准备提交至 JINST

基于Goertzel滤波器组的低温传感器读出信道化器实现

L. P. Ferreyro[a,b,c,d] **M. García Redondo**[a,b,c,d] **M. R. Hampel**[a,d,f] **A. Almela**[a,d,f] **A. Fuster**[a,d,f] **J. Salum**[a,b,c,d] **J. M. Geria**[a,b,e,d] **J. Bonaparte**[f] **J. Bonilla-Neira**[a,b] **N. Müller**[a], [b]**N. Karcher**[b,c] **O. Sander**[b,c] **M. Platino**[a] **M. Weber**[b,c] **A. Etchegoyen**[a]

[a]探测与天体粒子技术研究所（阿根廷国家原子能委员会 - 阿根廷国家科学与技术研究委员会 - 圣马丁国立大学），布宜诺斯艾利斯，阿根廷 [b] 卡尔斯鲁厄理工学院（*KIT*），卡尔斯鲁厄，德国[c]数据处理与电子学研究所（*IPE*），卡尔斯鲁厄，德国[d]阿根廷国立技术大学 - 布宜诺斯艾利斯地区学院，阿根廷[e]微纳电子系统研究所（*IMS*），卡尔斯鲁厄，德国[f] 阿根廷国家原子能委员会（*CNEA*）

电子邮箱：luciano.ferreyro@iteda.cnea.gov.ar

摘要：本文介绍了戈泽尔滤波器在多音信号信道化中的应用。这类信号通常用于通过微波超导量子干涉仪（SQUID）多路复用器（μMUX），对采用频域多路复用（FDM）的低温传感器进行读出。我们展示了如何利用由多个此类滤波器组成的滤波器组，对多音输入信号进行信道化，从而提取传感器添加的数据。我们还展示了如何在先进的现场可编程门阵列（FPGA）中以高效利用资源的方式实现这一方案，从而实现良好的可扩展性，满足数千个传感器的读出需求；这正是宇宙微波背景辐射（CMB）巡天观测中的射电望远镜、利用低温量热计进行的粒子探测（如中微子质量估算），以及量子计算等领域所需要的。

关键词：宇宙微波背景观测仪器、光谱仪、数字电子电路、数字信号处理（DSP）

arXiv:2303.01356v1 [astro-ph.IM] 2 Mar 2023

目录

1 引言 1

2 读出系统 2

3 Goertzel滤波器组信道化器 4

3.1 Goertzel滤波器 43.2 固件实现 53.3 窗函数补偿 93.4 算术处理 93.5 信噪比 (SNR) 10

4 验证 11

4.1 信道化器频率响应 114.2 解调能力 12

5 总结 16

6 参考文献 16

1 引言

科学界仍有许多未解之谜。在粒子物理学领域，对中微子质量绝对尺度的研究备受关注，但其数值至今尚未确定。最近，KATRIN项目 [1, 2] 通过研究氚的β衰变，并测量这一过程中释放的电子能量，确立了新的上限：0.8 eV /c^2 。采用不同方法的ECHo项目 [3] 旨在通过分析 ^{163}Ho的量热电子俘获谱，实现对有效电子中微子质量低于 1 eV 的灵敏度。另一个仍未解决的问题领域是宇宙微波背景辐射（CMB）。Ralph Alpher 和 Robert Herman 于 1948 年预言了CMB；1964 年，Arno Penzias 和 Robert Woodrow Wilson 使用一台最初为射电天文学和卫星通信设计的辐射计，首次测量了CMB。他们测得一组出乎意料的频谱，与温度为 3.5 K 的黑体辐射相符 [4], ，而这确实可由CMB解释。近来，宇宙背景探测器（COBE）的结果 [5] 显示，CMB辐射的总光度中有 50 %、光子总数中有 98 % 位于亚毫米波段和远红外波段。迄今为止的实验结果支持这样一种大爆炸模型：宇宙过去曾处于炽热而致密的状态，并在膨胀过程中绝热冷却；CMB则呈现了我们所能观测到的宇宙最古老的图像——最后散射时期，当时宇宙仅有 ~380,000岁。有人提出，早期宇宙经历的一段指数膨胀时期，即“暴胀” [6, 7]，可以解决标准大爆炸模型面临的若干重大问题。

这一过程的一个可观测效应是在宇宙微波背景中产生B模式。LABOCA等实验 [8], Bicep 2 [9], Boomerang 和 Maxima [10], SPT [11], 以及如今的 QUBIC[12] 旨在测量B模式。中微子质量实验和宇宙微波背景测量都采用低温探测器：前者使用量热器，后者使用辐射热计。这些探测器在极低温度下工作，通常低于 1 K。对于中微子质量实验，探测器必须具备高能量分辨率、快速响应和接近 100 % 的量子效率；ECHo通过使用金属磁量热器 [13, 14] （MMC）实现了这一点。在宇宙微波背景实验中，理想情况下应使用背景受限探测器，例如最常用的转变边缘传感器（TES） [15]。

只要传感器数量保持较少，就可以将每个传感器直接连接到读出电子学，主要原因是从低温恒温器引出的多根电缆会带来复杂性。提高实验灵敏度的需求要求增加传感器数量，而所需电缆数量大幅增加所带来的复杂性，使这种直接连接不再适用。人们采用两种不同的技术来解决这一问题：时分复用（TDM），例如用于 QUBIC；以及频分复用（FDM），例如用于 ECHo。这两种技术都能减少读取大量传感器所需的电缆数量。

这些实验对更大规模探测器阵列日益增长的需求，不仅推动了低温器件的发展，也推动了相关室温电子学的进步。后者涉及生成传感器监测信号、采集信号并对其进行处理等具有挑战性的任务。有鉴于此，我们提出一种基于 Goertzel滤波器组的方法，用于频分复用低温探测器的读出电子学。由于该方法在信道化过程的粗调和微调方面具有内在的灵活性，因此适用于上述任何一种实验；本文还评估了其信号解调能力。

2 读出系统

微波超导量子干涉仪（SQUID）多路复用器（μMUX）能够实现大规模低温传感器阵列的读出 [16–18], ，将这些传感器的信号汇集到一对同轴电缆上。MUX 的每个输入通道都由一个非耗散型直流或射频 SQUID 与一个具有独特谐振频率的超导微波谐振器耦合而成，并且每个通道都通过电容与公共微波馈线耦合，见图1。SQUID 内的磁通量会因其耦合传感器发生变化而改变电感，从而调制相关谐振器的谐振频率。通过读取这一频率偏移，可以测量 SQUID 中磁通量的变化，进而获得传感器信号。在本研究中，我们重点研究了采用射频SQUID多路复用器的频分复用系统。

μMUX 的线性读出通过实施磁通斜坡调制（FRM）技术来实现，该技术 consiste 于向所有 SQUID 施加周期性斜坡信号。FRM 可视为一种相位调制技术，因为 SQUID 具有周期性响应；在这种情况下，输入信号决定了周期性响应相对于磁通斜坡的瞬时相位。即使 SQUID 的响应基本上呈正弦形，也可以将其视为一种频率调制技术 [19]。

对此，测量谐振器频率的一种实用方法是将载波信号 $x_{in}(t)$ 注入多路复用器线路，并分析其变化，因为信号信息因此会出现在 $x_{in}(t)$ 的边带中。

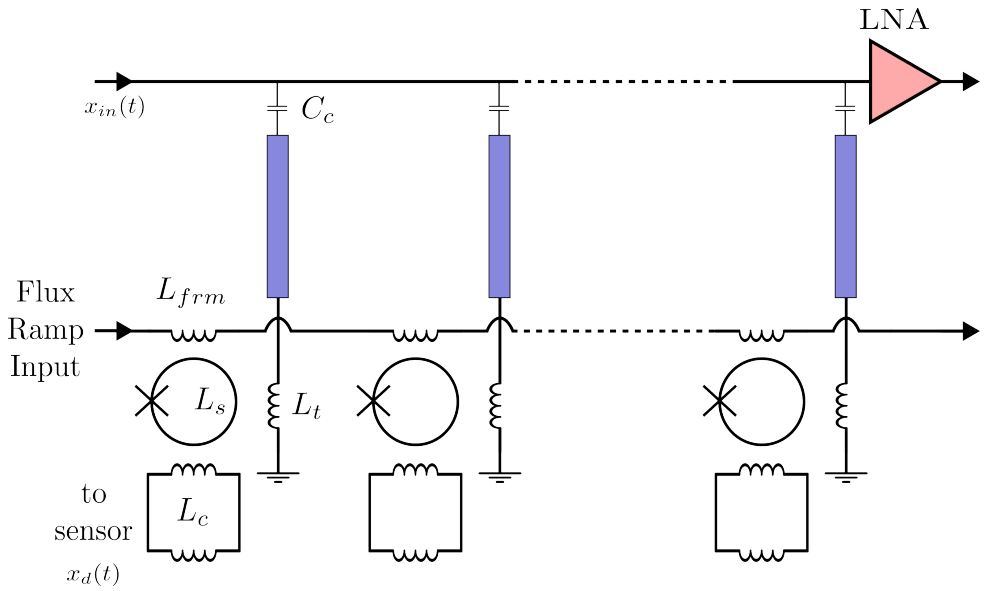

图1： 带有 FRM线路的微波超导量子干涉器件多路复用器示意图。该器件通常放置在低温恒温器内部，温度介于 10mK 和 100mK 之间。C_c 为耦合电容器， L_t 蓝色矩形表示超导微波谐振器， L_s 表示射频超导量子干涉器件电感， L_{frm} 表示 FRM线路与射频SQUID 之间的耦合电感器， L_c 表示连接到所需传感器的耦合电感器，而 LNA 指低噪声放大器。

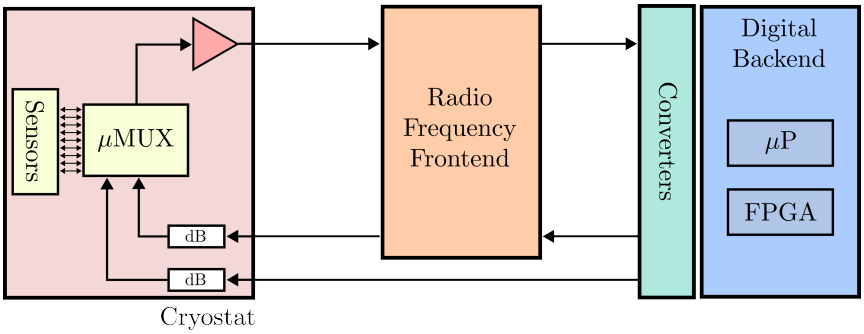

图2： 读出系统。低温恒温器包含多个温度级，图中未画出。由红色三角形表示的低噪声放大器在 4K 温度级工作。 μ多路复用器和传感器在温度最低的温度级工作。

图中所示的读出系统2 通过两组电子设备实现其功能：低温电子学和室温电子学。前文已介绍的低温电子学主要由传感器和 μMUX组成。另一方面，室温

电子学包括一个数字后端，其中装有现场可编程门阵列（FPGA）和微处理器（μP）。FPGA实现与高性能、高采样率转换器——模数转换器（ADC）和数模转换器（DAC）——之间的通信协议，在基带（BB）中生成IQ调制的 x_{in}（t）和FRM信号，采集经过低温恒温器和射频前端后的信号，并对该信号进行预处理。μP负责系统控制、最终处理和数据传输。射频前端包括一条发射路径，用于将 x_{in}（t）上变频至 μMUX的工作频段（4 GHz至8 GHz）；还包括一条接收路径，用于将 x_{in}（t）再次下变频至基带，以便转换器模块中的ADC进行读取。

本研究的重点是开发数字后端。所用硬件包括一块 Xilinx ZCU102 和一块 Analog Devices AD-FMCDAQ2-EBZ 板卡，该板卡由一个 AD9680 模数转换器和一个 AD9144 DAC 组成，二者的采样率均为 1 Gsps。模数转换器配置为使用四个数字下变频器（DDC），使现场可编程门阵列侧的采样频率达到 250 Msps。

我们提出通过计算与每个监测信号相对应的所需离散傅里叶变换（DFT）频点，对输入信号 $x_{in}(t)$ 进行解调；随后进一步解调传感器信号分量 $x_d(t)$。高效计算单个离散傅里叶变换频点的一种方法是使用 Goertzel 滤波器。

3 Goertzel滤波器组信道化器

3.1 戈泽尔滤波器

戈泽尔算法（GF）由 Gerald Goertzel 于 1950年提出 [20]，用于计算离散傅里叶变换（DFT）的单个频点，即第 k 个N 点离散傅里叶变换中的频点，其定义如下 [21]:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi k \frac{n-N}{N}} \tag{3.1}$$

可将其实现为二阶无限冲激响应（IIR）滤波器。

观察（3.1）可知， $x[n]$与矩形窗 $w[n]$相乘。将此表达式推广可得:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} w[n] x[n] e^{-j2\pi k \frac{n-N}{N}} \tag{3.2}$$

在频域中，我们将 $W[k]$（即 F $\{w[n]\}$）与 GF 的频谱响应进行卷积；该响应本质上是一个克罗内克δ。窗函数在此应用中有三个重要作用：a) 减轻由采用傅里叶变换方法时固有的加窗过程所造成的频谱泄漏；b) 提高相邻信道之间的隔离度；c) 滤除杂散信号和互调产物。所设计的固件允许通过软件配置任意所需的窗函数。为实现以下目标，采用了经过改进的平顶窗作为主窗（也可以使用其他窗， [22, 23]）：在带通范围内获得可接受的平坦度，从最高旁瓣开始实现强衰减

（HSL）至少为 −100 dB，并具有足够高的处理增益（PG）。图 3 展示了与戈泽尔滤波器卷积后的若干窗函数。

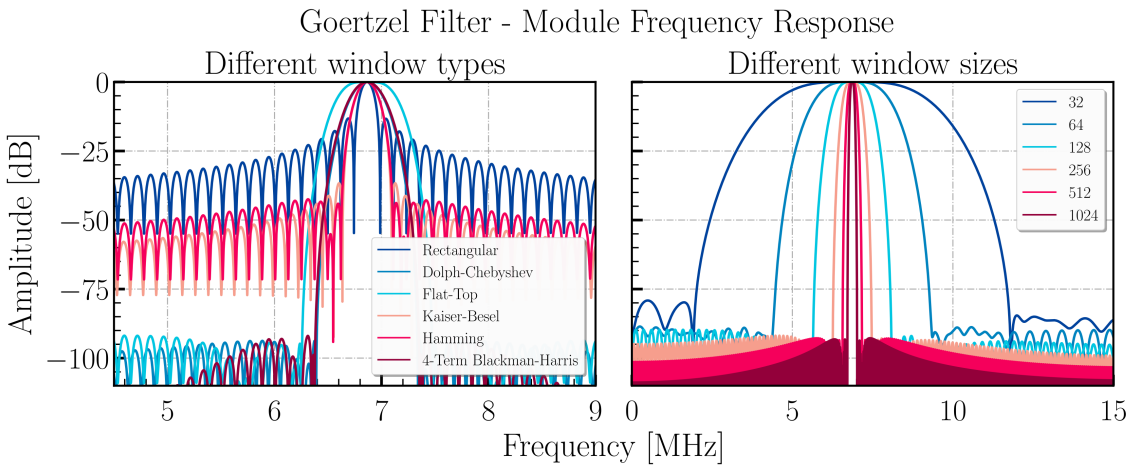

图3：左：固定使用 256 个采样点时，不同窗类型下戈泽尔滤波器的响应。**右：**平顶窗在不同尺寸下的响应。其他仿真参数为：采样频率为 31.25 MSPS，戈泽尔滤波器的中心频率为 6.865 MHz。

3.2 固件实现

为了实现一个数字滤波器组，尽可能多地对多个输入音调进行信道化，必须将 GF 高效映射到数字后端（DB）的现场可编程门阵列上，如图 2 所示。我们寻找一种实现方式，既能减少计算量，又支持复数乘法，并能够计算基频的非整数倍。 [21] 提出的解决方案满足这些要求，具体见算法1。

算法1：推广至基频非整数倍的 Goertzel 算法

频率

$\alpha = \frac{2\pi k}{N}$

$\beta = \frac{2\pi k(N-1)}{N}$

$a = \cos(\beta)$

$b = -\sin(\beta)$

$c = \sin(\alpha)\sin(\beta) - \cos(\alpha)\cos(\beta)$

$d = \sin(2\pi k)$

$\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = 0$

对于 $window_{index} = 0$ 到 $window_{size} - 1$ **做** ▷ 迭代部分

  $\omega_0 = x_{in} + 2\cos(\alpha)\omega_1 - \omega_2$

  $\omega_2 = \omega_1$

  $\omega_1 = \omega_0$

$X_k = a\omega_1 + c\omega_2 + j(b\omega_1 + d\omega_2)$ ▷ 非迭代部分

$|X_k| = \sqrt{(a\omega_1 + c\omega_2)^2 + (b\omega_1 + d\omega_2)^2}$

$\Phi(X_k) = $反正切$(\frac{b\omega_1 + d\omega_2}{a\omega_1 + c\omega_2})$

我们将算法分为两个主要部分：迭代部分和非迭代部分。在迭代部分中， $\omega_0 = x_{in} + 2$ 余弦$(\alpha)\omega_1 - \omega_2$被映射到 2 个 DSP 切片，其互连方式如图 4 所示。确定一个 ω_0 值需要两个时钟周期，这原则上表明，逻辑运算频率 f_{logic} 与输入采样的采样频率 F_S 之比至少应为二。

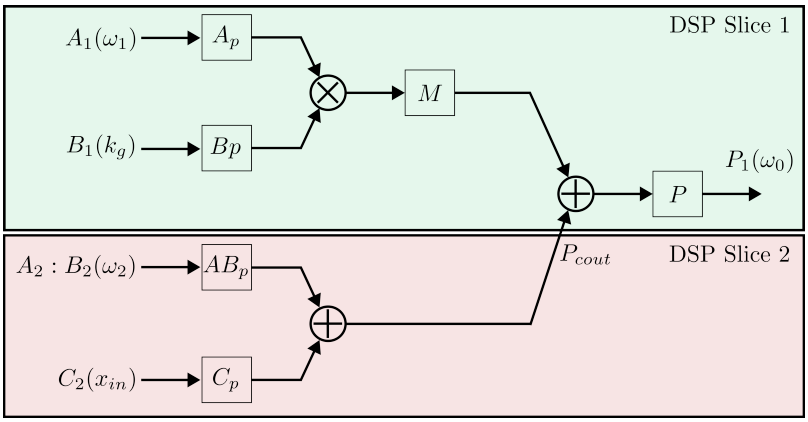

图4： 戈泽尔滤波器的 DSP 切片映射：Ap、Bp、ABp、Cp；M 和 P 表示 DSP 切片配置中的流水线级别。由于配置为使用 P_{cout}，两个 DSP 切片在芯片中彼此相邻。这一配置适用于戈泽尔滤波器映射中涉及的所有已用 DSP 切片。

然而，在架构中添加适当的流水线级即可消除此限制，从而允许 $F_S = f_{logic}$。

原型系统选用的模数转换器以 1 GSPS（IQ采样）运行。在此实现中，我们决定采用 f_{logic} = 250MHz。此外，为节省资源，我们还使用了模数转换器的一项功能，将数据抽取 4 倍，使最终的采样率达到 250 兆采样每秒，即 F_s。

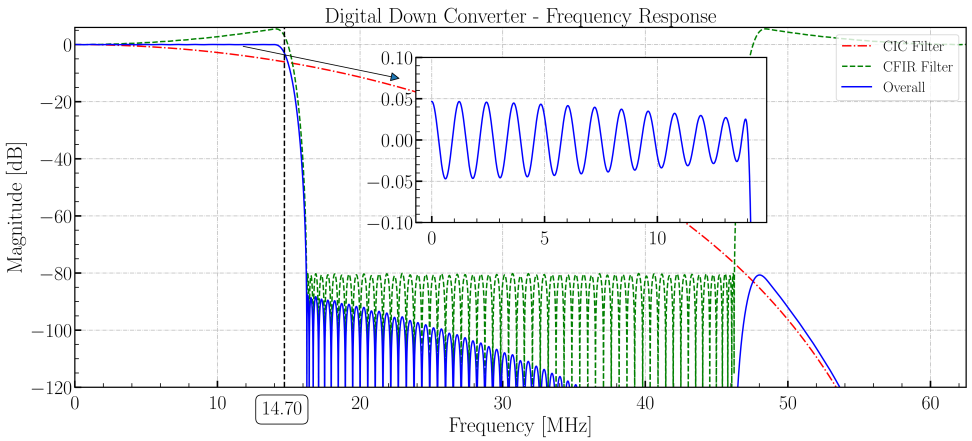

图5： 数字下变频器：整个数字下变频链路的模拟频率响应图，其中绘出了级联积分梳状滤波器、补偿有限脉冲响应滤波器以及总体响应。以黑色虚线标出的 3 dB 截止频率 f_{cut} 为 14.70 MHz，且可观察到纹波小于 0.1 dB。

最后，我们使用数字下变频器实现了第二级抽取，抽取率为 8

（DDC），最终采样频率为 31.25 MSPS。所实现的 DDC 基于级联积分梳状滤波器 [24]，其仿真频率响应如图5所示。复数混频器使用了 3 个 DSP 切片，补偿有限脉冲响应滤波器（CFIR）使用了 16 个 DSP 切片（考虑同相和正交两个通道）。之所以采用第二级 DDC，是为了充分利用并探索所定义的 f_{logic}，同时满足在戈泽尔滤波器反馈路径中引入寄存器的需要。迄今所述从模数转换器到 DDC 输出的信道化过程如图6所示。输出被馈入 Goertzel 滤波器组（GFB），以完成最后一步信道化。该配置能够在 720 MHz 的复数带宽内运行 [25]。

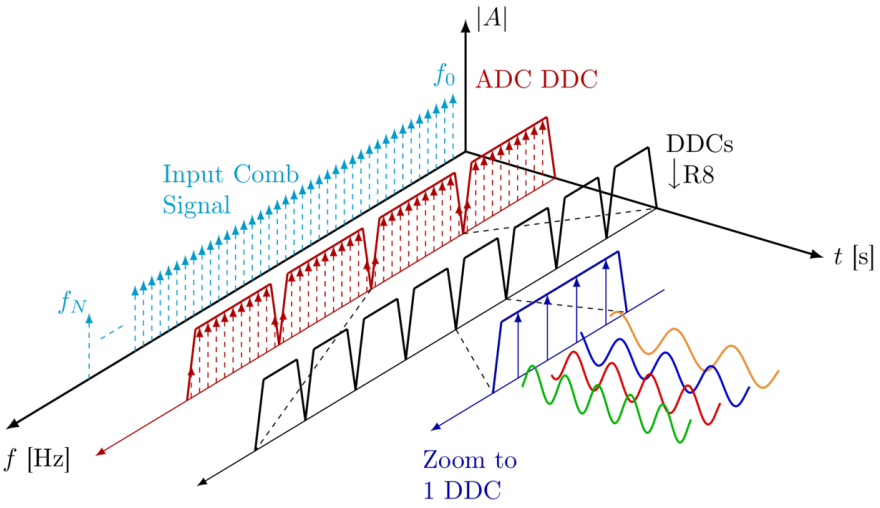

图6： 所提出固件中从模数转换器到数字下变频器各级的信道化过程。

图 4 中给出的戈泽尔滤波器结构仅适用于一个信号分量，即 $F_S = f_{logic}$（没有第二级数字下变频器）。在正交调制中处理复信号时，需要使用两个结构（一个用于 I 路，一个用于 Q 路），共需四个 DSP 切片：

$$GF_{DSP_0} = 4N_{CT} \tag{3.3}$$

其中，N_{CT} 是待处理的复音调数量。当戈泽尔滤波器与数字下变频器级结合时，计算所用 DSP 切片数量的表达式为：

$$GF_{DSP_1} = \frac{4N_{CT}}{R} + R(\frac{128}{R} + 3) = \frac{4N_{CT}}{R} + 3R + 128 \tag{3.4}$$

其中，R 表示抽取比。 $R(\frac{128}{R} + 3)$ 表示根据 Xilinx 的 FIR 编译器工具 [26]，补偿 FIR 所需的 DSP 切片数量与输入 F_s（经过 CIC 滤波器后）、$f_{logic} = 250\text{MHz}$、滤波器阶数及量化参数之间的关系。通过分析该表达式的导数，可以确定其最优值：

$$\frac{\partial GF_{DSP_1}}{\partial R} = -\frac{4N_{CT}}{R^2} + 3 \tag{3.5}$$

例如，对于固定的 N 值$_{CT}$ = 64，GF$_{DSP_0}$ = 256 个 DSP 切片，而式（3.5）中的最优 R 值为 ~ 9。24，对应 183.4 个 DSP 切片。R = 8 是最接近且可行的取值，可用于 [24]。加入该抽取比后，图4 所示的 GF 架构便能够处理 4 个复数 DFT 频点（或 8 个实数 DFT 频点）。具体做法是将来自 4 个不同数字下变频器的样本串行输入。其结构如图7所示。

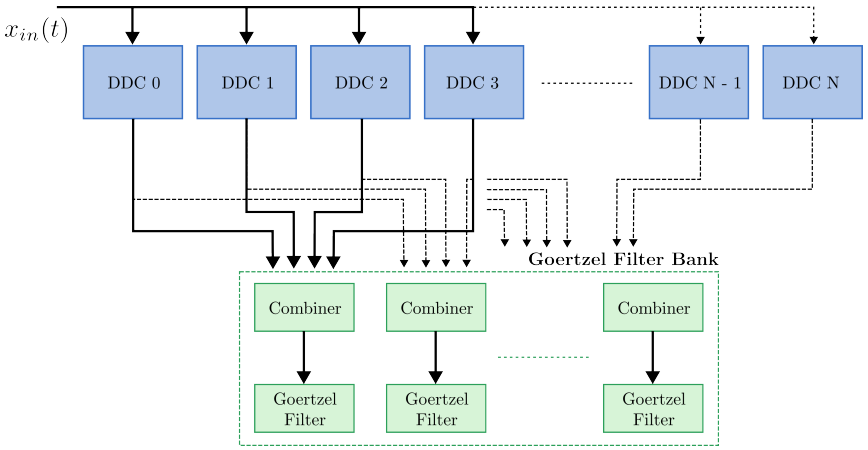

图 7： 数字下变频器与 GF 核心之间互连的框图（核心由合路器和戈泽尔滤波器组成）。每个 GF 核心处理 4 个数字下变频器。合路器收集各数字下变频器的样本并将其串行传输至戈泽尔滤波器。每个数字下变频器都连接到多个 GF 核心。

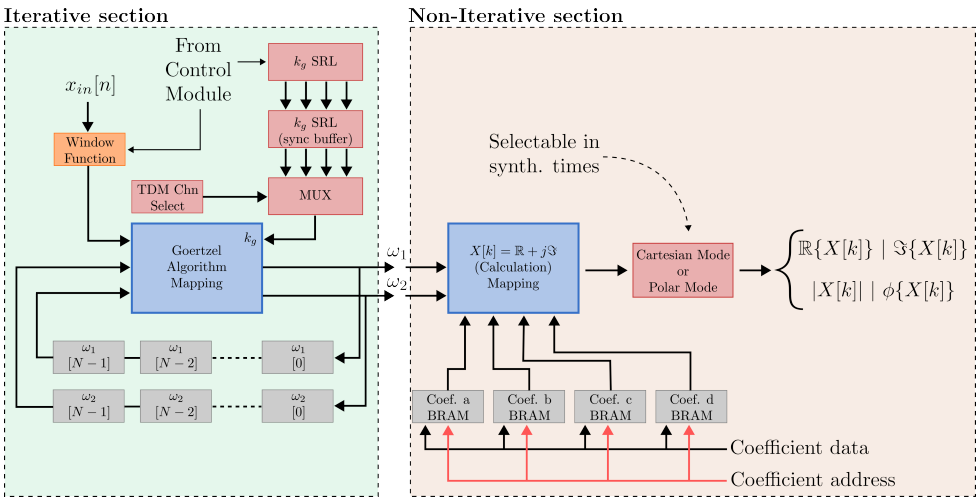

图 8： 已实现的戈泽尔滤波器结构框图。

图中戈泽尔滤波器7 模块的详细结构如图8所示。窗函数模块会循环地对输入信号应用所需的窗函数，x_{in}，并且是所有戈泽尔滤波器核心共用的模块。图 $X[k]$ 的非迭代部分中用于计算8 的模块使用 12 个

数字信号处理切片，并在连接到八个 Goertzel 算法映射模块时处理 32 个 IQ 分量。

3.3 窗函数补偿

使用窗函数来提升信道化器的性能，也会使信号失真，如图9所示；可以看出，信号的能量和幅度都受到了影响。由于本研究通过分析输入音调的幅度来获取科学数据，因此需要进行幅度补偿。

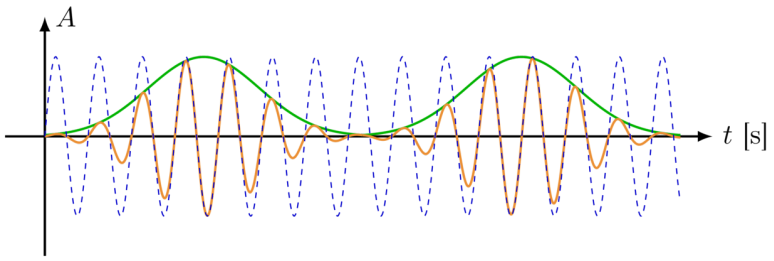

图 9：应用于信号（蓝色虚线）的窗函数（绿色）。

可以通过执行以下计算来进行校正，使该过程适用于任何类型的窗函数：

$$ACF = \frac{1}{\sum_{i=0}^{N-1} w[n]} \tag{3.6}$$

其中，ACF 是窗函数的幅度校正因子，也是相干增益的倒数。在计算出 $X[k]$ 的实部和虚部后，会在非迭代部分应用此补偿。

3.4 算术处理

算法实现中的一个主要考量是定点算术处理。由于 GF 是一种 IIR 滤波器类型，因此必须控制内部寄存器中的算术增长。已有多项研究 [27–29] 提出了不同的缩放方案，以尽量减少或避免计算过程中的溢出情况。我们在迭代部分的输入处应用缩放过程，以 w_1 并 w_2，而不对输入信号进行缩放，因为当它们通过算术移位（可节省 FPGA 资源）重新引入 Goertzel 算法映射模块时，这会对信噪比产生负面影响（见图8），且该过程可通过软件配置。所应用的缩放为：

$$ASF = \frac{4N}{\pi} \tag{3.7}$$

其中，ASF 表示算术缩放因子，N 表示窗的大小。然后，将此结果转换为定义的移位位数，方法是对以下表达式向上取整：

$$ASF_{bits} = \lceil \log_2(ASF) \rceil \tag{3.8}$$

3.5 信噪比（SNR）

所选模数转换器的采样率为 1 GSPS，在 f_{in} = 450MHz 时的有效位数（ENOB）为 10.3 bit，该值用作后续计算的起始数据宽度；其在 $R_{ADC} = 4$ 下的受保护混叠带宽为 192.5 MHz（R_{ADC} 是模数转换器中配置的抽取比）。估算的信噪比如下：

$$SNR = 6.02N + 1.76dB + 10\log_{10}(\frac{Fs}{2BW}) \tag{3.9}$$

抽取级为模数转换器的基准信噪比增加了 ≈4.145 dB 的处理增益（PG）（符合数据手册中规定的 4 dB），因此信噪比为 ≈67.91 dB。根据公式（3.9），数据宽度需要 11 位。考虑到时钟抖动对信噪比的影响，我们需要使用以下表达式修正先前的数值：

$$SNR_{jitter} = -20\log_{10}(2\pi f_{in} t_j) \tag{3.10}$$

$$SNR_0 = 10\log_{10}[10^{(-\frac{SNR_{ADC}}{10})} + 10^{(-\frac{SNR_{jitter}}{10})}] \tag{3.11}$$

这得出的初始信噪比为$_0$ ≈ 67.60 dB，对于 t_j = 55 fs rms（针对 AD9680），同样需要 11 位。随后进行第二个抽取级，该级相对于其有效带宽引入新的处理增益，其有效带宽约为 29 MHz。处理增益由公式中的以下项定义： $10\log_{10}(\frac{Fs}{2BW})$，见公式 3.9。经过第二个抽取级后，信噪比为$_1$ ≈ 74.01 dB，数据宽度需要 12 位。最后应用戈泽尔滤波器，其处理增益取决于所选窗的大小和类型：

表 1： 窗口大小为 $N = 256$ 个采样点时的窗函数 PG、最终信噪比和最终位数。

窗函数	PG [dB]	信噪比 [dB]	位数
改进平顶窗	15.34	89.36	15
Dolph-Chebyshev	18.42	92.43	16
矩形窗	21.55	95.56	16

通过这项分析，我们可以估算整个信道化器的信噪比性能随输入频率变化的函数关系（见图 10），以及为保持预期信噪比，各级所需的位数（见表2）。

表 2：各级之后的数据位宽。模数转换器转换器指芯片内部数字下变频器之前的模数转换器模块。模数转换器数字下变频器指模数转换器内部的数字下变频器。数字下变频器固件指本文所述的现场可编程门阵列中的硬件。

模数转换器转换器	模数转换器 数字下变频器	数字下变频器（固件）	戈泽尔滤波器
16	16	18	32

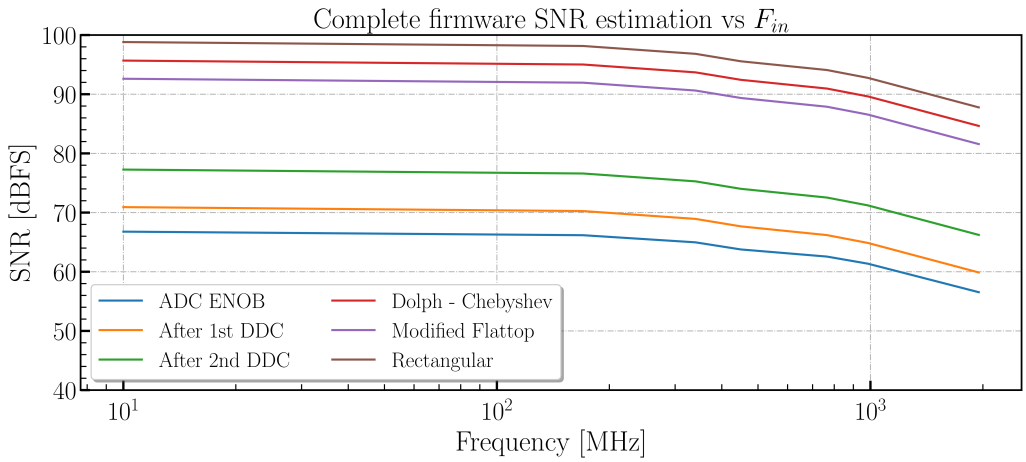

图 10：信噪比随输入频率的变化。模数转换器的有效位数（ENOB）表示第一个抽取级之前模数转换器的信噪比，其中考虑了抖动的影响。数字下变频器的后续曲线通过增加处理增益得到。最后，对三种不同的窗函数进行了评估。

4 验证

4.1 信道化器频率响应

我们通过频率扫描对设计的数字下变频器和戈泽尔滤波器进行了性能分析。在这些测量中，我们将信号生成模块的输出直接在现场可编程门阵列内部回环至信道化器，以便在不受转换器影响的情况下，对信道化器进行准确表征。

对于数字下变频器，频率扫描范围为 15.625 MHz 至 78.125 MHz，Δf为 65 kHz，幅度为 0 dBFS。图 11 显示了结果，该结果与数字下变频器仿真以及图 5 所示的预期幅频响应一致。仿真与实现之间的差异主要与量化噪声有关：仿真在 Python 中使用全精度数据和浮点运算执行，而现场可编程门阵列中的实现仅使用 16 位定点运算。第二个影响因素与频谱分辨率有关。

对于戈泽尔滤波器，我们以 0 dBFS 的幅度，从 0 Hz 到 15 MHz 进行了频率扫描，Δf为 65 kHz。所有实现的滤波器中心频率（即要检测的离散傅里叶变换频点）各不相同，

但具有相同的轮廓。这项测量如图12所示，其轮廓与所用的窗函数一致。

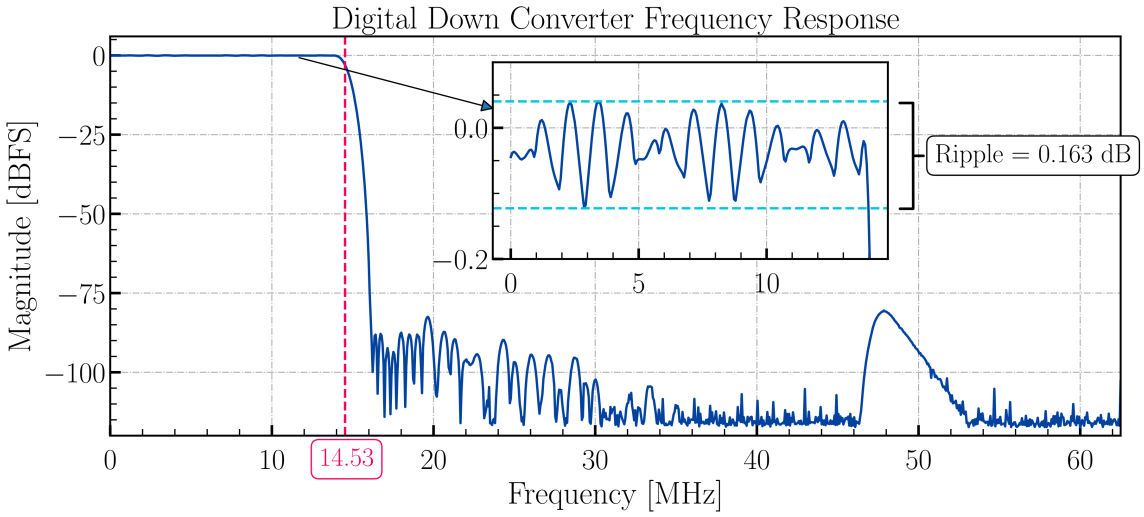

图 11：数字下变频器频率响应。带通范围内观测到的最大纹波为 0.163 dB，3 dB 截止频率为 14.53MHz。

zz

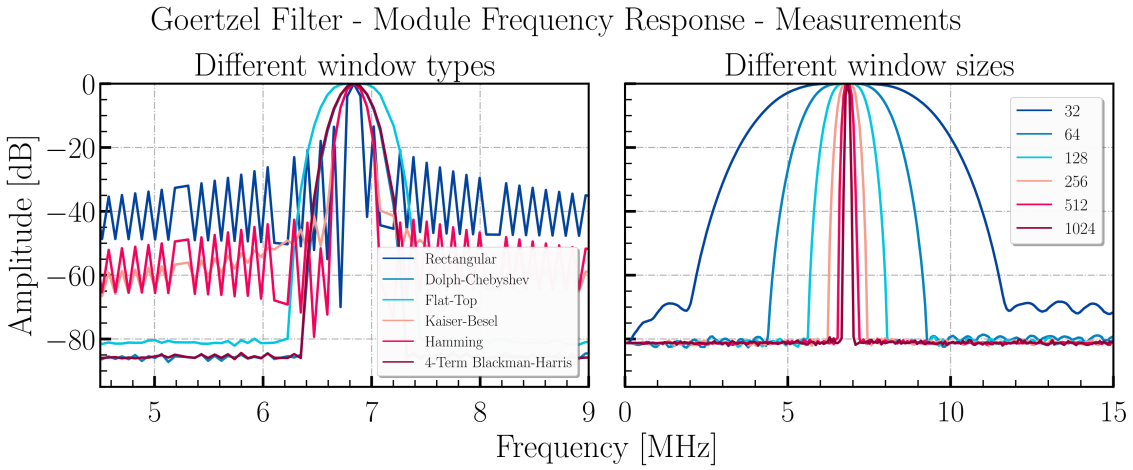

图 12：左：窗口大小为 256 个采样点时，不同窗类型对应的信道化器频率响应。**右：**平顶窗类型下不同窗口大小对应的频率响应。

4.2 解调能力

为了测试解调能力，我们使用变容二极管在室温下实现了一个谐振器。通过改变施加在变容二极管上的电压，可以调整器件的谐振频率，参见图 13。计算离散傅里叶变换的单个频点，与调幅解调过程类似，因为其中乘以了 $e^{-j2\pi k}$ 因子，如第 3 节所述。

如图 13 所示，谐振器的工作频率范围为 4.2 GHz 至 4.3 GHz。由于数字后端在 −500 MHz 至 500 MHz 范围内以基带模式工作（复信号，IQ），因此需要射频前端（RF-FE）对生成的基带频谱进行上变频和下变频，如图 2所示。

在小节4.2.1 和4.2.2的测试中，数字后端生成了一个单音，频率为 −239MHz，功率为 −10dBm，以监测谐振器的行为。

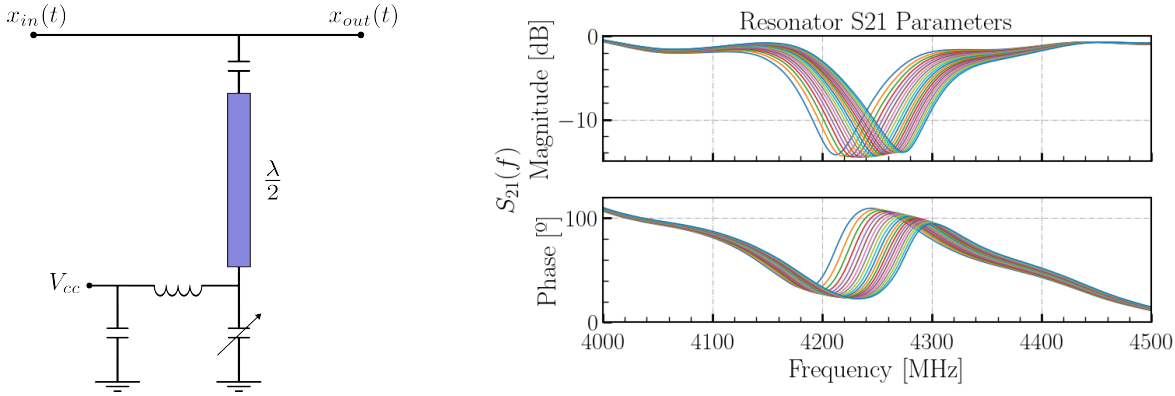

图13：左侧：谐振器示意图。左右端子为输入/输出（双向），而 V_{cc} 端子为电压控制端，用于设定器件的谐振频率。该端子的电压范围为 0 Vdc 至 10 Vdc。**右侧**：使用矢量网络分析仪测得的谐振器 S21参数，测量时 Vdc 值从 0 Vdc 到 10 Vdc，步进为 0.5 Vdc。

4.2.1 调制类型I：幅度调制

这项初步实验的主要目标是恢复调幅信号，这对应于调幅解调过程。实验装置示意图见图 14。

我们生成了不同频率（从100Hz到50 kHz）的不同信号（正弦波、方波、斜坡波和脉冲），以验证戈泽尔滤波器的带宽和性能。其中一些信号如图15和16所示。

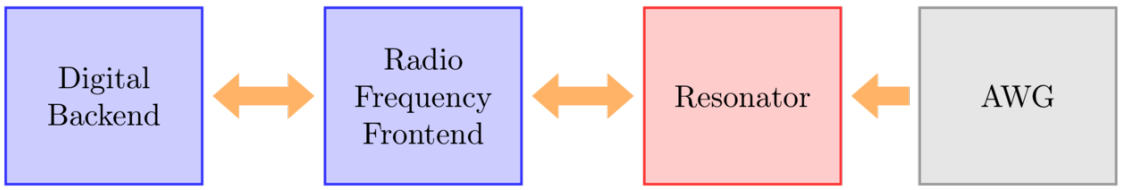

图14： AM 调制的实验装置：使用任意波形发生器（AWG）将调制信号（正弦波、三角波、方波等）施加到谐振器的电压控制端，使其谐振频率发生变化。为达到完整的动态范围，所使用的信号具有5 Vdc的直流偏置。不过，在这些初步测试中，我们工作在5 Vdc ± 2 Vdc的范围内。

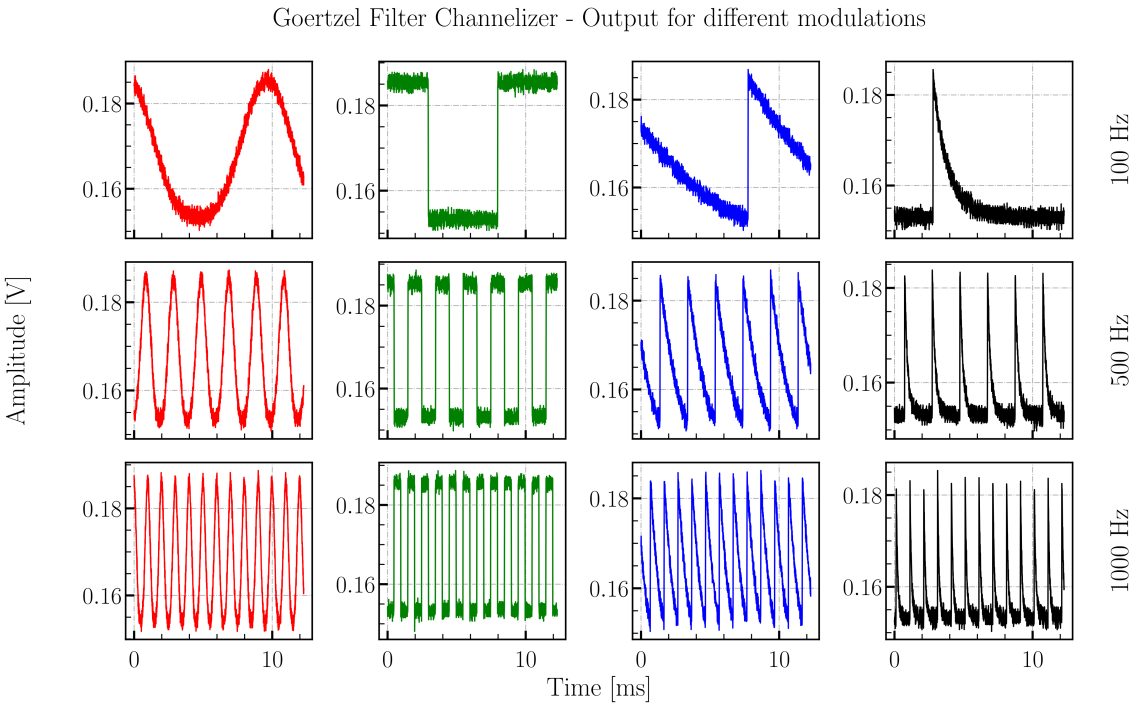

图15：谐振器的调幅解调：不同情况下的GF输出。

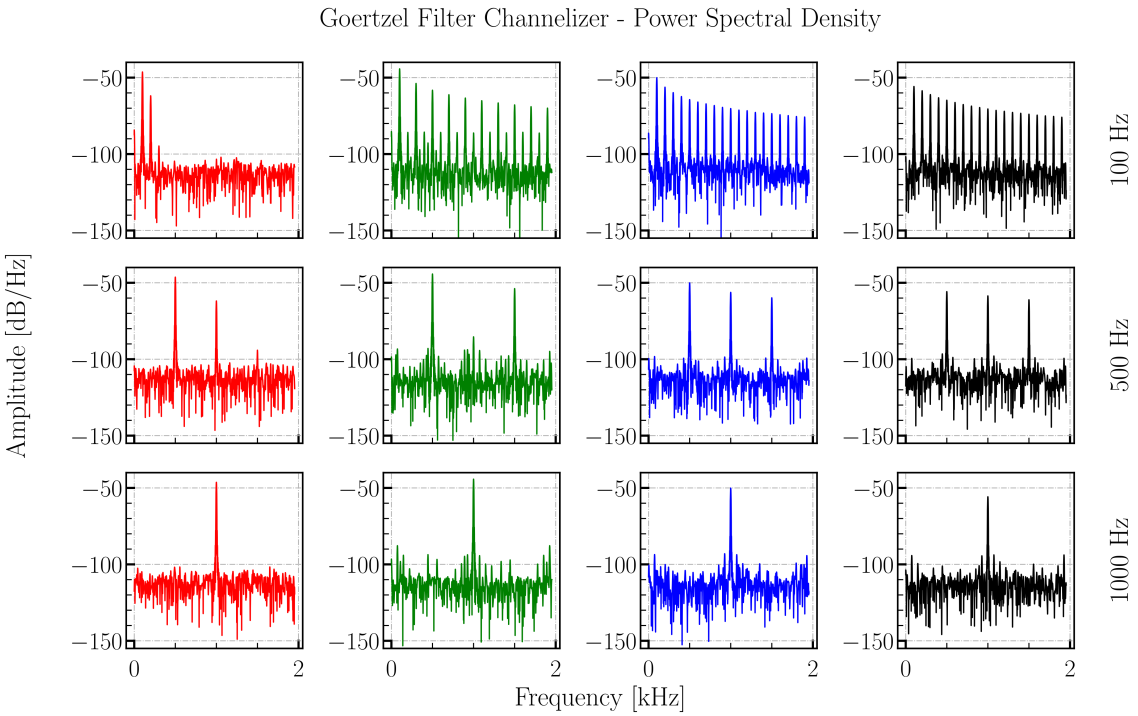

图16：谐振器的调幅解调：图15信号的功率谱密度（PSD）。

4.2.2 调制类型 II：幅度 + 相位调制

如第 2 节所述，使用 μMUX 需要采用磁通斜坡调制技术 [19]。这意味着，可以将该问题分析为载波信号中同时存在 AM 和 PM 调制的情况。我们生成了一个 PM 调制信号来激励谐振器。此情景代表 AM，而我们像之前一样生成相同的信号来激励谐振器，但在该信号中加入了 PM 调制。我们的目标是恢复这个 PM 调制信号，它承载着来自传感器的信息。解调方法基于典型的 I/Q 解调技术，随后通过 Python 脚本执行：

$$x'(t) = x(t) * w(t) \tag{4.1}$$

$$\phi = \arctan\left[\frac{\sum x'(t)\cos(w_c t)}{\sum x'(t)\sin(w_c t)}\right] \tag{4.2}$$

其中，$x(t)$ 是戈泽尔滤波器的输出，$w(t)$ 是窗函数，它采用经过配置的 Dolph-Chebyshev 窗进行滤波，以将最高旁瓣衰减至 −200dB)。希尔伯特变换也可作为这种方法的替代方案。实验装置中，生成了一个 30 kHz 的正弦信号来模拟 SQUID 响应；此外，还对该信号施加了 200 Hz、幅度为 60 o 的相位调制，调制类型有三种：正弦波、三角波和方波。以下图示展示了结果：

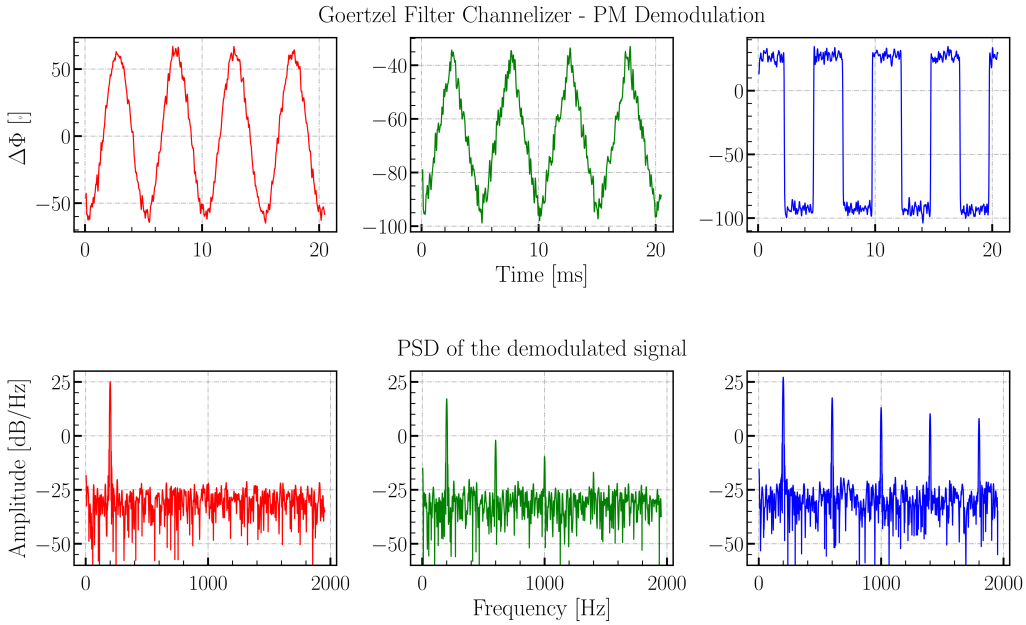

图 17：从解调后的 AM 信号中进行 PM 解调，以模拟探测器信号。**上图：**总相移为预期的 120o。**下图：**上图的功率谱密度，显示所绘信号与其频谱一致；主要分量位于 200 Hz。

5 总结

本文证明，利用戈泽尔滤波器估算离散傅里叶变换的一个频点，即可从采用频率响应掩蔽技术的 FDM 读出系统中提取所需的科学数据，该系统应用于 μMUX。本文深入研究了戈泽尔滤波器数学，并构建了整个信道化器的仿真框架，仿真结果与实验结果高度吻合。本文还介绍了一种资源高效、可行且可靠的方案，可将其映射至先进的现场可编程门阵列，同时考虑了该过程中的多种影响因素，例如算术缩放（数字下变频器和戈泽尔滤波器中的位增长控制）、定点算术以及窗函数幅度补偿。由戈泽尔滤波器执行的最终信道化步骤，其表现符合预期：使用窗函数隔离相邻信道时，信道间隔离度超过 80 dB，足以满足我们的实验要求。该信道化器的一项特色是，得益于数字下变频器与戈泽尔滤波器的组合，可通过粗调和微调检测所需信号。此外，只需动态重新配置数字下变频器，即可使探测器密度加倍并沿用相同的固件实现，但代价是带宽减半。最后，该实现的吞吐量与配置的窗口大小 N 有关，计算公式为 31.25 MSPS / N。在测量中，我们使用了 256 个采样点的窗口大小，得到的吞吐量为 122.07 KSPS。

6 参考文献

[1] *M. Aker*、*A. Beglarian*、*J. Behrens*、*A. Berlev*、*U. Besserer*、*B. Bieringer* 等，《利用亚电子伏特灵敏度直接测量中微子质量》，《自然·物理》*18*（*2022*年）*160*。[2] *C. Weinheimer*，《*KATRIN*：寻找绝对中微子质量尺度的下一代氚 β 衰变实验》，《粒子与核物理进展》*48*（*2002*年）*141*。[3] *L. Gastaldo*、*K. Blaum*、*K. Chrysalidis*、*T.D. Goodacre*、*A. Domula*、*M. Door* 等，《钬-*163*电子俘获实验——*ECHo*》，《欧洲物理杂志：专题》*226*（*2017*年）*1623*。[4] *A.A. Penzias* 和 *R.W. Wilson*，《*4080 Mc/s*处过量天线温度的测量》，《天体物理学杂志》*142*（*1965*年）*419*。[5] *J. Mather*、*M. Hauser*、*C. Bennett*、*N. Boggess*、*E. Cheng*、*E. R.E.* 等，《宇宙背景探测器（*COBE*）的早期结果》，《空间研究进展》*11*（*1991*年）*181*。[6] *D.N. Spergel* 和 *M. Zaldarriaga*，《宇宙微波背景偏振：对暴胀的直接检验》，《物理评论快报》*79*（*1997*年）*2180*。[7] *U. Seljak* 和 *M. Zaldarriaga*，《微波背景偏振中的引力波特征》，《物理评论快报》*78*（*1997*年）*2054*。[8] *G. Siringo*、*E. Kreysa*、*A. Kovács*、*F. Schuller*、*A. Weiß*、*W. Esch* 等，《大型阿塔卡马探路者实验*BOlometer CAmera*（*LABOCA*）》，《天文学与天体物理学》*497*（*2009*年）*945*。[9] *P.A. Ade*、*R.W. Aikin*、*D. Barkats*、*S.J. Benton*、*C.A. Bischoff*、*J.J. Bock* 等，《*BICEP2*在度角尺度上探测到*B*模偏振》，《物理评论快报》*112*（*2014*年）。[10] *J.R. Bond*、*P. Ade*、*A. Balbi*、*J. Bock*、*J. Borrill*、*A. Boscaleri* 等，《*Boomerang*与*Maxima*的宇宙微波背景分析及宇宙学参数 Ω_{tot}、$\Omega_b h^2$、$\Omega_{cdm} h^2$、Ω_Λ、n_s》，[11] *J.E. Carlstrom*、*P.A.R. Ade*、*K.A. Aird*、*B.A. Benson*、*L.E. Bleem*、*S. Busetti* 等，《*10*米南极望远镜》，《太平洋天文学会刊》*123*（*2011*年）*568*。

[12] J.-C. Hamilton、L. Mousset、E. Battistelli、P. de Bernardis、M.-A. Bigot-Sazy、P. Chanial 等，*QUBIC I*：概述与科学计划，《宇宙学与粒子天体物理学杂志》**2022年**（2022年）034 .

[13] *A. Fleischmann*、*C. Enss* 和 *G. Seidel*，金属磁量热器，第 *151–216* 页（*2005*年），*DOI*。[14] *A. Fleischmann*、*L. Gastaldo*、*S. Kempf*、*A. Kirsch*、*A. Pabinger*、*C. Pies* 等，金属磁量热器，第 *571–578* 页，*AIP* 出版社，*12*，*2009*年，*DOI*。[15] *K. Irwin* 和 *G. Hilton*，转变边缘传感器，第 *99* 卷，第 *63–150* 页（*2005*年），*DOI*。[16] *K.D. Irwin* 和 *K.W. Lehnert*，微波 *SQUID* 多路复用器，《应用物理快报》*85*（*2004*年）*2107*。[17] *R.C. Jaklevic*、*J. Lambe*、*A.H. Silver* 和 *J.E. Mercereau*，约瑟夫森隧穿中的量子干涉效应，《物理评论快报》*12*（*1964*年）*159*。[18] *F. Hirayama*、*S. Kohjiro*、*D. Fukuda*、*H. Yamamori*、*S. Nagasawa* 和 *M. Hidaka*，用于 *TES* 读出的微波 *SQUID* 多路复用器，《*IEEE* 应用超导汇刊》*23*（*2013*年）*2500405*。[19] *J.A. Mates*、*K.D. Irwin*、*L.R. Vale*、*G.C. Hilton*、*J. Gao* 和 *K.W. Lehnert*，用于 *SQUID* 多路复用的磁通斜坡调制，《低温物理学杂志》*167*（*2012*年）*707*。[20] *G. Goertzel*，有限三角级数求值算法，《美国数学月刊》*65*（*1958*年）*34*。[21] *P. Sysel* 和 *P. Rajmic*，将 *Goertzel* 算法推广至基频的非整数倍，《*EURASIP* 信号处理进展杂志》*2012*（*2012*年）*56*。[22] *F. Harris*，关于在离散傅里叶变换谐波分析中使用窗函数，《*IEEE* 会议录》*66*（*1978*年）*51*。[23] *G. Heinzel*、*A. Rüdiger* 和 *R. Schilling*，“通过离散傅里叶变换（*DFT*）进行频谱和谱密度估计：窗函数综合列表及若干新型平顶窗”，*2*，*2002*年。[24] *E. Hogenauer*，一类用于抽取和插值的经济型数字滤波器，《*IEEE* 声学、语音与信号处理汇刊》*29*（*1981*年）*155*。[25] *Analog Devices*，*AD9680 14* 位、*1.25 GSPS/1 GSPS/820 MSPS/500 MSPS JESD204B* 双通道模数转换器，*3*，*2019*年。[26] *AMD Xilinx*，*PG149 - FIR* 编译器 *V7.2*，*LogiCORE IP* 产品指南，*2022*年。[27] *J. Beraldin* 和 *W. Steenaart*，*Goertzel* 算法定点实现的溢出分析，《*IEEE* 电路与系统汇刊》*36*（*1989*年）*322*。[28] *M. Medina-Melendrez*、*M. Arias-Estrad* 和 *A. Castro*，复值输入序列的一阶 *Goertzel* 算法定点实现中的溢出分析，第 *620–623* 页，*IEEE*，*8*，*2009*年，*DOI*。[29] *M. Medina-Melendrez*、*M. Arias-Estrada* 和 *A. Castro*，在二阶 *Goertzel* 滤波器定点实现中使用 *O(1/N)* 缩放因子，第 *3218–3221* 页，*IEEE*，*5*，*2012*年，*DOI*。