使用红外（IR）866 nm 激光器，将原子布居再泵浦至 $P$ 态，从而形成闭合荧光循环。其他邻近的原子能级在这些实验中不起作用，因为它们要么严重失谐，要么通往这些能级的跃迁受到选择定则的禁止。

两台激光器通过 Pound-Drevel-Hall 方法 [20]，使用为此目的改装的 Red Pitaya 电路板 [21] [22]，分别锁定到两个独立的中等精细度（~ 200）法布里-珀罗腔。这样还将激光器的线宽降至 ~ 100 kHz。光束分别通过两个独立的声光调制器（AOM），它们采用双程配置，充当快速光开关，可精确控制激光器的开启和关闭，并能将其频率改变或扫描数十 MHz。

图 1(b) 展示了实验装置示意图。离子被囚禁在环形离子阱的中心，并从一侧接受两台激光器的照射。离子散射部分入射光后，会通过自发辐射向各个方向发射紫外和红外光子，其中一部分由焦距为 50 mm 的物镜收集。随后，光线经过 397 nm 干涉滤光片滤波，仅检测来自 *S*-*P* 跃迁的光子；之后，光线由非偏振分束器分开，其中 ~ 90% 的光透射至光电倍增管（PMT），用于快速时间标记测量，剩余的 ~ 10% 则被反射至 CMOS Andor 相机，用于离子成像和监控。

实验中使用 ARTIQ 控制系统 [16, 17]。该系统有两个射频（RF）输出端，用于控制声光调制器（AOM），以及一个用于读取光电倍增管（PMT）的 TTL 输入端。该系统支持对声光调制器的调谐和切换进行编程与同步，并为入射光子添加时间标签。

### *3.2.* 稳态荧光与激光切换时序

这里我们对探测系统进行基本表征：测量激光器关闭时的背景计数，并将其与紫外激光产生的瞬态杂散光以及单离子的荧光进行比较。

在图 1(c)中，我们展示了三种情况下的瞬态曲线。在所有情况下，均在 $t = 0$ 开启不同的激光器，并开始使用光电倍增管进行数据采集，持续至多 1 $\mu$s。此序列重复 50 M 次，以降低统计不确定度并提高瞬态区域中的对比度。紫色曲线表示关闭所有激光器时采集的背景计数。正如预期，我们得到的测量值具有恒定的平均值，这是由杂散光和暗计数造成的。蓝色曲线表示对紫外杂散光的测量。在 $t = 0$，声光调制器的射频输出开启。我们看到初始死时间为 ~ 0。2 $\mu$s，上升时间为 ~ 70 ns。死时间主要由射频源的初始延迟响应时间（~ 50 ns）、同轴电缆中的传播延迟（≤ 10 ns），以及声波传播至晶体中光束位置所需的时间（~ 140 ns）构成。上升时间主要由射频源的开启过程（~ 50 ns）造成，声波穿过整个激光束所需的时间（~ 20 ns）则贡献较小。与声光调制器相关的这两个时间取决于材料中的声速、光束在晶体中的位置以及光束直径。最后，青绿色曲线表示荧光单离子的瞬态曲线。具体而言，先开启一个持续 5 $\mu$s 的红外脉冲以制备 S态，然后在 $t = 0$同时开启紫外和红外激光器，从而形成闭合荧光循环。我们观察到一个

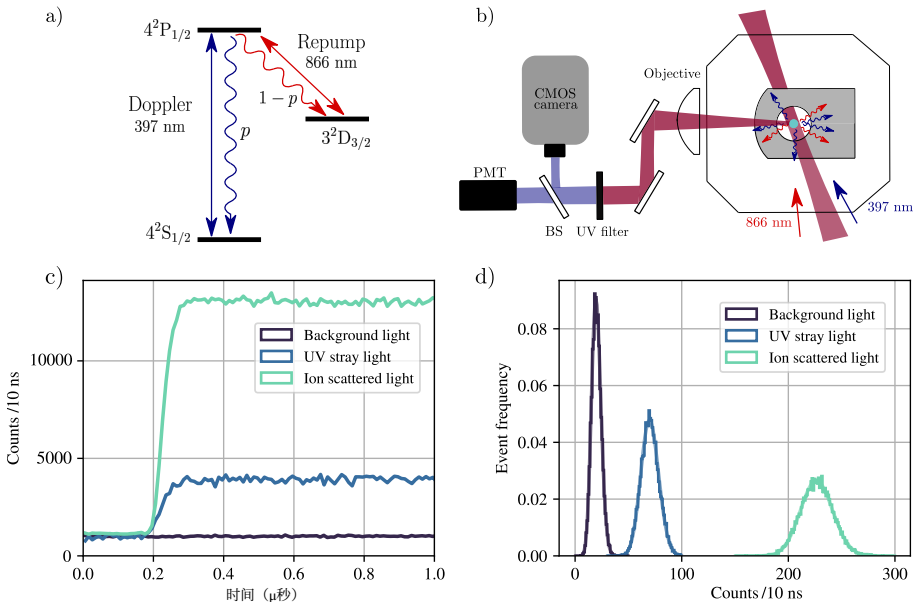



图1。（a） $^{40}Ca^+$ 离子的相关能级示意图。A$4^2S_{1/2}$ 能级通过紫外397纳米（多普勒激光）激光器与a$4^2P_{1/2}$ 能级相连。离子有 $p$ 的概率衰变至同一能级，并有 $1-p$ 的概率衰变至长寿命亚稳态$3^2D_{3/2}$ 态。红外866纳米（再泵浦）激光器使D态离化，以实现闭合荧光循环。（b）实验装置示意图。离子（浅蓝色）被囚禁在环形保罗阱（灰色）中心，并由一对共线构型的激光器照射。离子散射光，其中一部分由物镜收集，经397纳米干涉紫外滤光片滤光后，聚焦到光电倍增管（PMT）和CMOS相机上。（c）单个荧光离子（蓝绿色）随时间变化的收集光、紫外杂散光（蓝色）和背景光（紫色）。为增强曲线瞬态部分的对比度，我们进行了50 M 1 $\mu$秒的测量。（d）稳态区间内检测到的计数直方图及其对应的泊松分布，展示相同的三种情况，数据取自总计3 M次、每次 10 $\mu$秒的测量。

瞬态时间为 ~100ns，这是声光调制器上升时间与原子布居数达到稳态所需瞬态时间的组合，后者由前文所述的光学布洛赫方程决定。此后，探测到的荧光主要来自离子，其平均值保持恒定

仅考虑稳态值时，可以研究光子数统计。在图1(d)中，我们展示了在三种光照条件下获得的计数频率直方图，每种条件均进行了 3 M 次测量，每次持续 10 $\mu$s。我们采用 10 ns 的分箱窗口，并将测量结果与理论泊松分布一同绘出。对于背景光、杂散光和荧光条件，我们分别计算了各组测量结果的平均值；这些平均值与分布的期望值一致，分别为每 10 ns {19.54(1)、69.76(2)、226.24(1)} 个计数。正如非相关事件的性质所预言的那样，测量结果与泊松分布吻合良好。

### *3.3.* 通过瞬态荧光进行探测效率和分支比测量 *ce*

为进行发生光抽运的瞬态实验，我们先用一个持续 5 $\mu$ 秒的强脉冲分别照射 866 nm 或 397 nm 激光器，将离子初始化到 $S$ 态或 $D$ 态。

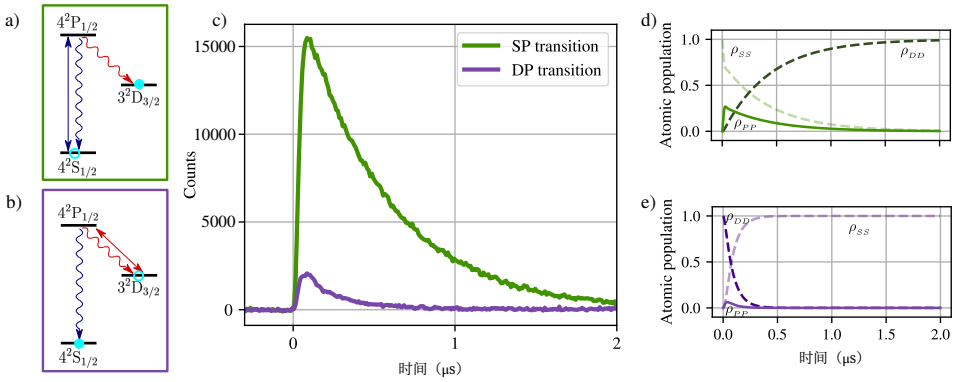



图 2. 一个 *S-P* 跃迁和一个 *D-P* 跃迁的测量。(a) 测量 *S-P* 跃迁的方案。离子散射一些紫外光子后，初始化于 *S* 态。之后，打开紫外激光，并开始记录散射出的紫外光子。最后，布居数转移至 *D* 态。(b) 测量 *D-P* 跃迁的方案。离子则初始化于 *D* 态，之后打开红外激光。同时，我们开始记录散射出的紫外光子。离子只散射一个紫外光子，原子随后进入 *S* 态。(c) 两种光抽运跃迁的荧光随时间的变化。我们将两项测量各重复 50 M 次，并通过对事件进行时间标记来记录光子的到达时间。 *S-P* 跃迁曲线（绿色）和 *D-P* 跃迁曲线（紫色）的测量结果按 10 ns 的时间窗分箱。两者的面积明显不同，这提供了有关 $p$ 数值的信息，即原子的分支比。(d、e) 分别为 *S-P* 和 *D-P* 光抽运过程的原子布居数模拟。(c) 中观测到的荧光曲线与各情况下激发态 $\rho_{PP}$ 的原子布居数成正比。我们还展示了另外两个能级的布居数，可以看出其中发生了光抽运。

（抽运激光），如图 2(a) 和图 2(b) 所示。这样，原子布居数便通过光抽运进入所需的初始态。随后，我们打开另一台激光器（探测激光），同时启用光电倍增管（PMT）进行探测。离子吸收光子，原子布居数通过光抽运转移到相反的状态。在两次测量中，我们仅探测并记录 *S-P* 衰变产生的紫外散射光子，并以 10 ns 为时间窗口对数据进行分箱。我们分别将其称为“*S-P* 跃迁”和“*D-P* 跃迁”，因为它们分别是探测激光驱动的跃迁。

为了从瞬态现象中提取有用的物理数据，需要进行背景扣除。我们将背景分为两大部分：暗计数和实验室光源产生的一般背景，以及散射杂散紫外光。两者的主要区别在于，前者在所有实验过程中都是恒定的，而后者可能随时间变化，正如前文所见，这是由声光调制器开启时的跃变造成的。

对于 *S-P* 实验，我们需要在没有离子的情况下测量声光调制器的瞬态曲线，并用这些曲线从测量结果中扣除背景。另一方面，对于 *D-P*，由于探测系统会滤除红外光，因此这种情况下的背景曲线仅包含一般背景，从测量结果中扣除一个常数值即可。

在图 2(c)中，我们看到一条绿色的 *D-P* 曲线和一条紫色的 *S-P* 曲线，两者均已扣除相应的背景。所用的测量算法如下：首先，我们打开一个持续 $5\,\mu$ 秒的强紫外抽运脉冲（针对 *D-P* 曲线）或红外抽运脉冲（针对 *S-P* 曲线）；然后，我们

关闭抽运激光器，并等待 $2\,\mu$ 秒，以计入瞬态关断响应。最后，我们打开探测激光（针对 *D-P* 曲线使用红外光，针对 *S-P* 曲线使用紫外光），并用光电倍增管（PMT）采集 $5\,\mu$ 秒的光子计数。我们重复此过程 50 M 次，以降低统计不确定度。此外，每重复 50 次，我们会同时打开两台激光器 1 ms，以避免离子过度受热。每条曲线的整个测量过程约需 1 小时 20 分钟。在此期间，由于采用了以超低膨胀玻璃制成的真空密封腔进行 Pound-Drever-Hall 稳频，频率漂移低于 1 MHz。另一方面，光功率漂移低于 1%，因此在本次分析中忽略这两种影响。

如图 2(c) 所示， *S-P* 曲线和 *D-P* 曲线的面积明显不同。图 2(d) 和 2(e) 所示的光学布洛赫方程模拟很好地描述了这一现象，其中光抽运体现在各态的布居数变化上。按照 Ramm 等人 [9] 的方法，我们通过比较分别称为 $N_{\mathrm{SP}}$ 和 $N_{\mathrm{DP}}$的各跃迁探测到的总计数，得到 *P* 态的分支比 ，它表示离子衰变到 *S* 能级的概率。通过这种方法，可以计算 $p = N_{\mathrm{SP}}/(N_{\mathrm{SP}} + N_{\mathrm{DP}})$，在我们的实验中结果为$p = 0$。9357(14)，与 Ramm 等人此前的测量结果相当吻合。这里我们只考虑了测得计数的散粒噪声所带来的不确定性，因为实验持续时间较短，这一不确定性远大于频率或功率漂移、电子学死时间等其他不确定性来源。

此外，仅通过测量 *D-P* 跃迁，我们就能估算探测系统的效率。该效率取决于集光透镜的立体角，以及真空腔窗口、分束器的光学透射率和光电倍增管量子效率。我们利用这样一个事实直接测量这一综合效率：若离子最初处于 *D* 态，开启再泵浦激光后，它只会发射一个紫外光子，随后便被抽运至 *S* 态并变为暗态。因此，执行 *N* 次循环后，探测到的光子数与循环次数之比就代表了我们系统的探测效率。对 50 M 次循环进行测量，得出的探测效率为 0.140(1)% 。

### *3.4. Powe*瞬态荧光的 *r* 与失谐行为 *ence*

现在，我们分析激光功率和失谐对光抽运过程中瞬态荧光行为的影响。我们尤其关注 *S-P* 跃迁。

每种跃迁中的散射光子总数与激光功率无关，因为分支比仅取决于原子。然而，改变激光功率会改变光抽运的特征时间，这反映在原子荧光指数衰减的特征时间上。我们利用 *S-P* 光抽运跃迁，改变紫外激光的光功率并测量得到不同的曲线。我们用指数函数 $N(t) = N_0 e^{-t/\tau} + C$拟合每条曲线的后半部分，其中 $\tau$表示光抽运过程的特征时间，而 $N_0$ 和 *C* 是自由拟合参数。图 3 的插图展示了在紫外激光的三种不同光功率下测得的 *S-P* 跃迁的三条不同瞬态曲线。可以看出，功率越高，特征时间越短。图 3 中，我们绘制了 $\tau$ 随激光光强的变化曲线；光强通过将功率除以光束面积得到，并将其与光学布洛赫方程的模拟结果进行比较。我们测量了两种不同失谐量下光强的影响，发现测量结果与失谐量分别为 $\sim -20$ MHz 和 $\sim -50$ MHz 时的模拟结果吻合良好。

现在，我们展示如何利用这些瞬态曲线测量激光参数。通过比较图 2(c)中 *S-P* 曲线与 *D-P* 曲线下方的面积，可以比较 *P* 能级到两个下能级的分支比。我们测得，从*P* 能级到 *S* 能级的分支比是从 *P* 到 *D*的 ~ 14 倍。因此，我们可以将 *S-P* 跃迁的动力学近似为 *S*态与 *P* 态之间的快速双能级系统动力学，该系统达到稳态，同时存在一个通往 *D* 态的慢速衰减通道。这意味着，制备好 *S* 态并开启紫外激光器后，可以近似得到一个定值

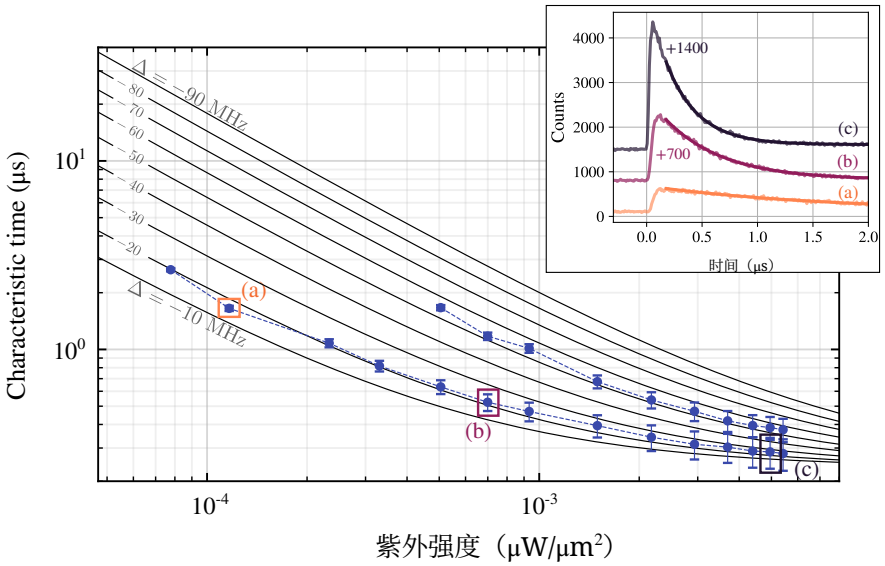



图 3. 单个离子的荧光特征衰减时间随驱动 *S-P* 跃迁的紫外激光器光强（即拉比频率）变化的情况。我们在两种不同的失谐量下进行测量： ~ −20 MHz 和 ~ −50 MHz。图中还绘出了通过光学布洛赫方程模拟得到的九种不同失谐量对应的理论等值线（黑色实线）。测量结果与模拟结果吻合良好。插图中展示了三种不同紫外光功率下的曲线；如各曲线所示，为便于观察，曲线沿 $y$ 轴偏移了一定距离。 $x$ 轴也进行了偏移，使得 $t = 0$ 对应曲线的起点。根据曲线得出的相应特征时间以相同颜色标记在图中。

来表示原子布居数，并使用常见的双能级系统结果。测量衰减至 $D$ 态的特征时间后，便可直接测量跃迁*S-P*的饱和参数，其定义为 $s = 2\Omega^2/(4\Delta^2 + \Gamma^2)$；其中， $\Omega$ 是所关注跃迁的拉比频率（与光功率的平方根成正比）， $\Delta$ 是失谐， $\Gamma$ 是相应的线宽。随后，开启紫外激光器后，激发态 $\rho_{PP}$ 的布居数定值可用 $s$ 表示为 $\rho_{PP} = s/2(1 + s)$。若现在考虑该稳态以 $\Gamma_{DP} = 2\pi \times 1.482$ MHz [12],的速率通过自发辐射衰减至 $D$ 态，则测得的特征衰减时间 $\tau_{meas}$ 可与 $\rho_{PP}$ 建立如下关系： $\tau_{meas}^{-1} \approx \rho_{PP}(s)\Gamma_{DP}$。这样，通过测量 $\tau_{meas}$ ，我们无需估算失谐或拉比频率，即可求得饱和参数 $s$ 。例如，对于图 3 中设定的最大强度，我们得到 $\rho_{PP} = 0.46(1)$，对应的饱和参数为 $S = 11.4(6)$。可将该值与根据跃迁的饱和强度所作的估算进行比较。计算饱和强度时，取跃迁线宽 $\Gamma_{SP} = 2\pi \times 21.57(2)$ [12] 和相应的跃迁频率$\omega_{SP} = 2\pi \times 755.222$ THz，并计算 $I_{sat} = \hbar\Gamma_{SP}\omega_{SP}^3/(12\pi c^2)$，其中 $c$ 为光速，得到 $I_{sat} = 45.1 \times 10^{-5}$ $\mu$W/($\mu$m)$^2$。然后，取同一数据点的实验强度 $I = 5.42(12) \times 10^{-3}$ $\mu$W/($\mu$m)$^2$, ，得到饱和参数 $S = I/I_{sat}$ 为12.0(3)，与根据特征衰减时间估算的数值吻合良好。

## 4. 结论

本文介绍了一套实验装置，能够测量单个囚禁离子的瞬态原子动力学过程中的时间依赖荧光。该动力学过程可由三能级光学布洛赫方程很好地建模。这使我们能够测量光抽运动力学的特征瞬态时间，其量级为数纳秒至10 $\mu$秒。这些测量使我们能够估算激发态的分支比等原子性质，同时还能直接测量探测系统的效率等实验参数；通常，这些参数是通过所有光学元件各自的效率来估算的。最后，我们研究了瞬态时间对探测激光光功率和失谐的依赖关系，发现结果与光学布洛赫方程的模拟非常吻合。

**经费支持**。本研究得到 Agencia I+D+i 资助项目 PICT 2018 - 3350 和 PICT 2019 - 4349、布宜诺斯艾利斯大学科学与技术秘书处资助项目 UBACyT 2018 (20020170100616BA)，以及 CONICET（阿根廷）的支持。

**致谢**。 我们感谢 F. Schmidt-Kaler 的支持与慷慨帮助，也感谢 J. P. Paz、M. A. Latoronda 和 A. J. Roncaglia 在实验室筹建过程中给予的无条件帮助与支持。 ry.

**利益披露**。 作者声明不存在利益冲突。

**数据可用性**。 本文所 प्रस्तुत结果的基础数据目前尚未公开，但可根据合理请求向作者获取。

## 参考文献

1. D. J. Wineland，“诺贝尔演讲：叠加、纠缠与提升薛定谔的猫”，Rev. Mod. Phys. **85**，1103（2013）。2. A. D. Ludlow、M. M. Boyd、J. Ye、E. Peik 和 P. O. Schmidt，“光学原子钟”，Rev. Mod. Phys. **87**，637（2015）。3. J. I. Cirac 和 P. Zoller，“利用低温囚禁离子进行量子计算”，Phys. Rev. Lett. **74**，4091（1995）。4. H. Häffner、C. F. Roos 和 R. Blatt，“利用囚禁离子进行量子计算”，Phys. Reports **469**，155–203（2008）。5. R. Blatt 和 C. F. Roos，“利用囚禁离子进行量子模拟”，Nat. Phys. **8**，277–284（2012）。6. M. Ramm、T. Pruttivarasin 和 H. Häffner，“囚禁离子链中的能量传输”，New J. Phys. **16**，063062（2014）。7. D. J. Wineland 和 W. M. Itano，“原子的激光冷却”，Phys. Rev. A **20**，1521（1979）。8. R. Gerritsma、G. Kirchmair、F. Zähringer、J. Benhelm、R. Blatt 和 C. Roos，“Ca II 的 4P 2P3/2 衰变分支比的精密测量”，The Eur. Phys. J. D **50**，13–19（2008）。9. M. Ramm、T. Pruttivarasin、M. Kokish、I. Talukdar 和 H. Häffner，“应用于 Ca+ 40 的激发态 P 1/2 分支比精密测量方法”，Phys. Rev. Lett. **111**，023004（2013）。10. J.-P. Likforman、V. Tugayé、S. Guibal 和 L. Guidoni，“利用微加工表面阱中的单离子精密测量 Sr+ 88 的 5 p P 1/2 2 态分支比”，Phys. Rev. A **93**，052507（2016）。11. T. Pruttivarasin、M. Ramm 和 H. Häffner，“2S1/2- 2P1/2 与 2D3/2- 2P1/2 跃迁的直接光谱学及囚禁 40Ca+ 中微运动调制光谱的观测”，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **47**，135002（2014）。12. M. Hettrich、T. Ruster、H. Kaufmann、C. Roos、C. Schmiegelow、F. Schmidt-Kaler 和 U. Poschinger，“利用单个囚禁离子测量偶极矩阵元”，Phys. Rev. Lett. **115**，143003（2015）。13. J. Roßnagel、K. N. Tolazzi、F. Schmidt-Kaler 和 K. Singer，“利用暗共振对囚禁离子进行快速测温”，New J. Phys. **17**，045004（2015）。14. D. Hume、C. Chou、D. Leibrandt、M. Thorpe、D. Wineland 和 T. Rosenband，“通过相干运动进行囚禁离子态探测”，Phys. Rev. Lett. **107**，243902（2011）。15. G. Cerchiari、G. Araneda、L. Podhora、L. Slodička、Y. Colombe 和 R. Blatt，“利用荧光在量子层面测量离子振荡”，Phys. Rev. Lett. **127**，063603（2021）。16. S. Bourdeauducq、D. Allcock、P. Zotov、J. Britton 和 T. Tan，“ARTIQ 1.0”，（2016）。17. G. Kasprowicz、P. Kulik、M. Gaska、T. Przywozki、K. Pozniak、J. Jarosinski、J. W. Britton、T. Harty、C. Balance、W. Zhang 等，“ARTIQ 和 Sinara：面向量子物理的开放式软件与硬件栈”，载于 Quantum 2.0，（Optica出版集团，2020）。18. N. A. N. Barreto、M. Drechsler 和 C. T. Schmiegelow，“多-Λ 系统中的三激光相干布居囚禁：理论、实验与应用”，Phys. Rev. A **106**，053708（2022）。19. M. Doležal、P. Balling、P. B. Nisbet-Jones、S. A. King、J. M. Jones、H. A. Klein、P. Gill、T. Lindvall、A. E. Wallin、M. Merimaa 等，“光学频率标准离子阱中的热辐射分析”，Metrologia **52**，842（2015）。20. R. W. Drever、J. L. Hall、F. V. Kowalski、J. Hough、G. Ford、A. Munley 和 H. Ward，“利用光学谐振腔稳定激光相位与频率”，Appl. Phys. B **31**，97–105（1983）。

21. “Red Pitaya,”https://redpitaya.com/. 22. M. A. Luda, M. Drechsler, C. T. Schmiegelow, and J. Codnia, “用于锁相测量和实验主动控制的紧凑型嵌入式设备,” 《科学仪器评论》**90**, 023106 (2019).