arXiv:2303.01250v1 [physics.soc-ph] 1 Mar 2023

迈向稳定演化普适理论

P. V´AN[1,2]

Abstract. 非平衡热力学的支柱是稳定性结构，其中熵与热力学平衡的李雅普诺夫函数相关。稳定性是自然选择的背景：不稳定的系统只是暂时存在，而稳定的系统得以存续。稳定性结构及其相关的受约束熵不等式形式体系所包含的物理概念，天生具有普适性。因此，热力学的数学工具和物理概念有助于为社会科学和自然科学中的任何系统构建动力学理论。

1. 引言

普适性是物理理论、物理量和参数的一项显著特性。温度、二级相变、引力或气体常数之所以具有普适性，是因为它们不依赖于材料性质。自由落体普适性的著名验证之一，是 E¨otv¨os-Pek´ar-Fekete 实验。在该实验中，测得的惯性质量与引力质量之比对几种不同材料而言相同 [1]。此后，许多实验在不同长度尺度和材料条件下验证并改进了这一结论 [2]。对于二级相变，研究方法类似：不同材料及材料结构具有相同的临界指数， [3, 4]。各种物理常数的普适性也有经验依据，例如普适气体常数。

在实验中，人们认识到结果与材料无关。在相关理论中，则必须对这些经验事实加以解释。因此，普适性成为一种构建原则，如广义相对论中的情形；它也可能仍未得到解释，却能带来启发并推动方法论的发展，如临界指数的情形。气体常数是相关理论中固有的属性，其普适性似乎也已变得理所当然。

温度的普适性，即绝对温标，颇为特殊。这是唯一一个我们追溯物质无关性时，追溯到更基本层面的情形。这些更基本的层面包括过程的可逆性和可组合性，以及第二定律——热力学引擎的一种特殊性质（参见例如 [5]）。“引擎”在此是物质的抽象表征。由此便可推出绝对温度，进而推出熵的存在。这一论证可以、也应当至少扩展到其他一些热力学量，例如压力 [6]。关键概念是平衡热力学中那个奇特而虚构的“过程”。在平衡热力学中，过程与时间无关；热力学状态的变化指的是所谓的准静态过程，它们依次经过各个平衡态。因此，人们通常认为热力学的适用范围有限。这是一种奇特的矛盾：由于普适性，

Date：2023年3月3日。

物质具有温度，而温度与其物质结构无关，无论该结构是电磁场、流体还是粒子系综；与此同时，演绎论证的出发点却只在有限范围内有效。热力学适用范围的这一两难问题值得关注，也发人深省（比较 [7, 8]）。

普适性的另一种重要体现与物质相关的演化方程有关，这些常微分方程或偏微分方程描述了相关过程。傅里叶热传导方程和菲克扩散方程就是典型例子：它们是适用于截然不同的材料和机制的同一类微分方程。这些方程既适用于流体，也适用于固体中的热传导和扩散。材料的结构仅体现在微分方程的参数中；热传导系数、扩散系数和密度各不相同，但方程却相同。例如，这一观察促成了名为协同学[9]的研究方向。我们将这种演化方程的普适性称为过程普适性。它主要与非平衡热力学有关：就协同学这一特例而言，它与相变的序参量——描述非平衡结构的场——联系在了一起。然而，这种解释仍停留在经验层面：协同学中没有任何原理能够详细解释演化方程的普适性。

热力学概念和原理出现在生物过程与社会过程中，可能是经验普适性的又一例证。人们可以看到——或者更确切地说，感受到——其适用性，但却没有任何物理依据或其他洞见能够对此加以解释。在生物演化和经济学中，热力学不仅作为一种有益的类比出现，还形成了一个有用的概念框架[1]。人们不禁要问，为什么热力学会出现在科学与人文学科的如此多领域中，以及它为何只能取得有限的成功?

本文认为，均匀物体的热力学状态变化可以理解为真实过程，而热力学平衡渐近稳定性的条件则建立在热静力学的概念之上。在这一框架下，也就是对于均匀物体的非平衡热力学——可称为普通热力学——总熵是确保平衡稳定性的李雅普诺夫函数。因此，平衡热力学实际上是一种隐而不显的动力学理论，其中动力学的稳定性性质诠释了第二定律和熵。由此，便为上述过程普适性提供了一个概念背景。稳定性正是热力学出现在众多领域中的原因，也是拓展其适用范围的关键。

本文阐释了最简单热力学系统中平衡热力学的稳定性结构。随后，结合稳定性背景分析了温度的普适性，最后简要讨论了以稳定性为基础的方法在社会动力学和科学动力学中的适用范围。

---

[1]关于生物系统与热力学之间联系的提议数量繁多，且彼此差异很大。经典不可逆热力学着重于耗散结构这一概念[10]。其他一些令人振奋的提议包括 [11, 12, 13, 14]。值得注意的是，自然选择机制建立在稳定性论证之上 [15]。在经济学中，人们对经典热力学和不可逆热力学也曾寄予厚望， [16, 17], 而且这些方法也针对其过程模型得到了进一步完善 [18, 19]。近期的方法则侧重于统计方面，参见例如 [20]。

2. Second Law and Lyapunov stability

经典平衡热力学（下文称为热静力学）发展于19世纪。当时，力学是自然哲学的基础，也是其他一切新兴物理学科的范式。然而，热静力学作为经典物理学中最新的分支[2] 并不是一种动力学理论，也不以演化方程为基础。非平衡热力学以经典场论的形式出现，其演化方程描述连续介质在空间和时间中的演化。均匀物体的动力学理论本应是对其进行自然约化的结果，de Groot 和 Mazur 的专著曾尝试实现这一点， [22],此外还有其他研究者进行了相关尝试。然而，对非平衡热力学连续介质方程进行均匀化，并未得到与热静力学相容的理论。随后，Truesdell 和 Bharatha 的研究表明，另一种自下而上的构建方式同样并不简单：在保留热静力学结构的同时，用一个额外的微分方程补充第一定律，并非显而易见， [23]。

均匀物体的非平衡热力学还面临着更多难题，后续发展中的有限时间热力学和内可逆热力学 [24, 25, 26], 以及离散系统热力学 [27]都对此有所体现。在这些理论中，时间依赖的真实过程没有通过演化方程和第二定律的动力学解释来处理 [28, 29, 30]。

问题在于熵的动力学方面与静力学方面之间的联系。第二定律的动力学部分与绝热系统有关，在这类系统中，熵预期会增加；然而，绝热的均匀物体中什么也不会发生；时间依赖的过程只存在于开放热力学系统中。Matolcsi 给出了这一悖论的解决方案，并由此完整地建立了均匀物体热力学的动力学表述 [31], ，这种理论称为普通热力学 [32]。

下文将简要介绍普通热力学的核心内容，说明热力学稳定性、第零定律和熵增是热力学平衡渐近稳定的条件；尤为值得注意的是，热力学系统的总熵是热力学平衡的李雅普诺夫函数。本文旨在介绍热力学理论，并不打算对其提出批评，也不打算详细解决其中的悖论。这些问题已在上文提及的多部著作中从诸多方面加以讨论 [23, 32, 33]。

2.1. 热静力学与热力学。 热力学的核心概念是平衡。然而，由于均匀物体的经典理论中不存在真实过程，而且所使用的可能过程术语——准静态、可逆或不可逆——定义含糊，因此热力学平衡这一概念十分复杂[3]。尽管如此，所有热力学入门教材都认为，热力学量只有在平衡状态下才有意义 [34, 35]。平衡的定义是隐含的；其含义可能包括时间无关性、均匀性和无耗散。热力学第零定律旨在阐明这些条件。

[2]当时人们只认识到第二定律和第一定律；第三定律于1912年提出，第零定律则于 1939 [21]提出。
[3]实际上，这是一种混淆。

本文在不借助任何微观统计背景的情况下，自洽地表述热力学平衡这一概念。在这一观念中，根据第零定理，平衡意味着物理系统的可约化性 和可分性 。之所以可约化，是因为我们将许多原子、分子和介观物理量的综合作用压缩为若干热力学变量。可分性则意味着，即使热力学物体彼此相互作用，个别物理量——即状态变量——仍能表征这些物体。

时间无关性并非热力学概念的本质要素。理解热力学势，尤其是熵，在动力学中所起的作用，便能澄清热力学与热静力学之间的关系。

为了描述均匀物体的热力学量随时间的变化，我们可以使用常微分方程，即给定变量的演化方程。由于我们讨论的是力学系统——流体——这些演化方程有时与运动有关，因此，热力学理论的演化方程必须包含牛顿方程的相应形式，既包括耗散形式，也包括非耗散形式。换言之，一套足够完备的非平衡热力学理论应包含惯性效应。

3. Termostatics

这里提出三个基本假设。它们并非数学公理，因为完全精确的数学表述会掩盖物理背景；但为了清晰起见，某种程度的精确性不可或缺[4]。首先，假定热力学物体作为现实中的独立实体而存在，这是一个基本前提。

A1: 存在彼此独立的热力学物体。广延状态变量和强度状态函数刻画了它们。

这是第零定律的静态部分。

热力学物体由其状态空间刻画，该状态空间由 N 广延热力学量（X^1，X^2，.....，X^N）构成，它们形成一个向量空间 $\mathbb{X}$ and$N$ 强度热力学量，即状态函数（Y_1，Y_2，.....，Y_N）：$\mathbb{X} \to \mathbb{X}^*$，其中 $\mathbb{X}^*$ 是 $\mathbb{X}$的对偶空间。强度状态函数的分量由实验测得。这里最重要的假设是可分性，即使热力学物体表面上因物理相互作用或守恒定律而受到其他热力学物体或环境的影响，它们仍可由各自独立的状态函数刻画[5]。

广延状态变量的一个定义性属性是，它们与热力学物体的规模成正比。不过，这里不讨论广延性的条件；它们只是典范状态变量集合。

A2: 强度状态函数有一个势，而这个势就是熵。

也就是说，对于一个热力学物体，存在一个熵函数 $S : \mathbb{X} \to \mathbb{R}$，其导数为（$Y_1$，$Y_2$，..... Y_N）。传统上，这用吉布斯关系表示

$$\mathrm{d}S = Y_A \mathrm{d}X^A = Y_1 \mathrm{d}X^1 + Y_2 \mathrm{d}X^2 + ... + Y_N \mathrm{d}X^N. \tag{1}$$

[4]例如，我将假设所有函数都是可微、可逆等，尽管我们很清楚，讨论势或相界时，需要明确函数的可微性及其定义域。[5]即使考虑最简单的微观结构 [36]，可加性或更一般的可组合性概念也并非显而易见。可加性不应与广延性混淆。

更确切地说，这意味着

$$\frac{\partial S(X^1, X^2, ..., X^N)}{\partial X^A} = Y_A(X^1, X^2, ..., X^N) \tag{2}$$

这里上标表示向量，下标表示余向量，双重下标表示对偶映射。这一要求对实验定义的函数施加了条件：强度状态函数的导数是对称的[6]。

A3： 熵是凹函数。

这一要求称为热力学稳定性。由此可知，熵的二阶导数（二阶张量）是负定的[7]。

从物理观点来看，上述条件的强弱是逐渐降低的。相变和边界会违反热力学稳定性，性质$A3$ 是局部的。在$A2$中定义的宏观熵，其存在很少受到质疑，主要是在根据理想化理论微观结构进行计算的情况下。$A1$是最深层的假设，可分性以及降低复杂性的可能性都是基础性的。违反$A1$ 的理论不仅不是热力学理论，也不是物理学理论：这种还原论是现有物理学理论的基础。

下文将通过最简单的例子详细说明，上述基本性质具有共同的作用：它们是在动力学理论框架内确保热力学系统平衡的渐近稳定性的条件。这反过来突出了热力学在何种方式和意义上具有基础性，以及它为何是所有物理学学科的一部分：物质状态的渐近稳定性对于实验可重复性至关重要，因而也是客观自然科学存在的必要条件。

4. 热力学

关于动力学，基本假设是存在一个动力学定律，即定义并决定过程的微分方程。我们不以形式公设的形式明确提出这一点；下一节将给出一个典型例子。本小节旨在清楚地区分第二定律中相互独立的两个部分，并强调其背后存在一个演化方程。

A4: 系统是相互作用的物体的集合，系统的过程是某个演化方程的解。

演化方程是一个常微分方程，但它并非任意的：

A5: 对动力学方程施加一项要求，以确保熵沿着绝热系统中的过程递增。

确切地说，这意味着物体的一个过程是关于时间的函数$t \mapsto (X^1(t)\ X^2(t).....,\ X^N(t))$，沿该过程的熵变为 $t \mapsto S(X^1(t)\ X^2(t).....,\ X^N(t))$。绝热是一种物理条件，在特定情形下表现为广延量守恒。这里强调的是“沿过程”这一修饰语，而过程由演化方程决定。下一节将给出一个说明性例子，并简要分析使用 $A1 - A5$ 进行建模时的一些陷阱。

---

[6]势条件，即所谓的麦克斯韦关系，很少被直接测量。我们接受势的性质，并据此设计实验。[7]事实上，只有在要求满足欧拉齐次性时，它才是半正定的；其核由所有满足热力学稳定性的（$X^1, X^2, ..., X^N$）张成，再乘以一个非负数 [32]。

5. Ordinary thermodynamics - homogeneous fluids

在普通热力学中，热力学物体的过程是时间的函数。在这一点上，它类似于质点力学。然而，热力学状态空间与时空无关，空间完全不起作用。普通热力学中的物体，是物质在空间中均匀分布的模型。

5.1. 流体静态热力学。 对于气体和液体，经典的广延状态变量是内能E、体积V和粒子数N（或质量M）。熵是这些变量的函数：$S(E,\ V,\ N)$。

根据 $A2$，熵是一种热力学势，其偏导数是熵的强度状态函数。因此，如果给定状态方程（即强度状态函数），熵便可通过其偏导数定义为一个势：

$$S(E,V,N), \qquad \frac{\partial S}{\partial E}=\frac{1}{T}, \qquad \frac{\partial S}{\partial V}=\frac{p}{T}, \qquad \frac{\partial S}{\partial N}=-\frac{\mu}{T}. \tag{3}$$

相关的微分形式，即吉布斯关系，为：

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}N. \tag{4}$$

这里，T是温度，p是压力，μ是化学势。微分形式有助于变量变换。下文中，我们假设粒子数为常数，且熵仅是体积和内能的函数。对于气体，通常的强度状态函数（即状态方程）是热状态方程和量热状态方程，$p(E,\ V)$和$T(E,\ V)$。如果熵的强度状态函数$1/T$和p/T满足

$$\frac{\partial}{\partial V}\frac{1}{T}=\frac{\partial}{\partial E}\frac{p}{T}, \tag{5}$$

那么，就存在一个熵函数，其偏导数如式（3）所示。对于三个变量$A2$，实际上并不需要物理条件，因为温度被构造为积分因子，而广延性要求——即热力学性质随系统大小缩放——使关于第三个变量的二变量函数仍具有势函数性质，正如久洛·法尔卡什 [38, 39]早期的分析所示。

热力学稳定性 $A3$是进一步的限制。此时，熵的二阶导数

$$D^2S(E,V)=\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial E}\frac{1}{T} & \frac{\partial}{\partial V}\frac{1}{T} \\ \frac{\partial}{\partial E}\frac{p}{T} & \frac{\partial}{\partial V}\frac{p}{T} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

为负定。很容易看出，这等价于以下不等式：

$$\frac{\partial T}{\partial E}(E,V)>0, \qquad \frac{\partial p}{\partial V}(T,V)<0. \tag{7}$$

请注意第二个不等式中的变量。对于理想气体，式（7）在整个正则状态空间内都成立；但对于范德瓦耳斯气体，例如，该式并非处处成立：在(p,V)图中所谓旋节线以下的区域违反了热力学稳定性的第二个不等式。

热库是一种热力学物体，其温度和压力在任何过程中都保持恒定。因此，状态方程是常函数，我们可以很容易地计算热库的熵，即环境熵。记

热库的恒定温度和压力分别为 T_0 和 p_0。那么，相应的熵为

$$S_a(E_a, V_a) = \frac{1}{T_0} E_a + \frac{p_0}{T_0} V_a + S_a, \tag{8}$$

其中， E_a 和 V_a 分别是储液器的内能和体积， S_a 为常数。储液器代表理想化的简单环境。

5.2. **热力学**。 热力学的演化方程不能是任意的；必须满足一些一般性限制以及平衡的显然性质。例如，热力学第一定律，即内能的平衡关系，可以与以下形式的微分方程相关联

$$\dot{E} = q(E, V, ..) + w(E, V, ..). \tag{9}$$

这里，点号表示时间导数， q 是单位时间内传递的热能（加热）， w 是机械功率，即单位时间内对均匀体所做的功（做功）。此外，三个点号表示，在绝热系统中第一定律是平凡的，因为能量守恒；可以预期，只有在包含相互作用物体的系统中才存在功和热交换。除非所考虑的热力学物体与其他物体或至少与其环境接触，否则热量和功率这两个量是无法解释的。 q和 w 是表征相互作用的量。因此，它们还必须取决于环境或相邻热力学物体的特性。在下文中，我们将考虑一个如图（1）所示的简单热力学系统：一个与其环境发生热和机械相互作用的气体。上述公式（9）中的点线空白处应由环境的特征参数替代。

一个特例是牛顿冷却定律，它描述物体与环境之间的热交换。这个例子展示了完整理论的一些预期特性：

$$q(E, V, T_0, p_0) = -\alpha(T(E, V) - T_0). \tag{10}$$

T 和 T_0 分别是物体和环境的温度， $\alpha > 0$ 是非负的热交换系数。如果机械功率为零，且内能等于热容乘以温度，那么我们就能得到一个简单的内能微分方程。求解后，可得内能随时间的变化 $E(t)$，例如模拟一杯热茶置于室温环境中的情形。然而，热交换与机械功的结合并不简单。

此外，式 (4) 中的吉布斯关系与第一定律相关，这一点也令人困惑。我们可以找到如下公式：

$$\mathrm{d}E = \delta Q + \delta W = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V,$$

其中 d 与前文一样是一个微分，但 δ 并不只是表示某种变化；这表明将（9）与（4）结合时，数学上会出现不一致。将上述方程改写为含时间导数的形式很简单：

$$\dot{E} = q + w \stackrel{?}{=} T\dot{S} - p\dot{V} = \dot{E}. \tag{11}$$

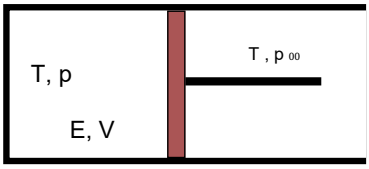


FIGURE 1. 一个简单的热力学系统：与储库环境相连的气体。 T_0 和 p_0 分别是储库的温度和压力。

第一个方程是第一定律，最后一个方程则是由吉布斯关系（4）得到的内能时间导数。问题在于，它们如何能够同时成立？从数学角度看，两者毫无关联。等式左侧的 q 和 w 刻画相互作用，取决于环境和物体的特性；而右侧只出现了刻画热力学物体的量，也就是图 1 中气缸内气体的量。唯一可能的自洽解释是需要演化方程。

下文中，对于图 1 所示的热力学系统，我们将第一定律解释为如下形式的能量平衡：

$$\dot{E} = q(E, V, E_a, V_a) + w(E, V, E_a, V_a). \tag{12}$$

然而，这并不是一个完整的演化方程，而且相互作用函数也未知， [23]。因此，对于体积，我们引入

$$\dot{V} = f(E, V, E_a, V_a), \tag{13}$$

其中， f 表征物体与环境之间的相互作用。现在，必须考虑其他预期的物理条件：平衡、守恒定律和第二定律的要求。这些条件限制了相互作用函数 q， w 和 f可能具有的形式。

在动力学理论中，平衡意味着不随时间变化。它通过本构函数引入，通常与强度状态变量相关联。在我们的例子中，预期当温度和压力相等时，热力学系统不会发生变化；上述微分方程 (12)–(13) 的右侧为零。因此，假设相互作用量通过强度状态变量依赖于广延状态变量，并且当强度状态变量相等时为零：

$$q(E, V, E_a, V_a) = q\big(T(E, V), p(E, V), T_0, p_0\big), \quad \text{and} \quad q\big(T_0, p_0, T_0, P_0\big) \ = 0, \tag{14}$$

$$f(E, V, E_a, V_a) = f\big(T(E, V), p(E, V), T_0, p_0\big), \quad \text{and} \quad f\big(T_0, p_0, T_0, P_0\big) \ = 0. \tag{15}$$

请注意，这个看似复杂的陈述是热力学中的一项基本假设；它是第零定律的一部分， [40, 41, 34, 42, 28]。

机械相互作用 w 被假定为理想形式，与体积变化成正比，因此写作

$$w = -pf. \tag{16}$$

于是，演化方程 (12)–(13) 的平衡解可表示为代数方程的解 (E_0, V_0)

$$T(E_0, V_0) = T_0, \qquad p(E_0, V_0) = p_0. \tag{17}$$

对于给定的恒定环境温度和压力，平衡解可能并不唯一，方程 (17) 可能有多个解。例如，范德瓦耳斯气体状态方程就具有这一性质。

接下来，我们考虑物体—环境系统是绝热的，因此

(1) 热力学系统的体积恒定： $V + V_a = V_{tot} = const$。由此可得

$$\dot{V} + \dot{V}_a = 0. \tag{18}$$

(2) 热力学系统的能量恒定： $E + E_a = E_{tot} = const$。于是

$$\dot{E} + \dot{E}_a = 0. \tag{19}$$

整个系统的熵是物体和环境的熵之和。无需求解演化方程，即可计算其沿过程的变化：

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(S + S_a) &= \frac{d}{dt}\big(S(E,V) + S_a(E_a,V_a)\big) = \\ &= \left(\frac{1}{T}\dot{E} + \frac{p}{T}\dot{V} - \frac{1}{T_0}\dot{E} - \frac{p_0}{T_0}\dot{V}\right) = \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)(q - pf) + \left(\frac{p}{T} - \frac{p_0}{T_0}\right) f = \\ &= \frac{1}{T_0}\left((T_0 - T)\frac{q}{T} + (p - p_0)f\right). \end{aligned} \tag{20}$$

这里，我们首先用了约束条件（18）–（19），然后用了物体和环境的熵的定义（3）和（8），最后用了演化方程（12）–（13）。（20）是沿着由微分方程组（12）–（13）定义的过程， $S + S_a$，求得的总熵导数；考虑所有过程，

$(S + S_a$ ■ ）表示沿演化方程的导数。根据$A4$，总熵会增加，因此相互作用函数必须满足以下不等式：

$$(T_0 - T)\frac{q}{T} + (p - p_0)f \geq 0. \tag{21}$$

这个不等式可视为对函数 q 和 f的约束条件。只有在平衡时等号才可能成立。其物理意义很直观。例如，在 $f \equiv 0$的情况下，由上述不等式可知，热流方向与物体温度和环境温度之差的方向相反。因此，（21）就是克劳修斯表述的第二定律，[43, 32]。另一方面，如果 $q \equiv 0$，体积变化的方向与压力差的方向一致。也就是说，如果物体的压力大于环境的压力，其体积就会增加；如果小于环境的压力，其体积就会减小。

其中有若干条件——熵的凹性、平衡的第零定律的动态部分（14）、熵的增长（21）——，而以下陈述是这些条件作用的结果说明：

稳定性。 微分方程（*12*）–（*13*）的平衡解（*17*）是渐近稳定的。

这是成立的，因为我们可以证明， $L(E,\ V)\ =\ S(E,\ V)\ +\hat{}S_a(E,\ V)$ 是该平衡的李雅普诺夫函数。这里，$\hat{}\ S_a(E,\ V) = S_a\big((E_{tot} - E),\ (V_{tot} - V)\big)$，即利用约束条件，以物体的熵表示环境的熵。

于是， L 在平衡时导数为零，其二阶导数等于物体熵的二阶导数；根据热力学稳定性的要求，该二阶导数为凹。这意味着， L 在热力学平衡时具有严格极大值。

■此外，根据不等式（21）， L 具有严格极小值，因此具有渐近稳定性。根据

因此，热力学通常采用的假设，尤其是

– 熵作为热力学势的存在，– 热力学稳定性，即熵的凹性，– 通过守恒约束条件解释环境的熵，– 平衡条件，– 经典功，以及 – 非负熵产生率作为相互作用的条件

共同满足李雅普诺夫渐近稳定性定理的条件，从而保证热力学平衡的稳定性和吸引性（见 [44] 或例如 [45],定理 6.2）。

由此可得一些有趣的结论：

(1) 李雅普诺夫函数乘以环境温度 $\hat{}$ 后，就是系统的㶲，即系统的最大可用功，$T_0S(E,V)\ =T_0S(E,V)\ - E - p_0V$。因此，㶲并非基本概念。

(2) 物体熵沿演化方程的导数，即热力学物体的熵产生，等于加热量除以温度：

$$\overset{\blacksquare}{S} = DS \cdot (q - pf, f) = \frac{1}{T}(q - pdf) + \frac{p}{T}f = \frac{q}{T}. \tag{22}$$

现在，下列方程有了明确定义：

$$\dot{E} = q + w = T\overset{\blacksquare}{S} - p\dot{V}. \tag{23}$$

因此，第一定律与吉布斯关系 (11) 之间的关系得以阐明。

通常， $dS = \delta Q/T$ 在热力学教科书中定义所谓的可逆状态变化。现在，我们讨论的是定义明确的过程，而 q/T 是物体的熵沿微分方程（12）–（13）的导数。

(3) 上述演化方程引出了对准静态过程这一概念的解释。也就是说，如果环境的温度和压力在任何时刻都与物体的温度和压力相等，那么物体便处于平衡状态，即能量和体积变化停止，过程也随之停止。从这个意义上说，该过程经过

一系列热力学平衡；它是准静态的。“准静态”这一称谓容易引起误解，甚至自相矛盾，或许称这种性质为可控更为合适。瞬时达到平衡表明系统缺乏记忆和惯性。

简单的热力学系统和演化方程可以扩展到多个热力学状态变量、物体和物质：先前关于李雅普诺夫稳定性的讨论和条件提供了一个定义明确的数学框架：普通热力学就是均匀物体的非平衡热力学。

在我们看来，其清晰的物理意义最为引人注目：热力学显然是一种具有动态意义的稳定性理论。需要强调的是，稳定性并非只是热力学的一部分（经典不可逆热力学便是如此处理的）； [10, 46], 热力学理论本身对经验加以组织，建立一系列概念，以构建具有渐近稳定平衡的动力学。渐近稳定性是热力学的核心概念。

Haddad及其同事也认识到李雅普诺夫稳定性的作用及进行严格处理的可能性，[47, 48]。他们指出，热力学概念有助于优化和控制，而控制理论的数学也能澄清并完善热力学考量。

现在，我们在稳定性框架下研究绝对温度这一概念。

6. Absolute and universal

温度只有具备普适性才是一个有用的概念。否则，就无法比较由不同材料构成的物体的温度。这正是开尔文勋爵（当时名为威廉·汤姆孙）引入绝对温度 [49] 的动机。“绝对”这一形容词指的是温度必须独立于材料[8]这一性质。

绝对性就是普适性，相关论证建立在第二定律的开尔文–普朗克表述和可逆热机这一概念之上。在最初的论述中，第二定律是针对热机的循环过程表述的。在图2a中，具有经验温度 $T_1 > T_2$ 的两个热库代表恒温环境，并与热力学物体（按经典术语即“热机”）相连；在一个循环中，它们与热库之间的热交换分别为 Q_1 和 Q_2。系统还包含机械部分，因此可以进行和消耗机械功来调节运行，例如暂时连接或断开热库，从而启用或停止与热库之间的热交换。根据第一定律，一个循环中的机械功总量 W等于吸收热量与放出热量之差 $W = Q_1 - Q_2$。热机的结构可以是任意的，而在一个循环周期结束时，热机的状态会恢复。第二定律的开尔文–普朗克表述声称， Q_2（即一个循环中放出的热量）不可能为零。不存在这样的热机：它在一个循环中只吸收热量却能够做功。第二类永动机并不存在。

并未假设储液器始终与热机相连，也未假设它们会同时与热机相连。然后，对系统的分析

[8]它有时被称为绝对温标。这并不是指绝对零度；近来一些教科书和维基百科的说法具有误导性。

表明，开尔文-普朗克表述可由物体熵作为势的存在推出， [23, 32]。此外，最大效率就是卡诺效率。然而，物体熵的存在——因此也包括开尔文–普朗克表述——并不能说明相互作用、热交换或功的任何情况，包括它们的方向。也没有假设热机的温度与储液器的温度相同[9]。

运行期间的机械功率取决于时间，存在一个函数 $\pi : t \mapsto \pi(t)$，且 $W = \int_{cycle} \pi(t)dt$。有些热机可以逆向运行，即存在一个功率函数来控制机器在一个循环中从温度为 T_2 的热库吸收热量Q_2 。所需的功， W'以及排放到 T_1 热库的热量 Q_1' 各不相同[10]。逆向运行的功率函数不一定是正向功率函数取负值。逆向运行的时机和持续时间、热部件和机械部件的开启与关闭、与热库的绝热和重新连接也可能有所不同。如果逆向运行所需的功与正向运行相同，并且在逆向和正向模式下分别从 T_2 热库吸收和向其排放相同数量的热量，则称该热机为可逆热机。

可逆运行在某种程度上比人们预期的更为复杂。首先，优秀的热机并不是最好的热泵，因为<热效率 >定义为 $\eta = \frac{W}{Q_1}$；从较少的吸收热量中产生的功越多，热效率就越高。假设图 2/a 中采用逆向运行，热泵的<性能系数 >定义为 $\eta = \frac{Q_2}{W}$；用较少的功吸收的热量越多，性能系数就越高。因此，如果假设采用可逆运行，性能较差的热机就是优秀的热泵，而优秀的热泵就是性能较差的热机。然而，最差的热泵若具有 $Q_2 = 0$，就会将所有的功耗散为热，而不从 T_2 热库吸收任何热量。根据上述第二定律的开尔文–普朗克表述，这种运行不可能是可逆的。此外，如果我选择一个性能系数较低的热泵，也不一定能找到一台热机，使其热效率高于该热泵在虚构的逆向运行中的热效率。

可逆热机具有尽可能高的热效率，是可能达到的最佳热机。经典论证看似简单（例如参见[50]）：如果某台机器的效率高于可逆热机，就很容易构造出一台第二类永动机。如果正向热机的热效率$\eta = \frac{W}{Q_1}$ 高于可逆热机的效率 $\eta' = \frac{W'}{Q_1'}$，那么将前者与反向运行的可逆热机组合起来，就会成为一台永动机，因为在循环结束时，与 T_2 交换的热量为零，且 $1-\eta = \frac{Q_2}{Q_1} < 1-\eta' = \frac{Q_2}{Q_1'}$，因此 $Q_1' < Q_1$ 和 $W' < W$。组合热机从 T_1 热库吸收 $Q_1 - Q_1'$ 热量，同时做 $W - W'$ 功。因此，可逆热机具有不违反

[9]这正是有限时间热力学的用武之地，也正是优化以实现最大功率的自由得以显现之处， [24]。然而，第二定律的根本重要性依然不变。与原始文献以及卡诺、开尔文和麦克斯韦等人的著作相比较，也能理解这一点， [28]。[10]逆循环空调，也就是热泵，就是一个例子。它并非完全机械运作，需要电力，也存在其他差异；但除此之外，它可以正向和反向运行，处于循环模式。然而，它永远无法恢复到原始状态。

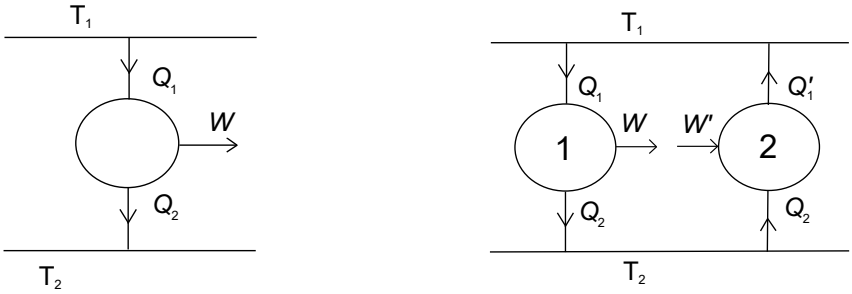


FIGURE 2. a) 热机的示意图。热机是一种热力学系统，由一个物体、两个温度分别为 T_1 和 T_2 的热库，以及一些未具体说明、吸收和释放机械功的其他部分组成。 Q_1、 Q_2 和 W 表示一个循环中释放和吸收的热量与功。b) 两台热机分别以正向和逆向模式运行并组合在一起。第一台热机产生的功被第二台热机利用，以使其逆向运行。如果第二台热机是可逆热机，且$W > W'$，那么这两台热机的组合就会成为开尔文–普朗克永动机。

第二定律的最高可能效率。然而，这种简明性具有误导性：反向运行的可逆热机并非最差的热泵，不能用可逆热泵来替代可逆热机进行论证。这是因为机械功可以毫无困难地转化为热，而额外的功会降低机器的效率。另一方面，如果将耗散的机械功导向 T_1 热库，为 Q_1作出贡献，那么它就可以用于直接加热。应当注意，不要混淆技术要求与理论概念。

热效率只取决于热库的温度。如果构造和材料的差异导致效率不同，那么可以像前一种情况那样将两台热机组合起来；让效率较低的热机反向运行，就能构造出同样的永动机。因此，热效率具有普适性，可用于定义绝对温度[49, 50, 5, 28]。

第二定律和可逆运行是上述论证中最显而易见的条件。可逆热机的可逆运行并不要求相应过程逐步可逆，正向和反向的功率函数可以不同。从技术角度看，循环运行的可能性显而易见。但它必须是理想的，也就是说，热机必须在循环结束时恢复到初始状态。然而，可逆热机可以反向运行，此时热量和功的交换与正向运行时相同，但符号相反。

最简单的情形是，若热机是一个具有上一节所述演化方程的单一热力学物体，那么只要恢复与热库的接触以及原来的外压，就能恢复原始状态。由于这些过程

按照上一节所述的意义是可控的，因此原始平衡状态便得以恢复。对于简单的状态方程，例如理想气体，通过调节外压即可完全控制热机， $p_a(t)$，卡诺过程可以正向或反向运行，而且普适温度定义明确的条件也得到满足。

总之，温度的普适性建立在第二定律之上。

7. The role of universality

物理学中的普适性具有经验和分析两个方面。热力学概念广泛出现在科学与人文学科中，可以视为经验普适性的迹象， [51]。人们可以寻找共同的背景，认为一般假设会导致一般后果。绝对温度的概念便证明了这一点，其普适性通过第二定律的开尔文–普朗克表述得到了论证。此外，开尔文–普朗克表述建立在熵作为热静力势存在的基础上；显然，这与过程方向毫无关系[11]。假定某个势存在是一个较弱的条件，尤其是考虑到完全缺乏任何微观背景。

本文论证了热力学是一种稳定性理论，并以均匀热力学体为例进行了说明。在那里，平衡热力学中看似彼此独立的概念、假设和性质，可以统一为动力学理论框架下李雅普诺夫稳定性条件的组成部分；该动力学理论具有真正的演化方程，并对材料性质或相互作用作出一般性假设。于是，从一般意义上说，热力学提供了一种简单的数学结构，确保平衡的存在性与稳定性。演化方程是依据热力学构造的，而热力学条件也非常适合纳入稳定性框架。值得注意的是，体积变化的微分方程仅使用稳定性论证便得以构造。如果在稳定性计算中，即在状态空间的规定和熵平衡的利用过程中，恰当地考虑诸如基本守恒关系等条件，那么这一理论，包括演化方程在内，就是普适的。假设越具有一般性，该理论就越具有普适性。

平衡的存在与稳定性是人们对任何自然演化所能期待的最普遍假设。没有稳定性，客观且可重复的实验便不可能进行。物质的不稳定态会转变为稳定态。因此，仅要求平衡稳定性的建构性方法会导向普适的演化。这对于时空中的演化同样成立。因此，借助非平衡热力学的一种新建构方法推导出的演化方程，能够成为热传导或连续介质力学中的稳健模型，并不令人意外 [52, 53], ；热力学概念会由此在物理学最基础的理论中涌现， [54]。例如，牛顿引力的场方程会自然而然地涌现，[55]。第二定律以及纯粹基于热力学的稳定性框架看起来具有基础性，超乎预期， [56, 57]。

[11]克劳修斯形式的热力学第二定律独立于开尔文-普朗克表述。关于热力学物体相互作用的要求，独立于对物体材料性质的要求。这一点从稳定性陈述中显而易见，也可以直接证明，见 [23, 32]。

值得注意的是，任何结构性解释，例如基于粒子的统计物理学论证，都可能破坏普适性，但并非必然如此。如果统计概念与稳定性结构相容，例如能够定义热力学状态变量，那么热力学便会涌现。同时，对宏观变量进行不一致的微观识别必然会降低普适性。值得注意的是，概率分布函数的演化方程（如玻尔兹曼方程）也可以在热力学框架中加以解释， [58]。

第二定律被认为会在科学的多个领域发挥作用，但它在经济学、生态学、生物学或其他领域中的应用多少有些神秘。单个对象的随机行为本身并不足以证明能量或熵等热力学量的出现，也不足以说明其趋向于均匀分布。然而，当存在某种形式的平衡，且预期或要求稳定性时，热力学便提供了一个直接而自然的框架。经济学的增长模型、生态学的结构稳定性，以及演化博弈论的动力学方面与热力学演化相似，这并不奇怪， [59, 60]。要建立稳定演化普适理论，仍有几个步骤要走。

8. Acknowledgement

本研究获得国家研究、开发与创新办公室 FK134277 项目资助。本文所报告的研究是 BME-NVA-02 项目的一部分；该项目由匈牙利创新与技术部提供国家研究、开发与创新基金支持，并依据 TKP2021 资助计划获得资助。

作者感谢审稿人提出宝贵而详尽的意见和建议。

References

[1] R. v. E¨otv¨os、D. Pek´ar 和 E. Fekete。《关于惯性与引力成比例定律的论述》。 *Annalen der Physik*, 373(9):11–66，1922年。[2] C. M. Will。广义相对论与实验之间的较量。 *Living reviews in relativity* 17 1 1 117, 2014 ，( ): – 。[3] E. A. Guggenheim。对应态原理。 *Journal of Chemical Physics*，13(7):253– 261，1945年。[4] H. E. Stanley。 *Introduction ot Phase Transitions and Critical Phenomena*。牛津大学出版社，伦敦和纽约，1971年。[5] M. Kardar。 *Statistical physics of particles*。剑桥大学出版社，2007年。[6] Gyarmati I. 论热力学基础。 *Acta Chimica Academiae Scientiarum Hungaricae* 30 147 206, 1962 ，: – 。[7] P. Atkins。 *Four laws that drive the universe*。牛津大学出版社，2007年。[8] A. Ben-Naim。 *The Four Laws that Do Not Drive the Universe*。世界科学出版社，2017年。[9] H. Haken。 *Advanced Synergetics*。施普林格出版社，柏林-海德堡-纽约-东京，1983年。[10] P. Glansdorff 和 I. Prigogine。 *Thermodynamic Theory of Structure Stability and Fluctua- , tions* 。威利-跨科学出版社，伦敦等地，1971。[11] G. P. Gladyshev。论生物演化的热力学。 *Journal of Theoretical Biology* 75 4 425 441, 1978 ，( ): – 。[12] A. Bejan。热力学中的演化。 *Applied Physics Reviews*，4(1):011305，2017年。[13] K. R. Skene。热力学、生态学与演化生物学：是架起一座险水之上的桥梁，还是寻找共同基础？ *Acta Oecologica*，85:116–125，2017年。[14] R. Swenson。什么、为何、如何？ *Philosophical Transactions of the Royal Society A*，本卷，若将出版，则采用已出版的书名，2023年。

[15] D. C. Dennett。 *Darwin's dangerous idea*。西蒙与舒斯特出版社，1995年。[16] N. Georgescu-Roegen。 *The Entropy Law and the Economic Process*。哈佛大学出版社，1971年。[17] P. A. Samuelson。经济学中的吉布斯。载于 D.G. Caldi 和 G.d. Mostow 编， *Proceedings of the Gibbs Symposium* 255 267, 1989 ，页码 – 耶鲁大学， 。AMS 和 AIoP。[18] R.U. Ayres 和 Martin ´as K. *On the reappraisal of microeconomics*。爱德华·埃尔加出版社，2005年。[19] R. K¨ummel。 *The second law of economics: energy, entropy, and the origins of wealth*。施普林格，2011年。[20] E. Scharfenaker 和 Jangho Yang。最大熵经济学。 *The European Physical Journal Special Topics* 229 9 1577 1590, 2020 ，( ): – 。[21] R.H. Fowler 和 E.A. Guggenheim。 *Statistical Thermodynamics: A Version of Statistical Mechanics for Students of Physics and Chemistry* 。剑桥大学出版社（由 W. Lewis 印制），1939年。[22] S. R. de Groot 和 P. Mazur。 *Non-equilibrium Thermodynamics*。北荷兰出版公司，阿姆斯特丹，1962年。[23] C. Truesdell 和 S. Bharatha。 *Classical Thermodynamics as a Theory of Heat Engines*。施普林格出版社，柏林-海德堡等地，1977年。[24] F. L. Curzon 和 B. Ahlborn。最大功率输出时卡诺热机的效率。 *American Journal of Physics*，43:22–24，1975年。[25] B. Andresen。 *Finite-time Thermodynamics*。哥本哈根大学，哥本哈根，1983年。[26] A. Bejan。熵产生最小化：有限尺寸装置和有限时间过程的新热力学。 *Applied Physics Reviews*，79(3):1191–1218，1996年。[27] W. Muschik。封闭离散非平衡系统的热力学基础。 *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics* 47 2 227 231, 2022 ，( ): – 。[28] B. H. Lavenda。 *A new perspective of thermodynamics*。施普林格，纽约等地，2010 年。[29] M. J. Moran。关于第二定律分析及有限时间热力学未能兑现的承诺。 *Energy*，23(6):517–519，1998年。[30] E.P. Gyftopoulos。无限时间（可逆）与有限时间（不可逆）热力学：一种错误的区分。 *Energy*，24:1035–1039，1999年。[31] T. Matolcsi。热力学中的动力学定律。 *Physics Essays*，5(3):320–327，1992年。[32] T. Matolcsi。 *Ordinary thermodynamics*。匈牙利科学院出版局，布达佩斯，2005年。[33] T. Matolcsi。 *Közönséges termodinamika*。Scholar K¨onyvkiad´o，2012年（匈牙利语）。[34] H. B. Callen。 *Thermodynamics and an introduction to thermostatistics*。约翰·威立父子出版公司，纽约等地，第2版，1985年。[35] L. E. Reichl。 *A Modern Course in Statistical Physics*。约翰·威立父子公司，纽约等地，1998年。[36] T. S. Bir ´ ´ *Physical* o 和 *Review E* 83 061147, 2011 1102 0536 P. Van。非加和热力学的第零定律相容性。， : 。arXiv: 。[37] A. Berezovski 和 P. V´an。 *Internal Variables in Thermoelasticity*。施普林格，2017年。[38] Gy. Farkas。卡诺-克劳修斯定理的简化推导。， – ., （匈牙利语）。[39] F´enyes Imre。 *A termodinamika alapjai*。匈牙利科学院出版局，布达佩斯，1952年（匈牙利语）。[40] J. M. Honig。 *Thermodynamics*。学术出版社，圣迭戈等地，第2版，1999年。[41] H. S. Hsieh。 *Principles of thermodynamics*。麦格劳-希尔图书公司，纽约等地，1975年。[42] I. M¨uller 和 W. Weiss。 *Entropy and Energy (A universal competition)*。施普林格，柏林等地，2005年。[43] R. Clausius。 *The mechanical theory of heat*。麦克米伦，1879年。[44] M. Lyapunov。运动稳定性的一般问题。1892年。博士论文，哈尔科夫大学，俄文。[45] N. Rouche、P. Habets 和 M. Laloy。《李雅普诺夫直接法稳定性理论》。施普林格出版社，纽约公司，1977年。[46] D. Kondepudi 和 I. Prigogine。 *Modern Thermodynamics: from heat engines to dissipative structures* 2014 。约翰·威立父子公司，。[47] W. M. Haddad、V. Chellaboina 和 S. G. Nersesov。 *Thermodynamics: A dynamical systems approach* 2009 ，普林斯顿大学出版社，。

[48] W. M. Haddad。《热力学：唯一的普适科学》。 *A dynamical systems theory of thermodynamics*普林斯顿大学出版社，2019年。[49] W. Thomson。《关于卡诺热的动力理论的论述；附根据雷诺实验对蒸汽所得的数值结果》。 *Trans. Roy. Soc. Edinb.*，16:541–575，1849年。重印于《数学与物理论文集》，I(XLI)，第113–155页，1882年。[50] J. C. Maxwell。《 *Theory of Heat*》。朗文、格林公司，伦敦，第10版，1902年。[51] W. M. Haddad。《热力学：唯一的普适科学》。 *Entropy*，19(11):621，2017年。[52] R. Kov
´ ´
International acs 和 P. Van。
Journal of Heat and Mass Transfer 83 613 620, 2015 1409 0313 2
《热脉冲实验中的广义热传导》。，：–。arXiv：。v。[53] ´A. Sud´ar、G. Futaki 和 R. Kov´acs。《生物系统中的非傅里叶热传导的连续介质建模视角》。 *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*，46(4):371–381，2021年。[54] E. P. Verlinde。《引力的起源与牛顿定律》。 *Journal of High Energy Physics* 2011 04 029, 2011 ，（）：。[55] P. V ´ *Physica* an 和 S. Abe。《从热力学中涌现的修正牛顿引力》。，：126505，2022年。arXiv：。。[56] P. V
´ ´
Philo- an 和 R. Kovacs。《变分原理与非平衡热力学》。，（）：。arXiv：。。[57] P. V´an。《全息流体：通向量子物理学的热力学之路》。arXiv:2301.07177v1。[58] M. Pavelka、V. Klika 和 M. Grmela。《 *Multiscale Thermo-Dynamics: Introduction to GENERIC* 2018 》。Walter de Gruyter GmbH & Co KG，。[59] Gy. Szab
´
Physics Reports 624 1 60, o 和 I. Borsos。2016
《格点上的演化势博弈》。，：–。[60] T. S. Bir´o 和 Z. N´eda。《基尼熵：基于基尼指数的熵的推广》。 *Entropy*，22 8( ):879，2020年。

[1]Department of Theoretical Physics, Wigner Research Centre for Physics, H-1525 Budapest, Konkoly Thege Miklós u. 29-33., Hungary; // and [2]Department of Energy Engineering Faculty of Mechanical Engineering Budapest University of Technology , , , , „ and Economics H-1111 Budapest Műegyetem rkp. 3. Hungary ORCID: 0000-0002-9396-4073