arXiv:2303.01010v1 [cs.RO] 2 Mar 2023

基于触觉反馈的主动质量分布估计

Jiacheng Yuan[1], Changhyun Choi[1],Ellad B. Tadmor[2] 和 Volkan Isler[3]

I. 引言

为了操纵物体或将其用作工具，估计其质量分布等机械属性至关重要。以图 1 中的锤子为例：锤子的质心对于稳定抓取至关重要，而质心取决于锤子的形状和所用的具体材料。质量分布还会影响锤子与桌面之间的摩擦相互作用，进而影响锤子在非抓持操作过程中的动态行为。

以往研究表明，机器人可以通过视觉 [1], 音频 [2], 或触觉 [3]等各种传感器模态的反馈来估计物体的此类机械属性。无需与物体进行物理交互 [4]–[6]，即可测量形状和位姿等物体属性。然而，机械属性通常需要通过施力交互以及触觉或力反馈测量来获取。物体质量分布也不例外。在本研究中，我们关注如何在操纵物体的过程中，通过触觉反馈主动估计刚体的质量分布。

这项任务涉及一些独特的挑战。首先，摩擦相互作用由接触参数决定，例如接触压力和摩擦系数。这些参数通常未知，因此问题更加复杂。其次，目前尚不清楚是否存在能够激发这些未知参数的动作。如果存在，我们该如何选择信息量更大的机器人动作？最后，对机器人末端执行器和物体的动力学进行建模，意味着要处理刚体接触建模，这需要采用复杂的近似方法，例如线性互补问题 [LCP]。这些近似方法也可能给估计结果带来伪影。

为克服这些挑战，我们选择先抓取物体，再主动对其施加机械扰动。因此，我们将动力学建模范围限定为物体本身及其与桌面之间的滑动摩擦相互作用。随后，我们采用基于粒子的表示和可微离散时间动力学模型来描述这一物理过程，其中触觉反馈充当控制

[1] 任职于电气与计算机工程系，明尼苏达大学，明尼阿波利斯，明尼苏达州 55455，美国yuanx320, cchoi@umn.edu[2] 任职于明尼苏达大学航空航天工程与力学系，明尼阿波利斯，明尼苏达州 55455，美国tadmor@umn.edu[3] 任职于明尼苏达大学计算机科学与工程系，明尼阿波利斯，明尼苏达州 55455，美国isler@umn.edu

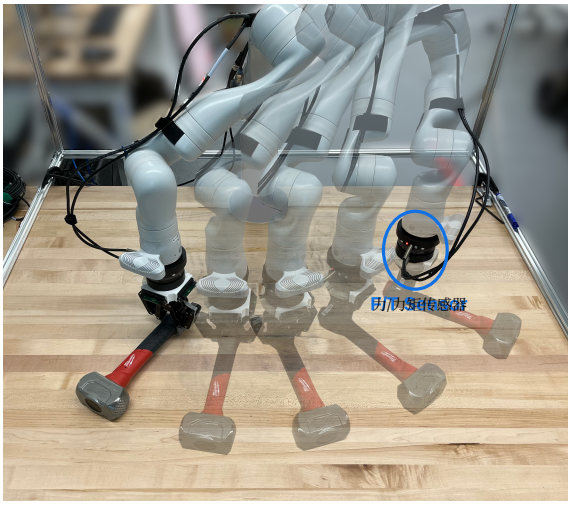

图 1：机器人机械臂通过抓取锤子并挥动，主动与桌面上的刚体（锤子）进行交互。腕部的六轴力/力矩传感器（蓝色椭圆标记）提供交互过程中的触觉反馈。

输入。通过解析公式，我们展示了如何按顺序估计隐藏状态参数，进而利用这些参数选择机器人动作，高效估计物体质量分布。

我们的主要贡献总结如下：

- 我们展示了如何在真实机器人平台上利用触觉反馈主动估计物体质量分布。
- 我们基于解析公式设计了一种动作选择策略，以激发各种参数。
- 我们将我们的方法与多种基线方法进行了评估，结果表明我们的方法显著优于它们。

II. 相关工作

下面我们概述相关工作。系统辨识 [7]可通过提供物体动力学模型的信息，促进机器人操作。研究人员探讨了各种任务，这些任务要求在操作过程中估计物体属性和物理状态 [8], [9]。在 [10], 中，作者提出使用 LSTM模块跟踪一系列推动交互，并训练辅助目标函数，以估计物体的质心。另一方面，也可以将物体属性参数纳入动力学模型，并据此进行估计。Zhang 等人 [11]表明，采用概率模型后，可以利用触觉反馈克服遮挡，实现物体位姿估计。高斯过程是用于建模未知物体动力学的常用方法之一 [12]–[14]。此外，基于模型的强化学习也可用于从

观察状态-动作对 [15]–[17]中学习动力学。也有研究提出通过 IMU [18] 或纯力传感器 [19]来估计物体。

然而，选择估计方法只是问题的一部分。动作选择也会影响算法的效率。良好的动作能尽可能多地揭示信息，而选择不当的动作可能根本无法激发目标参数。[20],中展示了，机器人可以通过量化自身动作的预期信息量，高效地推断环境的复合结构。在 [21], 中，作者表明，最优动作选择策略既能在存在不确定性的情况下获取更多环境信息，也能更高效地使系统达成操作目标。在我们的工作中，我们分析动力学模型，并提出一种高效策略，以主动选择信息量更大的动作。

在桌面上的机器人操作中，机器人与物体之间以及物体与桌面之间的交互，都需要对刚体的接触行为进行建模。Bauza 等人 [22]表明，对于平面推压控制器而言，对滑动接触或黏着接触进行建模十分必要。加入这些组件可能会使模型更加复杂。为处理刚体之间的接触建模，人们提出了 LCP 等近似算法 [23] ，随后又在 [24]中将其实现于自动微分框架，作为可微物理引擎。可微 LCP 模型用于计算预测结果与实际观测之间距离的梯度，再利用该梯度搜索模型参数值，以缩小现实差距。Song 等人随后也采用了相同的方法 [25]，通过随机推动动作估计物体质量分布。在我们的工作中，我们表明，LCP 作为一种近似方法，只能在一定程度上缩小现实差距，而基于解析公式的动作选择规则在参数估计方面效率更高。

除了可微 LCP，许多其他研究工作也专注于对动力学模型求导。Degrave 等人 [26] 提出了一种基于冲量的速度步进方法的可微物理引擎 [27], 用于在机器人学应用中对控制参数求导。在 [28], 中，作者结合解析动力学模型与神经网络，并采用端到端训练来预测机器人动作的效果。 [29]和 [30]还提出了新的神经网络结构，以便在深度网络中直接实现流体动力学。可微物理也被用于解决涉及击打、投掷等物理交互的领域中的序列操作和工具使用规划问题 [31]。在我们的工作中，我们同样使用 Taichi Lang 将动力学模型实现为可微物理引擎 [32]。

III. 背景

本节介绍我们对物体及其运动所作的假设，并在此基础上给出所采用的离散时间动力学模型。物体被放置在诸如桌面这样的水平平面上。因此，在与下方表面保持摩擦接触的同时，其运动可通过水平面内的 $2D$ 刚体变换 $SE(2)$来定义。我们还假设，物体的运动由机器人机械臂施加的外部扰动引起。具体而言，机械臂抓取物体，并对物体施加力或力矩。

表 I：符号汇总

符号	描述
$\mathbf{p}_t$ $\mathbf{v}_t$ $\mathbf{a}_t$	$2D$ 在时间 t的物体位姿、速度和加速度，$\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_w]$ 其中 x, y 表示平移， w 表示旋转。速度和加速度同理
M I_{cm} I_i	相对于质心或粒子的惯性质量和平面转动惯量 i
$\mathbf{c}$	质心的位置 $\mathbf{c} = [c_x \ c_y]$
$\mathbf{p}_i$ $\mathbf{v}_i$	粒子 i 在 $2D$中的位置、速度和单位速度，$\mathbf{p}_i = [p_{i,x} \ p_{i,y}]$ 和 $\mathbf{v}_i = [v_{i,x} \ v_{i,y}]$
n_p	模型中的粒子数
$\mathbf{m}$ $\boldsymbol{\mu}$	粒子质量 m_i 和摩擦系数 μ_i 的向量 每个组，具有 $dim(\mathbf{m}) = n_m$, $dim(\boldsymbol{\mu}) = n_\mu$
$\mathbf{u}_{i,t}$	$\mathbf{u}_{i,t} = \begin{bmatrix} u_{i,x} & u_{i,y} & u_{i,w} \end{bmatrix}_t$ 外部扰动作用于粒子 i上

注：矩阵用大写粗体字母表示，列向量用小写粗体字母表示，标量用常规字体表示

A. 对象参数

对物体属性建模时，需要考虑两个关键方面：质量分布和底部接触面。表 I 列出了我们用于对物体属性和动力学建模的参数。图 2 以锤子为例说明建模过程。首先，根据三维物体模型进行网格划分，得到粒子模型。然后，可以将粒子划分到质量组和接触面组中的不同区域。在每个区域内，粒子的参数相同。为简化模型，我们只考虑滑动摩擦。我们使用 μmg，其中 μ 为摩擦系数， m 为粒子质量， g 为重力，作为作用于每个粒子的滑动摩擦力大小。图 2(d) 中，只有着色区域（蓝色和绿色）处于接触状态。对于未与底面接触的粒子， μ将为 0。

此外，我们引入组映射矩阵 $\mathbf{G}_m$和 $\mathbf{G}_\mu$ ，将低维 $\mathbf{m}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$ 映射到每个粒子。具体而言，

$$\mathbf{G}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots \mathbf{e}_{n_p} \end{bmatrix} \text{ 和 } \mathbf{G}_\mu = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & \dots \mathbf{g}_{n_p} \end{bmatrix} \text{其中，} \mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^{n_m} \tag{1}$$

是一个列向量，除与质量组索引对应的元素外，其余元素均为零。在图 2 的示例中，$\mathbf{e}_i$ 可以是 $[1, 0]^T$或 $[0, 1]^T$。类似地，对于发生接触的粒子，$\mathbf{g}_i \in \mathbb{R}^{n_\mu}$ 的计算方式相同。但对于非接触粒子（图 2d 中的白色粒子），对应的列全为零。

B. 物体动力学

由于物体是在被抓握的同时进行操控的，因此我们在系统动力学中只考虑一个物体。这有助于

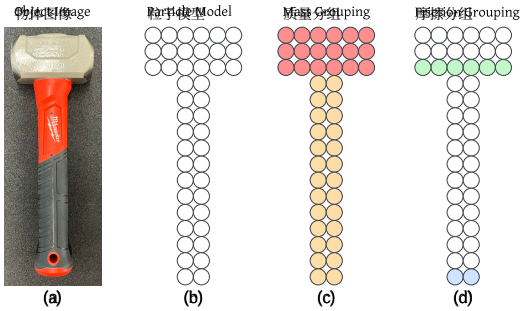

图 2：物体属性建模示例。基于锤子的图像 (a)，我们使用粒子模型 (b) 来表示物体形状。我们还可以对质量分组 (c) 作出假设，即同一组中的粒子具有相同的质量（以红色和橙色标示）。对于底部接触 (d)，粒子可能不发生接触（白色），也可能以不同的滑动摩擦参数发生接触（绿色和蓝色）。

大幅简化我们的模型，因为不再需要对多个物体之间的接触动力学进行建模。根据牛顿第二定律，物体的平移加速度由作用于物体上的力及其惯性质量决定，而转动加速度则由力矩及其转动惯量决定。惯性质量 M 的概念类似于牛顿定律中的转动惯量，但物体的转动惯量 I 还取决于物体的形状，以及旋转轴相对于物体的位置和方向，因此它是一个张量。绕固定轴旋转时，只需要转动惯量张量中的一个标量值。在我们的二维平面情形中，转动惯量仅取决于旋转中心的位置。

因此，我们提出使用以下离散更新函数来描述物体从时间 t 到 $t+1$的动力学：

$$\mathbf{p}_{t+1} = \mathbf{p}_t + \mathbf{v}_t \; dt \tag{2}$$
$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{v}_t + \mathbf{a}_t \; dt \tag{3}$$

每个时间步的加速度 $\mathbf{a}$ 是物体质量 M、转动惯量 I_{cm}、质心$\mathbf{c}$、由摩擦力$\mathbf{f}_{i,f}$ 和作用于每个粒子 i的外部扰动$\mathbf{f}_{i,u}$ 所产生的合有效力/力矩的函数。有效力矩由力矩输入与力输入和力臂向量的叉积组合而成。在我们的工作中，我们用$\mathbf{u}_i$ 表示作用于粒子 i 的外部扰动，并假设外部扰动仅作用于单个粒子。因此，对于其他粒子，$\mathbf{u}_i$ 和$\mathbf{f}_{i,u}$ 均为零。

令 $\otimes$ 表示向量叉积。我们可以写作 M, I_{cm}, $\mathbf{c}$、$\mathbf{f}_{i,f}$ 和$\mathbf{f}_{i,u}$ 如下：

$$M = \sum \mathbf{G}^T \mathbf{m} \tag{4}$$
$$\mathbf{c} = \sum_i (\mathbf{e}_i^T \mathbf{m}) \mathbf{p}_i / M \tag{5}$$
$$I_{cm} = \sum_i (\mathbf{e}_i^T \mathbf{m}) \; \|\mathbf{p}_i - \mathbf{c}\|^2 \tag{6}$$
$$\mathbf{f}_{i,u} = \begin{bmatrix} u_{i,x} \\ u_{i,y} \\ u_{i,w} + \begin{bmatrix} u_{i,x} \\ u_{i,y} \end{bmatrix} \otimes (\mathbf{p}_i - \mathbf{c}) \end{bmatrix} \tag{7}$$
$$\mathbf{f}_{i,f} = -(\mathbf{g}_i^T \boldsymbol{\mu})(\mathbf{e}_i^T \mathbf{m}) g \begin{bmatrix} \hat{v}_{i,x} \\ \hat{v}_{i,y} \\ \hat{\mathbf{v}}_i \otimes (\mathbf{p}_i - \mathbf{c}) \end{bmatrix} \tag{8}$$

那么加速度向量$\mathbf{a}$ 可以表示为：

$$\mathbf{a} = \mathbf{M} \sum_i (\mathbf{f}_{i,u} + \mathbf{f}_{i,f}) \text{ where, } \mathbf{M} = \begin{bmatrix} M & & \\ & M & \\ & & I_{cm} \end{bmatrix}^{-1} \tag{9}$$

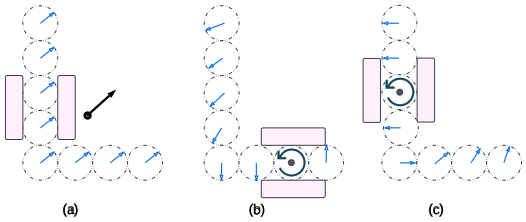

图 3：机器人动作“抓取并滑动”和“抓取并旋转”的示例。粉色矩形表示机器人夹爪的两个手指。黑色箭头和蓝色箭头分别表示物体速度和粒子速度。(a) 在平移运动中，所有粒子的速度都与物体速度相同。(b、c) 在旋转运动中，粒子速度取决于旋转轴。

C. 机器人动作

物体的 $SE(2)$ 运动由平移和旋转组成，因此我们据此对机器人动作进行分类。在图 3 中，我们使用一个L形物体来说明这一概念。平行夹爪（粉色矩形表示两个手指）在不同位置抓取了由 10 个粒子组成的物体。黑色箭头表示物体速度，其中图 3a 中物体向右上方移动，图 3b 和图 3c 中物体则绕粒子的旋转中心旋转。值得注意的是，在图 3a 中，所有粒子速度（蓝色箭头）都与物体速度相同。但在图 3b 和图 3c 中，粒子速度取决于旋转中心，且位于旋转中心处的粒子速度为零。因此，对于纯平移运动或纯旋转运动，我们将机器人动作分别称为“抓取并滑动”或“抓取并旋转”。

IV. 问题表述

我们的目标是通过施加机械扰动并观察物体的运动，估计物体的二维质量分布。给定一个位于二维平面上的物体及其网格划分和质量/摩擦分组、一个配有夹爪的机器人机械臂，以及一个能够测量施加于物体的机械扰动的力/力矩传感器，目标

是通过测量触觉反馈和物体轨迹，估计物体质量分布 m_i，同时机器人抓取物体并使其移动。

设 Φ 为物体的正向动力学函数，$\mathbf{u}_{i,t}$ 为粒子 i 上的外部扰动，我们可以将 Φ 写为：

$$\mathbf{v}_{t+1} = \Phi\left(\mathbf{p}_t, \mathbf{v}_t, \mathbf{m}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_{i,t}\right) \tag{10}$$

我们希望找到能够使动力学模型预测的物体轨迹与观测到的真实值之间的误差最小的最优 $\mathbf{m}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$。因此，我们的问题可以表述为计算：

$$(\mathbf{m}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = \underset{\mathbf{m},\boldsymbol{\mu}}{\operatorname{argmin}} \sum_{t=0}^{T} \|\Phi\left(\mathbf{p}_t, \mathbf{v}_t, \mathbf{m}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_{i,t}\right) - \mathbf{v}_{t+1}\|^2 \tag{11}$$

V. 我们的方法

我们解决质量分布估计问题的方法建立在解析公式，以及动力学模型参数对外部扰动和物体轨迹的依赖关系之上。本节首先介绍一组新的派生参数，称为“隐藏状态”。然后，我们将介绍为估计隐藏状态参数而设计的算法。

A. 隐藏状态

系统动力学的离散时间更新方程表明，该模型相对于模型参数 m_i 具有高度非线性。由于数据需求会随着多项式阶数的增加呈指数级增长，因此难以应用传统的非线性系统辨识方法，例如沃尔泰拉级数方法。此外，摩擦参数 μ_i 也是未知的，并且在公式 8 中，m_i 与 μ_i 相乘，这进一步增加了问题的复杂性。

然而，通过如下引入隐藏状态 $\mathbf{H}$，我们将展示如何将模型复杂度降低到线性或二次模型，并依次观测隐藏状态参数：

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} M & I_{cm} & \mathbf{c} & \mathbf{s} \end{bmatrix} \tag{12}$$

其中，$\mathbf{s}$ 是一个向量，表示所有与 μmg 接触的粒子对应的集合；对于$\mathbf{s}$，我们可以采用组映射矩阵$\mathbf{G}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \dots & \mathbf{h}_{n_p} \end{bmatrix}$，这与$\mathbf{m}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$ 类似。

隐藏状态 $\mathbf{H}$包含两类参数：

- 物体级参数，包括惯性质量 M、转动惯量 I_{cm} 和质心 $\mathbf{c}$
- 粒子级参数 s_i，源于底面与桌面之间的摩擦相互作用

我们的方法是先估计隐藏状态中的物体级参数，然后估计粒子级参数。随后，可根据方程 4-6 通过算术运算推导出 m_i。*B.* 参数估计

在物体级参数中，惯性质量与转动惯量的一个显著区别是，引力质量等同于惯性质量。因此，质量可以通过称重来确定，而不是从

算法 1: 多阶段隐藏状态估计

初始化为均匀质量$\mathbf{m}$ 和零摩擦 $\boldsymbol{\mu}$
计算机器人动作集 S
从 S 到 S_1 采样 k 抓取与旋转动作
$k \geq 3$
对于 每个动作 $\in S_1$ **执行**
  在$\mathbf{p}_i$处抓取物体
  施加各种力矩$u_{i,\ w}$ 并记录 a_w
  使用公式 13 通过线性拟合计算 I_i
end
使用公式 15 求解$\mathbf{c}$ 和 I_{cm}
从 S 到 S_2采样 $n_s/3$ 抓取与旋转动作
计算 $rank(Q)$
当 $rank(Q) < n_s$ **时执行**
  向 S_2添加一个样本
  计算 $rank(Q)$
end
而未超时且未收敛时，**执行循环**
  对于每个动作 $\in S_2$ **执行**
    计算正向动力学
  end
  计算 $\mathcal{L}$(s) 和 $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{s}}$ —
  $s = s - \alpha_{rate} * \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{s}}$
end
根据隐藏状态 $\mathbf{H}$求解$\mathbf{m}$

牛顿第二定律。不过，只有通过观察力/力矩和角加速度，才能测量转动惯量。因此，无需让机器人移动物体，只需称量物体，就能直接测得惯性质量 M。对于其余的物体级参数，即 $[c_x\ c_y]$ 和 I_{cm}，则可以先观察 I_j，再对它们进行联合估计。

围绕粒子 j执行“抓取并旋转”操作时，物体 a_w 的角加速度可通过在公式 6 和公式 8 中用$\mathbf{p}^j$ 替换$\mathbf{c}$ 来描述。因此，公式 9 中的 a_w 可改写为：

$$a_w = I_j^{-1}\left(u_{j,w} - \sum_i (\mathbf{h}_i^T \mathbf{s})\hat{\mathbf{v}}_i \otimes (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)\right)$$
$$\text{where, } I_j = \sum_i (\mathbf{e}_i^T \mathbf{m})\ \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|^2 \tag{13}$$

从公式 13 可以看出，输出 a_w 与输入力矩 $u_{j,w}$呈线性关系。因此，通过在此类抓取并旋转运动中施加不同的力矩，并观察物体的角加速度，即可观测到 I_j。此外，根据平行轴定理，我们知道 I_j 是 I_{cm} 和$\mathbf{c}$的函数：

$$I_j = I_{cm} + M\|\mathbf{p}_j - \mathbf{c}\|^2 \tag{14}$$

设 S 为观测到 I_j 时的索引集合 j，对$\mathbf{c}$ 和 I_{cm} 的估计可表述为计算：

$$(\mathbf{c}^*, I_{cm}^*) = \underset{\mathbf{c},I_{cm}}{\operatorname{argmin}} \sum_{j\in S} \|I_{cm} + M\|\mathbf{p}_j - \mathbf{c}\|^2 - I_j\|^2 \tag{15}$$

一旦计算出物体级参数，我们就可以将其视为式 9 中的已知变量。因此，$\mathbf{v}_{t+1}$ 和

$\mathbf{a}_t$ 在式 3 中均与s呈线性关系，式 3 可以改写为向量乘积形式：

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{v}_t + \mathbf{A}_t\ \mathbf{G}_s^T\ \mathbf{s} + \mathbf{B}_t \quad \text{where,}$$
$$\mathbf{A} = dt\ \mathbf{M} \begin{bmatrix} \hat{v}_{0,x} & \dots & \hat{v}_{i,x} & \dots \\ \hat{v}_{0,y} & \dots & \hat{v}_{i,y} & \dots \\ \hat{\mathbf{v}}_0 \otimes (\mathbf{p}_0 - \mathbf{c}) & \dots & \hat{\mathbf{v}}_i \otimes (\mathbf{p}_i - \mathbf{c}) & \dots \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{B} = dt\ \mathbf{M} \sum_i \mathbf{f}_{i,u} \tag{16}$$

因此，我们可以采用最小二乘法，通过收集物体在不同轨迹中的观测值来估计 s。若用上标 k 表示第 k^{th} 条轨迹中的参数，则式 11 中的问题可简化为：

$$\mathbf{s}^* = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}}\, \mathcal{L}(\mathbf{s}) \quad \text{where,}$$
$$\mathcal{L}(\mathbf{s}) = \sum_{t=0}^{T} \| \begin{bmatrix} \mathbf{A}^0 \\ \vdots \\ \mathbf{A}^k \\ \vdots \end{bmatrix}_t \mathbf{G}_s^T \mathbf{s} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}^0 \\ \vdots \\ \mathbf{B}^k \\ \vdots \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} \mathbf{v}^0 \\ \vdots \\ \mathbf{v}^k \\ \vdots \end{bmatrix}_t - \begin{bmatrix} \mathbf{v}^0 \\ \vdots \\ \mathbf{v}^k \\ \vdots \end{bmatrix}_{t+1} \|^2 \tag{17}$$

为求解式 17，矩阵 $\mathbf{Q} = [\mathbf{A}^0 ... \mathbf{A}^k ...]^T \mathbf{G}_s^T \in \mathbb{R}^{3k \times n_s}$ 必须满列秩，即 $rank(\mathbf{Q}) = n_s$。根据第 III-C 节，我们只需分析轨迹的两种特殊情况，它们分别对应两种特殊的机器人动作：匀速“抓取并滑动”和匀速“抓取并旋转”。

对于“抓取并滑动”动作，所有粒子的速度都与刚体相同：$[v_{i,x}\ v_{i,y}] = [v_x\ v_y]^T$ 这意味着 $\mathbf{A}$ 的前两行变为：$M^{-1}\hat{\mathbf{v}} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \dots \end{bmatrix}$。因此，$\mathbf{Q}$ 中的所有 $\mathbf{A}^k$ 的前两行彼此线性相关，从而得到 $k+1$ 作为 $rank(\mathbf{Q})$ 的上界。

然而，对于旋转中心位于粒子 j 的“抓取并旋转”动作，$\mathbf{A}$ 的前两行变为：$M^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_0 & \dots \hat{\mathbf{v}}_{j-1} & \mathbf{0}\ \hat{\mathbf{v}}_{j+1} & \dots \end{bmatrix}$，其中仅有第 j^{th} 个元素为零。这意味着，来自两个不同“抓取并旋转”动作的向量必然线性无关，因此，与由“抓取并滑动”动作构造的$\mathbf{Q}$ 相比，$\mathbf{Q}$ 的退化程度更低。因此，我们采用一种优先采样“抓取并旋转”动作的随机采样方法，以观测粒子级参数。

算法1总结了主动估计隐藏状态中参数的多阶段估计过程。

C. 可微物理

为了高效地求解公式 17 中的问题，我们提出使用可微物理引擎，结合隐藏状态进行正向动力学计算。算法 1 中的雅可比矩阵 $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{s}}$ 可通过自动微分获得，随后即可对公式 17 中的损失函数执行梯度下降。在我们的工作中，我们没有采用 PyTorch 或 TensorFlow 等流行的自动微分框架，而是使用 Taichi Lang [32] 实现了一个计算高效的可微物理模型。

VI. 评估

本节首先介绍我们的真实机器人平台和块状物体设计，以及用于评估算法的评估指标。然后，我们将介绍用于比较和评估的基线方法。

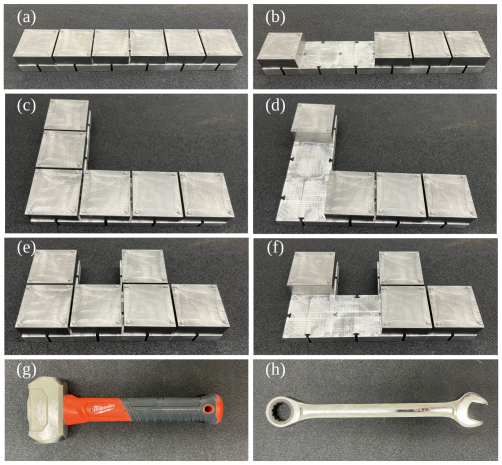

图4：我们用于实验的物体。（a-f）展示了块状物体的不同配置。（g）一把3磅重的锤子（f）一把扳手

A. 真实机器人实现细节

对于真实机器人平台，我们采用图 1 所示的桌面机械臂设置。我们将 Robotiq FT-300S 六轴力/力矩传感器安装在 Kinova Gen 3 七自由度机械臂的腕部。机械臂根据所选动作定义的轨迹进行伺服控制时，以 100 Hz 测量力/扭矩反馈。对于“抓取并滑动”动作，机器人末端执行器以恒定速度 $5\ cm/s$ 沿直线移动 4 秒。对于“抓取并旋转”动作，机器人以恒定角速度 $10\ deg/s$ 旋转其末端执行器 18 秒。我们没有直接使用测得的原始触觉数据，而是利用所设计的恒速机器人动作背后的物理原理。在恒速“抓取并旋转”动作中，物体的转动动能保持不变，且其质心绕旋转轴运动。因此，测得的触觉反馈应呈现恒定力矩和正弦力。在恒速“抓取并旋转”动作中，物体的平移动能和转动动能均保持不变，因此测得的触觉反馈应呈现恒定的力和力矩。我们利用这些特性对数据和真实轨迹进行预处理与滤波，从而减少了数据采集过程中的噪声。

实验所用物体方面，除了锤子和扳手等常见物体外，我们还设计并制作了一套可重构积木物体套件。块状物体由铝块或钢块制成，其形状或质量分布可以改变。这种设计使我们能够获取真实质量分布，以便进行更好的评估。图4展示了实验中使用的物体。我们将

图4 (a-f)中的块状物体分别命名为“I1”、“I2”、“L1”、“L2”、“F1”和“F2”。

表 II：各块状物体（列）和各方法（行）的质量分布归一化绝对差（%）

	I1	I2	L1	L2	F1	F2
我们的方法	**7.4**	**9.2**	**10.1**	**7.3**	**8.5**	**14.2**
随机搜索	56.5	32.6	31.1	46.4	24.2	42.9
加权采样搜索	30.1	25.1	44.4	32.9	27.9	25.0
显式状态	18.2	22.7	35.0	29.4	22.8	34.9
Diff-LCP	44.2	51.7	32.2	50.4	36.3	68.5

B. 评估指标

虽然我们能够获取块状物体的真实质量分布，但对于锤子和扳手则很难做到。因此，我们提出两种评估指标，用于评估估计得到的质量分布。

对于块状物体的估计结果，设$\mathbf{m}$和$\mathbf{m}_g$ 分别表示估计的质量分布和真实质量分布。归一化绝对差（NAD） η_1 通过对每个粒子的绝对误差求和，再除以总质量进行归一化，计算如下：

$$\eta_1 = \frac{\sum \mathbf{G}_m^T \, |\mathbf{m} - \mathbf{m}_g|}{\sum \mathbf{G}_m^T \mathbf{m}_g} \tag{18}$$

为进一步评估，我们还使用估计结果运行正向仿真，并与真实机器人平台上观测到的真实轨迹进行比较。我们不计算轨迹上所有时间步的差异，而只比较最后一个时间步的平均粒子距离。设$\mathbf{p}_i$ 和$\mathbf{p}_{i,\ g}$ 分别表示最后一个时间步的仿真粒子位置和真实粒子位置，我们将平均粒子距离 （MPD） η_2 定义为：

$$\eta_2 = \frac{\sum_i \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i,g}\|}{n_p} \tag{19}$$

C. 基线方法

接下来，我们将介绍用于与我们的方法进行比较的基线方法。

随机搜索 [33]随机采样$\mathbf{m}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$ ，并反复运行前向仿真，以搜索能够得到最小损失的样本 $\mathcal{L}$。

加权采样搜索 [34] 通过网格采样方法初始化$\mathbf{m}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$。随后，在每次迭代中，从上一轮迭代中最佳样本周围的高斯分布中重新采样。采样偏差会随时间逐渐减小，以聚焦于最有希望的采样区域。

显式状态 使用与我们的方法相同的动力学解析公式。但该方法不会先估计隐藏状态，而是直接计算$\mathcal{L}$ 相对于$\mathbf{m}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$的梯度，并进行梯度下降。

Diff-LCP [25] 采用相同的基于粒子的物体模型，并使用基于 LCP 的可微物理引擎对动力学进行前向仿真。Diff-LCP 需要较小的更新时间步，因此我们进行线性

在将触觉反馈数据输入前向仿真之前，对其进行插值。Diff-LCP 还会计算关于$\mathbf{m}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$ 的梯度 $\mathcal{L}$，并运行梯度下降以优化估计。

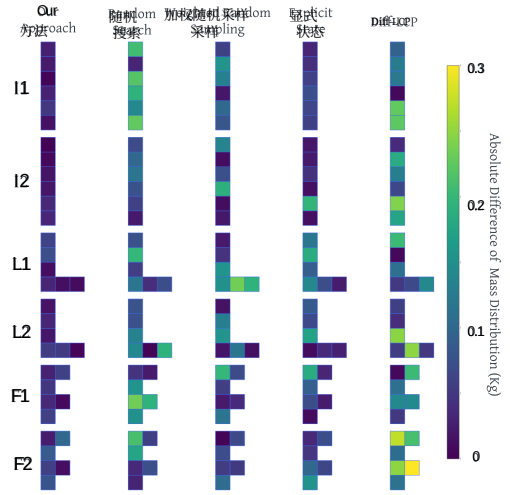

图 5：块状物体中每个方块的质量（以千克为单位）绝对差值热图。每列对应不同的方法，每行对应不同的方块物体配置。

D. 结果

表 III：各块状物体（列）和各方法（行）的前向仿真（cm）平均粒子距离

	I1	I2	L1	L2	F1	F2	锤子	扳手
我们的方法	**1.2**	**1.5**	**1.1**	**0.8**	**1.6**	**2.2**	**1.9**	**1.3**
随机搜索	9.1	13.8	7.6	8.2	9.3	9.6	3.4	6.1
加权采样搜索	5.4	9.8	5.8	5.9	4.6	7.5	4.0	4.2
显式状态	1.7	2.6	1.8	1.5	2.9	3.2	3.3	3.6
Diff-LCP	6.2	5.3	6.8	4.8	3.5	7.3	4.6	3.7

由于我们不知道锤子和扳手的真实质量分布，因此只对块状物体集比较 NAD。对于 MPD，我们可以比较所有物体。我们的方法运行 500 个梯度步数。为确保公平比较，我们也让每种基线方法运行 500 次迭代。表 II 展示了每种物体和每种方法经过 500 次迭代后的质量分布 NAD。我们使用 Adam [35] 和 RMSProp [36], 等多种优化器测试所有基于梯度的方法，并选取最佳结果进行评估。为评估估计质量分布的前向预测，我们采用了数据收集阶段未采样的“抓取并旋转”动作。表 III 展示了每种物体和每种方法在最终时间步的 MPD。

我们的方法在两项评估指标上均优于所有基线方法。随机搜索和加权采样搜索的表现都很差。具体来说，随机搜索受到块状物体高维采样空间的影响。加权采样搜索对采样偏差衰减率高度敏感。这种敏感性的原因可能与显式状态方法表现不佳的原因相同。在显式状态方法中，我们总会观察到，在最初几次更新之后，更新速度显著减慢

。估计很可能陷入了质量和摩擦联合空间中的“局部最小值”或“谷底”。相比之下，我们的方法通过先按顺序估计隐藏状态，再以解析方式计算质量分布，避免了在联合空间中进行估计。Diff-LCP 采用了不同于上述所有方法的动力学模型。结果表明，尽管它能在一定程度上缩小现实差距（MPD），但其前向模型在物理上并不准确，导致估计结果偏差很大。

VII. 结论

我们提出了一种方法，可在物体操纵过程中通过触觉反馈主动估计刚体的平面质量分布。我们将序贯估计策略与一组机器人动作选择规则相结合，这些规则基于离散时间动力学模型的解析公式。我们对具有各种形状和质量分布的物体进行评估，结果表明，我们的方法能够以很高的精度解决这一具有挑战性的任务。未来令人期待的研究方向包括将方法扩展到更复杂的物体（例如关节式物体），以及分析能够保证估计结果唯一性的动作选择规则。

参考文献

[1] R. Mart´ın-Mart´ın、S. H¨ofer 和 O. Brock，“关节物体视觉感知的集成方法”，载于*2016*年*IEEE*国际机器人与自动化会议（*ICRA*）。IEEE，2016年，第5091–5097页。[2] E. Torres-Jara、L. Natale 和 P. Fitzpatrick，“触觉探索”，2005年。[3] M. J. Kim、M. Choi、Y. B. Kim、F. Liu、H. Moon、J. C. Koo 和 H. R. Choi，“通过机器人手的主动触觉探索未知物体”，《国际控制、自动化与系统》，第12卷，第406–414页，2014年。[4] X. Li、H. Wang、L. Yi、L. J. Guibas、A. L. Abbott 和 S. Song，“类别级关节物体姿态估计”，载于*IEEE/CVF*国际计算机视觉会议论文集，2020年，第3706–3715页。[5] K. Mo、L. J. Guibas、M. Mukadam、A. Gupta 和 S. Tulsiani，“Where2act：从像素到关节三维物体的动作”，载于*IEEE/CVF*国际计算机视觉会议，2021年，第6813–6823页。[6] T. Standley、O. Sener、D. Chen 和 S. Savarese，“image2mass：从图像估计物体质量”，载于机器人学习会议。PMLR，2017年，第324–333页。[7] J. Swevers、C. Ganseman、D. B. Tukel、J. De Schutter 和 H. Van Brussel，“最优机器人激励与辨识”，《IEEE机器人与自动化汇刊》，第13卷，740，1997年5，730号，第–页。[8] R. Bayrleithner 和 K. Komoriya，“通过力传感确定静摩擦系数及其应用”，载于*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS’94*），第3卷。IEEE，1994年，第1639–1646页。[9] M. C. Koval、N. S. Pollard 和 S. S. Srinivasa，“利用流形粒子滤波器估计平面接触操纵中的位姿”，《国际机器人研究杂志》，第34卷，第7期，第922–945页，2015年。[10] J. K. Li、W. S. Lee 和 D. Hsu，“Push-net：针对物理属性未知物体的深度平面推物”，载于《机器人学：科学与系统》，第14卷，2018年，第1–9页。[11] L. Zhang 和 J. C. Trinkle，“粒子滤波在视觉遮挡和触觉传感条件下抓取获取中的应用”，载于*2012*年*IEEE*国际机器人与自动化会议。IEEE，2012年，第3805–3812页。

[12] M. P. Deisenroth、C. E. Rasmussen 和 D. Fox，“使用数据高效强化学习控制低成本机械臂”，Robotics: Science and Systems VII，第7卷，第57–64页，2011年。[13] S. Bansal、R. Calandra、T. Xiao、S. Levine 和 C. J. Tomlin，“通过贝叶斯优化进行目标驱动的动力学学习”，载于2017年IEEE第56届决策与控制年会（CDC）。IEEE，2017年，第5168–5173页。[14] S. Dragiev、M. Toussaint 和 M. Gienger，“用于形状估计和抓取的高斯过程隐式曲面”，载于2011年IEEE国际机器人与自动化会议。IEEE，2011年，第2845–2850页。[15] P. Agarwal、S. Kumar、J. Ryde、J. Corso、V. Krovi、N. Ahmed、J. Schoenberg、M. Campbell、M. Bloesch、M. Hutter 等，“通过杂乱环境中的物理模型进行抓取规划”，2013年。[16] J. Scholz、M. Levihn、C. Isbell 和 D. Wingate，“面向对象的马尔可夫决策过程的基于物理的模型先验”，载于国际机器学习会议。PMLR，2014年，第1089–1097页。[17] P. Abbeel、M. Quigley 和 A. Y. Ng，“在强化学习中使用不准确模型”，载于第23届国际机器学习会议论文集，2006年，第1–8页。[18] M. Bednarek、P. Kicki、J. Bednarek 和 K. Walas，“借助软体夹爪和神经网络获得触觉：物体刚度估计”，Electronics，第10卷，第1期，第96页，2021年。[19] F. Coutinho 和 R. Cortes˜ao，“利用力观测器在线估计机器人任务的刚度”，Control Engineering Practice，第24卷，第92–105页，2014年。[20] H. Van Hoof、O. Kroemer、H. B. Amor 和 J. Peters，“用于场景探索的信息丰富的交互学习”，载于2012年IEEE/RSJ国际智能机器人与系统会议。IEEE，2012年，第5152–5158页。[21] J. Yuan、N. H¨ani 和 V. Isler，“用于机器人撕除魔术贴的多步循环Q学习”，载于2021年IEEE国际机器人与自动化会议（ICRA）。IEEE，2021年，第6657–6663页。[22] M. Bauza、F. R. Hogan 和 A. Rodriguez，“实现精确受控推挤的数据高效方法”，载于机器人学习会议。PMLR，2018年，第336–345页。[23] M. B. Cline，“包含接触和约束的刚体仿真”，博士论文，不列颠哥伦比亚大学，2002年。[24] F. de Avila Belbute-Peres、K. Smith、K. Allen、J. Tenenbaum 和 J. Z. Kolter，“用于学习与控制的端到端可微物理”，神经信息处理系统进展，第31卷，2018年。[25] C. Song 和 A. Boularias，“通过可微仿真辨识机械模型”，arXiv预印本 arXiv:2005.05410，2020年。[26] J. Degrave、M. Hermans、J. Dambre 等，“用于机器人学深度学习的可微物理引擎”，Frontiers in Neurorobotics，第6页，2019年。[27] T. Erez、Y. Tassa 和 E. Todorov，“基于模型的机器人学仿真工具：Bullet、Havok、MuJoCo、ODE 和 PhysX 的比较”，载于2015年IEEE国际机器人与自动化会议（ICRA）。IEEE，2015年，第4397–4404页。[28] A. Kloss、S. Schaal 和 J. Bohg，“结合学习模型与解析模型以预测动作效果”，arXiv预印本 arXiv:1710.04102，第11卷，2017年。[29] C. Schenck 和 D. Fox，“SPNets：用于深度神经网络的可微流体动力学”，载于机器人学习会议。PMLR，2018年，第317–335页。[30] Y. Li、J. Wu、R. Tedrake、J. B. Tenenbaum 和 A. Torralba，“学习粒子动力学，以操纵刚体、可变形物体和流体”，arXiv预印本 arXiv:1810.01566，2018年。[31] M. A. Toussaint、K. R. Allen、K. A. Smith 和 J. B. Tenenbaum，“用于工具使用和操作规划的可微物理与稳定模态”，2018年。[32] Y. Hu、L. Anderson、T.-M. Li、Q. Sun、N. Carr、J. Ragan-Kelley 和 F. Durand，“DiffTaichi：用于物理仿真的可微编程”，arXiv预印本 arXiv:1910.00935，2019年。[33] Z. B. Zabinsky 等，“随机搜索算法”，华盛顿大学工业与系统工程系，美国，2009年。[34] K. Forbes 和 E. Fiume，“使用加权主成分分析处理运动数据的高效搜索算法”，载于2005年ACM SIGGRAPH/Eurographics计算机动画研讨会论文集，2005年，第67–76页。[35] D. P. Kingma 和 J. Ba，“Adam：一种随机优化方法”，arXiv预印本 arXiv:1412.6980，2014年。

[36] G. Hinton, 《用于机器学习的神经网络》, https://www.cs.toronto.edu/~tijmen/csc321/slides/lecture s lides lec6.pdf, 2014年。