量子微波参量干涉仪

F. Kronowetter，[1, 2, 3, *]F. Fesquet，[1,2]M. Renger，[1,2]K. Honasoge，[1,2]Y. Nojiri，[1,2]K. Inomata，[4,5]Y. Nakamura，[4,6]A. Marx，[1]R. Gross，[1,2,7]和 K. G. Fedorov[1, 2, †]

[1]*Walther-Meißner*研究所，巴伐利亚科学院，*85748* 加兴，德国[2]自然科学学院，慕尼黑工业大学，*85748* 加兴，德国[3]罗德与施瓦茨有限公司，*81671* 慕尼黑，德国[4]理化学研究所量子计算中心（*RQC*），和光市，埼玉县 *351-0198*，日本[5]日本产业技术综合研究所，*1-1-1* 梅园，筑波市，茨城县 *305-8563*，日本[6]应用物理系，工学研究生院，东京大学，文京区，东京 *113-8656*，日本[7]慕尼黑量子科学与技术中心（*MCQST*），*80799* 慕尼黑，德国（日期：2023年3月3日）

arXiv:2303.01026v1 [quant-ph] 2 Mar 2023

经典干涉仪是精确测定各种物理量不可或缺的工具。其精度受标准量子极限的约束。利用量子态或非线性量子元件可以突破这一极限。本文介绍了对工作在微波频段的非线性约瑟夫森干涉仪开展的实验研究。我们的量子微波参量干涉仪（QUMPI）基于超导磁通驱动约瑟夫森参量放大器，并结合线性微波元件构成。我们对所实现的 QUMPI 进行了系统分析。我们发现，其高斯干涉功率超过了散粒噪声极限，并在输出模式中观测到亚泊松光子统计。此外，我们确定了 QUMPI 的一个低增益工作区间，这对于量子照明协议中的最优量子测量至关重要。

引言 — 作为第二次量子革命的一部分，各种量子技术已经发展到足以应用于大量实际场景的成熟水平 [1, 2]。特别是，量子通信、计量学和传感领域取得了长足进展 [2–5]。在计量学中，干涉测量领域已从基础物理的角度得到广泛研究，并促成了各种技术突破 [6–8]。经典干涉仪（例如马赫-曾德尔干涉仪）通常依靠将相干态注入分束器的一个端口，而第二个端口仅接收真空涨落 [9]。其相位灵敏度受到相干信号散粒噪声的限制，这也称为标准量子极限（SQL）。SQL 体现为相位灵敏度的 a $1/\sqrt{N}$ 标度，或等价地体现为信噪比（SNR）的 $\sqrt{N}$ 标度，其中 N 是输入相干态的光子数 [10, 11]。通过将量子态（例如压缩态）耦合到第二个分束器端口，可以提升这种线性干涉仪的灵敏度 [10, 12]。另一种方式是利用参量放大器等非线性元件，从而产生光子之间的相互作用，以突破 SQL [3, 13–15]。原则上，利用这些态中光子之间的量子关联，可以相对于 N [10, 16] 实现具有线性 SNR 标度的海森堡极限（HL）。尽管非线性干涉仪已在光学频率下得到研究，但由于微波光子的能量相对较低（其频率处于 1–10 GHz 频段），以及与之相关的单光子探测困难，微波领域迄今仍基本未得到探索 [10, 15, 17, 18]。

与此同时，量子微波传感与通信是新兴且快速发展的领域，有望推动基础实验和应用取得突破性进展 [19–22]。

在本信件中，我们展示了一种非线性微波干涉仪的实验实现，该干涉仪采用基于约瑟夫森结的超导量子电路（见图 1）。这种量子微波参量干涉仪（QUMPI）由两个线性平衡微波分束器和两个以磁通驱动约瑟夫森参量放大器（JPAs）形式存在的有源量子器件组成。我们通过注入各种高斯态对 QUMPI 进行了实验表征，并通过将实验结果与输入输出理论模型的预测进行比较，从输出光子数、干涉功率和二阶关联函数等方面分析其性能。我们观察到，QUMPI 的干涉功率超过了标准量子极限（SQL），凸显了该方案在精密计量学中的潜力 [13]。在对称的相干信号输入下，我们的干涉仪在输出之间呈现光子反聚束现象。该现象可由二阶互相关函数 $g^{(2)}_{\mathrm{C}} < 1$ 描述，并反映出 QUMPI 的非经典特性。对于 JPAs 具有相等相位敏感增益幅度 $G_1 = G_2 = G$ 且放大角相互正交 $\gamma_1 = \gamma_2 + \pi/2$ 的特定工作点，该电路的输入输出算符关系与 SU(1,1) 干涉仪 [10]的关系一致。QUMPI 还可用于微波量子隐形传态中的模拟贝尔测量 [19]。在低增益工作区 $G \gtrsim 1$，QUMPI 实现了一种有效的双模相位共轭信号混

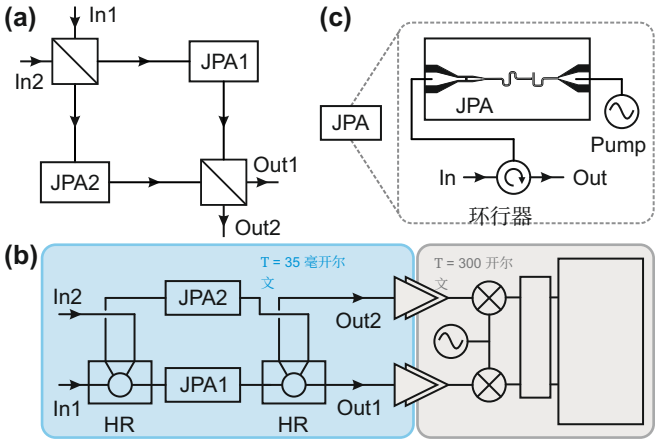

图 1。（a）QUMPI 的总体示意图。（b）实验装置的细节：装置由一个 180°混合环（HR）组成，该混合环将来自 In1 和 In2 端口的两个输入信号分开并对称叠加；两个用于相敏放大的 JPA；以及第二个 180°混合环，它完成非线性干涉仪。输出的双模信号由外差微波接收机探测，并经数字处理以提取信号统计矩。由此可实现完整的量子态层析，包括重构位移向量和协方差矩阵。（c）环行器将每个 JPA 的输入和输出信号分开。

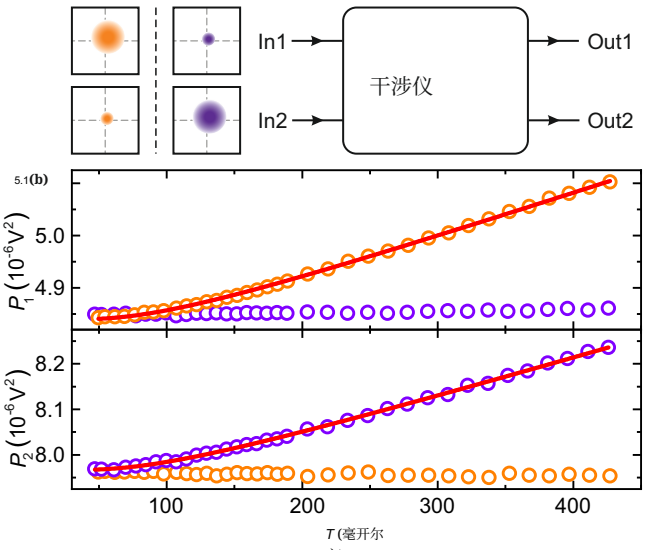

图 2. 干涉仪在线性区的普朗克光谱学，测量输出通道功率：(b) P_1 在 Out1，以及 (c) P_2 在 Out2。橙色数据点对应 In1 注入热态、In2 为真空；紫色数据点对应反向情况，即 In2 注入热态、In1 为真空，如 (a) 中正交分量平面示意图所示。橙色（紫色）数据点的 P_1（P_2）温度依赖性给出了干涉仪的光子数标定，并验证了其功能。相应的误差棒小于符号尺寸。红色实线表示基于普朗克定律的拟合。

合，这是量子雷达方案联合接收机不可或缺的一部分 [23–26]。所有这些发现都证明了所研究方案在实践中的多功能性及其根本潜力。

实验——在图1（a）中，我们展示了 QUMPI 的构想。输入信号从 In1 和 In2 端口进入，经分路后分别馈入 JPA1 和 JPA2。随后，来自 JPA 的非线性放大信号发生干涉，并从 Out1 和 Out2 端口离开电路。图1（b）展示了我们实验的详细电路布局。我们采用两个对称的混合环（HRs）作为微波分束器，并使用两个超导磁通驱动型 JPA。后者工作在频率$\omega_0/2\pi = 5.48$GHz。JPA1 和 JPA2 的实验带宽分别为 2MHz 和 10MHz。我们使用低损耗微波低温环行器来分离 JPA 的输入和输出信号 [参见图1（c）]。我们通过以两倍于谐振频率的频率泵浦两个 JPA，使其均工作在相敏放大模式下，$\omega_p = 2\omega_0$ [27, 28]。微波干涉仪臂经过设计，长度完全相同，精度为1mm。在约5.5GHz的载波频率下，微波信号在我们的超导电缆中的对应波长约为38mm。考虑到干涉仪臂的精度与信号波长相比，沿不同干涉仪路径传播的微波信号不会产生显著的相对路径诱导相移。然而，总相位差还取决于 JPA诱导相移。这些可通过外部磁通 [28] 微调约瑟夫森参量放大器的工作频率来调节。输出态层析依赖于使用基于FPGA的数字化装置 [29, 30] 进行的外差测量。经过数字下变频和滤波后，我们采用参考态重构方法提取统计场正交分量矩，并在某个参考点 [29–31] 重构量子态的协方差矩阵。该参考点可通过进行普朗克光谱学来定义，从而对输出线路进行精确的原位光子数标定 [32]。

结果与讨论 — 要对 QUMPI 进行系统研究，必须进行仔细的校准和预先表征。尤其是，精确、稳定地控制约瑟夫森参量放大器，是后续测量和分析干涉仪的前提。首先，我们将两个约瑟夫森参量放大器调离预定工作频率，并将干涉仪切换至线性区。通过改变安装在每个约瑟夫森参量放大器顶部的超导线圈产生的外部磁场，实现这一频率失谐。我们在一个输入端注入由可加热衰减器产生的热态，另一个输入端则保持真空，以此对系统进行普朗克光谱学测量，如图2(a) [32]所示。图 2(b) 和 2(c) 展示了这些测量的实验结果。我们观察到了宽带热信号的相长干涉和相

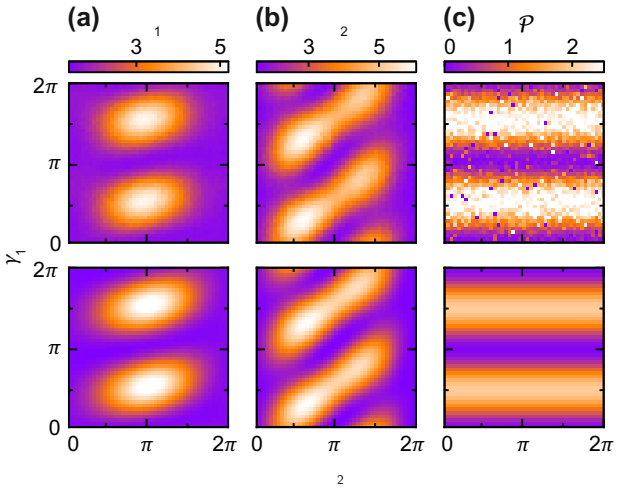

图 3. 在 In1 和 In2 上施加相干信号时的干涉仪测量结果。相应的位移幅度为 $|\alpha_1| = |\alpha_2| = 0.83(5)$，位移角 θ_1 固定为 0.64π，而 θ_2 在 0 到 2π 之间变化。两个约瑟夫森参量放大器均作为压缩器运行，平均增益为 $G_{1,2} = 7.73$ dB，压缩角 γ_1 在 0 到 2π 之间变化，同时 $\gamma_2 = 0$。上排显示实验重建得到的端口 Out1 和 Out2 处的光子数，分别为 (a) N_1 和 (b) N_2，其随 θ_2 和 γ_1 的变化关系。(c) 所研究电路的高斯干涉功率 $\mathcal{P}$，展示了其双模态探测能力。

消干涉，这与对称线性干涉仪的预期一致。在 In1 注入热信号（橙色点）会使 P_1 呈现温度依赖性，而由于相消干涉，P_2 不受 T 影响。在 In2 注入热信号的相反情形（紫色点）则展现了系统对称性，体现在 $P_2(T)$ 以及对 T 不敏感的 P_1 响应上。

作为校准流程的第二部分，我们将两个约瑟夫森参量放大器调谐至相同的共振频率 $\omega_0/2\pi$ =5.48GHz。此步骤将 QUMPI 转换到非线性区。约瑟夫森参量放大器响应由相干泵浦信号的幅度和相位控制。由于我们预计在平衡增益为 $G_1 = G_2$ [10] 时可获得最佳干涉性能，因此我们在电路的两个输入端注入真空态，并以变化的幅度和相位泵浦约瑟夫森参量放大器 [29]。我们通过最小化局域输出模的不对称性，使干涉仪输出处产生的双模态达到平衡。这些不对称性会导致局域相空间分布出现压缩方差 $\sigma^2_{\mathrm{s},i}$ 和放大方差 $\sigma^2_{\mathrm{a},i}$（$i = 1$，2 分别表示路径 1 和路径 2）。我们将平衡判据定义为 $\mathcal{B} = (\sigma^2_{\mathrm{s},1}/\sigma^2_{\mathrm{a},1}) \cdot (\sigma^2_{\mathrm{s},2}/\sigma^2_{\mathrm{a},2})$。请注意，对于理想的平衡态，$\mathcal{B}$ 为 1；随着局域方差之间的不平衡程度增加，该值会降低。对于我们的系统，我们观察到 $\mathcal{B}$ 达到约 0.91，接近最优值（$\mathcal{B} = 1$）[33]。HRs 的有限不对称性和插入损耗，以及约瑟夫森参量放大器非相同的校准噪声特性，限制了平衡效果。

这些校准噪声特性限制了平衡效果。

校准后，我们可以研究非线性干涉仪对同时施加于两个输入端口 In1 和 In2 的相干信号的响应，其光子数为 $|\alpha_1|^2 = |\alpha_2|^2 = 0.69(7)$，其中 $|\alpha_i|$ ($i = 1, 2$) 分别为位移幅度 [34]。我们固定一个相干位移角 $\theta_1 = 0.64\pi$，同时将另一个角 θ_2 从 0 调节至 2π。两个约瑟夫森参量放大器均工作在相敏放大 regime，平均增益为 G_1，$_2 = 7.73$ dB，折算到约瑟夫森参量放大器输入端的附加噪声光子平均数为 $n_{1,2} = 0.238$。JPA2 的压缩角 γ_2 固定为 0，并将 γ_1 从 0 调节至 2π。我们将采集的数据与基于输入–输出形式主义的系统理论模型进行比较。该模型涵盖了实验装置中各个不同组件的损耗（更多详情参见文献 [33] ）。根据记录的信号正交分量 [29, 30] 重建得到的位移向量和协方差矩阵，计算约瑟夫森参量放大器噪声、增益和压缩角，以及注入相干光子的相位和数量。模型中唯一的自由参数是沿两条干涉仪臂传播时产生的相位差。图 3(a) 和 3(b) 显示了相应输出 Out$i$处的光子数$N_i = \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \rangle$。这里，$\hat{a}_i^\dagger$ ($\hat{a}_i$) 是光子产生（湮灭）算符。图 3 的下排显示了模型预测结果。每列共用的色标表明实验与理论吻合良好。由于我们的模型本质上对应于非线性干涉仪，这种吻合证实了我们的系统确实起到了非线性干涉仪的作用。图 3(a) 和 3(b) 中图样的非对称性源于干涉仪的非线性特征。

接下来，我们评估 QUMPI 的干涉功率（IP）。对于双部量子探针态，IP 定义了参数估计的最坏情况精度；在这种估计中，相应的参数在两个子系统之一中经历幺正动力学（例如，干涉仪一臂中的信号发生相移）[35]。相应的 IP，$\mathcal{P}$，定义为

$$\mathcal{P}(\rho_{\mathrm{AB}}) = \frac{1}{4} \inf_{\hat{U}_{\mathrm{A}}} \mathcal{F}\left(\rho_{\mathrm{AB}}^{\Phi,\hat{U}_{\mathrm{A}}}\right), \tag{1}$$

其中，ρ_{AB} 是双模探测态，U_{A} 是对子系统 A 进行的任意幺正变换，$\mathcal{F}$ 是量子 Fisher 信息，而 Φ 是相应的估计量 [35, 36]。值得注意的是，IP 为高斯态中超越纯纠缠的双部量子失谐型关联提供了一种度量 [35, 37]。我们将参考文献 [35] 中的表达式应用于理论模型以及重建得到的实验协方差矩阵，以提取 QUMPI 的 IP。图 3(c) 展示了实验和理论 IP 随 θ_2 和 γ_1变化的情况。图 3(c) 中的数据与 θ_2无关，因为 $\mathcal{P}$ 在局域幺正变换下保持不变

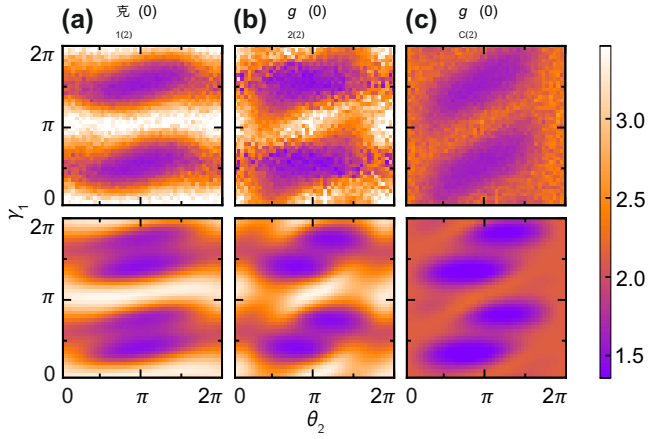

图 4. QUMPI 的二阶关联分析。干涉仪端口 (a) Out1 和 (b) Out2 处的单模二阶关联函数，$g_1^{(2)}(0)$ 和$g_2^{(2)}(0)$；端口 Out1 与 Out2 之间的二阶互相关函数，$g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$。实验参数与图3中的相同。

操作 [35]。此外，$\mathcal{P}$ 当放大角平行时，$\gamma_1 = \gamma_2 + n\pi$ $(n = 1、2.....)$，输出态会变为可分离态，此时 $\mathcal{P}_{\mathrm{SQL}} = N$ 趋于零；而正交放大时，输出态处于纠缠态，此时其值最大。在此背景下，SQL 为可分离的双模探测态设定了上限N，其中$\mathcal{P}_{\mathrm{HL}} = N$是探测子系统中的平均光子数。纯双模压缩态在$N+1$） [35]时达到海森堡极限。模拟的 IP 在定性上再现了测量数据，但理论最大振幅较小，如图3(c) 所示。我们认为，这一偏差可能源于底层光子数校准中对损耗的估计不准确。理论最大值（$\mathcal{P}_{\mathrm{theory}}/\mathcal{P}_{\mathrm{SQL}} = 1.38$）和实验值（$\mathcal{P}_{\mathrm{exp}}/\mathcal{P}_{\mathrm{SQL}} = 1.70$）均超过 SQL，但未达到海森堡极限（$\mathcal{P}_{\mathrm{theory}}/\mathcal{P}_{\mathrm{HL}} = 0.58$、$\mathcal{P}_{\mathrm{exp}}/\mathcal{P}_{\mathrm{HL}} = 0.65$）。系统中的有限噪声使 IP 无法更接近海森堡极限。不过，我们注意到，$\mathcal{P}_{\mathrm{exp}} > \mathcal{P}_{\mathrm{SQL}}$ 直接证明了 QUMPI 超越了$\sqrt{N}$ 信噪比的 SNR $\propto \sqrt{\mathcal{P}}$标度。

—

—

为研究 QUMPI 的关联特性及相关的强度涨落统计，我们分析干涉仪输出端单模场的零延迟时间二阶关联函数 $g^{(2)}(0)$，以及输出之间的交叉关联 [38]。对于双模场，相应的自关联函数 $g_i^{(2)}(0)$ 可写为

$$g_i^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \hat{a}_i \rangle}{\langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \rangle^2}, \qquad (2)$$

其中 $i = 1,2$。相关的二阶交叉

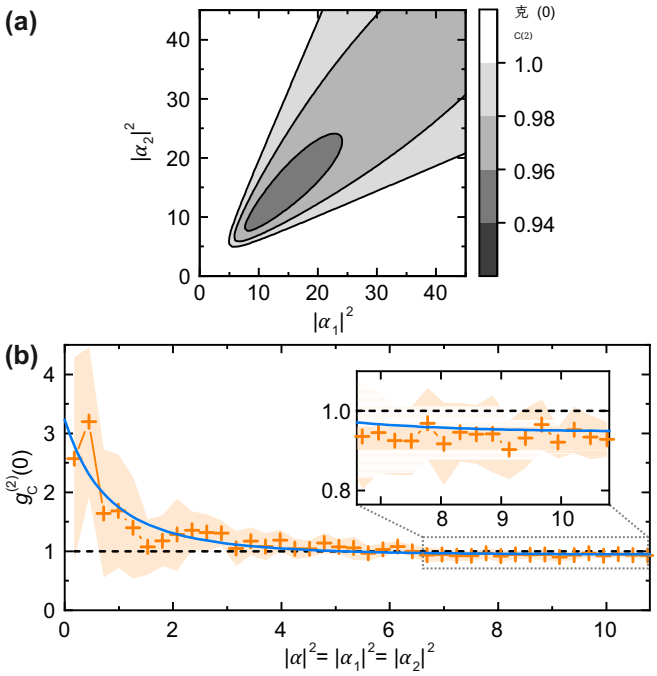

图5. 相干输入信号的位移幅度可变时，干涉仪输出场的强度交叉关联 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$。(a) 理论模型预测随进入电路 In1 和 In2 的相干光子数 $|\alpha_1|^2$ 和 $|\alpha_2|^2$ ($\theta_1 = \theta_2 = 0.81\pi$) 变化的情况。(b) 对称改变位移幅度时，$g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$ 的实验结果（橙色叉号，阴影橙色区域表示标准差）。蓝线表示理论预测。黑色虚线表示 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0) = 1$ 的经典极限。

关联函数，$g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$，可表示为

$$g_{\mathrm{C}}^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_1 \rangle + \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \hat{a}_2 \rangle + 2\langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle}{\left(\langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle + \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle \right)^2}. \qquad (3)$$

图4展示了实验测得的 $g_1^{(2)}(0)$、$g_2^{(2)}(0)$ 和 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$ 随 θ_2 和 γ_1 变化的情况。底行显示相应的理论预测 [33, 39]。我们的模型再现了实验观测结果。与模型预测一致，局域输出模的关联函数显示出光子聚束，$g_1^{(2)}(0)$ $g_2^{(2)}(0)$ $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0) > 1$。

为进一步探索 QUMPI，我们实验研究了交叉关联随入射相干态位移幅度变化的情况。我们观察到，当位移幅度 $|\alpha_1|$ 和 $|\alpha_2|$ 足够大且位移角相等 $\theta_1 = \theta_2$ 时，交叉关联函数 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$ 表明干涉仪输出端之间存在反聚束，从而证明了它们之间存在非经典关联 [39]。在图5(a)中，我们展示了根据理论模型得到的 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$ 预测结果。对于实验相关的模型

参数，尤其是经过调整的平均约瑟夫森参量放大器增益 $G_{1,\,2} = 4.06\,\mathrm{dB}$，图 5(a)显示，需要 $|\alpha_1|^2$，$|\alpha_2|^2$ >5 才能实现非局域光子反聚束，$g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0) < 1$ [33]。图 5(b)展示了 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$ 随 $|\alpha|^2 = |\alpha_1|^2 = |\alpha_2|^2$ 变化的实验数据。黑色虚线表示 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$ 的经典阈值 $= 1$。蓝线是沿图5(a)主对角线的截线。插图展示了数据点 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$ 低于经典极限区域的放大视图。我们的理论模型表明，实现 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0) < 1$ 所需的最小相干光子数 $|\alpha|^2 = |\alpha_1|^2 = |\alpha_2|^2$ 会随着约瑟夫森参量放大器增益的增加而增加，而当约瑟夫森参量放大器增益较大时，$g^{(2)}{}_{\mathrm{C,min}}(0)$ 会趋近于 1。同时，随着约瑟夫森参量放大器增益增加，$g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0)$ 对噪声的鲁棒性也会增强。

值得注意的是，对于增益相等且正交放大角相等的约瑟夫森参量放大器的特定工作点，QUMPI 的输入输出关系可化简为

$$\begin{aligned}\hat{b}_1 &= \sqrt{G_{\mathrm{eff}}}\,\hat{a}_1 + \sqrt{G_{\mathrm{eff}}-1}\,\hat{a}_2^\dagger,\\ \hat{b}_2 &= \sqrt{G_{\mathrm{eff}}}\,\hat{a}_2 + \sqrt{G_{\mathrm{eff}}-1}\,\hat{a}_1^\dagger,\end{aligned} \tag{4}$$

其中，有效增益为 $\sqrt{G_{\mathrm{eff}}} = \cosh(r)$，约瑟夫森参量放大器的压缩因子为 $r = r_1 = r_2$，根据约瑟夫森参量放大器增益 $G = \exp(2r)$ 得到。输入模式和输出模式分别由玻色算符 $\hat{a}_1$、$\hat{a}_2$ 以及 b_1、b_2 描述。式（4）中的关系与所谓的约瑟夫混频器所描述的关系一致，后者可用于产生微波光的 EPR态 [19, 21]。对于较低的有效增益值 $G_{\mathrm{eff}} \simeq 1$，我们的干涉仪可应用于量子照明探测方案，相较于理想的经典对应方案 [23–25]，在误差指数方面实现 3 dB 的优势。量子照明主要在光学频率下进行了研究 [40–42], ，但近期量子微波雷达的完整实现重新激发了人们对量子微波传感的兴趣 [22]。有趣的是，式（4）中的输入输出关系也与 SU(1,1)干涉仪的输入输出关系一致，不同之处在于，在 SU(1,1) 实现中，系数 G_{eff} 和（$G_{\mathrm{eff}} - 1$）以线性形式出现 [10]。这种差异与以下事实有关：在传统的 SU(1,1) 实现中，参量放大器采用串联连接，而 QUMPI 中的约瑟夫森参量放大器则采用并联配置。

结论 —我们实现并系统地分析了一种量子微波参量干涉仪。我们详细研究了 QUMPI 器件在相干输入态和热输入态下的输入输出关系。基于输入输出量子形式体系的理论模型能够很好地解释我们的实验结果。作为研究的一部分，我们展示了 QUMPI输出端的非局域光子反聚束，其特征由二阶互相关函数 $g^{(2)}{}_{\mathrm{C}}(0) < 1$ 表征，适用于相干输入态。预计所研究的电路可应用于诸多领域，从量子增强干涉测量到模式混合，也可作为量子传感实验中联合量子接收机的一部分 [23, 43]。此外，我们的发现为超导电路领域中量子增强非线性干涉仪开辟了新方向；该领域正迅速发展，相关电路工作在微波频段。值得注意的是，目前的暗物质轴子搜索实验聚焦于 1 GHz 至 25 GHz 的频率范围，并依赖量子极限放大器进行读出 [44]。因此，QUMPI 有望应用于相关的暗物质轴子搜索实验 [45]。

我们感谢德国研究联合会通过德国卓越战略（EXC- 2111-390814868）、德国联邦教育与研究部通过 QUARATE 项目（资助编号：13N15380）、JSPS KAKENHI（资助编号：22H04937）以及 JST ERATO（资助编号：JPMJER1601）提供的支持。本研究是慕尼黑量子谷的一部分，该项目由巴伐利亚州政府通过巴伐利亚高科技议程 Plus 提供资金支持。

* fabian.kronowetter@wmi.badw.de
† kirill.fedorov@wmi.badw.de

[1] P. Sibson, C. Erven, M. Godfrey, S. Miki, T. Yamashita, M. Fujiwara, M. Sasaki, H. Terai, M. G. Tanner, C. M. Natarajan, R. H. Hadfield, J. L. O'Brien 和 M. G. Thompson, 《自然·通讯》8, 13984（2017）。[2] C. L. Degen, F. Reinhard 和 P. Cappellaro, 《现代物理评论》89, 035002（2017）。[3] V. Giovannetti, S. Lloyd 和 L. Maccone, 《物理评论快报》96, 010401（2006）。[4] W.-Y. Hwang, 《物理评论快报》91, 057901（2003）。[5] S. Pogorzalek, K. G. Fedorov, M. Xu, A. Parra- Rodriguez, M. Sanz, M. Fischer, E. Xie, K. Inomata, Y. Nakamura, E. Solano, A. Marx, F. Deppe 和 R. Gross, 《自然·通讯》10, 2604（2019）。[6] M. Xiao, L.-A. Wu 和 H. J. Kimble, 《物理评论快报》59, 278（1987）。[7] R. Schnabel, 《物理学报告》684, 1（2017）。[8] J. Abadie 等, 《自然-物理》7, 962（2011）。[9] M. Born, E. Wolf, A. B. Bhatia, P. C. Clemmow, D. Gabor, A. R. Stokes, A. M. Taylor, P. A. Wayman 和 W. L. Wilcock, 《光学原理》（剑桥大学出版社，2013）。[10] Z. Y. Ou 和 X. Li, 《APL 光子学》5, 080902（2020）。[11] C. M. Caves, 《物理评论 D》23, 1693（1981）。[12] P. Grangier, R. E. Slusher, B. Yurke 和 A. LaPorta, 《物理评论快报》59, 2153（1987）。[13] V. Giovannetti, S. Lloyd 和 L. Maccone, 《自然·光子学》5, 222（2011）。[14] M. Napolitano, M. Koschorreck, B. Dubost, N. Behbood, R. J. Sewell 和 M. W. Mitchell, 《自然》471, 486

（2011）。[15] B. Yurke, S. L. McCall 和 J. R. Klauder, 《物理评论A》33, 4033（1986）。[16] Z. Y. Ou, 《物理评论A》55, 2598（1997）。[17] Z. Y. Ou, 《物理评论A》85, 023815（2012）。[18] F. Hudelist, J. Kong, C. Liu, J. Jing, Z. Y. Ou 和 W. Zhang, 《自然·通讯》5, 3049（2014）。[19] K. G. Fedorov, M. Renger, S. Pogorzalek, R. Di Candia, Q. Chen, Y. Nojiri, K. Inomata, Y. Nakamura, M. Partanen, A. Marx, R. Gross 和 F. Deppe, 《科学进展》7, eabk0891（2021）。[20] S. Barzanjeh, S. Guha, C. Weedbrook, D. Vitali, J. H. Shapiro 和 S. Pirandola, 《物理评论快报》114, 080503（2015）。[21] E. Flurin, N. Roch, F. Mallet, M. H. Devoret 和 B. Huard, 《物理评论快报》109, 183901（2012）。[22] R. Assouly, R. Dassonneville, T. Peronnin, A. Bienfait 和 B. Huard, arXiv.2211.05684，10.48550（2022）。[23] U. Las Heras, R. Di Candia, K. G. Fedorov, F. Deppe, M. Sanz 和 E. Solano, 《科学报告》7, 9333（2017）。[24] S. Guha 和 B. I. Erkmen, 《物理评论A》80, 052310（2009）。[25] S. Lloyd, 《科学》321, 1463（2008）。[26] G. Sorelli, N. Treps, F. Grosshans 和 F. Boust, 《IEEE航空航天与电子系统杂志》37, 68（2022）。[27] B. Yurke, L. R. Corruccini, P. G. Kaminsky, L. W. Rupp, A. D. Smith, A. H. Silver, R. W. Simon 和 E. A. Whittaker, 《物理评论A》39, 2519（1989）。[28] T. Yamamoto, K. Inomata, M. Watanabe, K. Matsuba, T. Miyazaki, W. D. Oliver, Y. Nakamura 和 J. S. Tsai, 《应用物理快报》93, 042510（2008）。[29] E. P. Menzel, R. Di Candia, F. Deppe, P. Eder, L. Zhong, M. Ihmig, M. Haeberlein, A. Baust, E. Hoffmann, D. Ballester, K. Inomata, T. Yamamoto, Y. Nakamura, E. Solano, A. Marx 和 R. Gross, 《物理评论快报》109, 250502（2012）。[30] C. Eichler, D. Bozyigit, C. Lang, M. Baur, L. Steffen, J. M. Fink, S. Filipp 和 A. Wallraff, 《物理评论快报》107, 113601（2011）。[31] M. Renger, S. Pogorzalek, F. Fesquet, K. Honasoge, F. Kronowetter, Q. Chen, Y. Nojiri, K. Inomata, Y. Nakamura, A. Marx, F. Deppe, R. Gross 和 K. G. Fedorov, 《物理评论A》106, 052415（2022）。[32] M. Mariantoni, E. P. Menzel, F. Deppe, M. A. Araque Caballero, A. Baust, T. Niemczyk, E. Hoffmann, E. Solano, A. Marx 和 R. Gross, 《物理评论快报》105, 133601（2010）。[33] F. Kronowetter, F. Fesquet, M. Renger, K. Honasoge, Y. Nojiri, K. Inomata, Y. Nakamura, A. Marx, R. Gross,

以及 K. G. Fedorov, “量子微波参量干涉仪补充材料”（2023年）。[34] K. G. Fedorov, L. Zhong, S. Pogorzalek, P. Eder, M. Fischer, J. Goetz, E. Xie, F. Wulschner, K. Inomata, T. Yamamoto, Y. Nakamura, R. Di Candia, U. Las Heras, M. Sanz, E. Solano, E. P. Menzel, F. Deppe, A. Marx 和 R. Gross, 《物理评论快报》117, 020502（2016年）。[35] G. Adesso, 《物理评论A》90, 022321（2014年）。[36] D. Girolami, A. M. Souza, V. Giovannetti, T. Tufarelli, J. G. Filgueiras, R. S. Sarthour, D. O. Soares-Pinto, I. S. Oliveira 和 G. Adesso, 《物理评论快报》112, 210401（2014年）。[37] K. Modi, A. Brodutch, H. Cable, T. Paterek 和 V. Vedral, 《现代物理评论》84, 1655（2012年）。[38] K. G. Fedorov, S. Pogorzalek, U. Las Heras, M. Sanz, P. Yard, P. Eder, M. Fischer, J. Goetz, E. Xie, K. Inomata, Y. Nakamura, R. Di Candia, E. Solano, A. Marx, F. Deppe 和 R. Gross, 《科学报告》8, 6416（2018年）。[39] S. Olivares, S. Cialdi 和 M. G. Paris, 《光学通信》426, 547（2018年）。[40] E. D. Lopaeva, I. Ruo Berchera, I. P. Degiovanni, S. Olivares, G. Brida 和 M. Genovese, 《物理评论快报》110, 153603（2013年）。[41] Z. Zhang, M. Tengner, T. Zhong, F. N. C. Wong 和 J. H. Shapiro, 《物理评论快报》111, 010501（2013年）。[42] Z. Zhang, S. Mouradian, F. N. C. Wong 和 J. H. Shapiro, 《物理评论快报》114, 110506（2015年）。[43] Z. Gong, N. Rodriguez, C. N. Gagatsos, S. Guha 和 B. A. Bash，IEEE《信号处理精选主题期刊》，1（2022年）。[44] Y. K. Semertzidis 和 S. Youn, 《科学进展》8, eabm9928（2022年）。[45] C. M. Adair, K. Altenmüller, V. Anastassopoulos, S. Arguedas Cuendis, J. Baier, K. Barth, A. Belov, D. Bozicevic, H. Bräuninger, G. Cantatore, F. Caspers, J. F. Castel, S. A. Çetin, W. Chung, H. Choi, J. Choi, T. Dafni, M. Davenport, A. Dermenev, K. Desch, B. Döbrich, H. Fischer, W. Funk, J. Galan, A. Gardikiotis, S. Gninenko, J. Golm, M. D. Hasinoff, D. H. H. Hoffmann, D. Díez Ibáñez, I. G. Irastorza, K. Jakovčić, J. Kaminski, M. Karuza, C. Krieger, Ç. Kutlu, B. Lakić, J. M. Laurent, J. Lee, S. Lee, G. Luzón, C. Malbrunot, C. Margalejo, M. Maroudas, L. Miceli, H. Mirallas, L. Obis, A. Özbey, K. Özbozduman, M. J. Pivovaroff, M. Rosu, J. Ruz, E. Ruiz-Chóliz, S. Schmidt, M. Schumann, Y. K. Semertzidis, S. K. Solanki, L. Stewart, I. Tsagris, T. Vafeiadis, J. K. Vogel, M. Vretenar, S. Youn 和 K. Zioutas, 《自然·通讯》13, 6180（2022年）。