arXiv:2303.00701v1 [quant-ph] 1 Mar 2023

阿哈罗诺夫–玻姆效应的时间对称性与拓扑学

Yakir Aharonov,[1,2,3] *Ismael L. Paiva*,[4,5] *Zohar Schwartzman-Nowik*,[6,5] *Avshalom C. Elitzur*,[2,7] 和 *Eliahu Cohen*[5]

[1] *Schmid College of Science and Technology, Chapman University, Orange, California 92866, USA*

[2] *Institute for Quantum Studies, Chapman University, Orange, California 92866, USA*

[3] *School of Physics and Astronomy, Tel Aviv University, Tel Aviv 6997801, Israel*[4] *H. H. Wills Physics Laboratory, University of Bristol, Tyndall Avenue, Bristol BS8 1TL, United Kingdom*

[5] *Faculty of Engineering and the Institute of Nanotechnology and Advanced Materials, Bar-Ilan University, Ramat Gan 5290002, Israel*[6] *School of Computer Science and Engineering, The Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel*[7] *Iyar, The Israeli Institute for Advanced Research, POB 651 Zichron Ya'akov 3095303, Israel*

阿哈罗诺夫–玻姆（AB）效应对基础物理与应用物理产生了深远影响。其拓扑性质通常意味着，电子若要在无场区域环绕磁通量源并产生可观测效应，就必须走完闭合回路。在这篇快报中，我们研究了一种阿哈罗诺夫–玻姆效应的变体，它似乎对这一概念提出了挑战。分析中还讨论了弱值和非定域运动方程的意义，从而阐明并联系起这些基本概念。

在经典物理学中，时间上的确定性演化结合牛顿图景——点粒子受到力的作用——为所有物理系统的动力学提供了清晰的解释。在量子力学中，尽管情况更加微妙，薛¨定谔的幺正演化也为封闭量子系统的动力学提供了一幅数学上优雅的图景。然而，量子测量会彻底改变这种描述，带来一种通常称为“波函数坍缩”的非幺正性。反过来，这又与测量问题 [1, 2] 以及各种违反直觉的概念相关，例如单粒子非定域性 [3–10]。

乍看之下，坍缩似乎挑战了薛定谔统一演化所具有的时间对称、可逆的观念。然而，阿哈罗诺夫、贝尔曼和列博维茨 [11] 表明，若在量子系统的初始边界条件之外再加入一个末态边界条件，情况便非如此。这促成了双态矢量形式（TSVF） [12–15], 的发展；它与其他将过去和未来置于同等地位的现代讨论相一致 [16–26]。TSVF 将量子测量的结果归因于两个波函数：一个（预选的）从源头向探测器沿时间正向演化，另一个（后选的）则沿反方向演化。这种方法为许多量子现象提供了独特的视角，例如单体 [10, 27–29]和多体 [30–34]量子非定域性，将其视为量子形式体系时间对称化所产生的量子效应。此外，TSVF 还为解决测量问题和经典性的涌现 [35–37]提供了一种新颖的方法。更有趣的是，在预选态和后选态的特殊组合下，会出现一些新现象，而这些现象事后看来也为标准形式体系所要求 [27, 38]——然而，若没有 TSVF，这些现象此前并未被预言。

然而，这里存在一个概念上的陷阱：我们如何验证关于测量之间的量子态的预言或回溯性推断？弱测量 [38] 正是为绕开这一难题而提出的，并且在多种情境中证明了其作用 [39–51]。然而，在某些实现方式中，它具有统计性质；而且通常会付出微小但非零的扰动代价。这些因素引发了关于其本体论角色的争论：它是否揭示了被测量子系统的一种基本特性 [52]。此外，在初态和末态之间的中间时期存在的“弱实在” [53, 54]，往往勾勒出一幅令人困惑的图景，涉及系统的过去 [55–61]。

本快报将在一个涉及阿哈罗诺夫–玻姆（AB）效应的奇特情境中考察这一图景。可以看到，经历 AB 效应的电子的过去与该效应的拓扑性质之间存在某种张力。尽管如此，海森堡绘景中的非定域运动方程将为此提供一些解释。

快报其余部分安排如下。首先，我们概述基于粒子的方法的基本原理，并以双势阱装置为例加以说明。接着，我们描述由弱测量探测的双马赫–曾德尔干涉仪（MZI）中的 AB 效应。随后，我们分析这种验证技术及其含义。因此，本文的主要贡献是一项思想实验：粒子似乎表现出 AB 效应，尽管它的（向前演化的）波函数似乎只经过螺线管的一侧，并未环绕螺线管。

非定域的、基于粒子的方法——在所提出的方法中，基于海森堡绘景，叠加的概念被重新诠释为算符的语言 [62], ，尤其是满足非定域运动方程的模算符 [63]。因此，可以从本体论上截然不同的角度解释干涉现象 [64]。模变量由——

一组可观测量构成，其期望值是与波包之间相对相位相关的量。这些算符的海森堡方程是非定域的，也就是说，它们的时间演化会受到远处位置处势的影响。例如，如果一个系统的哈密顿量写作 $H = P^2/2m + V(X)$，那么与模动量相关的算符 $e^{iP\ell}$ （我们采用 $\hbar = 1$的单位制）的海森堡演化为

$$\frac{d}{dt}e^{iP\ell} = -i[e^{iP\ell}, H] = -i[V(X + \ell I) - V(X)]e^{iP\ell}. \quad (1)$$

情况之所以如此，是因为 $e^{iP\ell}|x\rangle = |x + \ell\rangle$ 并且，随后，$e^{iP\ell}V(X) = V(X + \ell I)e^{iP\ell}$。请注意，尽管$e^{iP\ell}$ 不是厄米算符，但可以由它构造量子可观测量（例如，取其实部）。

这种类型的非定域性称为动力学非定域性 [63]，，以区别于最常见的运动学非定域性，例如贝尔情景中所讨论的非定域性。它使我们能够假定一种图景：粒子具有确定的位置（即使这个位置未知），同时又能一致地解释干涉现象。举例来说，在这种图景中，模动量可以解释局域粒子的双缝实验干涉 [64]。事实上，如果两条缝之间的距离为 ℓ，那么可以假定粒子穿过其中一条缝，但其动力学仍会受到置于另一条缝处的势的影响。与动力学非定域性这一概念密切相关的是阿哈罗诺夫–玻姆效应：电荷的干涉图样会受到其未曾经过区域内的电磁场影响。

现在，假设对一个系统的制备（预选）并未指定粒子的位置。在这种情况下，有时可以通过稍后的第二次测量，即后选，获得关于粒子所在位置的信息。然而，正如上文已暗示的那样，后选情形允许在预选与后选之间的时间间隔内采用一种包含逆因果性的图景。鉴于这一讨论，动力学非局域性似乎可以被视为双时图景中逆因果现象沿时间正向的表现，反之亦然。接下来，我们将讨论这两个思想之间的相互作用，并探讨如何验证由此得出的新颖预测。

探索双势阱中的动力学非定域性— 我们从一个简单的装置入手，用以阐释构成本文快报主要结果基础的一些基本概念，相关内容将在下一节中介绍。我们考虑两个相互连接的腔，它们构成一个双势阱系统。如果粒子位于左侧腔中，我们可以将状态 $|L\rangle$ 与之关联。同样，状态 $|R\rangle$ 与位于右侧腔中的粒子相关联。注意到，这可以被视为一种研究干涉的方式，尤其是在马赫–曾德尔干涉仪（MZI）中。事实上，这类干涉仪容纳沿两条分离路径传播的波包，并在末端发生干涉，例如简单的MZI；或者在实验过程中部多次发生干涉，例如在嵌套马赫-曾德尔干涉仪中。

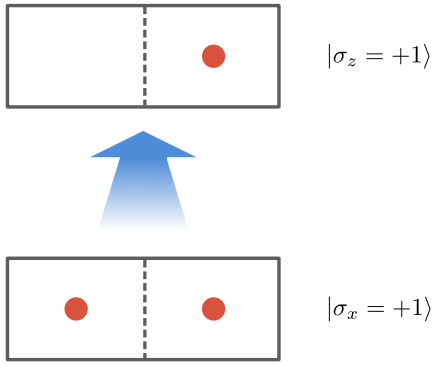

图 1. 两个互连腔体的示意图：它们被预选为状态 $|\sigma_x = +1\rangle$，并被后选为状态$|\sigma_z = +1\rangle$。

它们在末端发生干涉，例如简单的 MZI；或者像在嵌套马赫-曾德尔干涉仪中那样，在实验过程中部多次发生干涉。实现这种映射的关键假设，正是前面提到的两个腔相互连接这一事实；这使得不同腔中的波包之间能够发生干涉。

因此，粒子的普遍状态——它可以处于同时位于两个腔中的叠加态——为 $\cos(\theta/2)|L\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|R\rangle$。由于这只是一个量子比特态，我们可以采用更熟悉的记法，将 $|L\rangle \equiv |\sigma_z = -1\rangle$ 和 $|R\rangle = |\sigma_z = +1\rangle$对应起来；其中，$|\sigma_z = -1\rangle$和 $|\sigma_z = +1\rangle$ 是泡利算符σ_z 的本征态，其本征值分别为 -1 和 $+1$。

现在，假设一个粒子被制备在叠加态 $(|\sigma_z = -1\rangle + |\sigma_z = +1\rangle)/\sqrt{2} = |\sigma_x = +1\rangle$ 中。随后，它被后选择在最终态 $|\sigma_z = +1\rangle$，如图 1 所示。如何调和这两种根本不同的边界条件？我们认为，在时间对称图景中，将这两个条件视为粒子所具有的两种属性，或许更容易理解：粒子很好地局域在右侧腔体中，其泡利-z值已确定；同时，它还具有确定的泡利-x值。为了理解 σ_x 和 σ_z 同时具有确定值在何种意义上是可能的，我们注意到，在这样一种情形中，σ_z 的每个本征态都对应于系统处在一个遥远位置，σ_x 扮演着模变量 [65]的角色。事实上，由于该问题具有循环结构，本文前面提到的模动量 $e^{iP\ell}$ 的对应算符是一个算符，它（至多相差一个整体相位）将 $|\sigma_z = -1\rangle$ 映射为 $|\sigma_z = +1\rangle$，反之亦然。可以验证，算符 $e^{i\sigma_x\pi/2}$ 能实现这一点。然而，这个算符等价于标准 σ_x 的一个倍数。为了说明这一点，假设在某个中间时刻 t'，对系统施加一个脉冲势 $V = (1 - \sigma_z)V_0\delta(t - t')/2$，其中 V_0 是一个实常数。因子 $1 - \sigma_z$ 的存在意味着，该势仅施加在左侧腔体上。然而，根据

海森堡运动方程， σ_x 将发生如下变化

$$\frac{d}{dt}\sigma_x = -i[\sigma_z V_0 \delta(t-t')]\sigma_x. \tag{2}$$

这表明，模变量 σ_x 的动力学会受到放置在任一位置的势的影响，而每个位置分别与 $|\sigma_z = -1\rangle$ 和 $|\sigma_z = +1\rangle$ 相关联。

请注意，根据对称性，这里给出的相同推理也适用于预选态和后选态互换的情况，即系统在 $|\sigma_z = +1\rangle$ 中被预选，在 $|\sigma_x = +1\rangle$ 中被后选。在这种情形下，从薛定谔图像的角度来看，势对动力学的影响似乎更难理解。此外，值得注意的是，当路径重新汇合时，模变量 σ_x 会变为局域的；也就是说，一个在某一时刻具有非局域性质的模算符，之后可能对应于一种局域性质。接下来，我们将讨论一个相关但更为引人注目的案例：螺线管对电子产生了这种非局域效应。

阿哈罗诺夫–玻姆效应中的动力学非定域性——阿哈罗诺夫–玻姆效应 [66, 67]揭示了量子动力学中一个独特的方面，挑战了电磁学的基本原理。电流流经一根与马赫–曾德尔干涉仪垂直交叉的螺线管，会影响发生干涉的电子波包之间的相对相位。为简便起见，我们在此考虑电流在螺线管内产生半整数磁通子的情形；这会使波包的相对相位反号，进而改变电子在马赫–曾德尔干涉仪中的出射端口。

这种效应通常被视为螺线管内部的磁通量与环绕螺线管的电子之间的一种非定域相互作用 [68]。然而，人们对该效应的拓扑性质和非定域性质提出了疑问 [69, 70], ，包括此类非定域性与运动学非定域性之间的关系，例如爱因斯坦–波多尔斯基–罗森–贝尔（EPR-贝尔）情景中的非定域性 [71–74]。后者可以通过一般概率方法加以研究，这些方法为相关量提供界限，从而能够在不同配置下进行数学上严谨的验证。相比之下，阿哈罗诺夫–玻姆效应及相关效应体现的是动力学非定域性 [75], ，它源自动力学方程。动力学非定域性的性质使得难以为其验证确立精确的操作性界限：由于这些界限与动力学方程相关，设备无关方法似乎难以表明它们的存在。尽管如此，在阿哈罗诺夫–玻姆效应的标准半经典处理中，可以证明，当电子（处于波包叠加态）环绕螺线管时，唯一以规范不变方式发生变化的量，是与电子模速度相关的量。事实上，动力学方程意味着，电子的模速度会发生突然而不连续的

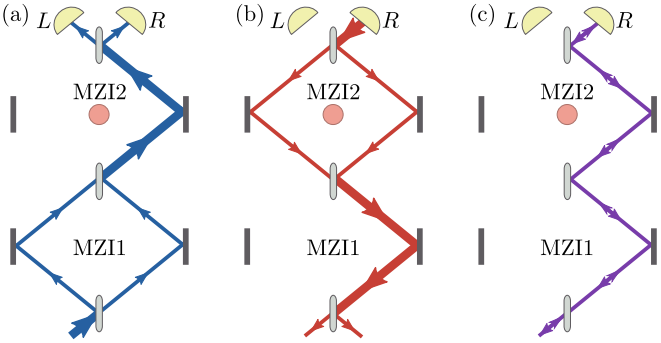

图 2. 穿过所提出装置的预选态和后选态。(a) 正向时间演化。(b) 反向时间演化。(c) 从双态矢量形式的角度看，正向和反向时间演化之间的重叠。

变化，而这一变化发生在线段穿过螺线管时；该线段连接着各波包的“质心” [65, 76, 77]。

如今，运动学与动力学之间的界限已变得模糊，因为这取决于研究该理论所采用的基本框架。因此，运动学非定域性与动力学非定域性之间的相互作用值得深入探究。

考虑图中所示的双马赫-曾德尔干涉仪。 2虽然 MZI1 是标准构型，MZI2 则环绕着一个带有半整数磁通子的螺线管。电子穿过这个双干涉仪时的轨迹如图所示。2(a)。由于电子在 MZI2 中具有确定的轨迹，人们可能会认为螺线管的存在不会对电子的动力学产生影响。

虽然对系统进行标准演化分析时确实如此，但时间对称图景还呈现出一个独特的补充。在弱实在图景中，粒子的位置由预选态和后选态共同决定。因此，第二个随时间反向演化的波函数确实环绕着螺线管。于是，系统会经过位置弱值不为零的区域。反向演化（假设后选端口为 R）如图所示。2(b)。因此，在预选与后选之间，可以为电子指定一条如图所示的轨迹。2(c)。从这种综合视角来看，电子似乎只沿着 MZI2 的右侧行进，却仍受到螺线管的影响；这一点可从它经过 MZI1 的右臂而非左臂推断出来。给定规定的预选态和后选态，在电子穿过这两个马赫–曾德尔干涉仪时进行位置弱测量，即可通过实验验证这一论断。

然而，人们可能会问，如何在标准的（沿时间正向演化）图景中理解这一结果。对此，模变量会派上用场。与上文关于双势阱的讨论类似，除了位置（与 σ_z相关联）之外，还可以赋予电子一个相关的

模变量（与 σ_x相关联）。因此，尽管螺线管不会影响电子的位置，却会改变其相关的模变量，进而影响之后发生的干涉。

弱测量扰动——现在来讨论一个微妙的问题。在 MZI1 中，为了获取有关电子位置的信息而进行的弱测量，会破坏干涉图样，而该图样迫使电子在 MZI2 中只能沿右路径通过。因此，所有电子中有一小部分会穿过 MZI2 的“禁区”左臂，从而造成最终测量中观察到的偏差。事实上，这些弱测量所获取的信息量，与穿过 MZI2 左臂的光子数量成正比 [78]。那么，后选与弱指针偏移之间的相关性，能否归因于这种扰动?

理论上，我们可以将耦合强度减小到可忽略不计，同时让系综大小不断增大，使得穿过第二个 MZI 左臂的电子比例趋于零。尽管如此，最终强测量与初始弱测量之间仍会呈现强相关性。现在我们将更详细地分析这一点。

假设与上述情况相同，电子穿过左臂和右臂的波函数分别表示为$|\sigma_z = -1\rangle$ 和 $|\sigma_z = +1\rangle$。因此，MZI1 中的弱测量是一种 σ_z 测量，可通过以下相互作用哈密顿量实现；该哈密顿量在某个时间间隔 $[0,\tau]$内耦合被测电子与测量指针：

$$H_{\rm int} = g(t)\sigma_z P, \tag{3}$$

其中， P 是指针的动量，而 $\int_0^\tau g(t)dt = g_0 \ll \Delta$，后者是指针波函数 $\Phi(q) = e^{-q^2/4\Delta^2}$的标准差。

在该哈密顿量的作用下，组合系统的初态（正比于 $|\sigma_x = +1\rangle e^{-q^2/4\Delta^2}$）变为

$$e^{ig_0\sigma_z\otimes P}|\sigma_x = +1\rangle \otimes \frac{1}{(2\pi\Delta^2)^{1/4}}\int dq\, e^{-q^2/4\Delta^2}|q\rangle \approx A\left(|\sigma_x = +1\rangle \otimes \int dq\, e^{-q^2/4\Delta^2}|q\rangle - \frac{g_0}{2\Delta^2}|\sigma_x = -1\rangle \otimes \int dq\, q e^{-q^2/4\Delta^2}|q\rangle\right), \tag{4}$$

其中， A 是归一化常数。从测量装置的指针上读出结果 q_0 后，所关注系统的状态变为

$$B\left(|\sigma_x = +1\rangle - \frac{g_0 q_0}{2\Delta^2}|\sigma_x = -1\rangle\right), \tag{5}$$

其中 B 是归一化常数。最后一个方程表示测量的反作用，以及穿过左臂 MZI2 的新生概率振幅。由于通常有 $q_0 \lesssim \Delta$，翻转的概率通常小于 $g_0^2/\Delta^2 \ll 1$ （这与 Vaidman 先前关于量子粒子 [55,式（8）]所留下的弱痕迹的分析一致）。因此，可以选择预选和后选择系综的规模为 $N \gtrsim \Delta^2$ ，使得不发生翻转的概率渐近地按 $(1 - g_0^2/N)^N \to e^{-g_0^2}$缩放，并且可以任意接近于零。然而，正如参考文献 [55], 所指出的，在同一预选和后选择情形中重复进行弱测量 $N \gtrsim \Delta^2$ ，会导致指针发生总偏移；基于弱值在其中的累积，这一偏移与电子完全存在于第一个 MZI 的某一条臂中的情形相当。或者，也可以将其理解为：将投影算符的弱值解释为概率 [52, 79], , 在本例中，禁行臂和电子经过的臂中的概率分别为 0 和 1。结果是，在 N 较大且相应的耦合强度较小的极限下，穿过左臂的电子数可以变得小到可忽略不计，然而，在 MZI1 中进行弱测量所得的弱值却表明，由于 MZI2 中的磁通量，阿哈罗诺夫–玻姆效应确实存在。这一看似矛盾的情形，既可以在薛定谔绘景中理解为由后选择波函数辅助的双态效应，也可以通过海森堡绘景中的动力学非局域运动方程来理解。在随后的一篇论文中 [80], , 我们将介绍一个仅涉及投影测量的等效实验，以证明这一点。

讨论——本研究的动机源于一个思想实验：阿哈罗诺夫–玻姆效应似乎会产生可观测的后果，尽管电子的（向前演化的）波函数并未环绕磁通量。这引出了对量子力学基础更为普遍的观察。

TSVF 表明，可以以一致且无冗余的方式引入未来边界条件（后选择态），来描述量子理论中的系统。在这种双时图景中，系统在某一时刻的状态同时受到预选态和后选态的影响。尽管这种观点能简单地推导系统在中间时刻的性质，但由于预选态和后选态本质上不同，它可能无法清晰地描述系统如何动态演化，甚至也难以提供一些必要的直觉。为了解决这些问题，我们表明，也可以将量子力学理解为一种同时呈现运动学（类贝尔）和动力学（类阿哈罗诺夫–玻姆）非定域现象的理论，这与经典理论截然不同。得益于量子不确定性，这些现象不会导致因果性违背 [81]。特别是，动力学非定域性似乎体现了双时图景中系统对未来构型的依赖。

由此呈现出的图景相当简单且自洽：电子可以被视为沿着一条确定路径运动的粒子，

而不是叠加在两条轨迹上的波。然而，它具有非局域性质，因此能够经历所提出的阿哈罗诺夫–玻姆效应变体。我们认为，为了更好地理解量子系统的动力学特征，应进一步探究这些观点所蕴含的意义。

Y.A. 感谢费德里科与埃尔维亚·法金基金会提供资助。I.L.P 感谢欧洲研究委员会高级资助项目 FLQuant 提供资助。E.C. 获得以色列创新局第 70002 号和第 73795 号项目、帕齐基金会、以色列科学技术部以及以色列高等教育委员会量子科学与技术计划的资助。本研究获得约翰·E·费策纪念信托基金下属的费策–富兰克林基金，以及基础问题研究所和费策–富兰克林基金（硅谷社区基金会的捐赠者建议基金）第 FQXi-RFP-CPW-2006 号资助。

[1] W. H. Zurek, 《退相干、环境诱导超选择与经典世界的量子起源》, 《现代物理评论》75，715（2003）。[2] M. Schlosshauer, 《退相干、测量问题与量子力学诠释》, 《现代物理评论》76，1267（2005）。[3] S. M. Tan、D. F. Walls 和 M. J. Collett, 《单光子的非定域性》, 《物理评论快报》66，252（1991）。[4] L. Hardy, 《重新审视单光子的非定域性》, 《物理评论快报》73，2279（1994）。[5] D. M. Greenberger、M. A. Horne 和 A. Zeilinger, 《单光子的非定域性? 》, 《物理评论快报》75，2064（1995）。[6] G. Bj¨ork、P. Jonsson 和 L. L. S´anchez-Soto, 《单粒子非定域性与真空纠缠》, 《物理评论A》64，042106（2001）。[7] J. Dunningham 和 V. Vedral, 《单粒子的非定域性》, 《物理评论快报》99，180404（2007）。[8] G. S. Paraoanu, 《实在论与单量子非定域性》, 《基础物理学》41，734（2011）。[9] M. Fuwa、S. Takeda、M. Zwierz、H. M. Wiseman 和 A. Furusawa, 《利用零差测量对单粒子非定域波函数坍缩的实验性证明》, 《自然·通讯》6，6665（2015）。[10] D. Georgiev 和 E. Cohen, 《透过弱测量的视角分析单粒子非定域性》, 《国际量子信息杂志》18，1941024（2020）。[11] Y. Aharonov、P. G. Bergmann 和 J. L. Lebowitz, 《量子测量过程中的时间对称性》, 《物理评论》134，B1410（1964）。[12] Y. Aharonov 和 L. Vaidman, 《量子力学的双态矢量形式》, 载于 *Time in quantum mechanics*, J. G. Muga、R. S. Mayato 和 I. L. Egusquiza 编（施普林格，柏林、海德堡，2002），第369–412页。[13]Y. Aharonov 和 D. Rohrlich, *Quantum Paradoxes: Quantum Theory for the Perplexed*（Wiley-VCH，魏因海姆，2005）。[14] Y. Aharonov 和 L. Vaidman, 《双态矢量形式：更新综述》, 载于 *Time in Quantum Mechanics*, J. G. Muga、R. S. Mayato 和 I. L. Egusquiza 编（施普林格，柏林、海德堡，2008），第399–447页。[15] Y. Aharonov、E. Cohen、E. Gruss 和 T. Landsberger, 《双态矢量形式中的测量与坍缩》, 《Quantum Stud.: Math. Found.》1，133（2014）。[16] J. G. Cramer, 《量子力学的交易诠释》, 《现代物理评论》58，647（1986）。[17] R. E. Kastner, *The transactional interpretation of quantum mechanics: the reality of possibility*（剑桥大学出版社，剑桥，英国，2012）。[18] R. I. Sutherland, 《因果对称的玻姆模型》, 《Stud. Hist. Philos. Sci. B》39，782（2008）。[19] M. Silberstein、W. M. Stuckey 和 T. McDevitt, *Beyond the dynamical universe: unifying block universe physics and time as experienced*（牛津大学出版社，牛津，英国，2018）。[20] H. Price, 《时间对称性是否意味着逆因果性? 量子世界给出的答案是“也许”? 》, 《Stud. Hist. Philos. Sci. B》43，75（2012）。[21] H. Price 和 K. Wharton, 《解开量子世界之谜》, 《熵》17，7752（2015）。[22] K. Wharton, 《一类新型逆因果模型》, 《熵》20，410（2018）。[23] O. Oreshkov 和 N. J. Cerf, 《量子理论中时间反演的操作性表述》, 《自然物理》11，853（2015）。[24] P. D. Drummond 和 M. D. Reid, 《量子场实在的逆因果模型》, 《物理评论研究》2，033266（2020）。[25] A. Di Biagio、P. Don`a 和 C. Rovelli, 《量子理论操作性表述中的时间之矢》, 《Quantum》5，520（2021）。[26] L. Hardy, 《操作理论中的时间对称性》, arXiv:2104.00071（2021）。[27] Y. Aharonov、S. Popescu、D. Rohrlich 和 P. Skrzypczyk, 《量子柴郡猫》, 《New J. Phys.》15，113015（2013）。[28] Y. Aharonov、E. Cohen 和 S. Popescu, 《动力学量子柴郡猫效应及其对反事实通信的意义》, 《自然·通讯》12，4770（2021）。[29] A. C. Elitzur、E. Cohen、R. Okamoto 和 S. Takeuchi, 《量子路由器揭示的光子非定域位置变化》, 《Sci. Rep.》8，7730（2018）。[30] K. J. Resch 和 A. M. Steinberg, 《利用局域单粒子测量提取联合弱值》, 《物理评论快报》92，130402（2004）。[31] J. S. Lundeen 和 A. M. Steinberg, 《以光子对上的实验性联合弱测量探测 Hardy 悖论》, 《物理评论快报》102，020404（2009）。[32] Y. Aharonov 和 E. Cohen, 《弱值与量子非定域性》, 载于 *Quantum Nonlocality and Reality: 50 Years of Bell's Theorem*, M. Bell 和 S. Gao 编（剑桥大学出版社，剑桥，英国，2016），第305–314页。[33] Y. Aharonov、F. Colombo、S. Popescu、I. Sabadini、D. C. Struppa 和 J. Tollaksen, 《量子对鸽笼原理的违背及量子关联的本质》, 《美国国家科学院院刊》113，532（2016）。[34] Y. Aharonov、E. Cohen 和 J. Tollaksen, 《量子力学中彻底的自上而下层级结构》, 《美国国家科学院院刊》115，11730 (2018年)。

[35] Y. Aharonov 和 B. Reznik，《宏观性质如何决定微观概率》，《物理评论A》65，052116（2002年）。[36] E. Cohen 和 Y. Aharonov，《通过弱测量和后选择实现从量子到经典的转变》，载于 *Quantum Structural Studies: Classical Emergence from the Quantum Level* 2017 401 425（世界科学出版社，）第–页。[37] Y. Pan、E. Cohen、E. Karimi、A. Gover、I. Kaminer 和 Y. Aharonov，《电子—光子相互作用中的弱测量、投影测量以及从量子到经典的转变》，arXiv:1910.11685（2019年）。[38] Y. Aharonov、D. Z. Albert 和 L. Vaidman，《对自旋1/2粒子自旋分量的测量结果如何可能为100》，《物理评论快报》60，1351（1988年）。[39] P. B. Dixon、D. J. Starling、A. N. Jordan 和 J. C. Howell，《通过干涉式弱值放大实现超灵敏光束偏转测量》，《物理评论快报》102，173601（2009年）。[40] M. D. Turner、C. A. Hagedorn、S. Schlamminger 和 J. H. Gundlach，《使用弱值放大的干涉式准自准直仪实现皮弧度偏转测量》，《光学快报》36，1479（2011年）。[41] Y. Susa、Y. Shikano 和 A. Hosoya，《弱值放大的最优探针波函数》，《物理评论A》85，052110（2012年）。[42] J. Dressel、K. Lyons、A. N. Jordan、T. M. Graham 和 P. G. Kwiat，《利用循环利用的光子增强弱值放大》，《物理评论A》88，023821（2013年）。[43] A. N. Jordan、J. Martínez-Rincón 和 J. C. Howell，《弱值放大的技术优势：少即是多》，《物理评论X》4，011031（2014年）。[44] S. Pang、J. Dressel 和 T. A. Brun，《纠缠辅助的弱值放大》，《物理评论快报》113，030401（2014年）。[45] G. B. Alves、B. Escher、R. L. de Matos Filho、N. Za-gury 和 L. Davidovich，《作为最优计量协议的弱值放大》，《物理评论A》91，062107（2015年）。[46] J. Harris、R. W. Boyd 和 J. S. Lundeen，《在探测器饱和情况下，弱值放大能够胜过常规测量》，《物理评论快报》118，070802（2017年）。[47] M. Pfender、P. Wang、H. Sumiya、S. Onoda、W. Yang、D. B. R. Dasari、P. Neumann、X.-Y. Pan、J. Isoya、R.-B. Liu、*et al.*，《通过序贯弱测量对单个核自旋进行高分辨率光谱学》，《自然·通讯》10，594（2019年）。[48] K. S. Cujia、J. M. Boss、K. Herb、J. Zopes 和 C. L. Degen，《通过弱测量追踪单个核自旋的进动》，《自然》571，230（2019年）。[49] S.-Z. Fang、H.-T. Tan、G.-X. Li 和 Q.-L. Wu，《用于角速度测量的弱值放大》，《应用光学》60，4335（2021年）。[50] J.-H. Huang、X.-Y. Duan 和 X.-Y. Hu，《利用萨格纳克干涉仪中的弱测量放大转动速度》，《欧洲物理学杂志D辑》75，114（2021年）。[51] I. L. Paiva、R. Lenny 和 E. Cohen，《几何相位与萨格纳克效应：基础理论 аспект及传感应用》，《先进量子技术》5，2100121（2022年）。[52] L. Vaidman，《弱值争议》，《皇家学会哲学汇刊A辑》375，20160395（2017年）。[53] L. Vaidman、A. Ben-Israel、J. Dziewior、L. Knips、M. Weißl、J. Meinecke、C. Schwemmer、R. Ber，以及 H. Weinfurter，《超越指针读数条件期望值的弱值》，《物理评论A》96，032114（2017年）。[54] Y. Aharonov、E. Cohen、M. Waegell 和 A. C. Elitzur，《使量子现象更自然的弱实在：新见解与实验》，《熵》20，854（2018年）。[55] L. Vaidman，《量子粒子的过去》，《物理评论A》87，052104（2013年）。[56] A. Danan、D. Farfurnik、S. Bar-Ad 和 L. Vaidman，《询问光子曾身在何处》，《物理评论快报》111，240402（2013年）。[57] L. Vaidman，《追溯量子粒子的过去》，《物理评论A》89，024102（2014年）。[58] B.-G. Englert、K. Horia、J. Dai、Y. L. Len 和 H. K. Ng，《重新审视量子粒子的过去》，《物理评论A》96，022126（2017年）。[59] U. Peleg 和 L. Vaidman，《关于〈重新审视量子粒子的过去〉的评论》，《物理评论A》99，026103（2019年）。[60] B.-G. Englert、K. Horia、J. Dai、Y. L. Len 和 H. K. Ng，《对〈关于“重新审视量子粒子的过去”的评论〉的回复》，《物理评论A》99，026104（2019年）。[61] D. Paneru 和 E. Cohen，《纠缠态中粒子的过去》，《国际量子信息杂志》15，1740019（2017年）。[62] Y. Aharonov、H. Pendleton 和 A. Petersen，《确定性量子干涉实验》，《国际理论物理杂志》3，443（1970年）。[63] Y. Aharonov、H. Pendleton 和 A. Petersen，《量子理论中的模变量》，《国际理论物理杂志》2，213（1969年）。[64] Y. Aharonov、E. Cohen、F. Colombo、T. Landsberger、I. Sabadini、D. C. Struppa 和 J. Tollaksen，《终于弄懂双缝实验》，《美国国家科学院院刊》114，6480（2017年）。[65] I. L. Paiva、P. R. Dieguez、R. M. Angelo 和 E. Cohen，《阿哈罗诺夫–玻姆效应中的相干性与实在论》，arXiv:2209.00480（2022年）。[66] W. Ehrenberg 和 R. E. Siday，《电子光学中的折射率与动力学原理》，《物理学会会刊B辑》62，8（1949年）。[67] Y. Aharonov 和 D. Bohm，《电磁势在量子理论中的意义》，《物理评论》115，485（1959年）。[68] Y. Aharonov、E. Cohen 和 D. Rohrlich，《阿哈罗诺夫–玻姆效应的非定域性》，《物理评论A》93，042110（2016年）。[69] L. Vaidman，《势在阿哈罗诺夫–玻姆效应中的作用》，《物理评论A》86，040101(R)（2012年）。[70] C. Marletto 和 V. Vedral，《阿哈罗诺夫–玻姆相位与其他所有量子相位一样是在局域产生的》，《物理评论快报》125，040401（2020年）。[71] A. Einstein、B. Podolsky 和 N. Rosen，《量子力学对物理实在的描述能否被视为完备？》，《物理评论》47，777（1935年）。[72] D. Bohm 和 Y. Aharonov，《关于爱因斯坦、罗森和波多尔斯基悖论的实验性证明的讨论》，《物理评论》108，1070（1957年）。[73] J. S. Bell，《论爱因斯坦–波多尔斯基–罗森悖论》，《Physics Physique Fizika》1，195（1964年）。[74] N. Brunner、D. Cavalcanti、S. Pironio、V. Scarani 和 S. Wehner，《贝尔非定域性》，《现代物理评论》86，419（2014年）。[75] Y. Aharonov，《非局域现象与阿哈罗诺夫–玻姆效应》，载于 *Foundations Of Quantum Mechanics In*

The Light Of New Technology: Selected Papers from the Proceedings of the First through Fourth International Symposia on Foundations of Quantum Mechanics，由 S. Nakajima、Y. Murayama 和 A. Tonomura 编（世界科学出版社，1996年），第 8–17 页。[76] Y. Aharonov 和 T. Kaufherr，《量子理论中磁通线的作用》，《物理评论快报》**92**，070404（2004年）。[77] T. Kaufherr，《如何检验阿哈罗诺夫–玻姆效应的规范不变的非局域量子动力学》，《Quantum Stud.: Math. Found. **1**，187（2014年）。[78] Y. Aharonov、E. Cohen 和 A. C. Elitzur，《量子弱测量的基础与应用》，《物理评论A》**89**，052105（2014年）。[79] A. Hosoya 和 Y. Shikano，《奇异弱值》，《物理学杂志A辑》**43**，385307（2010年）。[80] Y. Aharonov、I. L. Paiva、Z. Schwartzman-Nowik、E. Co- hen 和 A. C. Elitzur（准备中）。[81] E. Cohen 和 A. Carmi，《赞美量子不确定性》，《熵》**22**，302（2020年）。