基于稳健、可移动的 $^{40}Ca^{+}$ 的绝对频率测量光学钟*

Huaqing Zhang[1,2], Yao Huang[1,2], 张宝林[1,2]，郝艳梅[1,2,3]，曾梦妍[1,2]，陈群峰[1,2], 王玉卓[4], 曹世英[4]，林一格[4]，方占军[4†]，管华[1,2,5†]，以及高克林[1,2†]

[1]磁共振与原子分子物理国家重点实验室，精密测量科学与技术创新研究院，中国科学院，武汉 *430071*，中国[2]原子频标重点实验室，精密测量科学与技术创新研究院，中国科学院，武汉 *430071*，中国[3]中国科学院大学，北京 *100049*，中国[4]中国计量科学研究院，北京 *100029*，中国[5]武汉量子技术研究院，武汉 *430206*，中国

我们构建了一台可移动的$^{40}Ca^{+}$光学钟（估计最小系统频移不确定度为1.3×10^{-17}，稳定度为 $5 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$ ），能够在实验室外运行。我们将其从中国科学院精密测量科学与技术创新研究院（武汉）运送至中国计量科学研究院（北京）。通过将其频率溯源至国际单位制的秒，对729 nm钟跃迁的绝对频率进行了最长达35天的测量。我们对测量过程进行了改进，例如在35天期间将$^{40}Ca^{+}$光学钟的有效运行时间提高至91.3%，降低光学钟与氢脉泽比对的统计不确定度，并采用更长的测量时间来降低频率溯源链路的不确定度。$^{40}Ca^{+}$光学钟的绝对频率测量结果为411042129776400.26（13）Hz，不确定度为3.2×10^{-16}，与我们之前的结果相比降低了1.7倍。由于光学钟运行率的提高，35天绝对频率测量的准确度可与全球不同机构基于不同光学频率测量获得的最佳结果相媲美。

关键词： 可移动式$^{40}Ca^{+}$光学钟、绝对频率测量、光学频率梳

1. 引言

国际单位制的秒（SI）以未受扰动的^{133}Cs原子基态超精细跃迁频率（9192631770 Hz）为基准，并

* **通讯作者：** zfang@nim.ac.cn（方占军），guanhua@apm.ac.cn（管华），klgao@apm.ac.cn（高克林）

由设于世界各地不同国家计量实验室中的一组一级和二级频率标准（PSFS）实现。借助拍赫兹级（10^{15} Hz）的光学钟跃迁，一些最先进的光学原子钟在不确定度和稳定度方面均超过了最先进的^{133}Cs喷泉微波钟[1–4] 两个数量级 [5–10]。未来，光学原子钟很可能会被用于重新定义SI秒。同时，光学钟（OCs）是应用物理和基础科学中的潜在工具，可广泛用于包括基本物理常数的检验[11–13]和广义相对论[6,14], 、引力波与暗物质探测[15,16], 以及大地测量学和计量学[17–20]在内的领域。此外，利用光学钟校准氢微波钟（HM），以生成比传统 ^{133}Cs喷泉微波钟精度更高的时间尺度，是另一项有用的应用[21,22]。

截至目前，国际计量委员会（CIPM）已推荐10种光频标准作为秒的次级表示。这些光学钟（OC）的估计系统不确定度小于 1×10^{-16} ，绝对频率的不确定度小于 2×10^{-15}。为在未来重新定义以光学钟为参考的国际单位制秒，CIPM为光学钟制定了相关建议和指南[23]。其中一项涉及光学钟与 ^{133}台铯喷泉钟之间的频率比对测量，而这受到后者不确定度的限制（例如$\Delta\nu/\nu < 3 \times 10^{-16}$）。为参与未来国际单位制秒的定义，应重新审视用于提高$^{40}Ca^{+}$ 光学钟绝对频率测量准确度的方案。

在本研究中，我们对测量过程实施了若干改进，包括将光学钟的有效运行时间提高至91.3%，采用超低相位噪声频率合成器以降低光学钟与氢微波钟之间频率比对的统计不确定度，并将绝对频率测量周期延长至35天，以降低频率溯源链路的不确定度。$^{40}Ca^{+}$ 光学钟的绝对频率测量结果为411042129776400.26（13）Hz，不确定度为3.2×10^{-16}，与近期结果[20,24]相比降低了1.7倍。

2. 实验装置与便携式 $^{40}Ca^{+}$ 光学钟的改进

OC的绝对频率测量结果可直接与本地铯主标准进行比较，也可通过卫星频率链路与国际原子时（TAI）进行比较。如图1所示，可搬运式 $^{40}Ca^{+}$ OC位于中国计量科学研究院（NIM）22号楼外，钟激光器通过一根长100 m的单模保偏（PM）光纤传送至光学频率梳（OFC）实验室，并采用主动光纤噪声抵消（FNC）技术。^{133}Cs喷泉钟和HM位于NIM 20号楼，HM的10 MHz频率信号通过光学-微波频率传输链路传送至OFC实验室。通过与TAI建立频率链路，测量可搬运式$^{40}Ca^{+}$ OC的绝对频率，从而使其溯源至SI秒[25]。首先，利用OFC和飞轮HM，将$^{40}Ca^{+}$ 光学钟的频率与本地UTC（NIM）进行比较，

以获得以UTC（NIM）为参考的光学钟频率。随后，可从国际计量局（BIPM）每月发布的T通报中获取UTC与UTC（NIM）之间的频率偏差，并将$^{40}Ca^{+}$ OC的频率与UTC或TAI关联起来（UTC与TAI之间存在固定的时差）。然后，通过比较基于一级和二级频率标准（PSFS）校准所实现的SI秒而确定的TAI时间尺度单位，评估TAI的频率准确度。

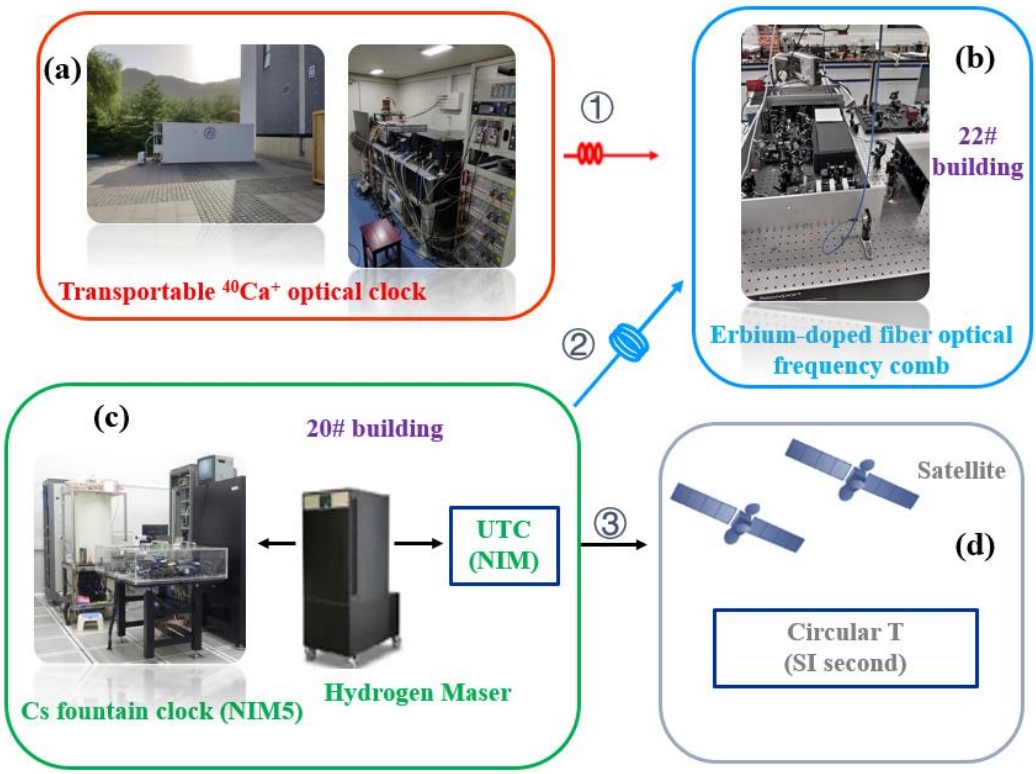

图1. $^{40}Ca^{+}$ 光学钟（OC）绝对频率测量示意图。(a) 可搬运式$^{40}Ca^{+}$ 光学钟的外部与内部结构。(b) 使用掺铒光纤光学频率梳（OFC）比较光学钟与氢脉泽（HM）的频率。(c) 使用铯喷泉钟（NIM5）和氢脉泽组生成UTC（NIM）。(d) 国际计量局每月发布T通报，使得能够利用频率溯源链路实现国际单位制秒。1 用于729纳米时钟激光器的100米保偏（PM）光纤，2 光微波传输链路，3 使用卫星连接至国际原子时（TAI）的频率链路。

便携式 $^{40}Ca^{+}$ OC（图1，左上）安装在空调舱 [20,26] 内。它最初从武汉的一间实验室运出，并通过与固定式 $^{40}Ca^{+}$ OC [20] 进行频率比对来测量位势。光学系统包括三个激光器箱（用于激光分配和频率稳定）以及离子阱的真空腔，安装在 2.4 × 0.9 m^2光学平台上；电子系统则安装在两个 19 英寸设备机柜中。

为确保 $^{40}Ca^{+}$ OC 在户外可靠运行，最重要的是为其提供稳定的温度和低振动噪声环境。光学钟安装在空调舱内。为使舱内温度更加稳定，尤其是离子阱真空系统周围的环境温度（这会影响光学钟黑体辐射（BBR）的频移），我们对空调增加了比例控制。在离子阱真空系统附近安装了一个热敏电阻。此外，根据热敏电阻测得的温度控制空调的开关。空调的制冷或制热模式也可用于调节室温。通过这种温度控制，便携式 $^{40}Ca^{+}$ 钟可在 -20–40 °C 的户外温度范围内运行。

另一个需要关注的方面是振动环境。舱体四个外角均配备了调平机构，以保持舱体水平，并避免受到舱外地面的影响。此外，舱内的光学平台也配备了调平机械结构，以确保 $^{40}Ca^{+}$ 光学钟光学系统的水平度。在机械减振方面，光学钟的光学系统安装在光学平台上，并在光学平台下方使用钢丝弹簧进行减振。电路控制系统分别布置在两个设备机架中，设备机架的后部和底部均安装了橡胶垫进行缓冲。随后，我们将空调的外置压缩机与舱体分离（抵达实验地点后，我们将空调压缩机放置在地面上）。最终，舱体环境的振动水平接近实验室的振动水平。

迁至 NIM 后，我们重新评估了系统不确定度和稳定度。表 1 列出了可搬运 $^{40}Ca^{+}$ 光学钟的不确定度预算。主要的系统不确定度归因于温度引起的黑体辐射（BBR）频移。

$$\Delta\nu_{BBR,i} = -\frac{1}{2h}(831.943V/m)^2\left(\frac{T_{BBR}(K)}{300K}\right)^4 \alpha_{0,i}(1+\eta_i)\,, i = e, g \qquad (1)$$

如公式（1） [27], 所示，有三个因素会影响黑体辐射频移：温度 T_{BBR}（K）、静态标量极化率$\alpha_{0,\ i}$ 以及动态修正因子 η_i （计算黑体辐射频移时，η_i 可忽略不计）。在此前的一项研究中，我们测量了 $^{40}Ca^{+}$ 光学钟的魔术囚禁射频（射频）（$\Omega = 2\pi \times 24.801\ (2)$ MHz），并准确获得了钟跃迁[27]的差分静态标量极化率 $\Delta\alpha_0$ 。静态极化率的不确定度会影响黑体辐射频移的计算，其分数不确定度为 10^{-19} 量级[27]。对于温度引起的黑体辐射频移评估，我们将真空腔温度在一个月内的峰峰值变化作为真空腔温度的不确定度。同时，我们使用红外热像仪检测开启和关闭射频囚禁频率后的温度，并评估射频加热造成的温度变化[28]。真空腔和离子阱结构的实际温度分别为 292.83 (0.99) K 和 293.08 (1.24) K。最后，根据它们对离子所张

受立体角的贡献，计算得出离子经历的温度为 292.93 (1.09) K。真空腔和离子阱的材料均为抛光金属，其表面发射率小于 1。为保守评估，我们将整个系统视为黑体（表面发射率设为 1），以放大温度评估的不确定度，并使用几何立体角计算离子接收到的热辐射立体角。温度波动引起的黑体辐射频移估计为 1.2×10^{-17}。

表 1. 可运输式 $^{40}Ca^{+}$ 光学钟的系统不确定度预算

影响因素	频率偏移 (mHz)	不确定度 (mHz)	相对不确定度（10^{-17}）
黑体辐射（BBR）温度	345	5.1	1.2
黑体辐射系数，包括动态修正	-0.4	<0.1	<0.01
过量微运动	0	<0.1	<0.01
二阶多普勒效应 - 久期运动	-6.0	0.7	0.17
交流斯塔克效应	1	2	0.5
残余四极效应	0	<0.1	0.01
残余1st 阶塞曼效应	0	0.2	<0.01
二阶塞曼效应	<0.1	<0.1	<0.01
声光调制器啁啾	0	<0.1	<0.01
谱线牵引	0	<0.1	<0.01
碰撞	0	<0.1	<0.01
一阶多普勒效应	0	<0.1	<0.01
伺服	2.5	0.25	<0.01
总计	342.1	5.5	1.3

通过使用魔法射频频率俘获$^{40}Ca^{+}$离子，由射频电磁场引起的微运动频移（包括过量微运动）和交流斯塔克频移（标量极化项）相互抵消，不确定度达到 10^{-19} 水平[27]。通过对几对塞曼分量的频率取平均，电四极频移和一阶塞曼频移也得以抵消 [29]。此外，我们使用快速现场可编程门阵列（FPGA）控制系统锁定光学钟。我们对一些系统频移进行了优化，例如伺服误差、残余一阶塞曼频移以及由离子温度引起的二阶多普勒频移[30,31]。可运输$^{40}Ca^{+}$光学钟的系统总不确定度为1.3×10^{-17}。

钟激光器频率锁定到一个便携式 30 cm 超低膨胀玻璃（ULE）腔上，其稳定度在 1–10 s 时小于 2×10^{-15} @（图2a，绿色圆圈）。图2a（红色虚线）显示，$^{40}Ca^{+}$ OC 的稳定度为$5 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$，这是基于时间交错自比较法实现的（通过锁定两对不同的塞曼分裂能级，使用 80 ms 的探询脉冲宽度获得了 10 Hz 的傅里叶极限谱宽）。通过与位于 NIM、稳定度为 $7 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$ 的另一台^{87}Sr 光晶格钟进行频率比对，验证了便携式 $^{40}Ca^{+}$ OC 的稳定度（图2a（粉色圆圈和虚线数据））。通过使用自动锁定算法 [30], ，当时钟发生磁场突变或受到振动冲击时，时钟可利用 2 ms、10 ms 和 40 ms 的时钟探询时间评估不同的拉比谱线宽，并自动锁定。总有效运行时间为

$^{40}Ca^{+}$ 光学钟在35天期间的运行时间比例提高至91.3 %（图2b）。

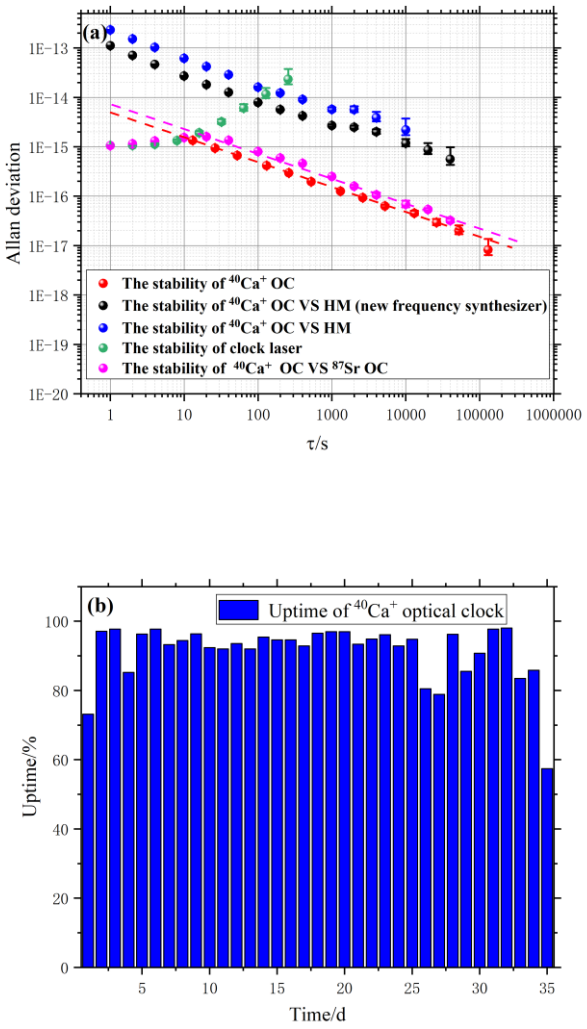

图2。（a）使用时间交错自比较法测得的可搬运式$^{40}Ca^{+}$ 光学钟的稳定度（红色圆圈）。使用频率计数器（安捷伦，53230A）测得的 $^{40}Ca^{+}$ 光学钟与氢微波钟之间频率比对的稳定度（蓝色和黑色圆圈）。采用新型低相位噪声频率合成器后，稳定度得到改善（黑色圆圈）。绿色圆圈数据表示729纳米时钟激光器的稳定度。粉色圆圈数据表示可搬运式 $^{40}Ca^{+}$ 光学钟与NIM实验室内的固定式 ^{87}Sr光学晶格钟之间频率比对的稳定度。（b）可搬运式$^{40}Ca^{+}$ 光学钟的每日有效运行时间。

3. 可搬运式$^{40}Ca^{+}$ 光学钟绝对频率测量的不确定度评估

绝对频率测量的总不确定度包括 OC 的系统不确定度（见第 2.2 节）以及频率测量的统计不确定度

OC 与 HM 之间的比对、HM 频率溯源至 SI 秒的频率溯源链路所带来的不确定度、OFC 的系统不确定度，以及引力红移不确定度。在我们此前的研究中，[20], HM 频率溯源至 SI 秒所带来的频率溯源链路不确定度，是绝对频率测量总不确定度的主要贡献项，其受 OC 测量时间限制（20 天内的运行时间比例为 >75 %）。在本研究中，我们将光学钟的连续运行时间和运行率分别提高至 35 天和 91.3 %，从而将该项不确定度从 5×10^{-16} 降至 2.5×10^{-16}（见第 3.2 节）。得益于 OC 运行时间和运行率的增加，以及采用低相位噪声频率合成器作为 OFC 重复频率 f_r 的参考，我们还将 OC 与 HM 之间频率比对的统计不确定度从 2.5×10^{-16} 降至 0.9×10^{-16} （见第 3.1 节）。

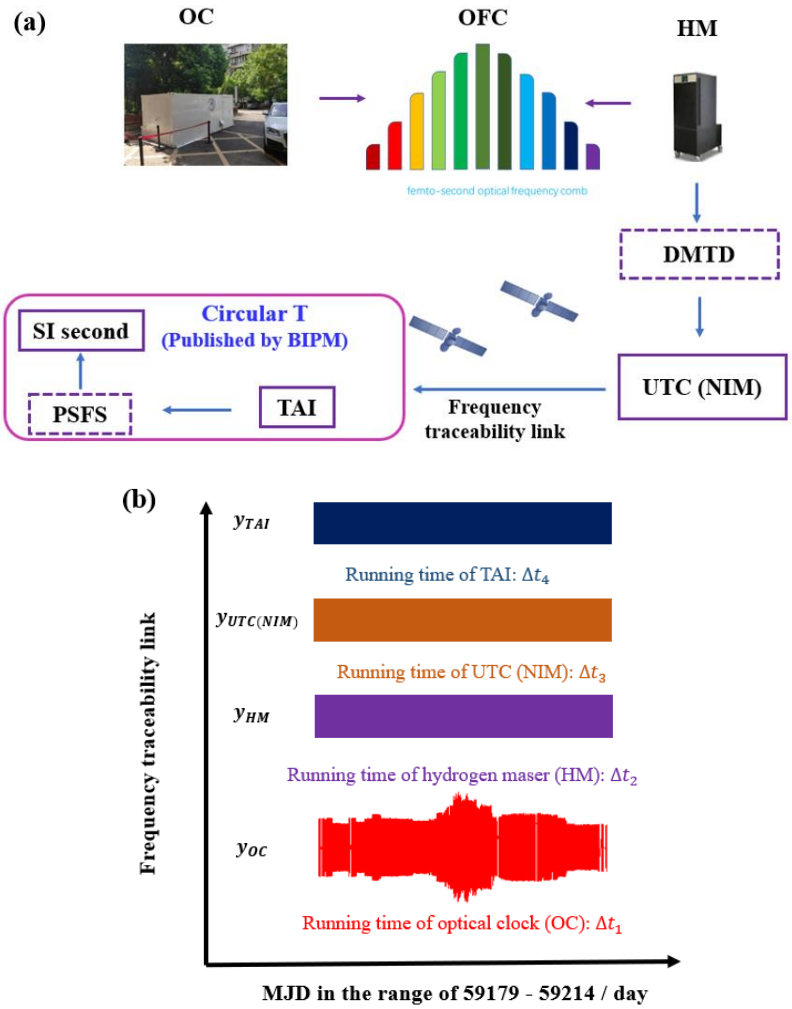

图3。（a）$^{40}Ca^{+}$ OC到国际单位制秒的绝对频率溯源。采用双混频器时间差测量系统（DMTD）对HM与UTC（NIM）进行频率比对。（b）使用频率溯源链路时所有测量周期响应的运行时间。阴影区域（红色）对应于OC与HM频率比对的实时数据，显示了OC运行时间的增加。运行时间

在简化儒略日（MJD）处于 59179–59214 范围内时，HM、UTC（NIM）和国际原子时（TAI）的运行率均为 100 %；紫色、棕色和蓝色阴影区域分别表示 HM、UTC（NIM）和 TAI 的运行情况。

$^{40}Ca^{+}$ 光学钟（图3）相对于SI秒的绝对频率溯源分为四部分：光学钟与氢微波钟之间、氢微波钟与本地协调世界时（NIM）之间、本地协调世界时（NIM）与国际原子时之间的频率比对，以及国际原子时与SI秒之间的频率比对。如公式（2）所示，光学钟与SI秒的频率比值可表示为：

$$\frac{y_{OC}}{y_{SI\cdot s}} = \frac{y_{OC}}{y_{HM}} \times \frac{y_{HM}}{y_{UTC(NIM)}} \times \frac{y_{UTC(NIM)}}{y_{TAI}} \times \frac{y_{TAI}}{y_{SI\cdot s}} \tag{2}$$

然而，实际情况下光学钟和光学频率梳并非连续运行，因此光学钟与氢微波钟之间的比对存在停机时间（即光学钟未运行的时段）。我们需要根据光学钟与氢微波钟的比对数据，推导停机时间造成的频率偏移。同时，还必须使本地协调世界时（NIM）与国际原子时之间的时间间隔对齐。若未对齐，还必须考虑数据不同步造成的频率偏移。考虑停机时间后，公式（2）也可写为：

$$\frac{y_{OC}}{y_{SI\cdot s}} = \frac{y_{OC}(\Delta t_1)}{y_{HM}(\Delta t_1)} \times \frac{y_{HM}(\Delta t_1)}{y_{HM}(\Delta t_2)} \times \frac{y_{HM}(\Delta t_2)}{y_{UTC(NIM)}(\Delta t_2)} \times \frac{y_{UTC(NIM)}(\Delta t_2)}{y_{UTC(NIM)}(\Delta t_3)} \times \frac{y_{UTC(NIM)}(\Delta t_3)}{y_{TAI}(\Delta t_3)} \times \frac{y_{TAI}(\Delta t_3)}{y_{TAI}(\Delta t_4)} \times \frac{y_{TAI}(\Delta t_4)}{y_{SI\cdot s}} \tag{3}$$

其中，Δt_i ($i = 1, 2, 3, 4$)表示各测量的运行时间。在此测量周期内，光学频率梳的运行时间比例为85%（T 396号通告，日期：2020.11.26 8:00–2020.12.31 8:00；儒略日：59179–59214），而氢微波钟、本地协调世界时（NIM）和国际原子时的运行时间比例均为100%（$\Delta t_2 = \Delta t_3 = \Delta t_4$）。

3.1. $^{40}Ca^{+}$ 光学钟与氢微波钟之间的频率比对

OFC可以建立微波频率与光学频率之间的关联。利用OFC，我们可以直接测量OC与HM的频率比。图4展示了以HM为参考的$^{40}Ca^{+}$ OC频率测量结果。数据还显示，考虑OFC的运行时间比例后，运行率高达85 %。我们按天统计测量数据，并根据每日数据得出平均值 x_i 和标准差 σ_i 。最终测量结果（MJD: 59179–59214）根据加权平均方差计算，其绝对值为4110421297764 24.272 (36) Hz。由于最长达35天的时段内连续运行率提高，$^{y_{OC}}{}_{(\Delta t_1)}\, y_{HM}(\Delta t_1)$的统计不确定度由$2.5 \times 10^{-16}$ 优化至0.9×10^{-16} 。通过对图4b中的数据进行加权线性拟合，我们得出HM（VCH-1003M L选项，编号4850）的线性频率漂移为 5.6×10^{-17} dday。该漂移率与BIPM的HM相一致

网站。

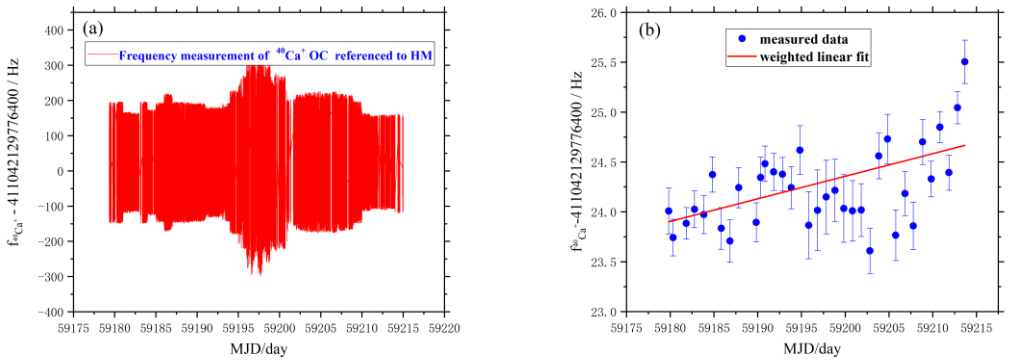

图4. $^{40}Ca^+$ 以氢微波钟为参考的光学钟频率测量。(a) 测量数据表明，考虑光学频率梳的运行时间后，运行时间增加了 85 %。(b) 对测量数据按日取平均，红色实线显示氢微波钟的线性频率漂移为 5.6×10^{-17}dday。

3.2. 氢微波钟频率溯源链路至*SI*秒的不确定度评估

如公式（3）所述，当OC的频率溯源至SI秒时，各部分的分数频移和不确定度列于表2。详细的评估方法将在以下章节中讨论。

借助光学频率梳，我们使用一台高度稳定、连续运行的氢微波钟（图2a，黑色圆点数据）作为飞轮振荡器，将光学钟的频率与UTC（NIM）关联起来。由于光学钟存在停机时间，将光学钟频率与氢微波钟进行比较时需要考虑两点：第一，光学钟与氢微波钟之间时间对准造成的频率偏移；第二，光学钟停机造成的频率偏移。我们首先通过比较光学钟和氢微波钟的数据（图4b），估算氢微波钟的线性频率漂移率$\dot{f}_{HM}$。随后计算光学钟的中点运行时间$\bar{t}_{OC}$ 以及氢微波钟的中点运行时间 $\bar{t}_{HM}$。根据公式计算光学钟频率测量期间氢微波钟频率漂移造成的频率偏移：$\dot{f}_{HM} \times (\bar{t}_{HM} - \bar{t}_{OC}) = 1(3) \times 10^{-17}$。对于光学钟和光学频率梳停机造成的频率偏移，我们通过比较消除线性频移后的光学钟和氢微波钟数据，评估氢微波钟的噪声模型；然后根据氢微波钟的噪声模型，通过100次模拟迭代评估停机造成的频率偏移（相关方法见[32,33]）。由于光学钟连续运行了35天，总运行率达到91.3 %，光学钟和光学频率梳停机造成的不确定度降低至 1×10^{-16}。 $y_{HM}(\Delta t_1)$ $y_{氢微波钟}(\Delta t_2)$的总频率校准估算为

$0.1\ (1) \times 10^{-16}$。

我们使用双混频时差（DMTD）测量系统进行频率比对，并获取氢微波钟（HM）与协调世界时（NIM）（UTC（NIM））的时差。频率校准 $y_{氢微波钟}(\Delta t_2)$ $y_{协调世界时(NIM)}(\Delta t_2) = -4$。$5238 \times 10^{-14}$ 和统计不确定度

根据使用引入 DMTD 的公共信号进行的零测量，估计值为 5×10^{-17} ，经过 35 天后得到。UTC（NIM）与国际原子时之间的时差可在国际计量局发布的 T 396号通告中查得。频率校准 $y_{\text{协调世界时(NIM)}(\Delta t_3)}\, y_{\text{国际原子时}(\Delta t_3)} = -5。29(1.7) \times 10^{-16}$ 。根据 T 396~~号通告，~~国际计量局依据 MJD 59179–59214 期间所有被认定用于国际原子时驾驭的一级和二级频率标准测量，得出估计频移 $d = 1。9 \times 10^{-16}$ 及相应的不确定度 $u = 1。4 \times 10^{-16}$ 。频率校准结果为 $y_{\text{国际原子时}(\Delta t_4)}\, y_{\text{秒 秒}(\Delta t_4)} = 1。9(1.4) \times 10^{-16}$。

如表2所述，频率溯源链路的总校准值估计为 $-455.67(2.5) \times 10^{-16}$。

表2. 频率溯源链路校准值汇总

NO.	频率溯源 **link**	偏移	不确定度
1	$\frac{y_{HM}(\Delta t_1)}{y_{\text{HM}}(\Delta t_2)}$	1×10^{-17}	1×10^{-16}
2	$\frac{y_{\text{HM}}(\Delta t_2)}{y_{\text{UTC}(NIM)}(\Delta t_2)}$	-4.5238×10^{-14}	5×10^{-17}
3	$\frac{y_{\text{UTC}(NIM)}(\Delta t_2)}{y_{\text{UTC}(NIM)}(\Delta t_3)}$	0	0
4	$\frac{y_{\text{UTC}(NIM)}(\Delta t_3)}{y_{\text{TAI}}(\Delta t_3)}$	-5.29×10^{-16}	1.7×10^{-16}
5	$\frac{y_{\text{TAI}}(\Delta t_3)}{y_{\text{TAI}}(\Delta t_4)}$	0	0
6	$\frac{y_{\text{TAI}}(\Delta t_4)}{y_{\text{SI 秒}}(\Delta t_4)}$	1.9×10^{-16}	1.4×10^{-16}
	Sum	-4.5567×10^{-14}	2.5×10^{-16}

3.3. 光学频率梳的系统不确定度

实验中使用的光学频率梳是一台自制的掺铒光纤

飞秒光学频率梳 [35]，用于比较 OC 和氢微波钟的频率。OC 的测得频率可写为

$$f_{OC} = nf_r + f_o + f_b \tag{4}$$

其中，n 是一个整数模式数，约为 2100000；f_r 是重复频率，f_0 是载波包络偏移频率，而 f_b 是$^{40}Ca^+$ 钟跃迁在 729 nm 处的拍频。

在计算$^{40}Ca^+$ 光学钟的频率时引入了这三个参数：f_r、f_0 和 f_b。还需要考虑以氢微波钟为参考的微波合成器（f_r 和 f_0）的频率分辨率和不确定度。频率计数器造成的计数误差也必须考虑。

为评估计数误差，我们使用频率计数器（以 10 MHz氢微波钟信号为参考）测量了 10 MHz氢微波钟信号。数据的阿伦偏差为 $\sigma_{counter} = 1.17 \times 10^{-12}/\sqrt{t}$；该结果受频率计数器（53230A，安捷伦）分辨率的限制。拍频信号$f_{b,\ Ca^+}$ 和载波包络偏移频率 f_0 由两台频率计数器同步计数，并在光学频率处造成附加频率偏移。计数误差可用以下公式表示：[36]

$$\sigma_{y,c} = \sigma_{counter} \times \frac{f_{input}}{f_{OC}} \tag{5}$$

输入频率为 $f_0 = 20$ MHz 和 $f_{b,\ Ca^+} \approx 58$ MHz。由于光学钟的频率为 $f_{OC} = 411$ THz，计数器误差 $\sigma_{y,\ c}$ 小于 1×10^{-17}。

表 3. 光学频率梳 (OFC) 的系统不确定度

项目	频移	不确定度
计数器（f_b 和 f_0）	0	$< 1 \times 10^{-17}$。
频率合成器（f_r）	0	1.6×10^{-16}
Sum	0	1.6×10^{-16}

由于 729 nm 处 OFC 的模式数 n 非常大（$n \approx 2\ 100\ 000$），重复频率（$f_r \approx 195.4$ MHz）变化 1 μHz 将导致光学频率的相对变化 5×10^{-15}。准确控制和测量f_r 至关重要。f_r 的参考频率由超低相位噪声频率合成器（ROHDE & SCHWARZ，SMB 100B）产生。根据技术说明，当频率合成器的输出频率设为 1 GHz 时，合成的常规分辨率为 0.163 μHz；这对应的相对不确定度为 1.6×10^{-16}。考虑到频率计数器和频率合成器的误差，OFC 的系统不确定度估计为 $0\ (1.6) \times 10^{-16}$（表 3）。

3.4. 引力红移

当时钟位于海平面以上不同海拔 Δh 处时，必须考虑引力红移 $\delta_{GR} = g \times \Delta h / c^2$ 。平均当地重力加速度为 $g = 9.801\ 236\ 21\ (2)\ \mathrm{m\ s}/^2$， c 为光速。海拔Δh 在 NIM 尺寸计量实验室测量，并可溯源至昌平园区内的一个水准基点（该基点以1985年国家高程基准为基准）。当便携式 $^{40}Ca^+$ OC 位于 NIM 昌平园区时，其海拔 Δh 估计为 110.3 (2) m。 Δh 的不确定度包括水准测量误差，以及区域高程基准与全球高程基准之间的垂直基准偏差 [37]。根据参考文献 [38], 所述的方法，引力红移为 4.944 (9) Hz。

3.5. $^{40}Ca^+$ 光学钟的绝对频率测量结果

表4. $^{40}Ca^+$光学钟（OC）绝对频率测量的频率修正汇总。测得频率减去了 411042129776400 (Hz)

频率修正	**偏移(Hz)**	**不确定度 (Hz)**	相对频率测量值 **不确定度 (10^{-16})**	**相对** 上次测量的不确定度 **测量 (10^{-16})**
统计量（OC 与氢脉泽（HM））	24.272	0.036	0.9	2.5
溯源链路	-18.730	0.103	2.5	5
引力红移	-4.944	0.009	0.2	0.2
OC	-0.3421	0.0055	0.13	1.3
OFC	0	0. 066	1.6	
Sum	0.26	0.13	3.2	5.6

采用第3.1、3.2、3.3和3.4节所述的频率修正，测得$^{40}Ca^+$ OC的绝对频率为 411042129776400.26 (13) Hz，频率不确定度为3.2×10^{-16}。各部分的贡献汇总于表4。测量准确度的提高得益于测量周期的延长（最长达35天）以及OC运行时间的增加（91.3 %），从而降低了溯源链路的不确定度。同时，对OFC的系统不确定度进行了评估和验证。

4. $^{40}Ca^+$ 光学钟绝对频率测量的比较

图5展示了对$^{40}Ca^+$光学钟进行的绝对频率测量比较。蓝色圆点和误差棒表示根据不同研究机构（因斯布鲁克、 2009 [39], NICT

2012[40], WIPM 2012 [41], 以及 WIPM 2014d2015 [41]）的测量结果计算出的加权平均值，以及国际计量局 2017 年公布的数据。绿色圆点和误差棒表示我们团队于2020年1月进行的测量结果[20]。紫色圆点和误差棒表示国际计量局 2021 年公布的$^{40}Ca^{+}$ 光学钟标准频率推荐值。粉色圆点和误差棒表示另一台置于实验室中的可移动$^{40}Ca^{+}$ 光学钟的测量结果[24]。红色圆点和误差棒表示我们的研究结果（本研究），其准确度为 3.2×10^{-16} ，与不同机构基于不同光学频率测得的最佳结果相当[36,42–46]。

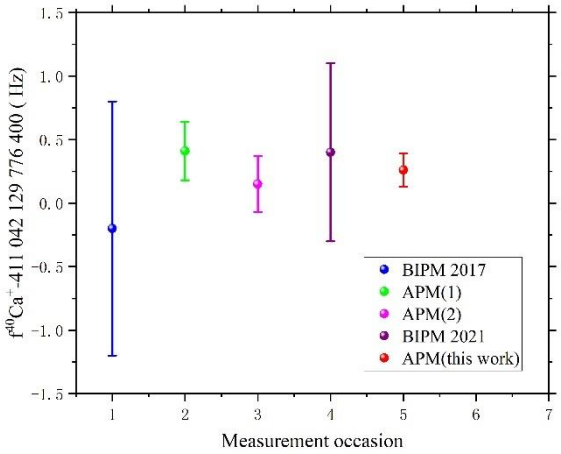

图5. $^{40}Ca^{+}$ 光学钟绝对频率测量的比较

5. 结论与展望

在本研究中，我们构建了一台稳健的 $^{40}Ca^{+}$ 光学钟，其系统不确定度为1.3 $\times 10^{-17}$ ，稳定度为 $5 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$。采用自动锁定方案后，35天期间的有效运行时间比例提高至91.3 %。我们以远程一级和二级频率标准为参考测量了绝对频率。此外，光学钟最长达35天的稳定运行，也大幅降低了将光学钟频率溯源至国际单位制秒的远程频率链路不确定度。

$^{40}Ca^{+}$ 离子光学钟的绝对频率测量值为 411 042129776400.26 (13) Hz，不确定度为 3.2×10^{-16}。这是迄今基于 $^{40}Ca^{+}$ 离子光学钟实现的最高精度。测量结果与此前的测量结果吻合良好，验证了可搬运$^{40}Ca^{+}$ 离子光学钟的可靠性。凭借其高可靠性和高运行率，可以将光学钟运送至配备氢微波钟的研究机构，为氢微波钟校准频率，从而产生高精度时间尺度。可搬运 $^{40}Ca^{+}$ 离子光学钟与锁定于 NIM 的固定式 ^{87}Sr 光晶格钟之间的频率比测量将作为我们后续研究的一部分。通过改进实验方案，将可搬运光学钟的黑体辐射频移降低至分数频率 10^{-18} 量级，预计这种可搬运钟也将用于大地测量应用。

致谢

我们感谢 Tianchu Li、Fang Fang 的帮助和富有成果的讨论，并感谢 Huanyao Sun 在电子电路方面提供的帮助。本工作得到了国家自然科学基金委员会（项目编号：12022414 和 12121004）、国家重点研发计划（项目编号：2018YFA0307500、2022YFB3904001、2021YFB3900701、2021YFF0603802 和 2021YFF0600102）、湖北省自然科学基金（项目编号：2022CFA013）、中国科学院青年创新促进会（项目编号：Y201963 和 2018364）以及中国科学院基础研究青年科学家项目（项目编号：YSBR-055）的资助。Huaqing Zhang 和 Yao Huang 对本工作的贡献相同。

参考文献

[1] Hea vner T P, Donley E A, Levi F, Costanzo G, Parker T E, Shirley J H, Ashby N, Barlow S and Jefferts S R 2014 Metrologia 51 174–82

[2] Weyers S, Gerginov V, Kazda M, Rahm J, Lipphardt B, Dobrev G and Gibble K 2018 Metrologia 55 789

[3] Levi F, Calonico D, Calosso C E, Godone A, Micalizio S and Costanzo G A 2014 Metrologia 51 270–84

[4] Beattie S, Ji an B, Alcock J, Gertsvolf M, Hendricks R, Szymaniec K and Gibble K 2020 Metrologia 57 035010

[5] Bothwell T, Kedar D, Oelker E, Robinson J M, Bromley S L, Tew W L, Ye J and Kennedy C J 2019 Metrologia 56 065004

[6] Takamoto M, Ushijima I, Ohmae N, Yahagi T, Kokado K, Shinkai H and Katori H 2020 Nature Photonics 14 411–5

[7] McGrew W F, Zhang X, Fasano R J, Schäffer S A, Beloy K, Nicolodi D, Brown R C, Hinkley N, Milani G, Schioppo M, Yoon T H and Ludlow A D 2018 Nature 564 87–90

[8] Huntemann N, Sanner C, Lipphardt B, Tamm C and Peik E 2016 Physical Review Letters 116 063001

[9] Brewer S M, Chen J S, Hankin A M, Clements E R, Chou C W, Wineland D J, Hume D B and Leibrandt D R 2019 Physical Review Letters 123 33201

[10] Huang Y, Zhang B, Zeng M, Hao Y, Zhang H, Guan H, Chen Z, Wang M and Gao K 2022 Physical Review Applied 17 034041

[11] Drullinger R E, Swann W C, Itano W M, Stalnaker J E, Chou C W, Newbury N R, Brusch A, Schmidt P O, Diddams S A, Oskay W H, Fortier T M, Wineland D J, Lorini L, Rosenband T, Bergquist J C and Hume D B 2008 Science 319 1808–12

[12] Godun R M, Nisbet-Jones P B R, Jones J M, King S A, Johnson L A M, Margolis H S, Szymaniec K, Lea S N, Bongs K and Gill P 2014 Physical Review Letters 113 210801

[13] Beloy K, Bodine M I, Bothwell T, Brewer S M, Bromley S L, Chen J S,

Deschênes J D, Diddams S A, Fasano R J, Fortier T M, Hassan Y S, Hu me D B, Kedar D, Kennedy C J, Khader I, Koepke A, Leibrandt D R, Leopardi H, Ludlow A D, McGrew W F, Milner W R, Newbury N R, Nicolodi D, Oelker E, Parker T E, Robinson J M, Romisch S, Schäffer S A, Sherman J A, Sinclair L C, Sonderhouse L, Swann W C, Yao J, Ye J and Zhang X 2021 Nature 591 564–9[14] Chou C W, Hume D B, Rosenband T and Wineland D J 2010 Science 329 1630–4[15] Kolkowitz S, Pikovski I, Langellier N, Lukin M D, Walsworth R L and Ye J 2016 Physical Review D 94 124043[16] Arvanitaki A, Huang J and Van Tilburg K 2015 Physical Review D - Part. Fields, Gravit. Cosmol. 91 015015[17] Takano T, Takamoto M, Ushijima I, Ohmae N, Akatsuka T, Yamaguchi A, Kuroishi Y, Munekane H, Miyahara B and Katori H 2016 Nature Photonics 10 662–6[18] Grotti J, Koller S, Vogt S, Häfner S, Sterr U, Lisdat C, Denker H, Voigt C, Timmen L, Rolland A, Baynes F N, Margolis H S, Zampaolo M, Thoumany P, Pizzocaro M, Rauf B, Bregolin F, Tampellini A, Barbieri P, Zucco M, Costanzo G A, Clivati C, Levi F and Calonico D 2018 Nat. Phys. 14 437–41[19] Bondarescu R, Schärer A, Lundgren A, Hetényi G, Houlié N, Jetzer P and Bondarescu M 2015 Geophys. J. Int. 202 1770–4[20] Huang Y, Zhang H, Zhang B, Hao Y, Guan H, Zeng M, Chen Q, Lin Y, Wang Y, Cao S, Liang K, Fang F, Fang Z, Li T and Gao K 2020 Physical Review A 102 050802(R)[21] Grebing C, Al-Masoudi A, Dörscher S, Häfner S, Gerginov V, Weyers S, Lipphardt B, Riehle F, Sterr U and Lisdat C 2016 Optica 3 563[22] Yao J, Parker T, Ashby N and Levine J 2018 IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control 65 127–34[23] Riehle F, Gill P, Arias F, Robertsson L, Grebing C, Al-Masoudi A, Dörscher S, Häfner S, Gerginov V, Weyers S, Lipphardt B, Riehle F, Sterr U and Lisdat C 2018 Metrologia 55 188[24] Cao J, Yuan J, Wang S, Zhang P, Yuan Y, Liu D, Cui K, Chao S, Shu H, Lin Y, Cao S, Wang Y, Fang Z, Fang F, Li T and Huang X 2022 Appl. Phys. Lett. 120 054003[25] Baynham C F A, Godun R M, Jones J M, King S A, Nisbet-Jones P B R, Baynes F, Rolland A, Baird P E G, Bongs K, Gill P and Margolis H S 2018 J. Mod. Opt. 65 585–91[26] Guan H, Zhang B, Zhang H, Huang Y, Hao Y, Zeng M and Gao K 2021 AVS Quantum Sci. 3 044701[27] Huang Y, Guan H, Zeng M, Tang L and Gao K 2019 Physical Review A 99 011401(R)[28] Huang Y, Guan H, Bian W, Ma L, Liang K, Li T and Gao K 2017 Appl. Phys. B 123 166[29] Dubé P, Madej A A, Zhou Z and Bernard J E 2013 Physical Review A 87 023806[30] Zhang B, Huang Y, Hao Y, Zhang H, Zeng M, Guan H and Gao K 2020 J. Appl. Phys. 128 143105

[31] Zhang B, Huang Y, Zhang H, Hao Y, Zeng M, Guan H 和 Gao K 2020 Chinese Phys. B 29 074209[32] Hobson R, Bowden W, Vianello A, Silva A, Baynham C F A, Margolis H S, Baird P E G, Gill P 和 Hill I R 2020 Metrologia 57 065026[33] Yu D H, Weiss M 和 Parker T E 2007 Metrologia 44 91[34] Hachisu H 和 Ido T 2015 Jpn. J. Appl. Phys. 54 112401[35] Cao S, Han Y, Ding Y, Lin B 和 Fang Z 2022 Chinese Phys. B 31 074207[36] Leopardi H, Beloy K, Bothwell T, Brewer S M, Bromley S L, Chen J S, Diddams S A, Fasano R J, Hassan Y S, Hume D B, Kedar D, Kennedy C J, Leibrandt D R, Ludlow A D, McGrew W F, Milner W R, Nicolodi D, Oelker E, Parker T E, Robinson J M, Romisch S, Sherman J A, Sonderhouse L, Yao J, Ye J, Zhang X 和 Fortier T M 2021 Metrologia 58 015017[37] Li J, Chu Y 和 Xu X 2017 区域与全球高程基准间垂直基准偏差的测定 测绘学报 46 10（中文）[38] Denker H, Timmen L, Voigt C, Weyers S, Peik E, Margolis H S, Delva P, Wolf P 和 Petit G 2018 J. Geod. 92 487–516[39] Chwalla M, Benhelm J, Kim K, Kirchmair G, Monz T, Riebe M, Schindler P, Villar A S, Hänsel W, Roos C F, Blatt R, Abgrall M, Santarelli G, Rovera G D 和 Laurent P 2009 Physical Review Letters 102 023002[40] Matsubara K, Hachisu H, Li Y, Nagano S, Locke C, Nogami A, Kajita M, Hayasaka K, Ido T 和 Hosokawa M 2012 Opt. Express 20 22034[41] Huang Y, Guan H, Liu P, Bian W, Ma L, Liang K, Li T 和 Gao K 2016 Physical Review Letters 116 013001[42] Lange R, Huntemann N, Rahm J M, Sanner C, Shao H, Lipphardt B, Tamm C, Weyers S 和 Peik E 2021 Physical Review Letters 126 11102[43] Schwarz R, Dörscher S, Al-Masoudi A, Benkler E, Legero T, Sterr U, Weyers S, Rahm J, Lipphardt B 和 Lisdat C 2020 Phys. Rev. Res. 2 033242[44] Nemitz N, Gotoh T, Nakagawa F, Ito H, Hanado Y, Ido T 和 Hachisu H 2021 Metrologia 58 025006[45] McGrew W F, Zhang X, Leopardi H, Fasano R J, Nicolodi D, Beloy K, Yao J, Sherman J A, Schäffer S A, Savory J, Brown R C, Römisch S, Oates C W, Parker T E, Fortier T M 和 Ludlow A D 2019 Optica 6 448–54[46] Lin Y, Wang Q, Meng F, Cao S, Wang Y, Li Y, Sun Z, Lu B, Yang T, Lin B, Zhang A, Fang F 和 Fang Z 2021 Metrologia 58 035010