arXiv:2303.00806v1 [stat.AP] 1 Mar 2023

用于预警中地震参数估计的智能手机触发数据生存建模：应用于2023年土耳其—叙利亚地震和2019年里奇克雷斯特地震

Luca Aiello意大利米兰比可卡大学经济学、管理学与统计学系。Raffaele Argiento意大利贝加莫大学经济学系Francesco Finazzi意大利贝加莫大学经济学系

Lucia Paci

意大利圣心天主教大学统计科学系

电子邮箱：francesco.finazzi@unibg.it

摘要。众包智能手机地震预警系统近来已成为基于科学级仪器的昂贵方案的可靠替代方案。例如，在2023年土耳其—叙利亚致命地震期间，地震网络公民科学倡议实施的系统提供了最长达25秒的预警。我们提出一种基于生存混合治愈模型的统计方法，可对震中、深度和发震时刻进行完整的贝叶斯推断，并设计了一种高效的退火 MCMC 算法，以应对后验分布的多峰性。我们将该方法应用于地震网络收集的数据，其中包括2023年土耳其—叙利亚地震和2019年里奇克雷斯特地震。

关键词：治愈模型；混合建模；贝叶斯分析；马尔可夫链蒙特卡罗；公民科学。

1. 引言

地震预警系统（EEWSs）（Gasparini 等人，2007年）部署在地震易发地区，以降低地震风险。密集仪器网络用于实时探测地震，以停止关键流程，并向将遭受强烈地面震动的人们发送警报。传统地震预警系统的建设和运营成本高达数百万欧元（Given 等人，2014年）。这限制了其广泛普及，尤其是在低收入的地震多发国家；这些国家本可从地震预警系统中显著受益。

在过去二十年里，研究人员提出了低成本替代方案（Cochran 等人，2009年；Clayton 等人，2011年）。然而，只有随着智能手机革命的到来，新的解决方案（Finazzi，2016年；Kong 等人，2016年）才真正为全球民众所用。地震网络（EQN）公民科学倡议（Finazzi，2020年）率先实施了基于智能手机的地震预警系统，能够向人们的智能手机发送实时警报。自2013年以来，已有超过800万人参与该倡议，该系统累计发送了近6000条警报。在2023年土耳其—叙利亚地震期间，EQN为暴露于极高地面震动的人们提供了最长25秒的预警，证明了其在地震风险缓解方面的有效性。

与经典地震预警系统所使用的科学级仪器相比，智能手机的可靠性较低，因为它们易受人为噪声影响，而且地震监测依赖于低成本加速度计。因此，研究人员开发了专门的统计方法，用于实时检测地震（Finazzi 和 Fass`o，2017年；Mas- soda Tchoussi 和 Finazzi，2023年），以及评估基于智能手机的监测网络的检测性能（Finazzi 等人，2022年）。

在本研究中，我们沿用相同思路，在上述工作的基础上加以拓展和改进，开发了一种用于估计相关地震参数的统计方法，包括震中、深度和发震时刻。该方法针对智能手机作为地震传感器使用时所具有的特殊性进行了处理，即可能检测到与地震无关的加速度、可能漏检地震，以及无法确定智能手机检测到的是哪一种地震波。

我们将估计问题纳入生存数据分析框架 y

利用右删失临床数据与基于智能手机的地震数据之间的类比。右删失临床数据通常使用生存模型进行分析。具体而言，我们将智能手机视为临床研究中的患者。检测到可能由地震引起的加速度的智能手机（触发的智能手机）被视为死亡的患者，而未检测到任何加速度的智能手机则被视为存活的患者。地震扮演着与疾病相同的角色，因此永远不会触发的智能手机被视为治愈的患者。随后，EQN系统对地震的检测便是删失事件。实际上，最终会在地震被检测到之后才触发的（未治愈）智能手机，其触发时间无法被观测到。

在基于人群的临床研究中，当患病组个体的风险率恢复到一般人群的预期水平时，即可认为其已治愈 （Peng 和 Taylor，2014年）。换言之，预计人群中有一定比例的受试者不会经历所关注的事件，因此相对生存曲线在一段时间后会趋于平稳。混合生存建模已被广泛用于纳入这一平台期，并估计临床研究中的治愈比例。例如，De Angelis 等（1999）应用混合生存模型分析结肠癌个体数据，估计治愈患者的比例以及死亡患者的失效时间分布。Lambert 等（2007）比较了混合与非混合治愈比例模型所得的相对生存率和治愈比例估计值。Lambert 等（2010）通过纳入参数分布的有限混合，对混合治愈模型进行了扩展，使相对生存或超额死亡率函数的形状更加灵活。Yu 和 Tiwari（2012）提出了一种包含空间随机效应的贝叶斯混合治愈模型，采用马尔可夫链蒙特卡罗（MCMC）方法对县级癌症生存数据建模；而 L´azaro 等（2020）则使用积分嵌套拉普拉斯近似实现了贝叶斯混合治愈模型。

总而言之，本研究的贡献在于提出了一种贝叶斯治愈模型，用于分析基于智能手机的预警数据，从而估计相关地震参数并量化其不确定性。该模型利用触发智能手机的空间位置和时间信息，以及未触发

的智能手机的空间位置信息。其一项关键特征是，将死亡函数（即智能手机触发函数）假设为由两种参数密度构成的混合分布，用以描述智能手机在给定时间间隔内可能检测到的地震波。在计算方面，我们设计了一种高效的抽样策略，以对治愈比例和地震参数进行完整的后验推断。具体而言，我们开发了一种自适应并行回火马尔可夫链蒙特卡罗算法，以应对后验分布多峰性带来的计算挑战。

通过模拟研究和一组具有代表性的案例研究，我们展示了该建模方法的可靠性和良好性能。具体而言，我们将该方法应用于以下地震的 EQN 检测数据：2023年土耳其-叙利亚7.8级地震、2019年美国里奇克莱斯特7.1级地震，以及发生在墨西哥的一次震级相对较小、震中位于近海的地震；后者在震中估计方面更具挑战性。

本文其余部分的安排如下。第 2 节介绍 EQN系统的运行机制，以及在检测到地震时生成的数据集，其中包括本文分析的三个数据集。第 3 节构建贝叶斯混合治愈模型，并说明如何在模型中利用地震物理机制。随后，第4节介绍计算细节。第 5 节给出模拟研究的结果，第 6 节则通过三个具有代表性的案例研究阐释我们的方法。最后，第 7 节进行简要总结，并讨论一些未来的研究工作。

2. EQN 的运行机制与数据生成

本节概述 EQN 系统的运行方式，以及每次检测到地震时生成的数据集。EQN 部署了一个全球智能手机网络，用于地震监测。要加入 EQN计划，智能手机用户必须安装 EQN 应用，该应用适用于安卓、iOS 和华为操作系统。智能手机在充电且未被使用时便会开始进行地震监测。这意味着该网络具有高度动态性，智能手机随时可能加入或离开网络。中央服务器会收集智能手机的监测数据，并掌握网络状态，即哪些智能手机正在进行监测，以及

它们位于何处。每部智能手机都通过其加速度计进行地震监测，该加速度计会持续测量并提供智能手机在空间中的加速度。进行监测的智能手机可能会检测到地震波，也可能检测到由局部力引起的其他加速度（例如，有人移动智能手机，或移动智能手机所在的物体）。

地震的特征是具有初波（P波）和横波（S波）。P波的速度快于S波，通常只会产生轻微的地面震动。大多数地震损害由S波造成。地震发生时，监测智能手机可能会检测到P波或S波，这取决于地震震级、智能手机与震中的距离、智能手机所在的位置（例如位于建筑物的哪一层以及处于哪个物体上方），以及具体的加速度计灵敏度（不同智能手机之间的灵敏度可能有所不同）。监测智能手机也可能无法检测到地震，原因可能是震中距离太远，或者智能手机无法将信息发送至服务器。

当服务器使用 Finazzi 和 Fass`o（2017）中详细介绍的算法检测到地震时，会存储两份数据列表：检测到加速度的智能手机列表（触发智能手机），以及在检测时间已知处于监测状态但未触发的智能手机列表（活跃智能手机）。触发智能手机通过其空间坐标和触发时间进行描述，而活跃智能手机仅通过其空间坐标进行描述。触发智能手机列表涵盖从 EQN 检测时间前两分钟到检测时间这一时段。

两个列表均涵盖以 EQN 检测位置为中心、半径为 300 km 的区域。该位置由检测算法提供，作为地震震中的粗略估计。然而，这一估计假设所有智能手机都因地震而触发，没有考虑未触发智能手机的信息，也没有考虑 P波和S波的动态变化。因此，EQN 的震中估计通常存在很大偏差。

2.1. EQN 数据集

为了更好地理解这些数据集的复杂性，并在深入介绍建模细节之前，我们在此描述第 6 节中分析的三个 EQN 数据集。表 1 列出了这三次地震中触发智能手机的数量、未触发的活跃智能手机数量、震源坐标、发震时间和地震震级。

表 1. 本文分析的三次地震的 EQN 数据集摘要及参数。地震参数于2023年2月16日从欧洲-地中海地震中心获取。

	土耳其-叙利亚	里奇克雷斯特	墨西哥
EQN 触发事件	16	80	150
EQN 活跃智能手机	158	241	1115
纬度 [度]	37.17	35.76	15.64
隆 [度]	37.08	-117.62	-94.97
深度 [千米]	20.0	8.0	27.9
发震时刻 [协调世界时]	2023年2月6日 01:17:36	2019年7月6日 03:19:52	2019年7月17日 06:25:48
震级 [M_W]	7.8	7.1	4.8

第一个数据集与近期发生的2023年2月6日7.8级土耳其-叙利亚地震有关。这是自1939年以来土耳其发生的死亡人数最多且震级最高的地震，也是仅次于1668年北安纳托利亚地震的第二强地震。此外，这还是现代叙利亚死亡人数最多的地震。EQN在地震发震时刻后延迟10秒检测到该事件，使远离震中的居民能够收到预警。图5(a)展示了检测到该地震时生成的EQN 数据集。通过对触发信号和活跃智能手机进行目视分析，可以轻松划定尚未受到地震影响的区域。

第二个数据集涉及2019年7月6日发生的里奇克雷斯特（美国）7.1级地震。这是加利福尼亚州20年来最强烈的地震，在全州及内华达州均有明显震感。由于事件发生时震中区域的智能手机数量较少

EQN 在洛杉矶触发了地震检测，时间约为震后190公里处（详情请参见 Bossu 等（2022）），这限制了 EQN 的预警能力，但仍为市民提供了实时信息。图6(a)展示了 EQN 数据集。智能手机主要分布在研究区域最大的城市周边，即洛杉矶和圣迭戈。此外，触发时间似乎存在噪声，而且不一定会随着与地震震中的距离增加而推迟。

第三个数据集涉及 2019 年 7 月 17 日在墨西哥海岸近海发生的一次 4.8 级地震。此次地震没有造成人员伤亡，但有助于评估我们的研究方法在震中位于智能手机网络“外部”且距离较远时的表现。得益于位于萨利纳克鲁斯和 Juchit´án de Zaragoza（沿海距离震中最近的两座城市）的智能手机，EQN 在距震中约 90 公里处检测到了这次地震。图 7 的面板 (a) 再次展示了 EQN 数据集。尽管在海岸检测到了这次地震，但该数据集包含了许多来自尚未受到地震波影响区域的触发信号。EQN 在墨西哥非常普及，每座城市都会产生虚假触发信号，往往会使震中估计产生偏差。

这三个数据集的特点要求采用一种能够利用所有可用信息（包括未触发智能手机的信息），并考虑地震波传播动态的统计模型。

3. 模型开发

3.1. 相对生存的混合治愈模型

正如引言中所预期的，我们的推断问题可以在包含右删失和治愈的生存数据分析框架下形式化。令 T 为智能手机触发时间， T^* 为删失时间，即 EQN 检测到地震的时间。因此，我们记 $Y = \min(T,\ T^*)$， y 为其观测值，并以 $\delta = I(T < T^*)$ 表示删失指标。换言之， $\delta = 1$ 表示智能手机触发的时间。

与生存分析中的常规定义一样，生存函数表示某个对象（智能手机）在时间 t 之后仍存活（尚未触发）的概率，即 $S(t) = P(Y > t) = 1 - F(t)$。具体而言，在相对生存模型中（De Angelis 等，1999；Lambert 等，2010），

总体（全因）生存函数 $S(t)$ 等于预期生存函数 $S_0(t)$ 与相对生存函数 $R(t)$ 的乘积，即

$$S(t) = S_0(t)R(t). \tag{1}$$

相对生存函数 $R(t)$ 可解释为净生存概率，即当疾病（地震）是唯一的死亡（触发）原因，且所有其他原因均可被消除时的生存概率。在我们的设定中，$S_0(t)$ 表示智能手机在时间 t 之前因地震以外的任何其他原因而不触发的期望概率。

根据方程（1），总体风险函数 $h(t)$ 可表示为两个组成部分之和：期望风险函数 $h_0(t)$ 和超额风险函数 $\lambda(t)$，即

$$h(t) = h_0(t) + \lambda(t). \tag{2}$$

方程（1）和方程（2）背后的假设是，与地震相关的触发与其他原因相关的触发相互独立，即存在相互独立的竞争风险（Gamel 和 Vogel，2001年）。方程（2）中的 $S_0(t)$ 和 $h_0(t)$ 均假定为已知，并且分别等于参数为 $1/86400$ 秒$^{-1}$的指数分布的生存函数和风险函数；这假定由地震导致的不触发概率随时间以每天一次期望触发的速率衰减。

通常，随着时间趋于无穷，生存曲线会趋于 0，即 $S(\infty) = 0$。然而，在我们的研究情境中，这一假设并不现实，因为实际上，智能手机可能永远不会因地震而触发。此时便需要用到治愈模型。治愈模型指一类针对受试者删失生存数据的模型，其中部分受试者无论随访多久，都不会发生感兴趣事件。不会发生感兴趣事件的受试者通常称为治愈受试者或长期生存者。有关这些模型的综述，请参阅 Peng 和 Taylor（2014年）。

由于有些智能手机永远不会触发，因此自然可以考虑一种混合模型，其中总体由两组构成：(i) 占比为 π 的、针对特定原因已治愈的病例（即因

地震而永远不会触发的智能手机），因此其死亡率与一般人群的预期死亡率相近（即最终会因其他原因触发的智能手机）；(ii) 占比为 $(1-\pi)$的未治愈病例，即最终会因地震而触发、且其生存函数趋于零的智能手机。令 W 为治愈指标，若智能手机已治愈，则 $W=1$，其中 $P(W=1)=\pi$。定义 $S_Q(t)=P(T>t \mid W=0)$ 为未治愈人群的生存函数，即最终会因地震而触发的智能手机的生存函数。于是，混合治愈模型由以下生存函数定义

$$S(t)=S_0(t)\{\pi+(1-\pi)S_Q(t)\}, \tag{3}$$

其中，与 π 部分相关的生存函数等于一，因为治愈的智能手机在 t之前不触发的概率为一；也就是说，它永远不会因地震而触发。请注意，参数 π 所编码的治愈定义是从总体角度出发的，并不提供任何有关单个智能手机的信息。相应的风险率可以表示为背景触发率与地震相关触发率之和，即

$$h(t)=h_0(t)+\frac{(1-\pi)f_Q(t)}{\pi+(1-\pi)S_Q(t)}, \tag{4}$$

其中，$f_Q(t)$是与 $S_Q(t)$相关的概率密度函数。因此，在相对治愈生存模型中，相对生存函数渐近于治愈比例π；或者等价地说，超额风险函数 $\lambda(t)$渐近于零。

公式（4）中的密度 $f_Q(t)$经过建模，用于捕捉地震的动态特征。具体而言，我们将密度 $f_Q(t)$表示为对应于P波和S波的两个密度的混合分布，即 $f_Q(t)=\alpha f_P(t)+(1-\alpha)f_S(t)$；其中，$f_P(t)$和 $f_S(t)$的定义/选择将在下一节3.2中详细说明。因此，生存函数为

$$S(t)=S_0(t)\{\pi+(1-\pi)(\alpha S_P(t)+(1-\alpha)S_S(t))\}, \tag{5}$$

具有风险函数

$$h(t)=h_0(t)+\frac{(1-\pi)(\alpha f_P(t)+(1-\alpha)f_S(t))}{\pi+(1-\pi)(\alpha S_P(t)+(1-\alpha)S_S(t))}. \tag{6}$$

与 Lambert 等（2010）类似，该模型可视为由三个部分组成的混合分布：(i) 比例为 π 的治愈个体，即智能手机永远不会因地震而触发；(ii) 比例为 $(1-\pi)\alpha$ 的未治愈个体，其生存分布为 $S_P(t)$，即检测到 P波的智能手机所占比例；(iii) 其余比例为 $(1-\pi)(1-\alpha)$ 的未治愈个体，其生存分布为$S_S(t)$，即检测到 S波的智能手机所占比例。

将 $\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{z}0, d_0, t_0)$ 记为我们旨在估计的地震参数，即震中坐标 $\mathbf{z}_0 = (lon_0, lat_0)$、地震深度 d_0 和事件发震时刻 t_0。在观测窗口内，研究区域有 n 部活跃智能手机。令 y_i，$i = 1, \ldots, n$ 为与智能手机 i 发出的信号对应的时间和 EQN 检测时间 t^* 两者中的较小值，令 $\mathbf{z}_i = (lon_i, lat_i)$ 为该设备的 GPS坐标。若 y_i 未删失（$\delta_i = 1$），第 i 部智能手机对似然的贡献为 $f(y_i|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$；若 y_i 已删失（$\delta_i = 0$），第 i 部智能手机对似然的贡献为 $S(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$，即

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, \pi, \alpha; \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)^{\delta_i} S(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)^{1-\delta_i} = \prod_{i=1}^{n} h(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)^{\delta_i} S(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i), \quad (7)$$

其中 $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_n)$、$\mathbf{Z} = (\mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_n)$ 和 $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1 \ldots, \delta_n)$。此外，$h(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$ 和 $S(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$ 分别是方程（5）和（6）中定义的风险函数和生存函数，其中我们明确表示了它们对 $\boldsymbol{\theta}$ 和 z_i 的依赖关系。

*3.2. P*波和*S*波密度函数

如前文所述，地震的特征是具有初波（P波）和次波（S波）。P波的传播速度约为7.8 km/s，通常造成的破坏较小。S波的传播速度约为4.5 km/s，是能量最强的波。根据每种波在智能手机所在位置引起的震动强度，智能手机可能检测到P波或S波。

给定地震发震时刻 t_0、震源（$\mathbf{z}_0, d_0$）以及智能手机的坐标，可以轻松计算出 P波和 S波预计到达设备的时刻。由于智能手机上检测算法的运行方式以及互联网延迟，触发可能发生在波到达后的 3.5 秒内。

因此， $f_P(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$ 和 $f_S(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$ 可以选择为触发可能发生的 3.5 秒时间支撑集上的均匀分布。P波和S波支撑集的左边界定义如下

$$a_P = \frac{dist_H(\mathbf{z}_i, \mathbf{z_0}, d_0)}{v_P} + t_0$$
$$a_S = \frac{dist_H(\mathbf{z}_i, \mathbf{z_0}, d_0)}{v_S} + t_0,$$

其中， v_P和 v_S分别为P波和S波速度，而 $dist_H(\mathbf{z}_i, \mathbf{z_0}, d_0)$是智能手机 i 与震源($\mathbf{z}_0$, d_0)之间的欧氏距离。

遗憾的是，均匀分布密度会带来数值计算上的挑战，因为方程（7）中的似然函数会变得不连续。因此，任何用于探索后验参数空间的算法都难以找到尖锐且可靠的解。为此，我们假设 $f_P(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$和 $f_S(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$分别服从均值为 $\mu_P(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$和 $\mu_S(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i)$、方差为 τ^2的正态分布，其中

$$\begin{aligned} \mu_P(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i) &= \frac{dist_H(\mathbf{z}_i, \mathbf{z_0}, d_0)}{v_P} + t_0 + \mu \\ \mu_S(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}_i) &= \frac{dist_H(\mathbf{z}_i, \mathbf{z_0}, d_0)}{v_S} + t_0 + \mu. \end{aligned} \tag{8}$$

选择数值 μ 和 τ^2 ，使正态混合分布在均匀混合分布所定义的3.5秒区间内包含99%的概率。例如，图1展示了P波和S波对应的均匀混合分布（绿色）和高斯混合分布（红色），其权重分别为0.9和0.1。面板（a）显示密度函数，面板（b）则显示相应的生存函数。因此，选择数值 μ 和 τ^2 ，可以使正态混合分布的生存函数成为最接近均匀混合分布生存函数的连续函数。

我们将生存模型 (5)–(6) 与 P波和S波混合密度统称为地震生存模型（SEQM）。

3.3. 先验分布

通过为所有模型参数指定先验分布，即完成 SEQM 的贝叶斯层级结构。令$\mathbf{z}^* = (lon^*, lat^*)$表示 EQN 检测位置，这是根据触发信号质心计算得出的地震震中粗略估计

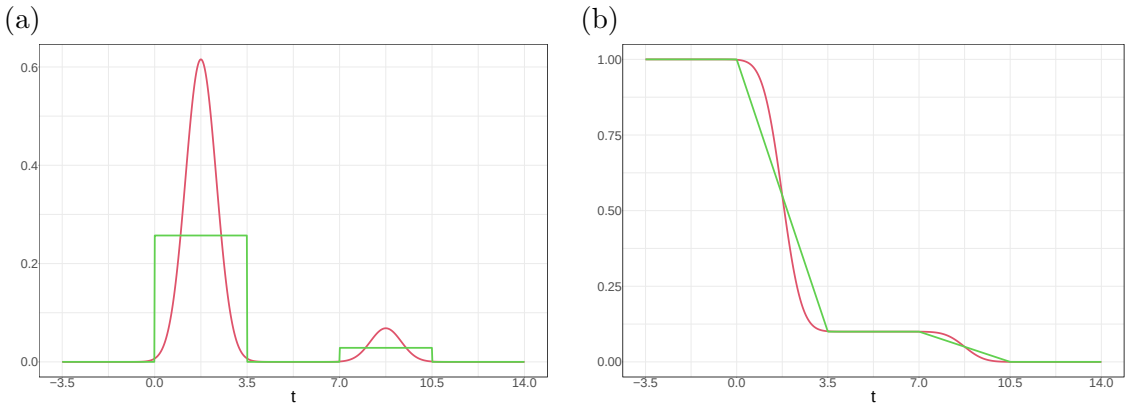


图1. P波和 S波分别采用权重为 0.9 和 0.1 的均匀分布（绿色）与高斯分布（红色）混合分布。概率密度函数 (a) 和生存函数 (b)。

。对于震中坐标$\mathbf{z}_0$，，我们设定以$\mathbf{z}^*$为中心、协方差矩阵为对角矩阵的二元正态分布，即$\mathbf{z}_0 \sim \mathrm{N}\left(\mathbf{z}^*,\ \sigma^2 I_2\right)$，其中 $\sigma = 1$。对于深度参数 d_0，我们指定支撑集为 0 至 100 km 的均匀分布，即 $d_0 \sim$ Uniform(0，100)。对于发震时刻 t_0，假定其服从指数分布，即 $t_0 \sim$ Exp(λ)。由于我们预计发震时刻与 EQN 检测时间较为接近，因此将速率 λ 设为 $1/20$ 秒 $^{-1}$ 。对于波混合权重 α，我们设定 Beta(a，b) 分布，其中 $a = 1/2$ 且 $b = 1/2$，以便先验地假定智能手机网络仅检测到一种波。最后，治愈比例 π假定服从 0 到 1 之间的均匀分布，即 $\pi \sim$ Uniform(0，1)。

4. 计算细节

为近似第 3.3 节所述先验下 SEQM 的联合后验分布，我们设计了一种基于自适应并行退火 Metropolis-within-Gibbs 采样器的 MCMC 采样策略。

我们将模型参数向量写作 $\boldsymbol{\phi} = (\boldsymbol{\phi}_1,\ \boldsymbol{\phi}_2,\ \boldsymbol{\phi}_3) = (\boldsymbol{\theta},\ \alpha,\ \pi)$，其中，回顾一下，$\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{z}_0,\ d_0,\ t_0)$。三个参数区块先验独立，因此

后验分布为

$$p(\boldsymbol{\phi} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}) \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\phi}; \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}) p(\boldsymbol{\phi}) = \mathcal{L}(\boldsymbol{\phi}; \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}) \prod_{k=1}^{3} p_k(\boldsymbol{\phi}_k), \tag{9}$$

其中， $p_k(\boldsymbol{\phi}_k)$ 是第 k 个参数块的先验分布。此外，为简化 Metropolis 步骤的实现，我们将每个参数从其支撑集映射到实数轴，并在映射后的空间中从高斯分布提出一个新状态。有关单个变换以及如何修改接受拒绝比的更多细节，请参见补充材料的 A 节。最后，我们采用 Miasojedow 等人（2013）的自适应策略来调整提议分布的方差。有关自适应马尔可夫链蒙特卡罗方案的细节，请参见 Andrieu和Thoms（2008）；Roberts和Rosenthal（2001）；Atchad´e和Rosenthal（2005）。

4.1. 并行回火马尔可夫链蒙特卡罗

一项初步研究表明，在我们的模型下，后验分布存在许多彼此分离的众数。事实上，从不同的初始状态出发，经典的随机游走Metropolis-within-Gibbs算法每次都会陷入不同的众数，无法恢复整个后验分布。为了解决这一问题，我们采用了并行回火马尔可夫链蒙特卡罗（Woodard等人，2009），该方法也称为耦合Metropolis马尔可夫链蒙特卡罗（Altekar等人，2004）。

该算法通过并行执行多个处于不同逆温度下的 MCMC 步骤来解决多峰性问题。后者构成一组 L 参数$\beta_l \in (0,\ 1]$，$l = 1, \ldots, L$ 满足 $1 = \beta_0 > \beta_1 > \cdots > \beta_L > 0$。具体而言，每个并行运行的 MCMC 算法都旨在从后验分布的一个修正版中抽取数值，其形式如下：

$$p(\boldsymbol{\phi} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta})^{\beta_l} \propto [\mathcal{L}(\boldsymbol{\phi}; \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}) p(\boldsymbol{\phi})]^{\beta_l}.$$

通过这种方式，随着 $\beta_l \to 0$（即温度升高），多模态后验分布会变得更加平坦，相应的链也能更好地探索后验分布的支撑集。另一方面，最冷链，即具有 $\beta_0 = 1$ 的链，与我们所关注的后验分布相吻合。重要的是，在运行过程中，不同温度下的状态会被持续提议进行

交换，并采用 Metropolis 步骤接受或拒绝该交换，从而使来自最平坦链（β_L）的信息能够传递到原始链（$\beta_0 = 1$）。因此，最冷链能够更充分地探索后验分布的所有模态。更准确地说，在每次迭代 g 中，经过 Metropolis-Within-Gibbs 步骤后，对于参数的每个区块，在给定链 $\left[\boldsymbol{\phi}_1^{(g)}, \ldots, \boldsymbol{\phi}_L^{(g)}\right]$ 的 L 当前数值的情况下，通过从 $\{1, \ldots, L\}$、¯ ¯中均匀分布抽样 $\bar{l}$ 来提出交换，并以给定概率交换温度层级 l 和 $l+1$ 上的当前状态，该概率为

$$\omega\left(\boldsymbol{\phi}_{\bar{l}}^{(g)}, \boldsymbol{\phi}_{\bar{l}+1}^{(g)} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}\right) = \min\left\{1, \left(\frac{p\left(\boldsymbol{\phi}_{\bar{l}+1}^{(g)} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}\right)}{p\left(\boldsymbol{\phi}_{\bar{l}}^{(g)} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}\right)}\right)^{\beta_{\bar{l}} - \beta_{\bar{l}+1}}\right\}.$$

显然，在实现退火 MCMC 时，逆温度参数 β_l, $l = 1$、.....、L 的选择至关重要。事实上，如果选择的温度彼此过于接近，可能无法充分探索参数空间。反之，如果选择的温度彼此相距过远，则交换的接受率可能会显著降低。为避免这一问题，我们遵循 Miasojedow 等人（2013）的做法，采用自适应策略来调整温度间距的函数，即 $\rho_l = \log(1/\beta_{l+1} - 1/\beta_l)$。具体而言，我们固定温度层级数 L，并将相邻温度链之间交换的平均接受率设为特定目标值。按照 Atchad´e 和 Rosenthal（2005）的建议，我们将该值设为 0。41。具体来说，在每次迭代 g 中，我们通过加上当前接受/拒绝概率 ω 与目标值之差的函数来更新 $\rho_{\bar{l}}$。¯这样，如果交换接受概率过高，l与 $l+1$ 温度之间的对数间距就会增大；如果过低，则会减小。

我们指出，Miasojedow 等人（2013）为自适应退火算法提供了理论保证：该算法最终会使每个区块内的 Metropolis 接受率以及相邻状态交换的接受率达到固定值。同一篇论文表明，该算法并行抽取的 L 条链具有几何遍历性，因此这些链均满足大数强律和中心极限定理。算法的详细说明见《补充材料》A 节。

最后需要指出，传统的多峰后验密度总结方法，例如后验均值、中位数或基于分位数的可信区间，可能并不适用。在本研究中，我们使用后验众数作为感兴趣参数（包括震中）的点估计，并使用最高后验密度区域（HPDR）评估不确定性。对于多峰分布，最高后验密度区域尤其有用，因为它可以包含多个互不相连的子集，每个子集对应一个局部众数，从而更准确地表征潜在的后验框架。

5. 模拟研究

我们开展模拟研究，以展示在不同智能手机网络几何结构下，我们的建模方法的可靠性和性能。在此背景下，网络几何结构根据网络中的智能手机数量n，以及它们在南北方向（N-S）和东西方向（E-W）的空间变异性来描述。

智能手机坐标从均值向量为 (0，0) 度、协方差矩阵为对角协方差矩阵 $\sigma_s^2 I_2$ 的二元正态分布中随机生成。考虑$n = \{25, 50, 100\}$和 $\sigma_s^2 = \{1, 0.25, 0.05\}$，共定义了 9 种情景。每种情景下执行 100 次模拟运行。对于每次模拟运行，我们随机生成智能手机坐标 $\mathbf{z}_i$、地震参数（即震中$\mathbf{z}_0$,深度 d_0 和发震时刻 t_0）、波混合参数 α 以及混合治愈参数 π。随后，随机选取 (100π)% 的智能手机作为治愈对象。对于其余智能手机，则从混合生存函数的逆函数中随机生成触发时间。

具体而言，模型参数和地震参数均由均匀分布生成：空间域内的震中 $\mathbf{z}_0$ 为 $[-3, 3] \times [-3, 3]$ 度，深度 d_0 位于$[0, 100]$ 千米区间内，发震时刻 t_0 位于 $[5, 30]$ 秒处，α 位于 $[0, 1]$，π 位于 $[0.5, 0.95]$。最后，地震检测时间 T^* 是在真实发震时刻之后 60 至 120 秒之间从均匀分布中随机生成的。这决定了哪些触发时间实际可观测，哪些触发时间被删失。模拟数据示例如下，

th震中 SEQM 后验分布估计见图 2。在第 2 节中，

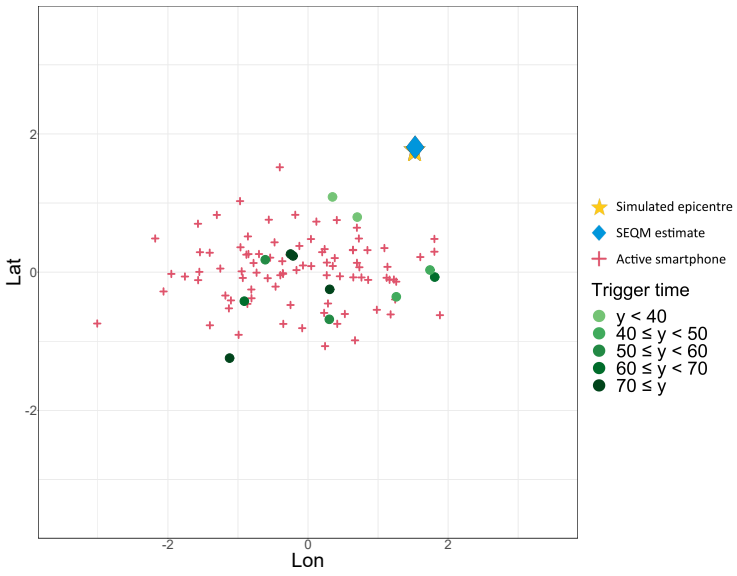


图 2. $n = 100$ 模拟数据，其中网络南北向和东西向空间方差分别为 (0.25,1)。

这表明，触发时间的分布具有很高的变异性和噪声。这一点在图 2 中也很明显，模拟数据借助公式（5）中所示的生存函数体现了这一特征。

后验推断通过第4节所述的并行退火马尔可夫链蒙特卡罗方法进行。每次模拟运行的结果均基于 25000 次迭代，其中前 25000 次作为预热期予以舍弃。对于每次运行，地震参数的点估计取相应后验分布的主导众数。

图3中的箱线图描述了不同情景下估计震中与模拟震中之间的大地测量距离（误差）的分布。正如预期，当 n 和/或 σ_s^2 增大时，误差中位数和误差的变异性都会趋于减小。图4所示结果也可作类似解读，该图展示了起始时间误差的分布，即模拟发震时刻与 SEQM 估计时刻之差。

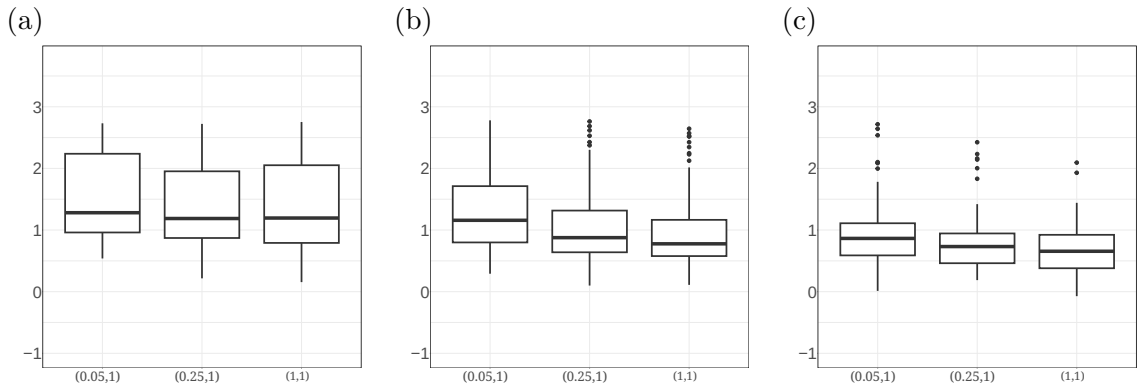


图3. 震中误差箱线图 $n = 25$ (a)、 $n = 50$ (b)和 $n = 100$ (c)。纵轴表示 SEQM 震中估计误差的对数$_{10}$，横轴表示网络南北向和东西向空间方差。

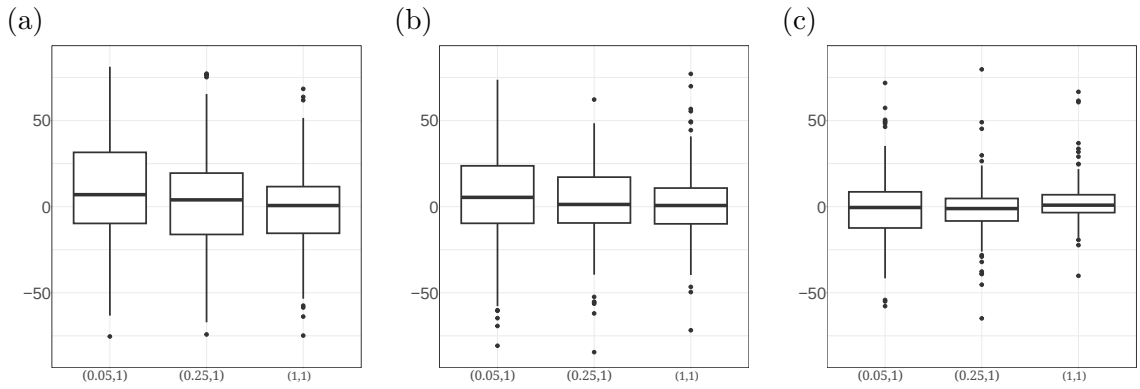


图4. 起始时间误差箱线图 $n = 25$ (a)、 $n = 50$ (b)和 $n = 100$ (c)。纵轴表示 SEQM 震源时间估计误差，横轴表示网络南北向和东西向空间方差。

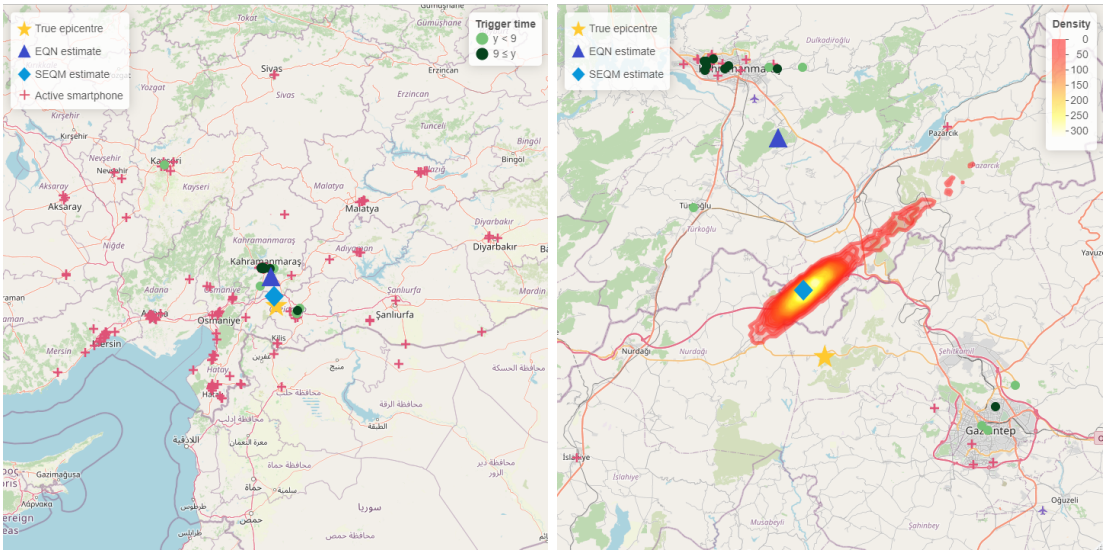


图 5. 土耳其-叙利亚地震的摘要地图（左图）和震中位置的后验密度（右图）。触发时间的零点为地震发震时刻。

6. EQN 数据集分析

对于第 2.1 节中描述的每个数据集，我们采用公式（7）中概述的生存模型，并使用第 3.3 节中定义的先验分布和第4节中详细介绍的算法来估计地震参数。模型参数和地震参数的后验摘要见补充材料的 B 节。这里我们报告表 2，其中列出了三个案例研究中地震参数以及 α 和 π 模型参数的后验众数及其对应的 95% 最高后验密度区域。该表还报告了 EQN 给出的地震参数估计值。EQN 仅提供点估计，而 SEQM 还通过最高后验密度区域提供不确定性量化。图 5–7 中的摘要地图展示了 EQN 和 SEQM 给出的震中估计值（左图），并标出了三次地震的真实震中。各图右图显示了震中位置的后验密度。

在表 3 中，我们通过测量真实震中与估计震中之间、真实深度与估计深度之间（仅 SEQM 提供深度），以及真实发震时刻与估计发震时刻之间的距离来评估准确度。总体而言，SEQM 的误差较低，因此改善了 EQN 估计值。

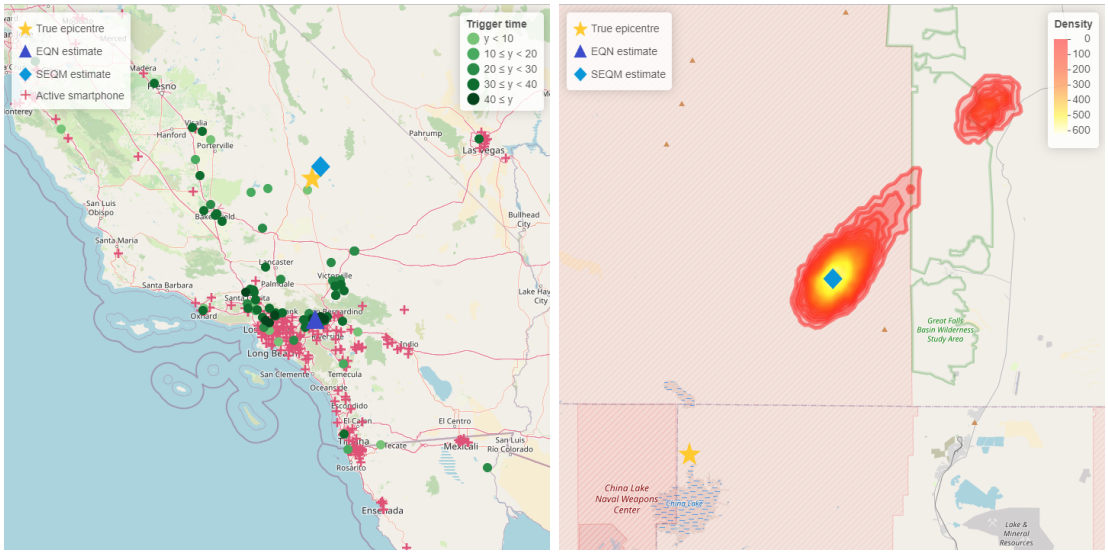


图 6。 里奇克雷斯特地震的摘要地图（左图）和震中位置的后验密度（右图）。触发时间的零点即为地震起始时间。

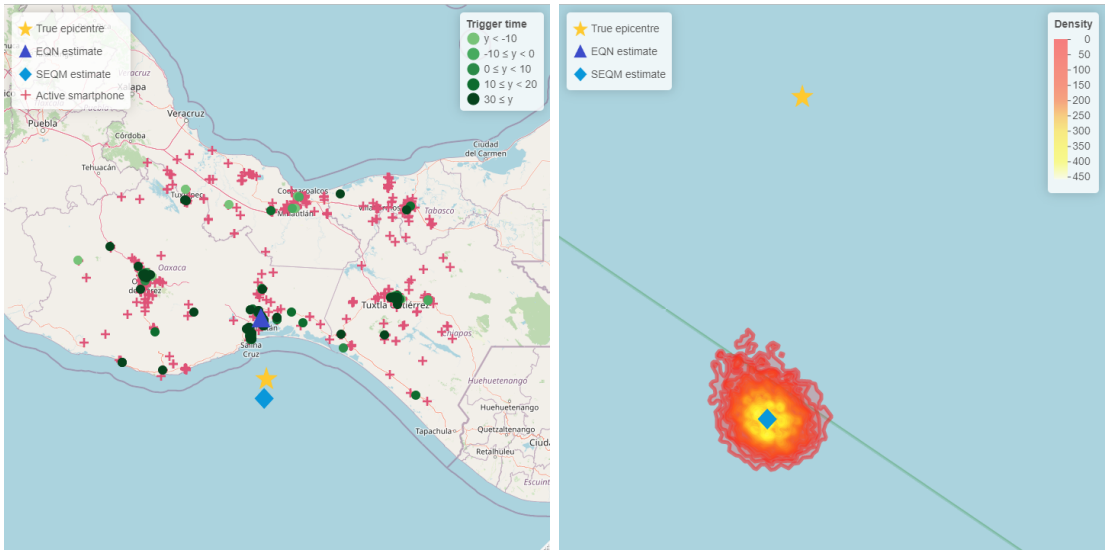


图 7。 墨西哥地震的摘要地图（左图）和震中位置的后验密度（右图）。触发时间的零点即为地震起始时间。

表 2. 三个事件的 EQN 和 SEQM 地震参数估计。对于 SEQM，还提供了对应于主要众数的 95% 最高后验密度区域子集。

		土耳其-叙利亚	里奇克雷斯特	墨西哥
EQN	lat^* [度]	37.48	34.08	16.47
	lon^* [度]	37.00	-117.57	-95.05
	t^* [时:分:秒]	01:17:46	03:20:33	06:26:17
SEQM	lat_0 [度]	37.26	35.89	15.36
		[37.19, 37.43]	[35.86, 35.95]	[15.32, 15.41]
	lon_0 [度]	37.04	-117.49	-95.01
		[36.94, 37.28]	[-117.53, -117.43]	[-95.05, -94.96]
	d_0 [千米]	9.97	92.03	15.86
		[3.54, 45.45]	[80.89, 99.75]	[4.42, 40.74]
	t_0 [时:分:秒]	01:17:34	03:19:40	06:25:46
		[01:17:29, 01:17:35]	[03:19:37, 03:19:41]	[06:25:46, 06:25:47]
	α	0.00	0.02	0.34
		[0.00, 0.24]	[0.00, 0.05]	[0.24, 0.48]
	π	0.68	0.46	0.81
		[0.50, 0.82]	[0.34, 0.56]	[0.77, 0.86]

表 3. EQN 与 SEQM 地震参数估计的比较。误差是相对于表 1 中的真实地震参数计算得出的。

		土耳其-叙利亚	里奇克雷斯特	墨西哥
震中误差	震中 [千米]	35.40	187.43	92.86
	发震时刻 [秒]	10.00	41.00	29.00
SEQM误差	震中 [km]	11.02	18.34	31.39
	深度 [km]	10.03	84.03	12.01
	发震时刻 [s]	1.86	11.80	1.37

具体而言，对于土耳其—叙利亚地震，震中和深度的估计误差分别约为 11 和 10 千米，而发震时刻的误差仅约为 2 秒。估计的 α 指出，几乎所有智能手机都在 S 波到达时触发；而估计的 π 表明，即使地震波传到这些智能手机，仍有四分之三没有触发（已治愈的智能手机）。

对于里奇克雷斯特地震，震中估计误差约为 18 千米。考虑到 EQN 在较远距离处才检测到地震，这一结果值得注意。然而，深度误差约为 84 千米，估计的发震时刻则比实际时刻早约 12 秒。这可能表明，SEQM 中采用的 P 波和/或 S 波速度高于实际观测值。估计的 α 和 π 表明，智能手机主要检测到了 S 波，且其中一半已治愈。

对于墨西哥地震，震中位置的误差约为 31 km，小于 EQN 给出的 93 km 误差。深度误差约为 12 km，而发震时刻误差约为 1.4 秒。估计的 α 表明，1/3 的设备检测到了 P波，而 π 表明，超过 80% 的设备已治愈。

7. 讨论与结论

用于地震预警的智能手机网络是复杂的随机对象，其特点是具有随机几何结构，且其中的节点（智能手机）在地震期间表现出不可预测的行为。本文提出了一种建模方法，从地震实时检测时智能手机网络提供的数据出发，估计相关地震参数并量化其不确定性。该方法主要借鉴生存分析，能够处理智能手机数据中的不确定性，并充分利用数据集所包含的信息。更具体地说，地震参数估计不仅受触发空间位置和触发时刻的影响，也受未触发智能手机的空间位置影响。这有助于约束震中位置和发震时刻，尤其是在触发信号数量相对较少和/或所有触发信号都集中在较小区域内时。

一项模拟研究表明，该模型提供良好

地震参数估计值的能力，很大程度上受到智能手机网络几何结构的影响；更明显的是，还受到网络中智能手机数量的影响。当网络在南北和东西方向上具有较大的空间变异性时，估计结果会更准确。这会使触发时间的变异性增大，而这同样是约束地震参数所必需的。

将该建模方法应用于真实的 EQN 数据集时，我们显著改进了 EQN 对震中和发震时刻的估计，同时提供了不确定性度量。然而，震中位置的后验密度空间变异性较小，且未能涵盖真实震中。这可能是公式（8）中所采用的速度模型造成的，该模型假定地震波速度固定且确定。若将 P波和S波速度视为随机变量，并为其引入先验分布，则可能有助于缓解这一问题。

此外，未来的研究还可以采用相关数据先验方法。我们对震源位置设定了弥散先验分布，其估计值通过似然受到智能手机数据的强烈影响。然而，震源更有可能位于已知断层附近。因此，可以利用地震目录定义信息量更高的先验分布，从而更好地约束估计值。

最后，优化计算效率以支持实时应用，是一项有待解决的关键工作。

经费

本文部分经费由欧盟（EU）通过“地平线2020”研究与创新计划提供，依据资助协议RISE编号821115。本文所表达的观点仅代表作者的意见；欧盟不对本文所含信息可能被如何使用承担责任。

补充材料

A. MCMC方案

回顾一下，我们在第4节中定义了 $\boldsymbol{\phi}=(\phi_1,\phi_2,\phi_3)=(\boldsymbol{\theta},\alpha,\pi)$。根据方程（9），我们将 $p_k(\boldsymbol{\phi}_k \mid \mathrm{y},\mathrm{Z},\boldsymbol{\delta}) \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\phi};\mathrm{y},\mathrm{Z},\boldsymbol{\delta})p_k(\boldsymbol{\phi}_k)$ 定义为 $\boldsymbol{\phi}$ 每个数据块的完全条件分布。令 $J_k\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_k\right)$ 为变换函数 $m_k:\mathbb{R}^{d_k}\to S_k$的雅可比矩阵，其中，$S_k=[lb_{1_k},ub_{1_k}]\times\cdots\times[lb_{d_k},ub_{d_k}]$、$lb_{i_k}$和 ub_{i_k}分别是第 k个数据块内第 i_k个参数支撑集的上下界，d_k 是第 k个数据块的维度，且$\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_k=m_k^{-1}(\boldsymbol{\phi}_k)$。这里我们推广该记法，将 $\boldsymbol{\phi}_{k\,l}^{(g)}$ 称为迭代 g时 $\boldsymbol{\phi}_l^{(g)}=\left(\boldsymbol{\phi}_{1,l}^{(g)},\ldots,\boldsymbol{\phi}_{K,l}^{(g)}\right)$ 的第 k个子向量的数值，该子向量对应于目标为后验分布第 l个版本的链，即 $p(\boldsymbol{\phi}_l \mid \mathrm{y},\mathrm{Z},\boldsymbol{\delta})^{\beta_l}$，其中 $l=1,\ldots..,\ L$。

算法1给出了我们设计的 MCMC 方案的详细信息，该方案用于近似 SEQM 下的联合后验分布。在我们的应用中，假设 $K=3$区块的维度为 $\mathbf{d}=(d_1,d_2,d_3)=(4,1,1)$ 且 $L=10$。关于变换，参数支持集为$[lb_{1_1},ub_{1_1}]=[-90,90]$，$[lb_{2_1},ub_{2_1}]=[-180,180]$，$[lb_{3_1},ub_{3_1}]=[5,100]$，$[lb_{4_1},ub_{4_1}]=[0,\infty)$，$[lb_{1_2},ub_{1_2}]=[0,1]$和 $[lb_{1_3},ub_{1_3}]=[0,1]$。因此，定义 $\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_1=\left(\widetilde{lat}_0,\widetilde{lon}_0,\tilde{d}_0,\tilde{t}_0\right)$，$\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_2=\widetilde{\alpha}$和 $\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_3=\widetilde{\pi}$，变换函数定义如下：

$$
\begin{aligned}
m_1\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_1\right)&=\left(g\left(\widetilde{lat}_0;-90,90\right),g\left(\widetilde{lon}_0;-180,180\right),g\left(\tilde{d}_0;5,100\right),e^{\tilde{t}_0}\right)\\
m_2\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_2\right)&=g\left(\widetilde{\alpha};0,1\right)\\
m_3\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_3\right)&=g\left(\widetilde{\pi};0,1\right)
\end{aligned}
$$

其中

$$g(\widetilde{x};lb,ub)=\frac{lb+ub\,e^{\widetilde{x}}}{1+e^{\widetilde{x}}}$$

对于每个区块以及 $l=1,\ldots,10$，我们将模型参数的初始值设为 $\widetilde{lat}_0^{(0)}=g^{-1}\left(lat_0^{(0)};-90,90\right)$，$\widetilde{lon}_0^{(0)}=g^{-1}\left(lon_0^{(0)};\ -180,180\right)$，$\tilde{d}_0^{(0)}=g^{-1}\left(d_0^{(0)};\ 5,100\right)$，$\tilde{t}_0^{(0)}=\log\left(t_0^{(0)}\right)$，并设定 $\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{1\,,l}^{(0)}=\left(\widetilde{lat}_0^{(0)},\widetilde{lon}_0^{(0)},\tilde{d}_0^{(0)},\tilde{t}_0^{(0)}\right)$。具体而言，$\mathbf{z}_0^{(0)}=\left(lat_0^{(0)},lon_0^{(0)}\right)$从以$\mathbf{z}^*$ 为中心、支撑集宽度为2度的均匀分布中抽样，$d_0^{(0)}$ 从5至100 km之间的均匀分布中抽样，而 $t_0^{(0)}$ 从以EQN起始时间检测结果为中心、支撑集宽度为20秒的均匀分布中抽样。对于

$\phi_2^{(0)},_l = g^{-1}\left(\alpha_0^{(0)};\ 0,1\right)$ 以及 $\widetilde{\phi}_3^{(0)},_l = g^{-1}\left(\pi_0^{(0)};\ 0,1\right)$，我们分别从0到1之间的均匀分布中对它们进行抽样。此外，我们将目标接受率$\bar{\boldsymbol{\xi}} = \left(\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \bar{\xi}_3\right) =$(0.23, 0.41, 0.41)、自适应步长序列 $\nu = 0.6$以及目标相邻状态交换率 $\bar{\omega} = 0.41$ 固定下来。最后，关于自适应参数的初始值，我们设定链均值 $\boldsymbol{\mu}_k^{(0)},_l = \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k\,l}^{(0)}$，缩放参数 $s_k^{(0)}$，$_l = 0.1$，协方差估计 $\mathrm{R}_1^{(0)},_l =$ diag(0.1, 0.1, 10, 1)，$\mathrm{R}_2^{(0)},_l = 0.1$，$\mathrm{R}_3^{(0)},_l = 0.1$，提议协方差 $\boldsymbol{\zeta}_k^{(0)},_l =$ exp $\left(s_{k,l}^{(0)}\right)\mathrm{R}_{k\,l}^{(0)}$，以及温度间距对数 $\rho_l^{(0)} = 1$。

B. MCMC 结果

算法1 自适应退火 Metropolis-within-Gibbs 算法

1: 初始化：区块数 K、各区块的维度 $\mathbf{d}$、温度数 L、所需的 MCMC 样本量 G、预热期 g_0、初始值 $\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k\,l}^{(0)}$，$\boldsymbol{\mu}_{k\,l}^{(0)}$，$\boldsymbol{\zeta}_{k\,l}^{(0)}$，$s_{k\,l}^{(0)}$，$\mathbf{R}_{k\,l}^{(0)}$，以及 $\rho_l^{(0)}$ 对于 $k = 1, \ldots, K$、$l = 1, \ldots, L$，接受概率率 $\bar{\boldsymbol{\xi}}$、自适应步长序列 ν 和相邻状态交换率 $\bar{\omega}$。

2: **对于** $g = 1$、2、...、G **执行**

3: **对于** $k = 1, \ldots, K$ **do**

4: **对于** $l = 1, \ldots, L$ **do**

5: Sample $\widetilde{\boldsymbol{\phi}}'_{k,l} = \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g-1)} + \boldsymbol{\epsilon}_{g,k,l}$ where $\boldsymbol{\epsilon}_{g,k,l} \sim \mathcal{N}_{d_k}\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\zeta}_{k,l}^{(g-1)}\right)$

6: 令下一次迭代为

$$\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g)} = \begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{\phi}}'_{k,l} & \text{with probability } \xi_{k,l}^{(g)}\left(\boldsymbol{\phi}_{k,l}^{(g-1)}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g-1)}, \boldsymbol{\phi}'_{k,l}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}'_{k,l} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}, \beta_l^{(g-1)}\right) \\ \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g-1)} & \text{with probability } 1 - \xi_{k,l}^{(g)}\left(\boldsymbol{\phi}_{k,l}^{(g-1)}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g-1)}, \boldsymbol{\phi}'_{k,l}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}'_{k,l} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}, \beta_l^{(g-1)}\right) \end{cases}$$

其中

$$\boldsymbol{\phi}'_{k,l} = m_k\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}'_{k,l}\right)$$

$$\xi_{k,l}^{(g)}\left(\boldsymbol{\phi}_{k,l}^{(g-1)}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g-1)}, \boldsymbol{\phi}'_{k,l}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}'_{k,l} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}, \beta_l^{(g-1)}\right) = \min\left\{1, \left(\frac{p_k\left(\boldsymbol{\phi}'_{k,l} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}\right)\left|J_k\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}'_{k,l}\right)\right|}{p_k\left(\boldsymbol{\phi}_{k,l}^{(g-1)} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}\right)\left|J_k\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g-1)}\right)\right|}\right)^{\beta_l^{(g-1)}}\right\}$$

7: 计算

$$s_{k,l}^{(g)} = s_{k,l}^{(g-1)} + (g+1)^{-\nu}\left(\xi_{k,l}^{(g)}\left(\boldsymbol{\phi}_{k,l}^{(g-1)}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g-1)}, \boldsymbol{\phi}'_{k,l}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}'_{k,l} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}, \beta_l^{(g-1)}\right) - \bar{\xi}_k\right)$$

$$\mathbf{R}_{k.l}^{(g)} = \left(1 - (g+1)^{-\nu}\right)\mathbf{R}_{k,l}^{(g-1)} + (g+1)^{-\nu}\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g)} - \boldsymbol{\mu}_{k,l}^{(g-1)}\right)\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g)} - \boldsymbol{\mu}_{k,l}^{(g-1)}\right)^{\top}$$

$$\boldsymbol{\mu}_{k,l}^{(g)} = \left(1 - (g+1)^{-\nu}\right)\boldsymbol{\mu}_{k,l}^{(g-1)} + (g+1)^{-\nu}\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{k,l}^{(g)}$$

8: 并

$$\boldsymbol{\zeta}_{k,l}^{(g)} = \exp\left(s_{k,l}^{(g)}\right)\mathbf{R}_{k,l}^{(g)}$$

9: **结束循环**

10: **结束循环**

11: 从均匀分布中采样，并以概率交换状态 l 和 $l+1$

$$\omega_{\bar{l}}^{(g)}\left(\boldsymbol{\phi}_{\bar{l}}^{(g)}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{\bar{l}}^{(g)}, \boldsymbol{\phi}_{\bar{l}+1}^{(g)}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{\bar{l}+1}^{(g)} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}, \beta_{\bar{l}}^{(g-1)}, \beta_{\bar{l}+1}^{(g-1)}\right) = \min\left\{1, \left(\frac{p\left(\boldsymbol{\phi}_{\bar{l}+1}^{(g)} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}\right)\left|J\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{\bar{l}+1}^{(g)}\right)\right|}{p\left(\boldsymbol{\phi}_{\bar{l}}^{(g)} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}\right)\left|J\left(\widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{\bar{l}}^{(g)}\right)\right|}\right)^{\beta_{\bar{l}}^{(g-1)} - \beta_{\bar{l}+1}^{(g-1)}}\right\}$$

12: 计算

$$\rho_{\bar{l}}^{(g)} = \rho_{\bar{l}}^{(g-1)} + (g+1)^{-\nu}\left(\omega_{\bar{l}}^{(g)}\left(\boldsymbol{\phi}_{\bar{l}}^{(g)}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{\bar{l}}^{(g)}, \boldsymbol{\phi}_{\bar{l}+1}^{(g)}, \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_{\bar{l}+1}^{(g)} \mid \mathbf{y}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\delta}, \beta_{\bar{l}}^{(g-1)}, \beta_{\bar{l}+1}^{(g-1)}\right) - \bar{\omega}\right)$$

13: 设置 $\beta_0^{(g)} = 1$ 和

14: **对于** $l = 1, \ldots, L-1$ **执行**

$$\frac{1}{\beta_{l+1}^{(g)}} = \frac{1}{\beta_l^{(g)}} + \exp\left(\rho_l^{(g)}\right)$$

15: **结束循环**

16: **结束循环**

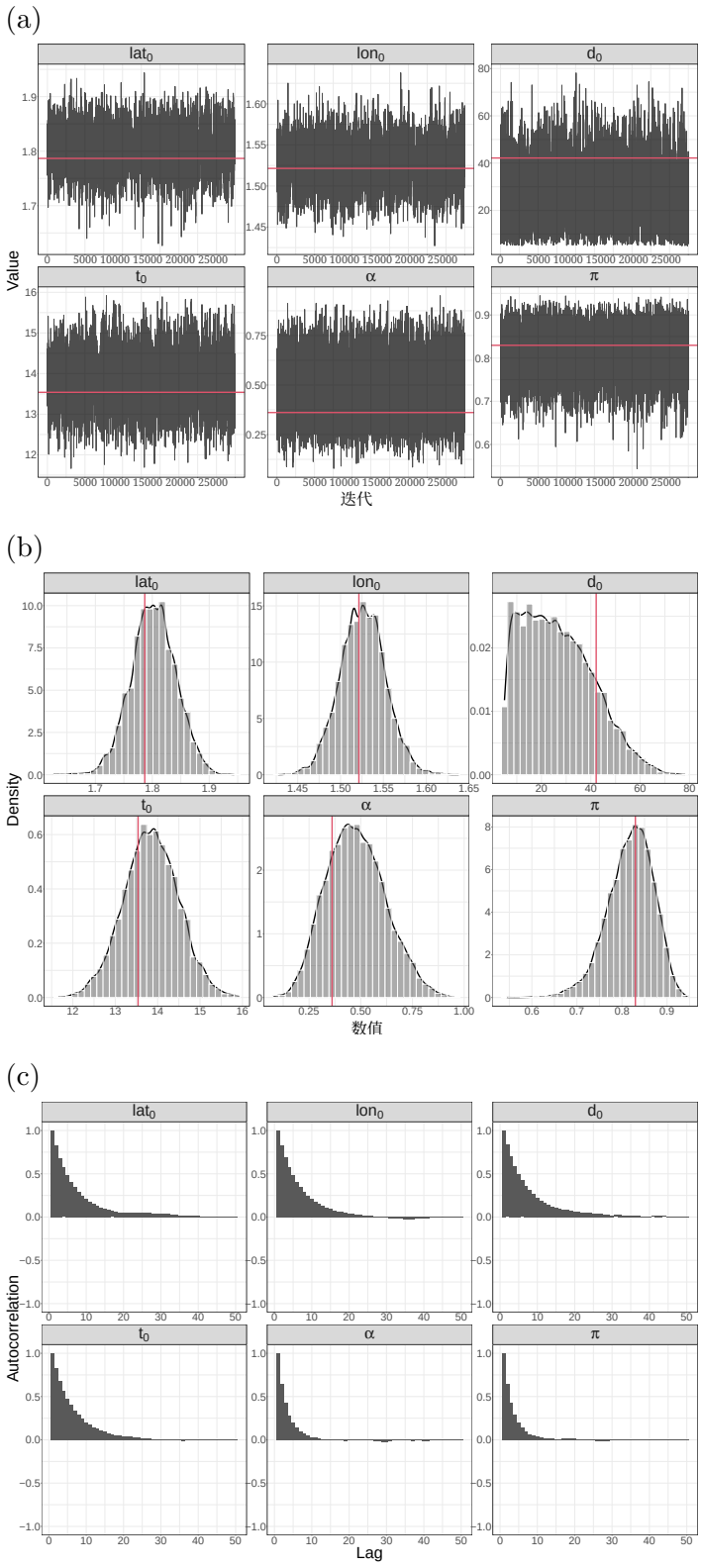


图 S1. 对包含 100 个观测值、网络南北向和东西向空间方差为 (0.25,1) 的模拟参数绘制的诊断图。轨迹图 (a)、密度 (b) 和自相关 (c)。

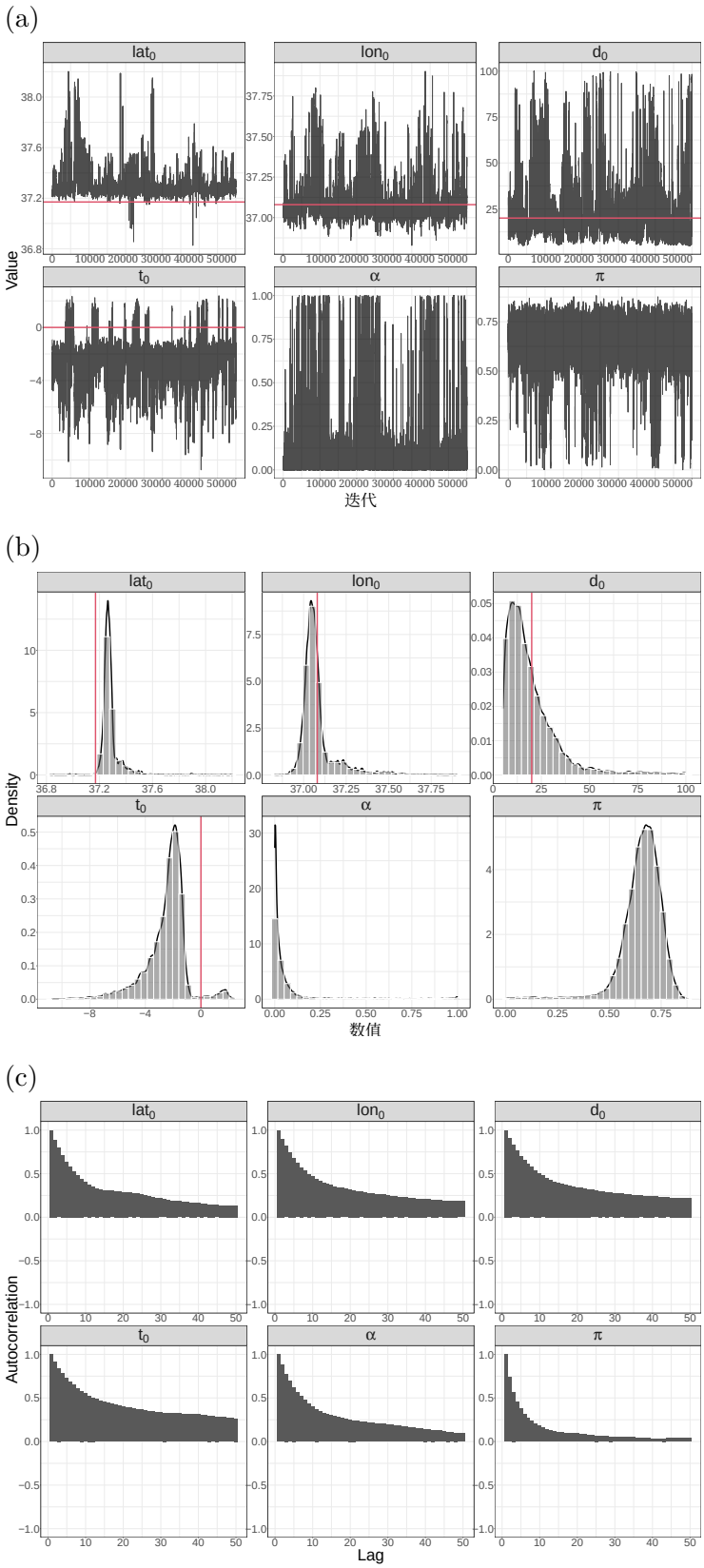


图 S2. 土耳其—叙利亚案例的诊断图。请注意， t_0 的参考值为真实地震发震时刻。轨迹图 (a)、密度 (b) 和自相关 (c)。

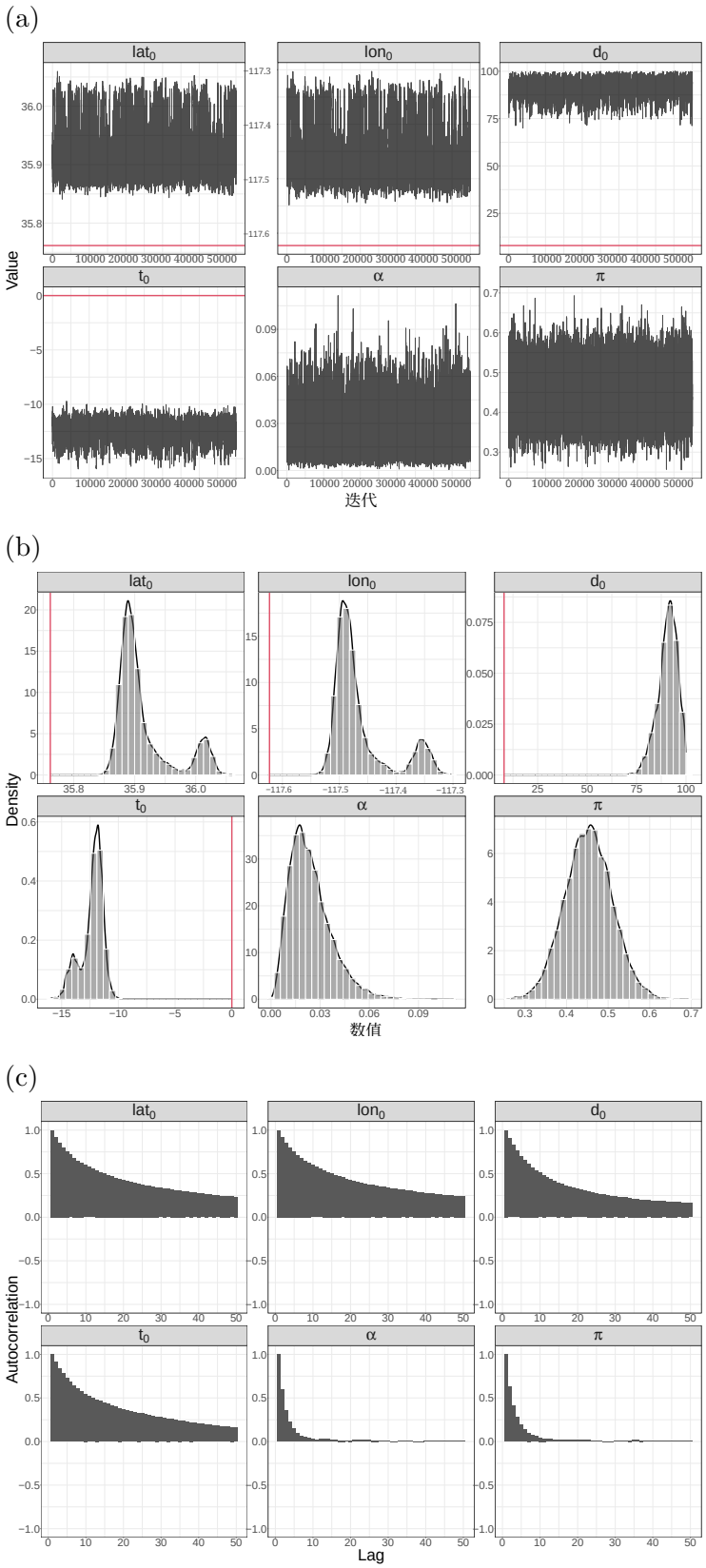


图 S3。 加利福尼亚案例的诊断图。请注意， t_0 的参照值为真实地震发震时刻。轨迹图 (a)、密度 (b) 和自相关 (c)。

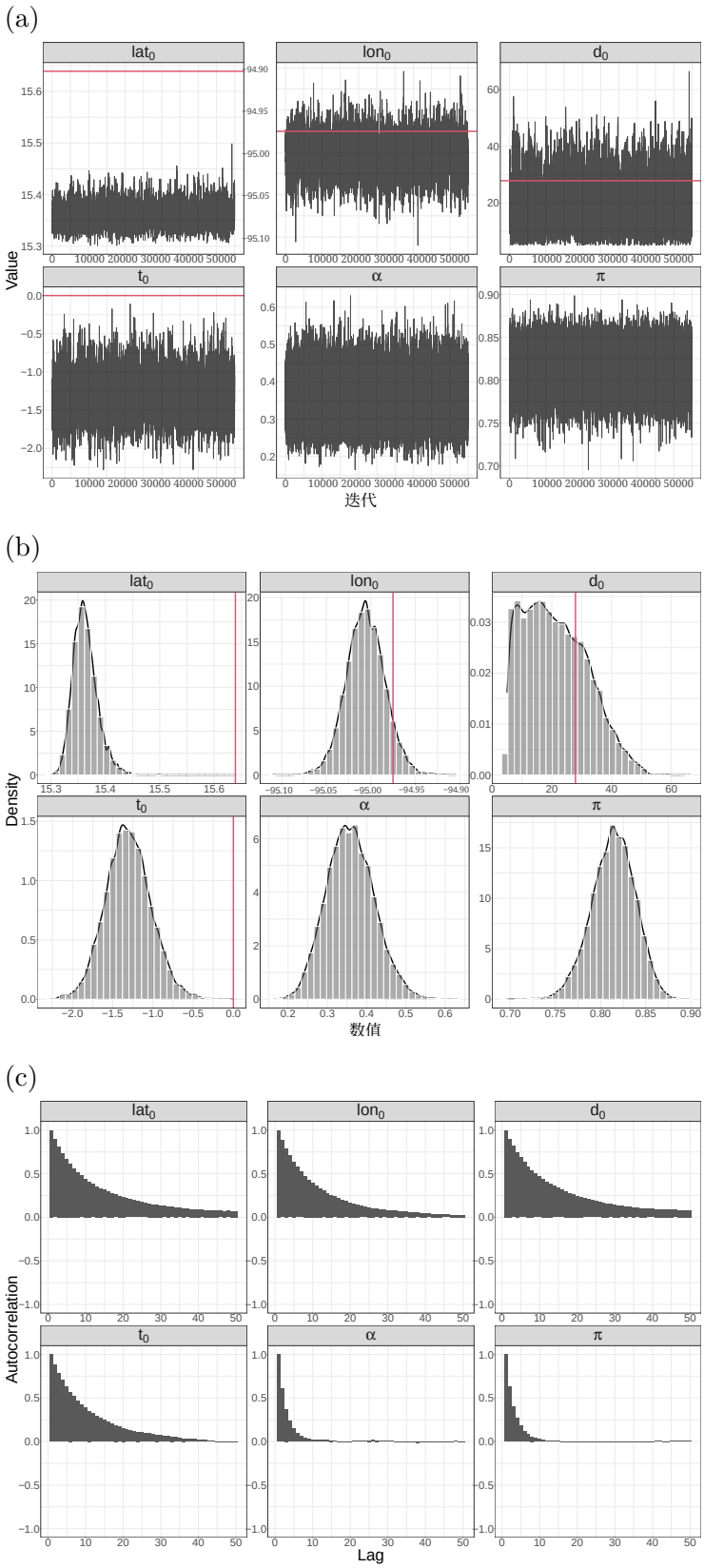


图 S4。 墨西哥案例的诊断图。请注意， t_0 的参考点是真实的地震发震时刻。轨迹图 (a)、密度 (b) 和自相关 (c)。

参考文献

Altekar, G., Dwarkadas, S., Huelsenbeck, J. P. 和 Ronquist, F.（2004）用于贝叶斯系统发育推断的并行 Metropolis 耦合马尔可夫链蒙特卡罗。生物信息学，**20**，407–415。Andrieu, C. 和 Thoms, J.（2008）自适应 MCMC 教程。统计与计算，**18**，343–373。Atchad´e, Y. F. 和 Rosenthal, J. S.（2005）关于自适应马尔可夫链蒙特卡罗算法。*Bernoulli*，**11**，815–828。

Bossu, R., Finazzi, F., Steed, R., Fallou 和 Bond´ar, I.（2022）“5 秒内震动！”——对地震网络智能手机公共地震预警系统的性能及用户评价进行评估。美国地震学会，**93**，137–148。

Clayton, R., Heaton, T., Chandy, M., Krause, A., Kohler, M., Bunn, J., Guy, R., Olson, M., Faulkner, M., Cheng, M. 等（2011）社区地震网络。*Annals of Geophysics*，**54**，738–747。

Cochran, E. S., Lawrence, J. F., Christensen, C. 和 Jakka, R. S.（2009）地震捕捉网络：公民科学拓展地震学视野。*Seismological ResearchLetters*，**80**，26–30。

De Angelis, R., Capocaccia, R., Hakulinen, T., Soderman, B. 和 Verdecchia, A.（1999）癌症生存分析的混合模型：应用于包含协变量的基于人群的数据。*Statistics in Medicine*，**18**，441–454。

Finazzi, F.（2016）地震网络项目：迈向众包式智能手机地震预警系统。*Bulletin of the Seismological Society of Amer-ica*，**106**，1088–1099。

— (2020) 地震网络项目：一个用于地震预警、快速影响评估和搜救的平台。*Frontiers in Earth Science*，**8**，243。

Finazzi, F., Bond´ar, I., Bossu, R. 和 Steed, R. (2022) 用于对智能手机网络的地震预警检测能力进行建模的概率框架。*Seismological Research Letters*，**93**，3291–3307。Finazzi, F. 和 Fass`o, A. (2017) 一种基于众包智能手机的地震预警系统统计方法。随机环境研究与风险评估，**31**，1649–1658。Gamel, J. W. 和 Vogel, R. L. (2001) 对监测、流行病学和最终结果（SEER）项目中乳腺癌患者相对生存与病因特异性生存进行非参数比较。医学研究统计方法，**10**，339–352。Gasparini, P., Manfredi, G., Zschau, J. 等 (2007) 地震预警系统。Springer。

Given, D. D., Cochran, E. S., Heaton, T., Hauksson, E., Allen, R., Hellweg, P., Vidale, J. 和 Bodin, P. (2014年)*ShakeAlert* 生产系统的技术实施计划：美国西海岸地震预警系统。美国内政部，美国地质调查局，弗吉尼亚州雷斯顿。

Kong, Q., Allen, R. M. 和 Schreier, L. (2016) MyShake：全球智能手机地震网络的初步观测值。《地球物理研究通讯》，**43**，9588–9594。

Lambert, P. C., Dickman, P. W., Weston, C. L. 和 Thompson, J. R. (2010) 使用有限混合模型估计基于人群的癌症研究中的治愈比例。《英国皇家统计学会杂志：*C*辑（应用统计学）》，**59**，35–55。

Lambert, P. C.、Thompson, J. R.、Weston, C. L. 和 Dickman, P. W.（2007）基于人群的癌症生存分析中治愈比例的估计与建模。生物统计学，**8**，576–594。L´azaro, E.、Armero, C. 和 G´omez-Rubio, V.（2020）混合治愈模型的近似贝叶斯推断。*TEST*，**29**，750–767。Massoda Tchoussi, F. Y. 和 Finazzi, F.（2023）一种用于对地震检测进行分类以及基于智能手机的地震参数估计的统计方法

地震预警系统。应用数学与统计学前沿，**9**。Miasojedow, B.、Moulines, E. 和 Vihola, M.（2013）一种自适应并行回火算法。计算与图形统计学杂志，**22**，649–664。Peng, Y. 和 Taylor, J. M.（2014）治愈模型。生存分析手册，**34**，113–134。Roberts, G. O. 和 Rosenthal, J. S.（2001）各种 Metropolis-Hastings 算法的最优尺度。统计科学，**16**，351–367。Woodard, D. B.、Schmidler, S. C. 和 Huber, M.（2009）多峰分布上并行回火和模拟回火快速混合的条件。应用概率年刊，**19**，617–640。Yu, B. 和 Tiwari, R. C.（2012）针对具有空间脆弱性的基于人群的癌症相对生存数据的混合治愈模型的贝叶斯方法。加拿大统计学杂志，**40**，40–54。