arXiv:2303.01260v1 [physics.flu-dyn] 2 Mar 2023

可侵蚀多孔介质中的流体排驱

Joanna Schneider[1], Christopher A. Browne[1], Malcolm Slutzky[2],Cecilia A. Quirk[3], Daniel B. Amchin[1], Sujit S. Datta[1*]
[1]*Department of Chemical and Biological Engineering, Princeton University, Princeton, NJ 08544*
[2]*Department of Physics, Princeton University, Princeton, NJ 08544*
[3]*Department of Operations Research and Financial Engineering, Princeton University, Princeton, NJ 08544*
（日期：2023年3月3日）

排驱是指非润湿流体将润湿流体从多孔介质中驱替出来；对于固体表面不发生变化的介质，这一过程已得到充分研究。然而，许多介质会因排驱而受到侵蚀，侵蚀物质随后重新沉积在下游孔隙中，进而改变后续流动。在此，我们运用理论和模拟，考察这些耦合过程如何改变整体流体驱替路径，并促使固体介质重新塑形。我们发现了两种特征迥异的新排驱行为，并定量界定了它们出现的条件。我们的研究结果有助于拓展当前对这些丰富物理现象的认识，并对排驱在工业和环境中的应用具有启示意义。

关键词：侵入渗流、毛细指进、流体排驱、多孔介质、沉积、侵蚀

排驱是指非润湿流体将润湿流体从多孔介质中驱替出来的过程。它是许多环境与工业过程的基础，包括地下水污染、石油运移与采收、沉积物中的气体逸散、CO_2 封存、土壤干燥以及多孔膜中的流体输运[1–17]。因此，大量研究致力于寻找预测非润湿流体所采取驱替路径的方法 [18, 19],，其基础是 Wilkinson and Willemsen 四十年前提出的经典侵入渗流模型 [20]。

该模型假设，多孔介质由润湿性均一的静态固体基质构成（其三相接触角 θ为预先设定值），基质中包含一个相互连通、孔径随机变化的孔隙网络。假定非润湿流体的黏度远高于润湿流体，且其流动极为缓慢；在这一极限条件下——许多现实过程均具有这一特征——不混溶流体界面处的毛细力决定最终的驱替路径。具体而言，非润湿流体无法侵入入口半径为 r 的孔隙，除非界面两侧的毛细压力差达到阈值 $\Delta p_c \equiv 2\gamma\cos\theta/r$，其中 γ 为两种流体之间的界面张力。因此，流体置换逐个孔隙地进行：非润湿流体依次侵入其可到达的最大孔隙，也就是毛细压力阈值最低的孔隙。随后，孔径的局部随机变化决定流体驱替路径，形成一种特征性的分枝状、无序驱替图案，称为毛细指进（CF） [21–32]。

尽管这一基础模型已在高度受控的实验室研究中得到验证，但它做出了一个在实践中往往不成立的强假设：固体基质的结构不会发生变化。实际上，毛细—力在不混溶流体界面处能够重构基质。这种情况的一种表现是使整体介质发生变形或断裂 [33, 34]。另一种表现则是从固体基质壁面侵蚀出易碎的 [35] 和塑性毛细 [36] 物质，并将其重新沉积到下游的孔隙空间中。一个典型例子是胶体颗粒、无机沉淀物和有机物形成的层，这些物质经常覆盖构成土壤、沉积物以及地下含水层/储层的矿物颗粒 [37–47]。现场观测表明，由润湿/干燥循环以及污染物/石油运移等过程引起的流体排驱，能够侵蚀并重新沉积这些物质，从而影响大尺度范围内后续的运移过程 [48–52]。然而，尽管这种现象十分普遍，据我们所知，固体侵蚀与沉积对流体排驱的影响——以及反过来的影响——从未得到研究。

在此，我们将这些新的物理机制纳入侵入渗流的经典框架。数值模拟揭示了两种新的排驱行为，其流体置换和固体沉积模式与标准毛细指进截然不同：快速堵塞，即重新沉积的物质迅速堵塞孔隙空间并阻止后续流动；以及侵蚀增强指进，即沉积物对某些孔隙的收窄，出乎意料地使非润湿流体能够侵入介质中更大比例的区域。此外，我们通过计算阐明了这两种不同排驱行为出现的条件，这些条件由两个无量纲参数决定，它们量化了固体基质可被侵蚀的程度及其易蚀性。

模型开发。 为了初步揭示这一问题背后复杂的物理机制，我们考察一个简单但具有说明性的例子。按照孔隙网络建模的典型方法 [53–55], ，我们考虑在由 $N \times N$ 个节点构成的二维网络中进行流体排驱，这些节点代表孔隙“主体”，其位置由连通度为 c 的邻接矩阵定义（图1a）。节点之间的边按 i 顺序编号，并

* ssdatta@普林斯顿.edu

代表孔隙之间的狭窄部分（“孔喉”）。由于 p_c 在这些狭窄处局部达到最大值，因此它们控制着孔隙侵入和固体侵蚀。 因此，我们将注意力集中在网络的边上；为简单起见，我们假设这些边构成了孔隙空间的全部体积，并将其近似为长度均一为 L 、初始半径为$r_{i,\ p}$ 从给定分布中随机抽取的圆柱体 ρ（$r_{i,\ p}$）。

为赋予该静态基质可蚀性，我们还假设每个孔喉的内壁都覆有一层可侵蚀材料，初始厚度恒定 t_d （图1b–c），并均匀分布于整个介质中。孔喉 i 的有效半径因此为$r_i = r_{i,\ p} - t_d$，相应的毛细压力阈值为 $\Delta p_c(r_i) = 2\gamma\cos\theta/r_i$；不失一般性，我们取 $\theta = 0$。受单孔研究 [56–60], 的启发，我们用一条简单规则描述排驱诱发的侵蚀：若非润湿流体侵入某个孔隙，移动的不混溶流体界面会在 $\Delta p_c(r_i)$超过阈值应力σ_y 时侵蚀孔壁上的物质（图1d）；该阈值应力表征物质的耐久性，类似于屈服应力。为简化记号，我们用波浪号（~）表示无量纲量，并以$\tilde{r}_{p,\ \max} \equiv \max\{r_{i,p}\}$对所有长度尺度进行无量纲化。比值 $\Sigma \equiv \Delta p_c(r_{p,\ \max})/\sigma_y$ 将多孔介质中可能出现的最小毛细压力与侵蚀应力阈值进行比较；也就是说，它描述了不混溶流体界面移动时侵蚀孔壁物质的相对难易程度。因此，我们将这一无量纲参数称为介质的可蚀性。

因此，当非润湿流体侵入喉道半径为 r_i 的孔隙时，从其~ ~壁面侵蚀掉的物质数量取决于 Σ。若 $\Sigma < \tilde{r}_i$，则不会发生侵蚀，排驱后孔隙尺寸保持不变；整个排驱过程完成后的半径 $\tilde{r}_i'$ 仍等于 $\tilde{r}_i$。当超过阈值~$\Sigma \geq \tilde{r}_i$时，侵蚀会使半径增大至新的数值 $r_i' = 2\gamma/\sigma_y$ ，此时相应的毛细压力与~侵蚀的阈值应力达到平衡，换言之，$\tilde{r}_i' = \Sigma$。然而，孔隙中可被侵蚀的物质量有限：若可蚀性很高，以至于这一新数值 $2\gamma/\sigma_y$ 超过~原始半径 $r_{i,\ p}$（即，若 $\Sigma > \tilde{r}_{i,\ p}$），则孔喉半径会达到饱和，增至其可能的最大值$\tilde{r}_i' = \tilde{r}_{i,\ p}$。

最后，我们还考虑了与已排液且已侵蚀孔喉 i直接连通的未排液孔喉 j 中侵蚀物质随后发生的沉积。具体而言，由于我们假设圆柱形孔喉具有$N \gg 1$，因此按照质量守恒（详见 [61]），将从 i 侵蚀掉的体积按比例分配至 $\sim r_j^4$，并相应地减小 $\tilde{r}_j'$ 的值。然而，如果这一过程导致某个孔喉 j 完全堵塞，则将多余的侵蚀物质体积返还至母孔喉 i，并将该孔喉从网络中移除，以防止流体随后流经该孔喉。

模型实现。为表征固体侵蚀与沉积对流体排驱的影响，我们使用$N = 200$、 $c = 4$和 ρ（$\tilde{r}_{i,\ p}$）对该模型进行数值模拟，其中这些参数服从跨越$\tilde{r}_{i,\ p} \in [0.83, 1]$的均匀分布；探索 N、 c的其他取值以及 ρ（$\tilde{r}_{i,\ p}$）的其他形式（包括从真实介质 [61]中获得的形式）时，我们发现了与下文所述相似的结果。对于每种测试的模拟条件（由指定的输入值（$\tilde{t}_d$，$\tilde{\Sigma}$）进行参数化），我们运行100次独立迭代，每次都从同一 ρ（$\tilde{r}_{i,\ p}$）中随机抽取$\tilde{r}_{i,\ p}$。在每次模拟中，孔体和孔喉起初均被润湿流体饱和；通过从中心的四个孔体 [61]注入非润湿流体，启动排驱。在每个时间步中，我们随后确定未排驱孔体的连通分量簇；这些簇的边界勾勒出非润湿流体侵入界面或滞留润湿流体区域。随后，按照标准的侵入渗流方法，我们沿非润湿流体侵入界面识别最大的孔喉 i，其毛细压力阈值 $\Delta p_c \sim 1/\tilde{r}_i$最小。我们充填相应的孔喉和孔体，同时保持滞留润湿流体区域不变，以模拟不可压缩流体，并按照上述规则纳入固体侵蚀与沉积。之后，我们逐个推进时间步，直至非润湿流体到达网络边缘，或被堵塞孔隙完全包围。

固体侵蚀与沉积会产生全新的排驱行为。作为基准，我们首先考察不存在任何侵蚀时的经典侵入渗流情形（$\tilde{t}_d = 0$, $\tilde{\Sigma} = 0$）。正如预期，排驱沿着具有典型毛细指进（CF）特征的分枝无序通道，通过一系列连续的突发事件进行（影片S1 ）。由此形成的非润湿流体通道占据了总孔隙空间体积的一部分 $\phi = \phi_{CF} = 0.10 \pm 0.04$，其分形维数为 [62] $d_f = 1.86 \pm 0.04$，与此前关于毛细指进（CF）的研究结果高度吻合 [18, 19, 23]。此外，略微增加可侵蚀材料的量，但不发生任何侵蚀（$0 < \tilde{t}_d < 0.9$, $\tilde{\Sigma} = 0$），仍会形成毛细指进（图1e，左侧和影片 S2）——这正如预期，因为在这种情况下，所有孔隙只是均匀收窄。然而，当材料量进一步增加并超过阈值 $\tilde{t}_d = \tilde{t}_d^* \approx 0.9$ 时， ϕ 会骤降（图1e，右侧），因为入口附近的孔隙发生堵塞，阻止了流体排驱（影片 S3）。因此，我们将这种行为称为快速堵塞（RC）。

接下来，我们探讨高可蚀性（ $^{\tilde{\Sigma}=0.8}$）的情况。当可侵蚀的物质量较少时（$\tilde{t}_d \leq 0.1$），侵蚀与沉积的影响很小，排驱再次通过典型的毛细指进进行（图 1f，圆圈）。我们观察到截然不同的行为，随着.....的增加 $\tilde{t}_d$. 当超过阈值 $\tilde{t}_d = \tilde{t}_d^{**} \approx 0.15$，非润湿流体体积分数比毛细指进中的更大（$\phi/\phi_{CF} > 1$，图1f，星号）——这随着更多 可侵蚀材料被加入孔隙空间，非润湿流体似乎能够形成新的、分支状指进，从而排出更多 孔隙空间中的流体（图1f，插图和影片S4）。 因此，我们将这种情形称为

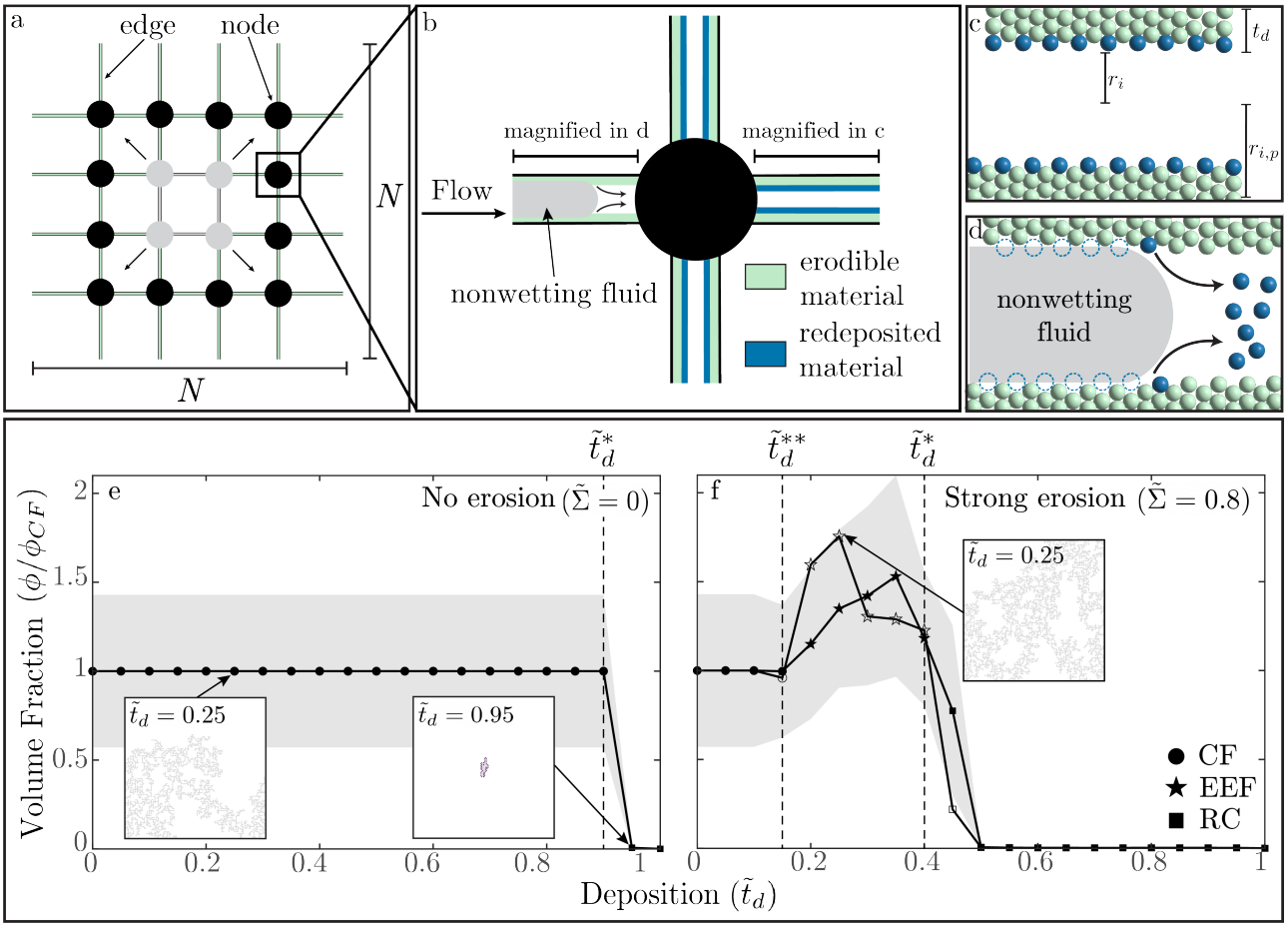

图1. 对可侵蚀多孔介质中流体排驱的网络建模揭示了新的排驱行为。(a) 二维网络模型示意图，其中 $N \times N$ 节点代表孔体，边代表相互连接的孔喉。(b) 单个孔体的放大图。(c) 孔喉初始时具有原始半径$r_{i,\ p}$，且覆盖着一层初始厚度为 t_d 的可侵蚀材料（薄荷绿）。(d) 排驱过程中，非润湿流体进入孔隙时会侵蚀部分材料，并将其重新沉积到相连的孔喉中（蓝色）。数值模拟揭示了由固体侵蚀与沉积引起的新排驱行为；我们在(e–f)中使用排驱完成后被非润湿流体填充的孔隙空间体积分数 ϕ来表征这些行为，并以标准毛细指进（CF）情形下的结果 ϕ_{CF}进行归一化。空心符号表示用于生成插图中模拟结果的单个网络所得结果。实心符号和灰色阴影分别表示对100个不同但统计特性相同的网络所得结果的平均值和标准差。(e) 无侵蚀时（$\tilde{\Sigma} = 0$），排驱通过CF进行（左侧插图为放大图），直至 $\tilde{t}_d > \tilde{t}_d^* \approx 0.9$；超过该值后，介质起始时含有过多可侵蚀材料，导致入口附近的孔隙堵塞。介质转变为快速堵塞（RC），右侧插图为放大图；灰色和紫色圆形标记分别表示被侵入和堵塞的孔喉，而灰色 $+$ 符号表示被侵入的孔体。(f) 强侵蚀时（$\tilde{\Sigma} = 0.8$），排驱仅在$\tilde{t}_d > \tilde{t}_d^{**} \approx 0.15$之前通过CF进行；超过该值后，非润湿流体出乎意料地探索了比CF情况下更大比例的孔隙空间 *more*。排驱通过侵蚀增强指进（EEF）进行，如插图放大图所示。随着 $\tilde{t}_d > \tilde{t}_d^* \approx 0.4$增加，堵塞的主导作用日益增强，排驱再次转变为RC。

行为侵蚀增强指进（EEF）。这种出人意料的˜行为会随着 t_d 的增加而持续，直至最终被孔隙堵塞抑制；此时，我们再次观察到向快速堵塞（RC）的转变，其特征是 ϕ/ϕ_{CF} 骤降，且发生在阈值 $\tilde{t}_d = \tilde{t}_d^* \approx 0.4$ 之上（图1f，方形标记）。

这些新型排驱行为的起源。为什么多孔介质中会出现这些引人入胜的新型排驱行为？通过检查排驱后孔径分布的变化，可以量化.....

非润湿流体驱替重塑了孔隙空间结构，从而提供了线索。具体而言，我们考察 $\tilde{r}_i'/\left(1-\tilde{t}_d\right) = \tilde{r}_i'/\tilde{r}_{i,\max}$ 的分布，这些分布描述了排驱后孔径相对于初始最大孔径 $\tilde{r}_{i,\max} \equiv \max\{\tilde{r}_i\}$ 的情况。我们以图1f中所述的 $\Sigma = 0.8$ 高度易侵蚀情形作为代表性示例，重点研究˜。当介质中只有少量可侵蚀材料（$\tilde{t}_d < 0.15$）时，初始孔径的均匀分布保持不变（图2中的区域 II）。然而，正如 $\tilde{t}_d = 0.25$ in 所示

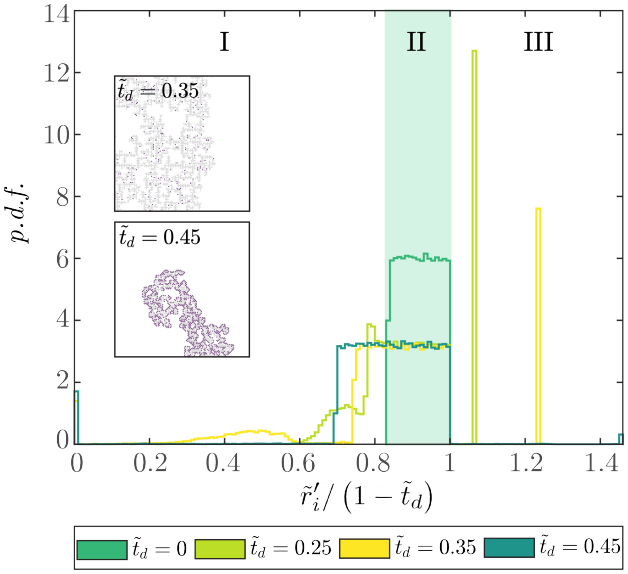

图2. 考察排驱后孔径相对于最大初始孔径的概率密度函数（$p.d.f.$）（$\tilde{r}'_i/(1-\tilde{t}_d)$），可揭示新排驱行为的起源。我们考虑图1f所示的强侵蚀（$\tilde{\Sigma}=0.8$）代表性情形。对于不含任何可侵蚀材料的原始情形（$\tilde{t}_d=0$），区域 II 中显示的是初始均匀分布。超过转变为 EEF 的阈值（$\tilde{t}_d \approx 0.15$）后，较小和较大的两个孔隙子群（区域 I 和 III）分离出来，分别对应物质被侵蚀移除和重新沉积的孔隙。在高于阈值（$\tilde{t}_d \approx 0.4$）的较大 $\tilde{t}_d$ 下，堵塞不断加剧（区域 I 中的峰值），导致转变为快速堵塞。插图放大显示了 $\tilde{t}_d=0.35$ 和 0.45 条件下形成的非润湿流体置换（灰色）和孔隙堵塞（紫色）图案。

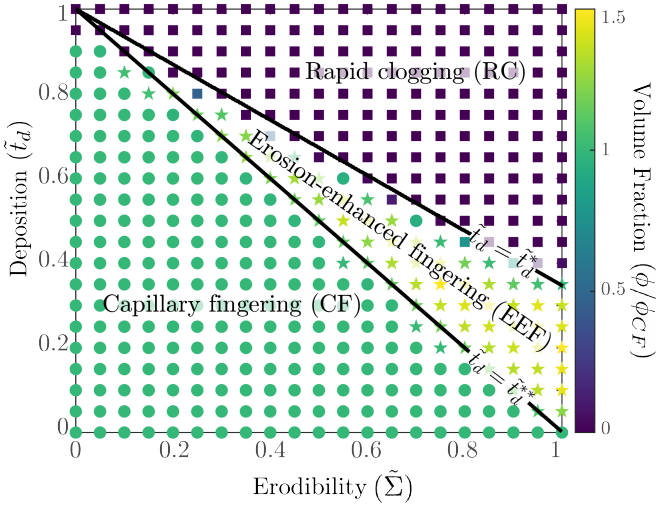

图3. 可侵蚀多孔介质中不同排驱行为的状态图。颜色表示归一化的非润湿流体体积分数 ϕ/ϕ_{CF}；每个符号表示对 100 次不同模拟的平均值，这些模拟测试的是不同但统计特性相同的网络。我们观察到三种截然不同的排驱行为：毛细指进（圆形，$0.9 < \phi/\phi_{CF} < 1$）、快速堵塞（方形，$\phi/\phi_{CF} < 0.9$）和侵蚀增强指进（星形，$\phi/\phi_{CF} > 1$）；如 [61], 所示，这些行为也可通过最终排驱模式各自不同的分形维数来表征。

˜图2中，就在阈值 $t_d^{**} \approx 0.15$之上，较小孔隙和较大孔隙这两个子分布（分别为区域 I 和 III）从该分布中分离出来。这反映了孔喉中分别有越来越多的固体物质被侵蚀并重新沉积；事实上，侵蚀形成的孔隙达到一个由毛细作用和侵蚀之间的平衡所决定的均匀尺寸，即 $\tilde{r}'_i/\tilde{r}_{i,\max} \approx 1.1 = \tilde{\Sigma}/(1-\tilde{t}_d)$，正如预期。值得注意的是，较小孔隙的孔径仍为 $\tilde{r}_i > 0$，表明它们尚未达到堵塞阈值。在图2中，对于 $t_d=0.35$ 和 0.45 的情形，我们观察到了类似的行为；此时侵蚀形成的孔隙分别达到预期的孔径 $\tilde{r}'_i/\tilde{r}_{i,\max} = \tilde{\Sigma}/(1-\tilde{t}_d) \approx 1.2$ 和 ≈ 1.5。

因此，我们预计，当毛细力刚好足以开始侵蚀固体基质时，EEF 就会开始；而这种物质的再沉积会轻微收窄下游孔隙，程度恰好足以迫使非润湿流体探索其原本不会经过的孔隙空间中的新路径。我们通过将排驱过程中可能遇到的最小毛细压力 $\Delta p_c(r_{p,\max} - t_d^{**})$ 与阈值侵蚀应力 σ_y 相平衡，来量化对 EEF 起始的这一预期。用无量纲形式表示，我们的预测为：

$$\tilde{t}_d^{**} = 1 - \tilde{\Sigma}. \tag{1}$$

˜这一预测给出 $t_d^{**}=0.2$，与˜在 $\Sigma=0.8$情况下通过模拟˜得到的 $t_d^{**} \approx 0.15$ 数值吻合良好。

˜ ˜随着 t_d 增大并超过 t_d^{**}，我们预计，可侵蚀物质含量的增加会提高孔隙发生堵塞的可能性——从而导致图1f所示的 ϕ 非单调变化。与这一预期一致，区域 I 中堵塞的孔隙比例更高（表现为 $\tilde{r}'_i=0$ 处峰值增高，图2插图中的紫色点及影片 S5–S6 亦有显示）。与此同时，区域 III 中峰值的高度降低，表明最终被侵蚀的孔隙更少。

因此，我们预计，当孔隙堵塞十分普遍，以至于“阻断”流体排驱时，EEF 会转变为快速堵塞。为量化快速堵塞的起始条件，我们将孔隙 $i, \propto (2\gamma/\sigma_y)^2 - (r_{i,\ p} - t_d^*)^2$，中可被侵蚀的固体物质体积，与相邻连通孔隙 $j, \propto \alpha(r_{j,\ p} - t_d^*)^2$, 中的特征可用体积相平衡，其中常数 $\alpha \approx 4/3$ 用于计入网络连通性 [61]。尽管 $r_{i,\ p}$和 $r_{j,\ p}$ 的分布都很广，我们假设二者均为 $\sim r_{p,\ \max}$。在这一简化下，

无量纲形式下，我们的预测为：

$$\tilde{t}_d^* = 1 - \frac{\tilde{\Sigma}}{\sqrt{1+\alpha}}. \tag{2}$$

˜该预测得到 $t_d^* = 0.4$，与˜从模拟中获得的 $t_d^* \approx 0.4$ 值˜高度一致， $\Sigma = 0.8$情况下亦是如此。

可侵蚀多孔介质中排驱的统一状态图。作为对式（1）和（2）所给预测的最终检验，我们在广泛的（$\tilde{t}_d$、$\tilde{\Sigma}$）范围内总共进行了44,100次数值模拟。对于每一种测试条件，我们分别利用非润湿流体通道的体积分数和分形维数 [62] 来表征所形成的排驱模式， ϕ 和d_f。我们的结果总结于图3中。与图1–2所示的观察结果一致，当（$\tilde{t}_d$、$\tilde{\Sigma}$）较小时，毛细指进（CF）出现（圆圈）；当 $\tilde{t}_d \geq \tilde{t}_d^*$*时，转变为EEF（星形）；随后当$\tilde{t}_d \geq \tilde{t}_d^*$ 时，转变为快速堵塞（RC）（星形）。此外，这些不同排驱行为之间的边界与式（1）和（2）所给的预测吻合良好，分别如较低和较高的实线所示——尽管其中采用了简化假设。因此，我们扩展后的侵入渗流模型不仅表明，非润湿流体驱替与固体侵蚀与沉积之间的耦合会产生引人入胜的新型排驱行为，而且我们的分析还提供了有助于预测其何时出现的定量原理。未来的研究可以基于此处建立的框架，探索更广泛的流体黏度比 [29] 和流速范围（扩展Lenormand经典相图 [63]），以及不同形式的孔隙空间结构 [64–72],和不同的侵蚀、堵塞及潜在堵塞物侵蚀规则，最终改进对各种环境与工业介质中流体与固体输运耦合过程的预测与控制。

致谢

谨此感谢 I.C. Bourg、H.A. Stone 和 S. Torquato 所进行的启发性讨论，并感谢 N. Bizmark、E.Y. Chen、A. Hancock 和 N. Subraveti 对稿件提出的宝贵意见。本研究获得了新泽西州水资源研究所、ReMatch+计划（资助 CAQ）、High Meadows环境研究所 Mary and Randall Hack研究生奖（资助 JS）、Andlinger能源与环境中心 Maeder研究生奖学金（资助 JS），以及普林斯顿复杂材料中心（PCCM）的资助。该中心是由美国国家科学基金会（NSF）通过资助编号 DMR-2011750 支持的材料研究科学与工程中心。

I. 补充材料

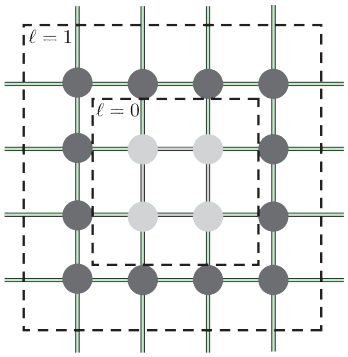

图 4. 从模拟初始化开始进行流体排驱的示意图。浅灰色孔体通过浅灰色孔喉相连，表示所有模拟中使用的注入源。第 0 层的孔喉（记作 $\ell = 0$）被侵入，以填充第一层孔体，如深灰色部分所示（$\ell = 1$）。随后，第一层孔体中侵蚀出的体积被侵蚀到与其相连的孔喉中，这些孔喉以薄荷绿显示。我们预计在 $\ell = 1$ 处发生堵塞，此时可用孔喉与先前被侵入孔体的比值为 $\alpha = 4/3$。

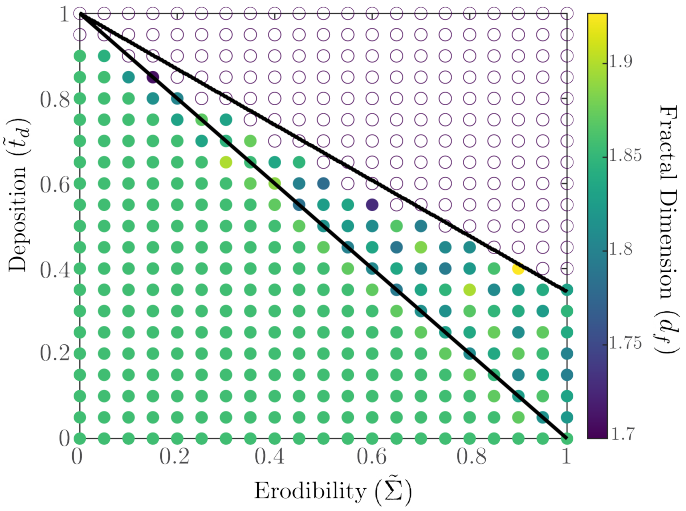

图 5. 与正文图 3 中相同模拟的状态图，但此处展示的是流体排驱结束后非润湿流体驱替路径的分形维数 d_f。在毛细指进区间内，我们的模拟得到恒定的分形维数 $d_f = 1.86 \pm 0.04$。然而，在侵蚀增强指进区间内，测得的分形维数变化较大，表明不同的（$\tilde{\Sigma}$，$\tilde{t}_d$）组合会产生分支形态各异的非润湿流体模式：我们测得的最大分形维数为 $d_f = 1.93 \pm 0.01$，对应（$\tilde{\Sigma}$，$\tilde{t}_d$）=(0.9，0.4)，表明路径略为紧凑；测得的最小分形维数为 $d_f = 1.71 \pm 0.05$，对应（$\tilde{\Sigma}$，$\tilde{t}_d$）=(0.15，0.85)，表明路径比毛细指进略具分支性。空心圆表示快速堵塞区间，在此区间内，孔隙网络的填充体积分数过低，无法准确获得 d_f。

A. 侵蚀物质在相邻连通孔隙间的分布

为估算从已排液孔喉 i 侵蚀出的多少物质会重新沉积到与其直接相连的未排液孔喉 j 中，我们考察各 j两端的压降δp_j。由于单个孔喉的长度（假定在整个网络中均匀一致）远小于孔隙网络的总长度（即 $N \gg 1$），我们假设每个下游孔隙 j两端的 δp_j 近似恒定，如哈根–泊肃叶方程所示。因此，流入每个孔喉 j 的物质通量与 r_j^4成正比；据此，我们假设在孔喉 i 中因排驱而侵蚀掉体积为 V_{erode} 的物质后，新增到每个与其相连的 n孔喉 j、δV_j中的体积为 $\delta V_j = \frac{r_j^4}{\sum_{k=1}^{n} r_k^4} V_{\text{erode}}$。然而，如果 δV_j 导致 $\tilde{r}_j < 0$，多余体积将返还至已排液孔喉 i，以守恒质量。

B. 快速堵塞的起始

为了估算孔隙堵塞何时会变得如此普遍，以至于“扼断”流体排驱并导致不可逆堵塞，我们将孔隙 i, $V_{\text{erode}} \propto (2\gamma/\sigma_y)^2 - (r_{i,p} - t_d^*)^2$,中可被侵蚀的固体物质体积，与相邻连通且未排驱孔喉 j, $V_{\text{available}} \propto (r_{j,p} - t_d^*)^2$中的可用体积累计总量进行平衡。为了便于计算，我们作如下假设：

两者均为 $r_{i,p}$ 和 $r_{j,p} \sim r_{p,\max}$。因此$V_{\text{erode}} \propto \tilde{\Sigma}^2 - \left(1 - \tilde{t}_d^*\right)^2$ 和 $V_{\text{available}} \propto \left(1 - \tilde{t}_d^*\right)^2$。这一假设，即 $r_{i,p}$ 和 $r_{j,p} \sim r_{p,\max}$，使我们能够近似认为，流体排驱会从中心注入点开始，依次以径向扩展的环形“层”推进（图 4），而非呈现侵入渗流中典型的分枝状侵入模式。在连通度为 $c = 4$ 的正方晶格上，第 ℓ 层经历 $8\ell + 4$ 次侵入，产生的侵蚀体积总量为 $(8\ell + 4)V_{erode}$，并重新沉积到 8(ℓ+1) 个可用孔喉中，这些孔喉的可用体积总量为 $8(\ell + 1)V_{available}$。因此，逐层采用平均场近似，我们预计当 $\ell = 1$ $8\ell + 4\ V_{erode} \sim$ 时会 $8\ \ell + 1\ V_{available}$ $V_{erode} \sim \frac{4}{3} V_{available}$ 发生堵塞，此时 ( ) ( )，或 。

对于具有 $c = 3$ 和 $c = 6$ 的晶格，同样可以得到这一结果。对于连通度为$c = 3$的晶格，第 ℓ 层经历了 6(2ℓ + 1) 次侵入，产生的侵蚀体积总量为 $6(2\ell + 1)V_{erode}$，这些体积会重新沉积到 $6(\ell + 1)$ 个可用孔喉中，其可用体积总量为 $6(\ell + 1)$ $V_{available}$。同样地，我们预计堵塞会发生在 $\ell = 1$，$V_{erode} \sim \frac{2}{3} V_{available}$ （图 7，左）。对于连通度为 $c = 6$ 的晶格，第 ℓ 层经历了 $6\ell + 6$ 次侵入，产生的侵蚀体积总量为

$(6\ell+6)V_{erode}$，这些体积会重新沉积到 $12(\ell+1)+6$个可用孔喉中，其可用体积总量为 $(12(\ell+1)+6)V_{available}$。同样地，我们预计堵塞会发生在 $\ell=1$, $V_{erode}\sim\frac{5}{2}V_{available}$（图 7，右）。

C. 补充视频说明

视频 S1. 在参数为 $(\tilde{\Sigma},\tilde{t}_d)=(0,0)$ 的孔隙网络中进行侵入渗流，展示了传统侵入渗流算法以及经典毛细指进模式的示例。灰色圆圈表示被非润湿流体侵入的孔喉，灰色 + 符号表示被侵入的孔体。左侧面板展示整个网络。蓝色方框标出右侧面板中放大的视图，以便清晰查看。

视频 S2. 在参数为 $(\tilde{\Sigma},\tilde{t}_d)=(0,0.25)$ 的孔隙网络中进行侵入渗流，恢复了传统侵入渗流算法，并展示了经典毛细指进模式的示例。灰色圆圈表示被非润湿流体侵入的孔喉，灰色 +符号表示被侵入的孔体。左侧面板展示整个网络。蓝色方框标出右侧面板中放大的视图，以便清晰查看。

影片 S3. 孔隙网络中的侵入渗流（$\tilde{\Sigma},\tilde{t}_d$）$=(0,0.95)$ 显示，在发生堵塞并阻断后续流动之前，只发生了少数几次侵入。灰色圆圈表示被非润湿流体侵入的孔喉，灰色 +符号表示被侵入的孔体。紫色圆圈表示堵塞的孔喉。左侧面板显示整个网络的视图。蓝色方框标示右侧面板中放大的视图以便看得更清楚。

影片 S4. 在具有（$\tilde{\Sigma},\tilde{t}_d$）$=(0.8,0.25)$ 的孔隙网络中进行的侵入渗流，呈现出明显不同的非润湿流体侵入模式；与单纯的毛细指进相比，该模式填充了更多孔隙空间。本次模拟过程中未发生堵塞。灰色圆圈表示被非润湿流体侵入的孔喉，灰色 +符号表示被侵入的孔体。左侧面板显示整个网络。蓝色方框标出右侧面板中为便于观察而放大的区域。

影片 S5. 在具有（$\tilde{\Sigma},\tilde{t}_d$）$=(0.8,0.35)$ 的孔隙网络中进行的侵入渗流，呈现出另一种非润湿流体侵入模式；与单纯的毛细指进相比，该模式填充了更多孔隙空间。本次模拟中还发生了间歇性堵塞。灰色圆圈表示被非润湿流体侵入的孔喉，灰色 +符号表示被侵入的孔体。紫色圆圈表示堵塞的孔喉。左侧面板显示整个网络。蓝色方框标出右侧面板中为便于观察而放大的区域。

影片 S6. 孔隙网络中的侵入渗流（$\tilde{\Sigma}$，$\tilde{t}_d$）$=(0.8,0.45)$展示了另一种非润湿流体侵入模式，该模式看起来很致密，但在非润湿流体能够贯穿网络之前，堵塞便阻断了流动。灰色圆圈表示被非润湿流体侵入的孔喉，灰色 +符号表示被侵入的孔体。紫色圆圈表示堵塞的孔喉。左侧面板展示整个网络的视图。蓝色方框标示右侧面板中为清晰起见放大的视图。

[1] C. M. Bethke、J. D. Reed 和 D. F. Oltz，石油在伊利诺伊盆地的长距离运移，AAPG Bulletin **75**，925（1991）。[2] B. H. Kueper 和 E. O. Frind，非均质多孔介质中的两相流：1. 模型开发，Water Resources Research **27**，1049（1991）。[3] H. E. Dawson 和 P. V. Roberts，黏性力、重力和毛细力对 DNAPL 饱和度的影响，Groundwater **35**，261（1997）。[4] L. C. Levy、P. J. Culligan 和 J. T. Germaine，垂直裂隙中 DNAPL 行为的建模，International Journal of Physical Modelling in Geotechnics **3**，01（2003）。[5] A. Y. Dandekar, *Petroleum reservoir rock and fluid properties* 2006 (

CRC Press,)。[6] S. M. Benson 和 F. M. Orr，二氧化碳捕集与封存，MRS Bulletin **33**，303（2008）。[7] L. Cueto-Felgueroso 和 R. Juanes，重力驱动的非饱和流经多孔介质时的非局部界面动力学与模式形成，《物理评论快报》**101**，244504（2008）。

[8] J. A. Neufeld 和 H. E. Huppert，《层状地层中二氧化碳封存的建模》，Journal of Fluid Mechanics **625**，353（2009）。[9] J. Bear 和 A. H.-D. Cheng, *Modeling groundwater flow and contaminant transport* 23 2010 , 第 卷

（Springer, ）。[10] C. W. MacMinn、M. L. Szulczewski 和 R. Juanes，咸水含水层中的 CO_2 迁移。第 1 部分：坡度和地下水流作用下的毛细滞留，Journal of Fluid Mechanics **662**，329（2010）。[11] E. Saadatpoor、S. L. Bryant 和 K. Sepehrnoori，碳封存中的新滞留机制，Transport in Porous Media **82**，3（2010）。[12] U. C. Bandara、A. M. Tartakovsky 和 B. J. Palmer，地质构造中 CO_2 注入期间毛细滞留机制的孔隙尺度研究，International Journal of Greenhouse Gas Control **5**，1566（2011）。[13] M. Sahimi, *Flow and transport in porous media and fractured rock: from classical methods to modern approaches*（John Wiley & Sons，2011）。[14] S. Berg 和 H. Ott，CO_2–盐水非混相驱替的稳定性，International Journal of Greenhouse Gas

Control 11，188（2012）。[15] M. Carmo、D. L. Fritz、J. Mergel 和 D. Stolten，质子交换膜水电解综述，International Journal of Hydrogen Energy 38，4901（2013）。[16] C. H. Lee、R. Banerjee、F. Arbabi、J. Hinebaugh 和 A. Bazylak，聚合物电解质膜电解中的多孔传输层相关传质损失：综述，载于 *International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels* 50343，第卷（美国机械工程师学会，2016），第 V001T07A003 页。[17] H. Bazyar、P. Lv、J. A. Wood、S. Porada、D. Lohse 和 R. G. Lammertink，滑移液体浸润膜（slims）中的液 - 液置换，Soft Matter 14，1780 2018（）。[18] M. Knackstedt 和 L. Paterson，侵入渗流，载于 *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*，R. A. Meyers 编（施普林格纽约，纽约州纽约市，2009），第 4947–4960 页。[19] M. J. Blunt，*Multiphase flow in permeable media: A pore-scale perspective* 2017（剑桥大学出版社，）。[20] D. Wilkinson 和 J. F. Willemsen，侵入渗流：渗流理论的新形式，Journal of Physics A: Mathematical and General 16，3365（1983）。[21] R. P. Mayer 和 R. A. Stowe，汞孔隙率测定——密堆球体之间渗透的突破压力，《胶体科学杂志》20，893（1965）。[22] R. Lenormand、C. Zarcone 和 A. Sarr，毛细管道网络中一种流体被另一种流体置换的机制，Journal of Fluid Mechanics 135，337（1983）。[23] R. Lenormand 和 C. Zarcone，刻蚀网络中的侵入渗流：分形维数的测量，《物理评论快报》54，2226（1985）。[24] G. Mason 和 N. Morrow，球体形成的毛细孔喉中完全润湿液体的弯月面置换曲率，《胶体与界面科学杂志》109，46（1986）。[25] R. Lenormand 和 C. Zarcone，毛细指进：渗流与分形维数，Transport in Porous Media 4，599（1989）。[26] N. Martys、M. Cieplak 和 M. O. Robbins，多孔介质中流体侵入的临界现象，《物理评论快报》66，1058（1991）。[27] K. J. M˚aløy、L. Furuberg、J. Feder 和 T. Jøssang，多孔介质中缓慢排驱的动力学，《物理评论快报》68，2161（1992）。[28] P. G. Toledo、L. Scriven 和 H. T. Davis，利用体积控制孔隙率测定获得的孔隙空间统计和毛细压力曲线，《SPE地层评价》9，46（1994）。[29] B. Xu、Y. Yortsos 和 D. Salin，具有黏性力的侵入渗流，《物理评论E》57，739（1998）。[30] L. Xu、S. Davies、A. B. Schofield 和 D. A. Weitz，三维多孔介质中干燥的动力学，《物理评论快报》101，094502（2008）。[31] V. Joekar-Niasar 和 S. Hassanizadeh，使用动态孔隙网络模型分析多孔介质中两相流的基础问题：综述，Critical Reviews in Environmental Science and Technology 42，1895（2012）。[32] A. T. Krummel、S. S. Datta、S. M¨unster 和 D. A. Weitz，在模型三维多孔介质中可视化多相流和滞留流体构型，《美国化学工程师学会会刊》59，1022（2013）。[33] R. Holtzman 和 R. Juanes，从指进过渡至可变形无序介质中的断裂，《物理评论E》82，046305（2010）。[34] R. Holtzman、M. L. Szulczewski 和 R. Juanes，颗粒介质中的毛细断裂，《物理评论快报》108，264504（2012）。[35] N. J. Derr、D. C. Fronk、C. A. Weber、A. Mahadevan、C. H. Rycroft 和 L. Mahadevan，易碎多孔介质中的流动驱动分支，《物理评论快报》125，158002（2020）。[36] R. W. Style、L. Isa 和 E. R. Dufresne，软颗粒在流体界面的吸附，《软物质》11，7412（2015）。[37]J. Means 和 R. Wuayaratne，天然胶体在疏水性污染物迁移中的作用，《科学》215，968（1982）。[38] E. Tipping 和 D. Higgins，吸附的腐殖质对赤铁矿颗粒胶体稳定性的影响，《胶体与表面》5，85（1982）。[39] R. J. Gibbs，天然有机包覆层对颗粒凝聚的影响，《环境科学与技术》17，237（1983）。[40] M. Y. Corapcioglu 和 S. Jiang，胶体促进的地下水污染物迁移，Water Resources Research 29，2215（1993）。[41] Y. Ouyang、D. Shinde、R. Mansell 和 W. Harris，地下环境中胶体增强的化学物质迁移：综述，《环境科学与技术评论》26，189（1996）。[42] L. Hendraningrat、B. Engeset、S. Suwarno、S. Li 和 O. Torsæter，实验室研究亲水性纳米颗粒滞留导致贝雷砂岩孔隙度和渗透率损害，载于 *Paper SCA2013-062 presented at the International Symposium of the Society of Core Analysts held in Napa Valley, California, USA*（2013），第16–19页。[43] S. Feia、J. C. Dupla、S. Ghabezloo、J. Sulem、J. Canou、A. Onaisi、H. Lescanne 和 E. Aubry，颗粒悬浮液注入及多孔介质渗透率损害的实验研究，《能源与环境地质力学》3，24（2015）。[44] G. Gerber、M. Bensouda、D. A. Weitz 和 P. Coussot，多孔介质中胶体的自限性积聚，《物理评论快报》123，158005（2019）。[45] N. Bizmark、J. Schneider、R. D. Priestley 和 S. S. Datta，多孔介质中胶体沉积与侵蚀的多尺度动力学，《科学进展》6，eabc2530（2020）。[46] G. Gerber、D. Weitz 和 P. Coussot，纳米颗粒在多孔介质中的传播与吸附：行进波，《物理评论研究》2，033074（2020）。[47] L. Li、Y. Su、Y. Lv 和 J. Tu，CO_2吞吐提高采收率过程中页岩储层的沥青质沉积与渗透率损害，《石油科学与技术》38，384（2020）。[48] J. McCarthy 和 J. Zachara，《环境科学与技术》专题：污染物的地下迁移，《环境科学与技术》23，496（1989）。[49] A. T. Kan 和 M. B. Tomson，溶解性有机质存在时疏水性有机化合物的地下水迁移，《环境毒理学与化学：国际期刊》9，253（1990）。[50] W. P. Johnson 和 B. E. Logan，沉积物相和水相天然有机质增强多孔介质中细菌的迁移，《水研究》30，923

(1996年).
[51]A. Franchi 和 C. R. O'Melia，天然有机质和溶液化学对多孔介质中胶体沉积与再悬浮的影响，《环境科学与技术》**37**，1122（2003）。[52] A. J. Pelley 和 N. Tufenkji，颗粒尺寸和天然有机质对纳米及微米级乳胶颗粒在饱和多孔介质中迁移的影响，《胶体与界面科学杂志》**321**，74（2008）。[53] D. Wilkinson，不混溶驱替中的渗流效应，《物理评论A》**34**，1380（1986）。[54] A. Birovljev，L. Furuberg，J. Feder，T. Jssang，K. Mly 和 A. Aharony，二维重力侵入渗流：实验与模拟，《物理评论快报》**67**，584（1991）。[55] Y. Masson，一种用于带捕获的侵入渗流的快速两步算法，《计算机与地球科学》**90**，41（2016）。[56] R. J¨ager，M. Mendoza 和 H. J. Herrmann，侵蚀与沉积驱动的多孔介质通道化，《物理评论E》**95**，013110（2017）。[57] S. Khodaparast，M. K. Kim，J. E. Silpe 和 H. A. Stone，气泡驱动脱附：细菌从受限微观几何结构中脱离，《环境科学与技术》**51**，1340（2017）。[58] Y. E. Yu，S. Khodaparast 和 H. A. Stone，胶体悬浮液流动中受限气泡的装甲化，《软物质》**13**，2857（2017）。[59] T. Yin，D. Shin，J. Frechette，C. E. Colosqui 和 G. Drazer，移动液-液界面对沉积纳米颗粒动员的动态效应，《物理评论快报》**121**，238002（2018）。[60] D.-H. Jeong，L. Xing，J.-B. Boutin 和 A. Sauret，毛细管的颗粒悬浮液涂层，《软物质》**18**，8124（2022）。[61]参见补充材料，网址 [将由出版商插入]，其中包含支持性计算、图和影片。[62] L. Niemeyer，L. Pietronero 和 H. J. Wiesmann，介电击穿的分形维数，《物理评论快报》**52**，1033（1984）。
[63]R. Lenormand、E. Touboul 和 C. Zarcone，《多孔介质中非混相驱替的数值模型与实验》，Journal of Fluid Mechanics **189**，165（1988）。[64] P. Meakin、J. Feder、V. Frette 和 T. Jøssang，《失稳梯度中的侵入渗流》，Physical Review A **46**，3357（1992）。[65] R. N. Onody、A. Posadas 和 S. Crestana，《二维指进现象的实验研究及采用改进侵入渗流模型的模拟》，Journal of Applied Physics **78**，2970（1995）。[66] T. T. Al-Housseiny、P. A. Tsai 和 H. A. Stone，《利用流动几何控制界面失稳》，Nature Physics **8**，747（2012）。[67] S. S. Datta 和 D. A. Weitz，《模型层状多孔介质中的排驱》，Europhysics Letters **101**，14002（2013）。[68] S. Jackson、H. Power、D. Giddings 和 D. Stevens，《渗透率空间变化的 Hele-Shaw 单元中非混相黏性指进的稳定性》，Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering **320**，606（2017）。[69] S. Biswas、P. Fantinel、O. Borgman、R. Holtzman 和 L. Goehring，《相关多孔介质中的干燥与渗流》，Physical Review Fluids **3**，124307（2018）。[70] N. B. Lu、C. A. Browne、D. B. Amchin、J. K. Nunes 和 S. S. Datta，《利用无序介质中的孔径梯度控制毛细指进》，Physical Review Fluids **4**，084303（2019）。[71] N. B. Lu、A. A. Pahlavan、C. A. Browne、D. B. Amchin、H. A. Stone 和 S. S. Datta，《层状多孔介质中的强制浸润》，Physical Review Applied**14**，054009（2020）。[72] N. B. Lu、D. B. Amchin 和 S. S. Datta，《层状多孔介质中的强制浸润：流体动力学与突破饱和度》，Physical Review Fluids **6**，114007（2021）。[73] G. Jerauld 和 S. Salter，《孔隙结构对相对渗透率和毛细压力滞后的影响：孔隙尺度建模》，Transport in Porous Media**5**，103（1990）。

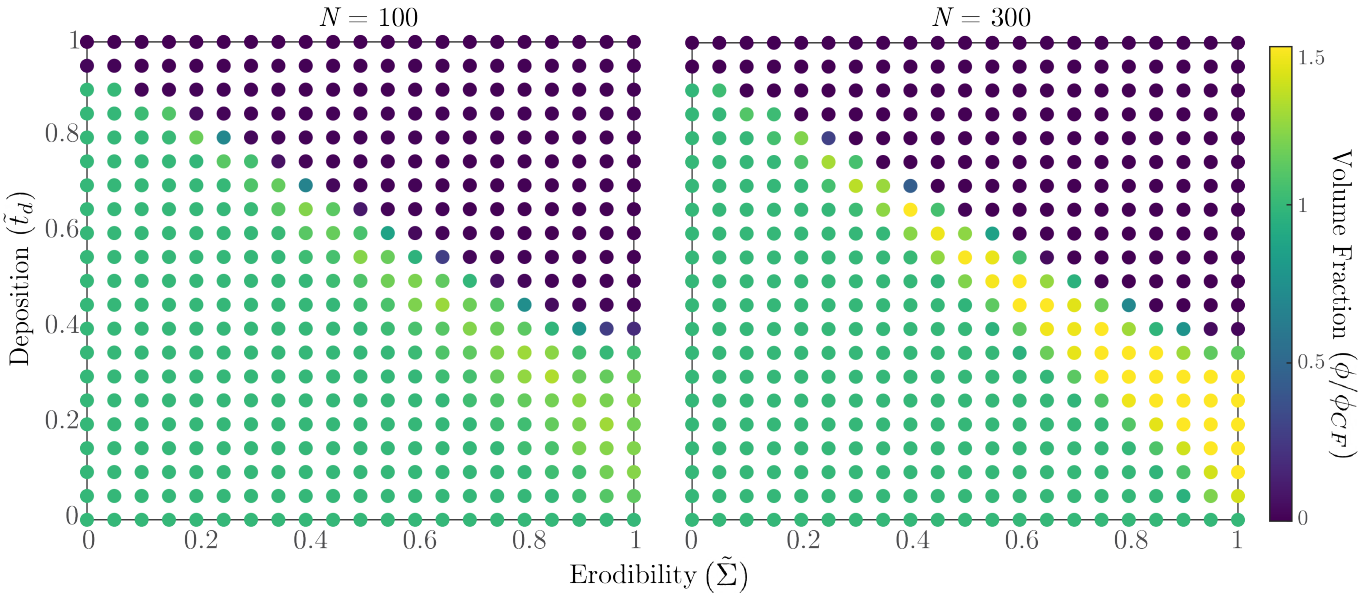

图 6. 对于具有不同 $N = 100$（左）和 $N = 300$（右）的网络，在沉积（$\tilde{t}_d$）和可蚀性（$\tilde{\Sigma}$）取值的整个范围内，非润湿流体填充体积分数（ϕ/ϕ_{CF}）的补充状态图。对于两种系统尺寸，我们再次观察到毛细指进、快速堵塞和侵蚀增强指进的出现，这些不同排驱行为之间的边界保持不变，且与正文所示结果吻合良好。随着 N 增大，ϕ/ϕ_{CF} 的大小略有增加，随后收敛至 $\phi/\phi_{CF} \approx 1.7$。

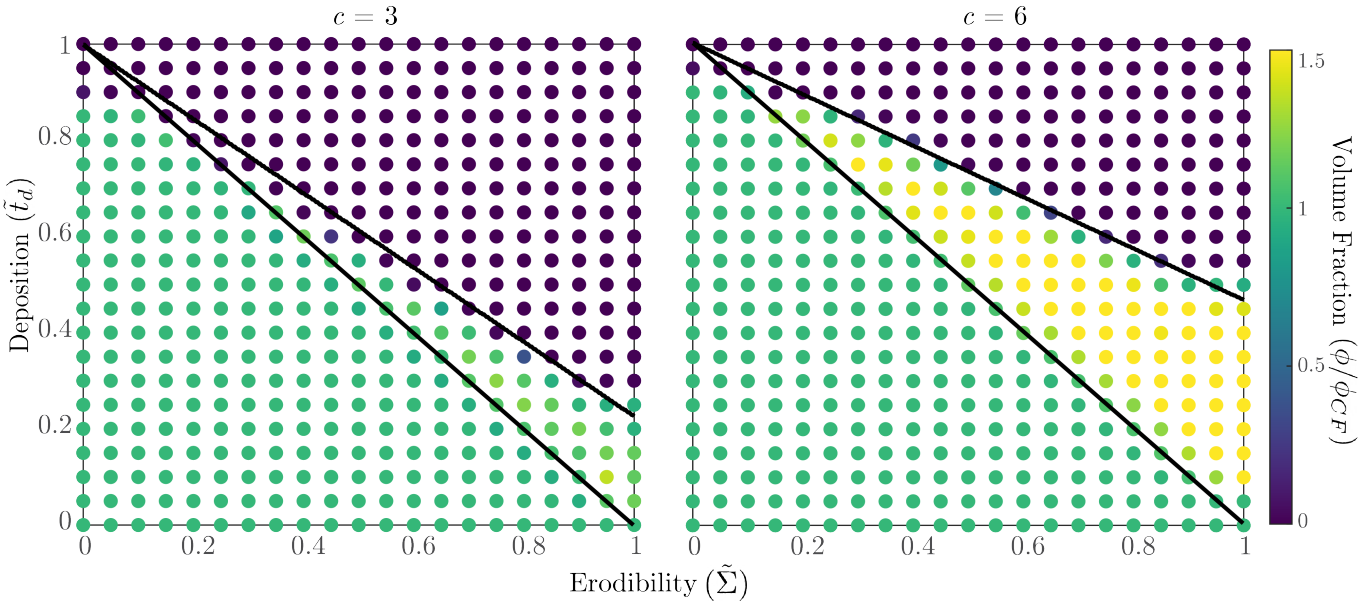

图 7. 对于具有不同连通度、$c = 3$（左）和 $c = 6$（右）的网络，在沉积（$\tilde{t}_d$）和可蚀性（$\tilde{\Sigma}$）取值的整个范围内，非润湿流体填充体积分数（ϕ/ϕ_{CF}）的补充状态图。两种情况下，我们再次观察到正文中所述的毛细指进、快速堵塞和侵蚀增强指进。对于 $c = 3$（$c = 6$）的情况，侵蚀增强指进区间覆盖的（$\tilde{t}_d$, $\tilde{\Sigma}$）范围较小（较大），相应的 ϕ/ϕ_{CF} 也较小（较大）。考虑网络连通度后，我们的理论能够捕捉到这些变化。当 $c = 3$、$\alpha = 2/3$ 时；而当 $c = 6$、$\alpha = 5/2$ 时。

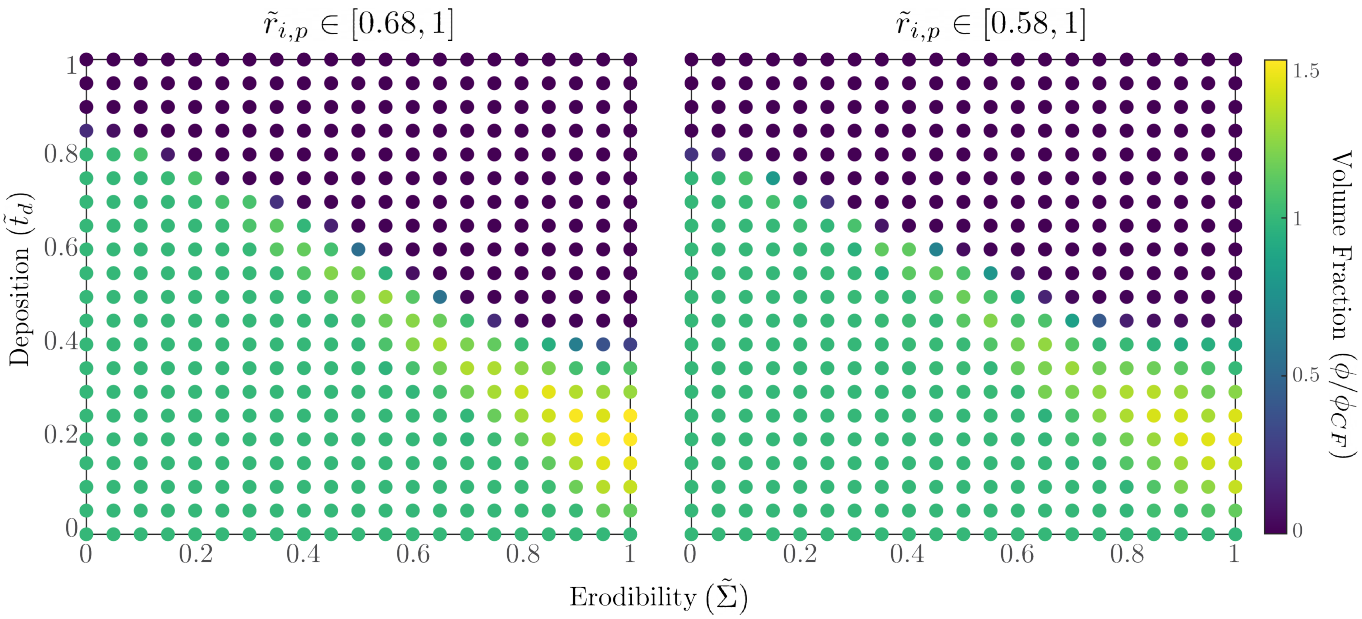

图 8. 更宽均匀分布下非润湿流体填充体积分数（ϕ/ϕ_{CF}）的补充状态图，$\tilde{r}_{i,\ p} \in [0.68, 1]$（左）和 $\tilde{r}_{i,\ p} \in [0.58, 1]$（右），涵盖沉积（$\tilde{t}_d$）和可蚀性（$\tilde{\Sigma}$）的全部取值范围。在这两种情况下，我们再次观察到毛细指进、快速堵塞和侵蚀增强指进的出现，与正文中的结果一致。随着分布变宽，侵蚀增强指进区间所覆盖的（$\tilde{t}_d$, $\tilde{\Sigma}$）范围会缩小。

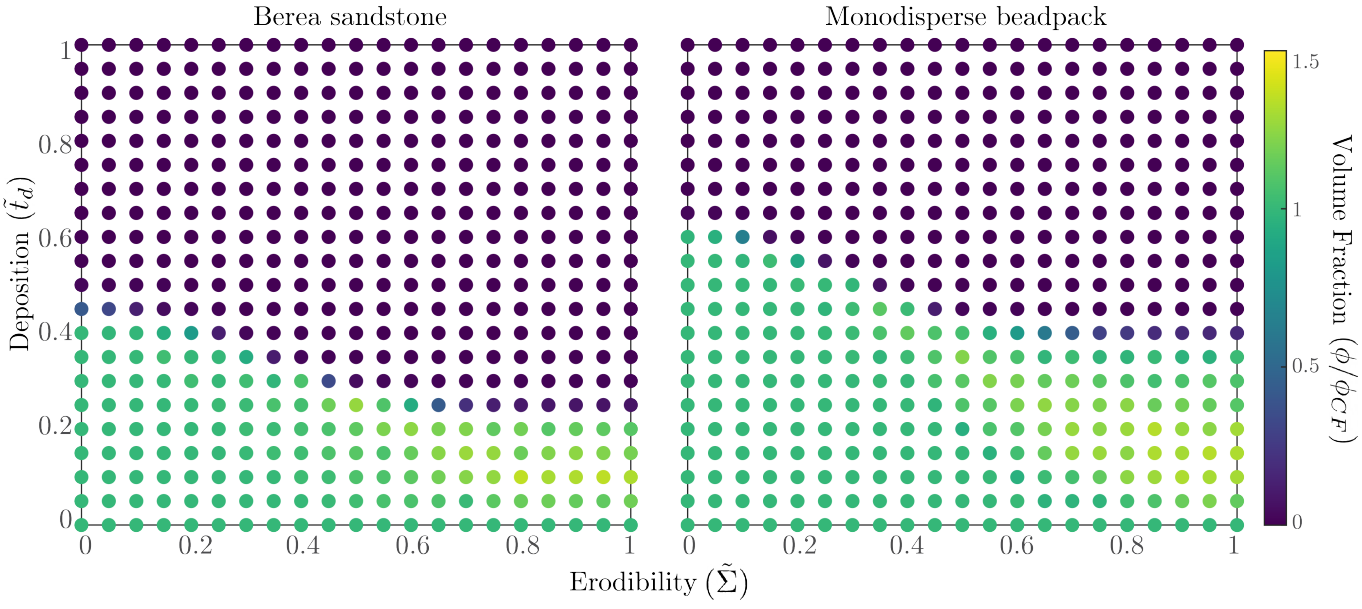

图 9. 非均匀 $\rho\,(r_{i,\ p})$ 下非润湿流体填充体积分数（ϕ/ϕ_{CF}）的补充状态图；这些分布代表了从 [73] 获取的两个实际案例：贝雷砂岩（左）和单分散珠粒堆积（右）。贝雷砂岩的 $\rho\,(r_{i,\ p}) = {}_{4}{}^{15}_{(r_{max}-r_{min})}\left(1-\frac{r_{i,p}-r_{min}}{r_{max}-r_{min}}\right)\sqrt{\frac{r_i}{\cdot\ r_{max}-r_{min}}}$，其中 $r_{min} = 1\,\mu m$ 和 $r_{max} = 25\,\mu m$。珠粒堆积的 $\rho\,(r_{i,\ p}) = {}^{6}_{(r_{max}-r_{min})}\sqrt{\frac{r_i}{\cdot}}\frac{}{p-r_{min}}\sqrt{1-\frac{r_{i,}}{r_{max}-r_{min}}}$，其中 $r_{min} = 15\,\mu m$ 和 $r_{max} = 40\,\mu m$。在这两种情况下，我们再次观察到毛细指进、快速堵塞和侵蚀增强指进的出现，与正文中的结果一致。