# 极化的意 有限信息视野驱动的静态网络中的观点状态

H. P´erez-Mart´ınez[a, b, *], F. Bauz´a Mingueza[a, c], D. Soriano-Pa˜nos[d, a], J. G´omez-Garde˜nes[a, b], L.M. Flor´ıa[a, b]

[a]*GOTHAM*实验室，生物计算与复杂系统物理研究所（*BIFI*），萨拉戈萨大学，*50018*，西班牙萨拉戈萨[b]萨拉戈萨大学凝聚态物理系，*50009*，西班牙萨拉戈萨[c]萨拉戈萨大学理论物理系，*50009*，西班牙萨拉戈萨[d]古尔本基安科学研究所（*IGC*），*2780-156*，葡萄牙奥埃拉什

arXiv:2303.02113v2 [physics.soc-ph] 4 Dec 2023

**摘要**

观点极化的广泛出现通常被归因于社交媒体和互联网的兴起。这些平台可能助长选择性接触，进而形成回音室，使个体只接触到强化其既有信念的观点。然而，实验性证据表明，通过跨立场联系接触对立观点，在网络和线下社交环境中都很常见，而这些环境往往涉及长期的个人关系。为解释这些事实，我们开发了一种适用于静态接触结构的意见模型。在该模型中，主体对其邻居的影响力取决于彼此意见的相似程度。我们的研究结果表明，极化确实会在这类静态结构中出现；随着狭隘性增强，即使存在不可忽视的跨立场联系，极化也会形成。有趣的是，我们的模型生成的极化意见分布与针对高度极化议题开展的调查所得结果十分相似。这使我们能够根据各种议题的争议性对其进行分类，从而揭示促成意见极化的因素。

关键词：复杂系统、复杂网络、意见形成

## 1. 引言

现代社会中的意见极化日益加剧 [1, 2, 3, 4], ，其存在对人类行为和社会关系都产生了重大影响。极化影响不断增强的一个明显例子可以在政治领域找到。例如，在 [5] ，2011年威斯康星州州长与公共部门雇员之间发生了一场尤为激烈的对抗，此后记录到跨立场政治对话有所减少。此外，不同研究表明，严重的极化会导致立法僵局、民主倒退、政治崩溃 [6],以及跨党合作减少 [7]。极化也会影响健康问题，在高度政治化的问题上使药物处方产生偏差 [8] ，例如药物滥用或堕胎；此外，由于未接种疫苗个体具有强烈的内群体认同，还可能损害疫苗接种活动。从社会层面来看，极化会引发歧视 [9] ，并影响约会行为 [10] ，其程度与基于种族的歧视相当，进而妨碍社交聚会。

例如，在 [11], ，作者估计，由于源自2016年美国全国选举的党派影响，感恩节期间家庭聚会损失了3,400万小时。

学者们指出，社交媒体和互联网的普及使用是促成这一现象的若干因素之一 [12, 13]。这些平台可能会助长选择性接触，因为它们使人们能够围绕枪支管制、堕胎或疫苗接种等极化议题形成回音室 [14, 15] ，进而推动激进化过程 [16]。近期一些基于网页浏览数据开展的研究表明，在线媒体消费在政治倾向和参与度方面存在明显的隔离现象 [17], ，而社交媒体或网络搜索引擎会加剧这一倾向 [18]。

从复杂系统视角出发，研究者一直致力于研究社交媒体中的回音室和观点隔离，并考虑在线社交网络的动态特性。在此背景下，研究者发展出两种主要方法。第一种方法引入逐渐变化的接触网络，

*通讯作者电子邮箱： h.perez@unizar.es (H. P´erez-Mart´ınez)

以模拟 Twitter 等平台上社交网络的行为。此类网络中的连接会根据意见相似性 [19]或对跨立场信息接触度的响应 [20, 21]而建立或断开。另一种主要方法采用时间网络，其中与系统中任意其他主体互动的概率与意见相似性 [22, 23]成正比。这两种方法都强调回音室和过滤气泡在主体意见形成过程中的重要作用。

相比之下，一些研究指出，社交媒体中的回音室和选择性接触对现代社会极化过程的影响可能被夸大了 [24, 25, 26, 27]。一方面，一些调查显示，社交媒体使用与极化加剧之间几乎没有关联 [28], ，而这种关联在最不可能使用互联网的群体中更为显著 [29]。另一方面，回音室可能并不像以往认为的那样普遍，因为个体很少会与相反观点完全隔绝。例如， [30] 基于调查的数据表明，在美国2000年大选期间，超过半数受访者表示曾参与跨立场的政治对话。此外，近期基于 Reddit 数据的研究 [31, 32] 实际上显示，人们更倾向于通过跨立场联系进行政治互动。同样，工作场所 [33]或朋友圈 [34], 等线下社交环境通常存在跨立场互动；由于线下与线上社交互动关系密切，这些互动也可能延伸至社交媒体 [35]。

稳定互动模式是日常社会关系所固有的，且通常具有跨越式互动 [36], ，因此仍是极化出现过程中的关键因素。此前已经发展出多种适用于静态接触结构的意见模型，用于研究意见形成这一现象，包括 Deffuant模型 [37]和 Hegselmann-Krause模型 [38]。二者都是广为人知的有限信任模型，在这些模型中，只有当主体之间的意见距离小于某一阈值时，主体才会进行互动。两个模型在最初的构建中都假设总体是充分混合的，但之后也成功扩展到了静态网络 [39]。在这些研究中，动力学最终会导致意见谱出现共识、两极化或碎片化 [40, 41], ：主体通常会聚集在有限数量的意见周围，其数量取决于系统参数。主体也会与其他观点完全隔离，因为它们处于各自信任阈值之外。

这些模型也存在一些缺陷，因为它们认为，无论主体之间的意见距离有多远，只要彼此处于信任阈值之内，个体就会对所有主体赋予同等重要性。为减轻这一假设，人们提出了一些重要的扩展方案：第一种是相对一致模型 [42], ，其中阈值可以在意见形成过程中发生变化，并且每个邻居对某一主体的影响取决于双方阈值之间的重叠程度。第二种是平滑有限信任模型 [43], ，其中假设影响会按照标准差可变的高斯分布逐渐衰减。尽管如此，这两种修改在概念上仍属于有限信任模型，并且在定性上再现了与原始研究相同的最终意见分布。

先前的模型无法再现现实世界调查中关于高度极化议题的观察结果：人们并非局限于少数几种立场，而是呈现出范围广泛的观点，且常常形成双峰分布 [44, 45]。此外，这些模型也无法捕捉在日常生活互动情境中仍然重要的跨立场互动 [30]。这些局限表明，有必要加大力度开发能够更好再现静态网络中极化现象的模型。为弥补这一空白，我们在此提出一种基于静态接触结构的意见形成新模型。该模型允许意见不一致的个体之间进行沟通，并考虑同质性效应，即人们倾向于更加重视志同道合者的观点。从现象学角度看，该模型克服了先前模型的局限：极化构型及双峰意见分布会自然地从动力学过程中产生。

本文结构如下：第2节介绍模型的假设和方程；第3节在全连接图中对所提出的模型进行解析刻画；第4节介绍将该模型应用于不同网络结构所获得的数值结果；第5节展示该模型如何从实验数据中还原意见分布，并提取有关高度极化议题的信息。最后，第6节总结本文的主要结论。

## 2. 模型

我们考虑一个由$N$ 个交互主体组成的系统，这些主体之间的关系不会随时间改变，并由无权无向邻接矩阵$A_{ij}$编码。主体的观点由连续变量$x_i(t)$表征；其符号 $\sigma(x_i)$表示主体对某一议题的定性立场（支持或反对），

而模数 $|x_i|$则表示其激进化程度。

对于意见形成过程，我们选择沿用先前研究中的方法 [22, 19] ，该方法假设主体的意见会受到邻居的影响，并随时间遵循三项基本原则而变化：（*i*）主体会随着时间推移逐渐遗忘自己的意见，（*ii*）主体倾向于使自己的意见与邻居保持一致，（*iii*）主体会更加重视与自己观点相近的邻居。然而，与这些模型不同，我们假设互动模式会随时间保持稳定，这意味着无论主体的意见如何，跨立场互动都会以一定程度存在；进而，我们认为个体对所有互动对象的关注程度并不相同。考虑到这些机制，主体$i$ 的意见随时间的演化可表示为：

$$\dot{x}_i(t) = -x_i(t) + K \sum_{j=1}^{N} A_{ij} w_{ij}(t) \tanh x_j(t) \,, \qquad (1)$$

其中，$K$ 是社会互动强度，它决定邻居的观点对主体意见的影响程度；权重$w_{ij}$ 表示邻居$j$ 的观点对主体$i$有多重要。我们将该函数定义为：

$$w_{ij}(t) = \frac{(|x_i - x_j| + \delta)^{-\beta}}{\sum_{l=1}^{N} A_{il}(|x_i - x_l| + \delta)^{-\beta}} \,, \qquad (2)$$

其中，$\beta$ 是同质性参数（参数越大，观点相近的邻居影响力越大），$\delta$ 是作为微小噪声引入的参数，本文始终取值为 $\delta$ =0.002$K$。请注意，权重会随时间变化，满足$\sum_j w_{ij} = 1$；邻居的影响可能并不对称，因此一般而言，$w_{ij} \neq w_{ji}$。此外，与前文提到的有限信任模型不同，我们对权重的选择确保了意见不一致的个体之间的沟通，无论其在意见空间中的距离多远，都会持续对动力学过程产生影响。

系统在由所有主体的观点构成的$N$维相空间中演化，其行为由$N$ 个微分方程组成的方程组描述，其渐近解给出观点的稳定平衡构型。尽管一般无法解析求解该方程组，但我们可以研究一些特定情况下的行为。首先，我们考虑所有主体持有相同意见的情形，$x_i = x \ \forall i$。在这种情况下，$N$个方程组成的方程组简化为单个方程 $\dot{x} = -x + K \tanh x$。均衡时所有主体的预期意见$x^*$ 为

因此可得：

$$x^* = K \tanh x^* . \qquad (3)$$

当$K \leq 1$时，所有主体都达到$x = x^* = 0$，系统进入中性共识状态。当$K > 1$时，所有主体的最终观点均非零，系统最终进入激进化状态。因此，$K = 1$ 存在一个二阶相变，其特征由序参量$x^*$描述。请注意，$x^*$ 也对应于一般情形下给定$K$ 值时主体能够持有的最大意见值。因此，主体的意见$x_i$ 有界，满足$x_i \in [-x_{\max}, x_{\max}]$，其中$x_{\max} = x^*$。由于权重经过归一化，这一结果不取决于主体的度。

## 3. 全连接图

同质性假设无法预测极化的存在，极化定义为对立观点的共存。为了从解析角度刻画极化可能的出现，我们考虑一个全连接图，使得 $k_i = N - 1 \ \forall i$，并对一个极化构型进行稳定性分析。假设该极化构型对应于一个平衡态，其中$n$ 个主体持有意见$x^+ > 0$，另有$m$ 个主体持有意见$x^- < 0$，且$n + m = N$，$n > 2$，$m > 3$。数值$x^+$和$x^-$ 由根据方程1得到的方程组的解给出：

$$x^+ = K \frac{(n-1)\tanh x^+ + m\left(\frac{\delta}{x^+ - x^- + \delta}\right)^{\beta} \tanh x^-}{n - 1 + m\left(\frac{\delta}{x^+ - x^- + \delta}\right)^{\beta}} \,, \quad (4a)$$

$$x^- = K \frac{n\left(\frac{\delta}{x^+ - x^- + \delta}\right)^{\beta} \tanh x^+ + (m-1)\tanh x^-}{n\left(\frac{\delta}{x^+ - x^- + \delta}\right)^{\beta} + m - 1} \,. \quad (4b)$$

该方程组可以通过数值方法求解，其在参数不同取值下的行为如图1(a)所示。$x_+$ 和$x_-$ 的平衡值取决于持有正向和负向观点的个体的相对数量（$n$、$m$），以及参数$\beta$和$K$的取值。$\beta$取值越高，主体就越发与对立观点隔离，从而使$|x_\pm|$增大。$K$ 的较高取值也会通过 $\delta$影响平衡意见，导致激进化程度提高。

我们通过对主体的意见施加一个小扰动 $\epsilon$，来研究所呈现的极化构型的稳定性

$i$ 意见，使得 $x_i = x^- + \epsilon$。其意见按以下方程变化：

$$\dot{x}_i = \dot{\epsilon} = -(x^- + \epsilon) + K\left[\frac{(m-1)\tanh(x^-) + n\tanh(x^+)\left(\frac{\epsilon+\delta}{x^+-x^--\epsilon+\delta}\right)^\beta}{(m-1) + n\left(\frac{\epsilon+\delta}{x^+-x^--\epsilon+\delta}\right)^\beta}\right]. \tag{5}$$

假设 $\epsilon << \delta$，我们可以近似得到：

$$\left(\frac{\delta+\epsilon}{x^+-x^--\epsilon+\delta}\right)^\beta \simeq \left(\frac{\delta}{x^+-x^-+\delta}\right)^\beta + \beta\frac{x^+-x^-+2\delta}{(x^+-x^-+\delta)^2}\left(\frac{\delta}{x^+-x^-+\delta}\right)^{\beta-1}\epsilon. \tag{6}$$

此外，考虑方程 4b 以及对较小 $\epsilon$ 的近似：

$$\frac{a\epsilon+b}{c\epsilon+d} \simeq \frac{b}{d} + \frac{ad-bc}{d^2}\epsilon, \tag{7}$$

我们得到：

$$\dot{\epsilon} = \epsilon\left[-1 + A\left(\frac{\delta}{x^+-x^-+\delta}\right)^{\beta-1}\right], \tag{8}$$

其中

$$A = \frac{\beta K n(m-1)(\tanh x^+ - \tanh x^-)\frac{x^+-x^-+2\delta}{(x^+-x^-+\delta)^2}}{\left[m-1+n\left(\frac{\delta}{x^+-x^-+\delta}\right)^\beta\right]^2}. \tag{9}$$

因此，极化系统的稳定性取决于公式 8 右侧的第二项。一方面，乘在 $A$ 前的因子随 $\beta$ 增大而减小，并且当 $\beta = 1$ 时等于 1。另一方面，对于较大的 $K$ 值，我们可以近似认为 $x^+ = -x^- \simeq K$，$\tanh(x^+) \simeq 1$；并且，考虑一个均匀极化的系统，有 $m \simeq n$。如果 $\delta$ 足够小，我们发现 $A \simeq \beta$，因此 $A$ 随 $\beta$ 单调增长。然而，从图 1(b) 可以看出，当 $\beta > 1$ ( $\dot{\epsilon} > 0$) 时，扰动会增长，否则会减小。因此，这类构型在 $\beta > 1$ 时变得不稳定。

## 4. 网络化人群的数值结果

为了刻画模型在真实环境中的行为（在这些环境中，主体通常并不了解系统中其他各个组成部分的意见），我们考虑具有有限信息视界的静态图，并从均匀分布的初始状态出发，使用显式四阶龙格–库塔法求解由$N$ 个耦合方程组成的系统，其中$dt = 0.1$

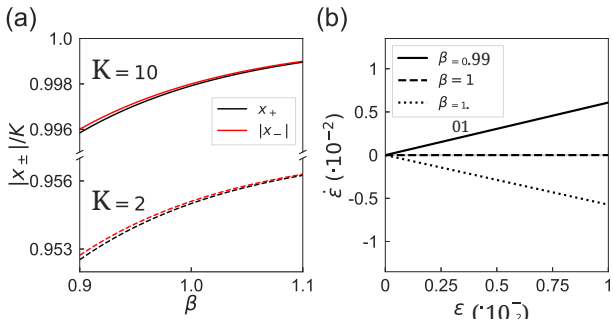



图 1：（a）由方程 4a 和 4b 得到的 $x_+$（黑色）和 $x_-$（红色）的值。结果分别展示了 $K = 10$（顶部，实线）和 $K = 2$（底部，虚线）时的情况。（b）根据公式 8 给出的 $\dot{\epsilon}$ 随 $\epsilon$ 变化的值，其中 $K = 10$。在转变以下（$\beta < 1$），扰动会增长，使极化状态失稳；在转变以上（$\beta > 1$），扰动会减小。对于两个面板，我们固定 $m = 51$、$n = 50$ 和 $\delta = 0.002K$。

这些初始状态分布在范围 $[-x_{\max}, x_{\max}]$内。为了刻画给定的平衡构型，我们使用系统平均意见的绝对值 $|\bar{x}| = |\sum_i x_i|/N$及其标准差 $\sigma$，其定义为 $\sigma^2 = \sum_i (x_i - \bar{x})^2/N$。这两个序参量都可以帮助我们将构型分类为中性共识（$|\bar{x}| = 0, \sigma = 0$）、激进化状态（$|\bar{x}| \neq 0, \sigma \simeq 0$）和极化构型（$|\bar{x}| \simeq 0, \sigma \neq 0$）。此外，为了对 $|\bar{x}| \neq 0, \sigma \neq 0$ 的中间情形进行分类，我们认为，当构型满足 $|\bar{x}| < \sigma$ 时，该构型为极化构型；否则则为激进化状态。

图2(a)和(b)展示了在一个包含$N = 10^4$ 个节点、平均度为 $\langle k \rangle = 10$的埃尔德什–雷尼网络上得到的相图。获得这些结果的过程如下：首先，对于参数$K$和$\beta$的每种组合，我们进行100次独立模拟。然后，计算每个生成的意见分布的平均意见$|\bar{x}|$的绝对值和标准差$\sigma$，并对这些结果取平均，得到 $\langle|\bar{x}|\rangle$ 和 $\langle\sigma\rangle$。注意，由于主体可取的意见范围取决于$K$，结果需除以$x_{\max}$，使其落在范围 $[0, 1]$内。总体而言，我们观察到预测的三个相：当$K < 1$时，两项指标均为0，对应中性共识状态；当$K > 1$ 且 $\beta > 1$时，平均意见为0，标准差达到最大，对应极化状态。最后，在区域$K > 1$ 且 $\beta < 1$内的某个参数范围中，平均意见达到最大值，而标准差仍接近0。图2(c)展示了前文提到的均衡构型的一些示例轨迹，这些轨迹取自图2(a)和(b)中标出的参数组合；图2还展示了上述各情况的最终意见分布。

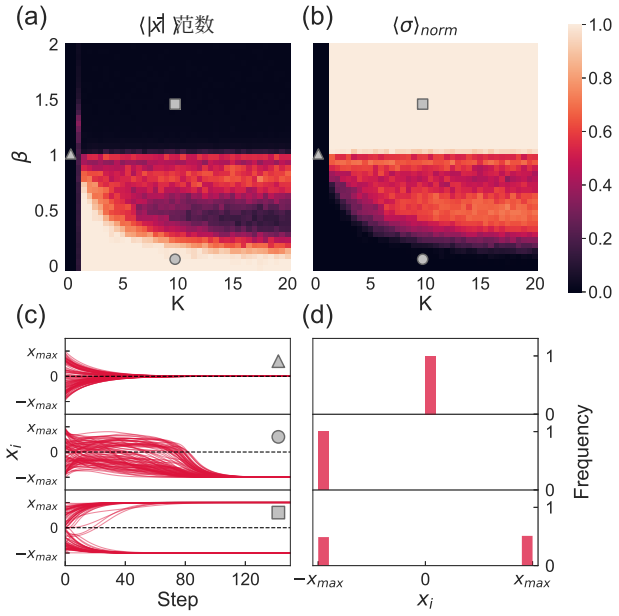



图2：（a）平均意见均值 $\langle|\bar{x}|\rangle_{norm}$ 和（b）标准差 $\langle\sigma\rangle_{norm}$，由每组参数（$K$，$\beta$）（颜色编码）下的100次独立实现得出。每次实现中，初始意见均在区间 $[-x_{\max}, x_{\max}]$上随机选取。（c）代表性配置中所选主体的时间演化：中性共识（上，$K = 0.5$，$\beta = 1$）、激进化（中，$K = 10$，$\beta = 0.1$）和极化（下，$K = 10$，$\beta = 1.5$）。（d）与（c）图最终构型相对应的直方图。整幅图中的接触网络底层结构为一个含$N = 10^4$ 个节点、平均度为 $\langle k\rangle = 10$的 Erdős–Rényi 网络。为清晰起见，（c）图仅展示了1%的主体轨迹。

在 $\beta_c(K) < 1$处还出现了一个额外的转变。该转变将激进化相分为两部分：对于 $\beta < \beta_c(K)$，配置最终会进入激进化状态；而对于 $\beta_c(K) \le \beta < 1$，一些配置最终会进入激进化状态，另一些则会达到亚稳态极化状态。当$K$ 和 $\beta$足够大时，系统行为不再取决于$K$。这些结果证明，网络化人群确实能够达到极化状态，而且对于 $\beta > 1$，极化几乎总是存在且稳定的。

图 2 揭示了同质性机制与接触结构之间的复杂相互作用在极化产生过程中的存在。为探究这一点，在图 3 中，我们使用具有 $N = 9824$ 个节点、平均度为 $\langle k\rangle = 4$ 的 Erd¨os-R´enyi 网络，重现了图 2 中的相同结果。可以看出，$\beta_c(K) < 1$ 处的转变高度依赖于网络度数，发现极化状态的概率也是如此。特别是，更有限的信息视野会导致更强的极化。此外，从图 3 可以看出，当 $\beta = 0$ （即在不存在同质性的情况下）网络结

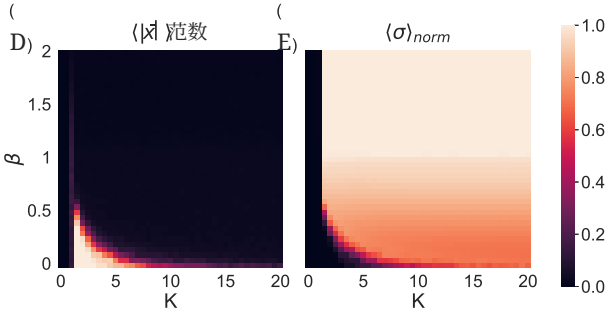



图 3：(a) 平均意见均值 $\langle|\bar{x}|\rangle_{norm}$ 和 (b) 标准差 $\langle\sigma\rangle_{norm}$，根据每组参数组合 $(K,\beta)$（颜色编码）的 100 次独立实现计算得出。颜色越浅表示数值越高，反之亦然。在每次实现中，初始意见均在区间 $[-x_{\max}, x_{\max}]$ 上随机选取。整幅图所示的底层接触结构均为一个包含 $N = 9824$ 个节点、平均度为 $\langle k\rangle = 4$ 的埃尔德什–雷尼网络。

构本身具备必要特征时，也会出现极化。为进一步研究这一现象，我们固定 $K = 10$，并通过增加底层 ER 网络的平均度，考察两个序参量的演化。图 4(a) 显示，较低的度数会导致极化，而随着信息视界的扩大，极化会在连通度增加时迅速衰减。因此，如果连通度足够低，结构社区可能促成局部激进化，并形成全局极化。前一种现象也可能由决定网络整体沟通的其他网络特征驱动，例如结构相关性的存在。为说明这一点，我们考虑一个 Watts-Strogatz 图，在其中固定度数 $k = 10$，并通过改变重连概率 $p$ 来调整相关性；图 4(b) 表明，只要 $p$ 足够小，该网络就能够促成极化。综合而言，这些结果凸显了有限信息视野对于极化兴起的重要性。需要注意的是，依赖时序网络的模型无法刻画这一现象，因为在这些模型中，网络结构要么不存在，要么作为极化动力学的产物而演化。

现在，我们分析由模型生成的极化观点分布。在图 5(a) 中，我们展示了这些构型如何受到由参数 $\beta$ 控制的同质性机制的强烈影响。具体而言，当 $\beta$ 较低时，主体的意见可能无法达到其理论最大值，而是停留在中间立场上。这与先前关于静态网络 [39]，中模型的研究结果形成鲜明对比；在那些模型中，主体往往会达到一组有限的最终观点。该分布峰值的位置

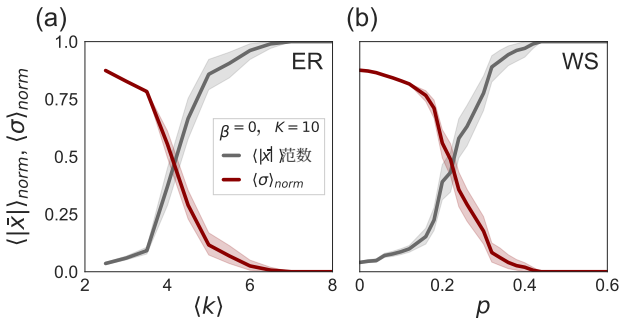



图 4：从 100 次独立模拟中得到的平均意见均值 $\langle |\bar{x}| \rangle_{norm}$（灰色）和标准差 $\langle \sigma \rangle_{norm}$（红色）。结果以 95% 置信区间（阴影区域）表示。图中各处的 $K = 10$ 和 $\beta = 0$。(a) Erd¨os-R´enyi 网络的结果，其中有 $N = 10^4$ 个节点，平均度 $k$⟩各不相同。(b) 瓦茨-斯托加茨网络的结果，其中有 $N = 10^4$ 个节点，且 $k = 10$，结果随重连概率 $p$变化。重连过程中，所有节点的度均保持不变。

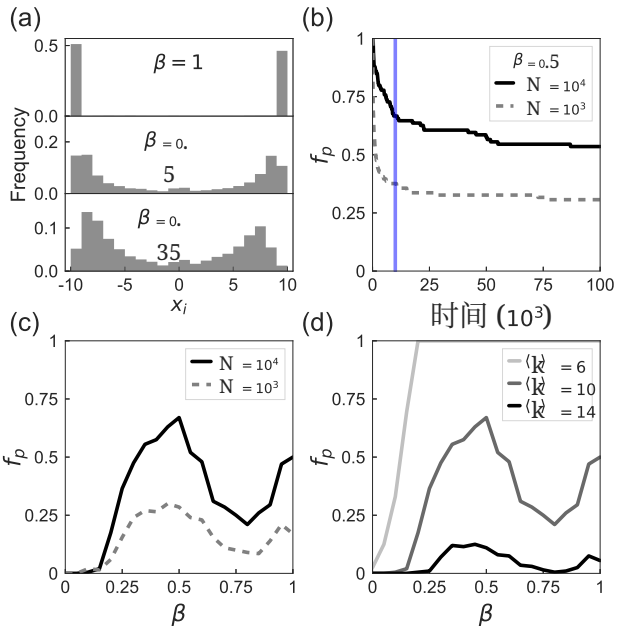



图5：（a）对于不同的 $\beta$，获得的亚稳态极化构型的意见直方图。（b）对于 $\beta = 0.5$，极化构型比例随时间的变化；网络为平均度为$\langle k \rangle = 10$、包含 $10^4$ 个节点（黑线）或 $10^3$ 个节点（灰色虚线）的ER网络。为开展研究，我们选取了在时间$t = 10^2$（$10^3$ 步长）时被认为处于极化状态的100个构型，并将其模拟总计 $10^5$ 个时间单位，对应 $10^6$ 个模拟步数。如果其平均意见的绝对值 $|\bar{x}|$ 大于标准差 $\sigma$，则认为一个构型处于极化状态。蓝色竖线标出了在图的其余部分用于确定极化判据的时间，该时间为 $10^5$ 步长，对应 $10^4$ 个时间单位。（c）对于不同网络规模，极化构型比例随 $\beta$ 的变化。结果对应于一个平均度为 $\langle k \rangle = 10$的ER网络，该网络包含 $10^4$ 个节点（黑线）和 $10^3$ 个节点（灰色虚线）。（d）对于不同平均度，极化构型比例随 $\beta$ 的变化。结果对应于一个包含 $10^4$ 个节点、平均度分别为$\langle k \rangle = 6$（浅灰色）、$\langle k \rangle = 10$（灰色）和 $\langle k \rangle = 14$（黑色）的ER网络。在（c）和（d）中，对于 $\beta$的每个取值均进行200次独立模拟。整幅图中固定$K = 10$。

取决于 $\beta$，并在 $\beta \gtrsim 0.5$ 时达到极端值 $x_{\max}$。随着 $\beta$ 增大，极端意见成为最常见的意见，中间立场主体逐渐减少，直至当 $\beta \gtrsim 1$ 时所有主体都达到理论最大意见值，这与此前进行的稳定性分析一致。

在某些情况下，$\beta_c(K) < \beta < 1$对应的亚稳态寿命可能非常长。为说明这一点，我们在图 5(b) 中表示了在$t = 100$时被认为处于极化状态的构型比例，即满足 $|\bar{x}| < \sigma$ 且在任意给定时间$t$仍保持极化的构型。我们发现，对于这些 $\beta$ 取值，极化在演化初期迅速衰减，但相当一部分轨迹在很长时间内仍保持极化构型。有趣的是，该比例会随系统规模增大而上升，因为个体数量增加，使得异质局部环境更有可能出现。

将模拟时间固定为$t = 10^4$ 时间单位后，我们现在研究极化构型的比例如何同时取决于 $\beta$、种群规模$N$以及度分布$P(k)$。将研究范围限制在 $\beta < 1$，我们从图5(c)中看到，更大的网络总是有利于极化，因为其为形成相反的激进化簇提供了更大的空间。此外，图5(d)表明，较低的度会通过限制主体的信息视界而显著提高达到极化状态的概率，使主体变得越来越孤立。最后，在前述图中我们可以观察到，只要平均连通度 $\langle k \rangle$ 足够大，无论网络规模如何，极化最有可能出现在 $\beta = 0.5$附近以及度数，对应于此前所述意见直方图峰值达到理论意见值最大值的位置，从而排除了中间位置。

对此的一种合理解释是，由于这一耗竭过程，网络结构对提升 $\beta$ 可能不再重要，因为每个主体的行为都仿佛自己处于一个由其环境所决定、且完全由激进化个体组成的全连接网络中。根据针对全连接网络提出的论证，在原极化构型中，激进化个体受到微小扰动后可能会去激进化，从而有效阻止极化状态的形成。反过来，当大多数主体

持有中间立场时，先前研究的假设便不再成立，主体的环境也会更加丰富，而网络结构可能促成极化，即生成主体意见处于中间值时的均衡构型。

### *4.1.* 非极化构型中的混合

无论网络结构和特征如何，稳定接触模式的存在意味着主体通常会接触到来自持不同意见邻居的对立观点，从而形成跨立场联系，阻碍回音室的兴起。这类联系在现实社会中十分普遍，日常互动能够让不同观点彼此接近 [46, 30, 33, 34, 35]。为衡量给定配置中的跨立场互动程度，我们将主体 $i$ 的接触度 $\mathcal{E}_i$ 定义为：持有与该主体观点符号相反意见的邻居所占的比例：

$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{k_i}\sum_{j=1}^{N} A_{ij}(1-\delta_{\sigma_i,\sigma_j})\,, \tag{10}$$

其中，$\sigma_i$ 表示主体 $i$观点的符号。对于两种观点均匀分布、人数各半的随机分布人群，预期平均接触度为 $\bar{\mathcal{E}} = 0.5$。

这些联系并不一定会显著扰动主体的意见，因为每个邻居的重要性取决于权重 $w_{ij}$。为了衡量跨立场联系对主体 $i$ 的影响，我们将其注意力$\mathcal{A}_i$ 定义为其跨阵营权重之和：

$$\mathcal{A}_i = \sum_{j=1}^{N} A_{ij}w_{ij}(1-\delta_{\sigma_i,\sigma_j})\,. \tag{11}$$

如图 6(a) 所示，当 $\beta < 1$ 时，平均接触度 $\bar{\mathcal{E}}$ 显著小于 0.5，这表明在具有同质性的关系中，观点相近的个体会聚集在一起。这些观点隔离现象可能会对疾病传播 [47, 48, 49] 或错误信息传播 [50, 51]产生深远影响。然而，对于 $\beta > 1$ 而言，$\bar{\mathcal{E}}$ 会单调递增，趋近于充分混合人群的预期结果。相反，平均注意力 $\bar{\mathcal{A}}$是 $\beta$的单调递减函数，并在 $\beta = 1$ 附近趋于零。尽管如此，这些结果表明，即使在两极分化的配置中，意见不一致的同伴之间仍然存在沟通，这与现实世界情境中观察到的行为相似 [30]。

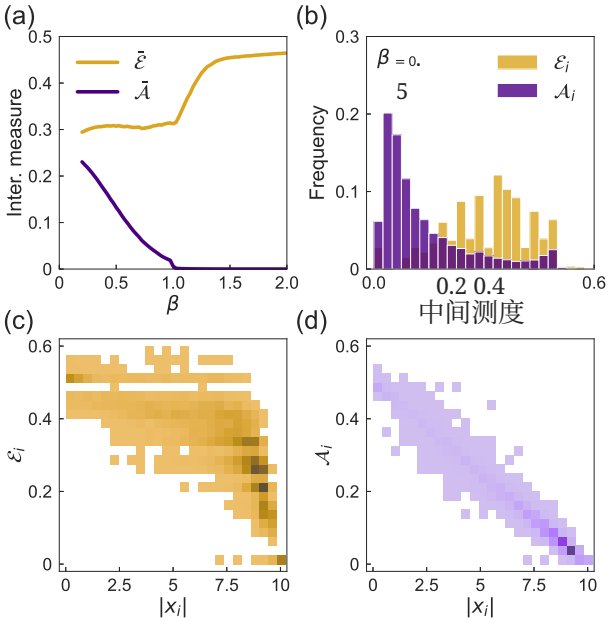



图 6：（a）对于每个$\beta$取值，从达到极化的 100 次独立模拟中得到的平均接触度（橙色）和注意力（紫色）。（b、c、d）图 5(a) 所示、 $\beta = 0.5$ 时极化构型的接触度和注意力。（b）接触度和注意力的频率。（c）个体接触度关于主体意见绝对值的二维直方图。（d）个体注意力关于主体意见绝对值的二维直方图。所有面板中，固定 $K = 10$，并考虑一个包含 $N = 10^4$ 个节点、$\langle k\rangle = 10$ 的 Erd¨os-R´enyi 网络。

正如预期的那样，较高的同质性会导致意见不一致的主体之间减少沟通。因而，$\bar{\mathcal{E}}$ 对 $\beta$ 的依赖关系可以通过考察$\bar{\mathcal{A}}$来解释：$\beta$ 较小的值能够维持交叉连接中的信息交换，使主体在意见不一致邻居的影响下保持在中间立场。这反过来又促成了更大规模的相同意见簇的形成，因为原本持相反意见的个体仍保持一定程度的信息交换，并最终趋于一致。$\beta$ 较大的值会迅速中断分歧邻居之间的沟通，使环境的影响变得微不足道，并导致形成近似充分混合的人群。请注意，这些结果不依赖于 $K$ 的取值。

聚焦于个体的局部环境时，$\mathcal{E}_i$ 的取值范围很广，不受主体观点的影响，如图 6(c) 所示。然而，显然，较小的 $\mathcal{E}_i$ 与强烈的激进化密切相关，尽管较高的 $\mathcal{E}_i$ 并不保证观点会更温和。事实上，图 6(d) 显示，激进化的主要驱动因素是主体给予意见不一致的邻居的注意力 $\mathcal{A}_i$：较高的 $\mathcal{A}_i$ 意味着

较弱的激进化。不过，即使 $\beta$ 的取值较小，大多数主体仍会与对立观点隔绝（尽管并未完全断绝联系），如图 6(b) 所示。这些结果表明，只要主体仍愿意考虑其他观点 [52, 16]，接触对立观点就能阻止极化过程。

图 6(d) 中观察到的意见与注意力之间的线性关系可由式 1 轻松推导得出。假设$K$ 足够大，可用的意见范围将为$x_i \in (-K,K)$，因此$x_i$ 将达到更高的意见绝对值。于是，对于大多数主体，$\tanh(x_i) \simeq \pm 1$ ，并且：

$$\dot{x}_i \simeq -x_i + K \sum_{j=1}^{N} A_{ij} w_{ij} \operatorname{sgn}(x_i) = -x_i + K(w_{i,+} - w_{i,-}) , \tag{12}$$

其中$w_{i,+}$ ($w_{i,-}$) 表示与意见为正（负）的主体之间的权重之和。回顾权重的归一化条件，$\sum^{N}{}_{j=1} A_{ij} w_{ij} = 1$，可得$w_{i,\pm} = 1 - w_{i,\mp}$，进而在均衡时：

$$x_i = \pm K(1 - 2w_{i,\mp}) , \tag{13}$$

由此揭示了线性关系。根据这一方程可以清楚地看出，如果$w_{i,+} > 0.5$（$w_{i,-} > 0.5$），那么$x_i > 0$ （$x_i < 0$），这表明主体会对观点相近的邻居给予更多注意力。然而，这一关系仅在$x_j$ 足够大、使得 $\tanh(x_j) \simeq \pm 1$时成立。若不满足这一条件，跨阵营权重可能超过 0.5（如图 6(d) 所示）。

## 5. 实验数据

最后，我们应用模型来刻画社会在不同主题上的极化程度。为此，我们从2016 [45]的美国全国选举研究（ANES）中提取关于传统极化议题的观点分布。ANES通过在选举过程前后开展涵盖多个主题的全国性调查，分析美国社会在总统选举期间的投票行为和观点。我们考虑与以下问题相对应的主题：

- *2010* 医疗保健法：您支持、反对，还是既不支持也不反对2010年通过的医疗保健改革法？该法律要求所有美国人购买健康保险，并要求健康保险公司接受所有人。（代码：V161114x）

- 投票是义务还是选择：不同的人对投票有不同的看法。对一些人来说，投票是一种义务——他们认为，无论自己对候选人和政党有何看法，都应该参加每次选举投票。对另一些人来说，投票是一种选择——他们觉得可以自由决定是否投票，取决于自己对候选人和政党的看法。对您个人而言，投票主要是一种义务、主要是一种选择，还是既非义务也非选择？（代码：V161151x）

- 终止出生公民权：有人提议修改美国宪法，使未经授权的移民所生子女即使在本国出生，也不会自动获得公民身份。您支持、反对，还是既不支持也不反对这一提议？（代码：V161194x）

- 美墨边境墙：您支持、反对，还是既不支持也不反对在美国边境修建一堵与墨西哥相邻的墙？（代码：V161196x）

- 派兵打击伊斯兰国：您支持、反对，还是既不支持也不反对美国向伊拉克和叙利亚派遣地面部队打击伊斯兰武装分子（如 ISIS）？（代码：V161213x）

- 允许拒绝为同性伴侣提供服务：您认为，为婚礼提供相关服务的企业主是否应当被允许在同性婚姻违反其宗教信仰时拒绝为同性伴侣提供服务？还是认为，无论伴侣的性取向如何，企业主都应当被要求提供服务？（代码：V161227x）

- 跨性别者使用卫生间：跨性别者——也就是说，自我认同的性别与出生时被指定的性别不同的人——应该必须使用与其出生时被指定的性别相对应的卫生间，还是应该允许他们使用与其自我认同性别相对应的卫生间？（代码：V161228x）

- 自由贸易协定：您支持、反对，还是既不支持也不反对美国与其他国家签订自由贸易协定？（代码：V162176x）

- 医疗保健政府支出：您赞成增加、减少还是维持政府支出不变，以帮助那些无力自行支付全部费用的人购买医疗保险？（代码：V162193x）

• 对恐怖分子施以酷刑：您支持、反对，还是既不支持也不反对美国政府对涉嫌恐怖分子的人施以酷刑，以获取信息？（代码：V162295x）

所选问题对应于选举前后不同阶段的调查。具体而言，“自由贸易协定”、“医疗保健政府支出”和“对恐怖分子施以酷刑”对应选举后的调查，其余问题则对应选举前的调查。两次调查的总体略有不同，因此必须使用不同的权重，将结果推算至美国总人口。选举前调查的权重对应数据代码 V160201，选举后调查的权重则对应代码 V160202。

意见直方图经过归一化，剔除了所有缺失数据，包括“不了解”“拒绝回答”、调查错误或调查数据不存在等情况。请注意，“不了解”与“既不支持也不反对”或其他类似的、与两种极端意见距离相等的回答不同。

### *5.1.* 与模型的比较

我们的目标是找出 $\beta$ 和 $K$ 的取值，使其生成的意见分布与针对极化主题的调查结果最为相似。为此，我们针对不同的参数值生成多个极化构型，并将其意见分布与实验所得的意见分布进行比较。我们使用詹森-香农距离 [53] 来衡量两个分布之间的相似性，并找出使该距离最小的参数组合。

$$d_{JS} = \sqrt{\frac{D(p\|m) + D(q\|m)}{2}}, \tag{14}$$

其中，$D(p\|m)$表示库尔贝克-莱布勒散度：

$$D(p\|m) = \sum_i p(i) \ln \frac{p(i)}{m(i)}, \tag{15}$$

且 $m$ 是$p$ 和$q$的逐点均值。请注意，如果$p$ 或$q$的任一取值为零，则$d_{JS}$ 未定义；但在参数空间的相关区域内，我们的模型生成的任何极化分布都不满足这一条件。此外，要比较两个分布，它们必须具有相同数量的点或区间（大多数议题由七个数据点组成，只有“允许拒绝为同性伴侣提供服务”和

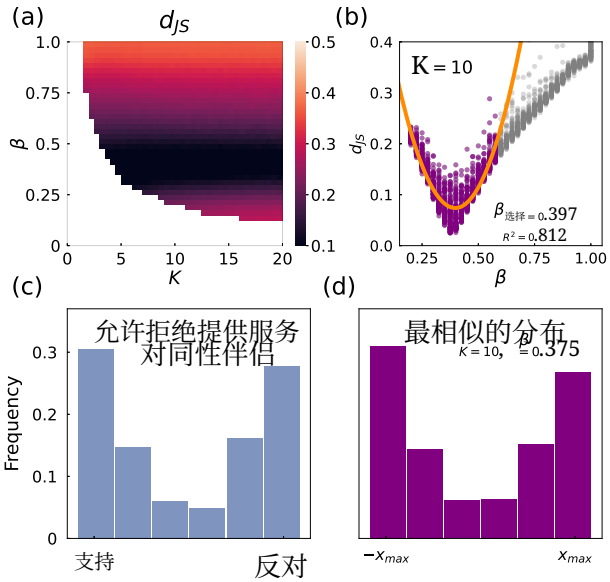



图7：针对2016年美国国家选举研究中的问题“如果同性婚姻违背其宗教信仰，您认为提供婚礼相关服务的企业主是否应允许拒绝为同性伴侣提供服务？”的结果（代码V161227和V161227a，汇总为V161227x）。（a）该问题与由我们的模型生成的极化构型之间的平均詹森-香农距离（颜色编码）。对于每种参数组合（$K$、$\beta$），使用100个构型。生成极化构型的概率低于5%的参数对不予考虑。（b）所有与$K = 10$对应的极化构型到上述问题对应分布的詹森-香农距离。在最小值附近拟合二次函数，以找出$\beta_{\text{opt}}$（橙色线）。紫色表示用于拟合的距离，灰色表示未用于拟合的距离。（c）2016年美国国家选举研究调查中对该问题的回答。（d）在我们的模拟中获得的最相似意见分布。在所有面板中，我们考虑一个具有$N = 10^4$ 个节点、$\langle k \rangle = 10$的埃尔德什-雷尼网络。

“跨性别者使用卫生间”这两个议题包含六个数据点）。因此，我们对合成分布执行以下过程：首先，对于给定$K$值所生成的每种极化配置，将每个主体的意见值除以$x_{\max}(K)$，使最终意见落在区间$(-1, 1)$内。然后，为了将模型生成的连续意见分布映射为离散分布，我们将主体的意见汇总到六个或七个等间距区间中，以匹配每项调查记录的不同选项数量。

我们的意见分布形状不依赖于$K$，$K$仅决定可达到意见的最大范围。为证明这一点，我们针对参数（$K$, $\beta$）的多种组合生成100个极化构型，其中$K \in [0, 20]$, $\beta \in [0, 1]$，并将其与采用上述方法、对应于“拒绝向同性伴侣提供服务”这一议题的实验结果进行比较

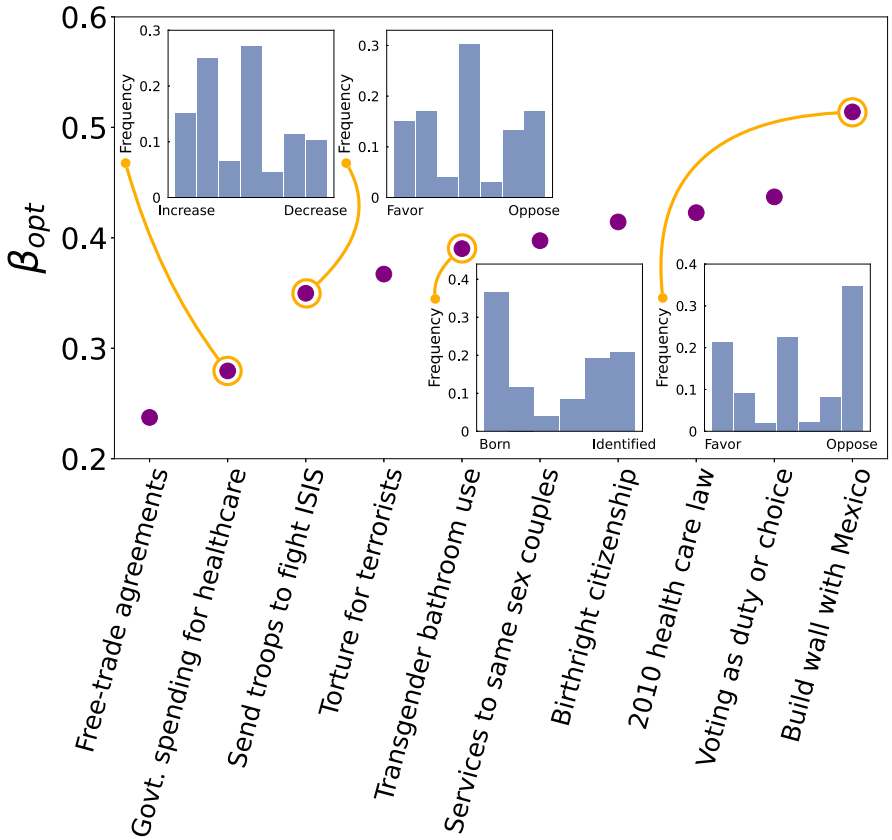



图8：ANES 2016年调查中多个极化议题的 $\beta_{\text{opt}}$ 估计值。插图展示了其中一些议题的分布。在估计过程中，我们固定$K = 10$，并考虑一个包含$N = 10^4$ 个节点、 $\langle k \rangle = 10$的埃尔德什-雷尼网络。估计误差通过自助法技术获得，但误差太小，无法显示。

在图7(a)中，我们展示了每种组合（$\beta$，$K$）对应的平均$d_{JS}$，证明距离与$K$无关，因此在接下来的处理中，我们固定$K = 10$，以估计所有议题的$\beta_{\text{opt}}$。

图7(b)展示了给定议题与极化分布（灰色和紫色点）之间的所有距离，这些距离分别对应 $\beta$的各个取值。可以看出，存在一个明显的最小值；我们可以在最小距离（紫色点）附近拟合一个二次函数（橙色线）来估计该值。拟合误差通过自助法技术获得，但误差太小，无法显示。为便于说明，我们在图7(c)中展示了所选议题的实验分布，并在图7(d)中展示了最相似的合成分布，两者在定性上高度吻合。

继此前对模型进行理论分析之后， $\beta_{opt}$ 为我们提供了一种方法，可根据不同议题的极化程度对其进行排序。关于图8展示了所有考察的议题。 $\beta_{\text{opt}}$ 较高的议题表现出更极端的极化，因为支持或反对这些议题的主体往往会选择更极端的立场。典型的党派议题，例如修建美墨边境墙、2010年医疗保健法（俗称奥巴马医改），或出生公民权，均符合这一规律。相比之下，通常并非主流政治冲突焦点，或被大多数人视为无关紧要的议题，例如自由贸易协定，或派遣美国军队在当地打击ISIS，似乎引发的激烈反应较少。有观点认为，种族怨恨以及对白人男性蓝领阶层失去主导地位的恐惧，是唐纳德·特朗普赢得美国2016年大选的主要驱动因素，而非经济议题[54, 55, 4]。这与人们对自由贸易协定和政府医疗保健支出的看法相符：与其他种族议题相比，这些议题的极化程度较低。

## 6. 结论

总之，我们提出了一种适用于静态图的新意见形成模型，通过引入权重来表示主体对意见不一致的邻居投入的注意力，从而纳入同质性机制。我们发现，在某些情况下，即使保留一定程度的跨群体关系——这正是日常社会互动中的典型情形——极化仍然能够形成并保持稳定；而且，我们的意见分布在定性上再现了现实世界调查中观察到的高度极化议题的意见分布。此外，我们还表明，如果网络具备适当的特征，同质性并非极化产生的必要条件；这些特征包括较低的度数或较高的空间相关性。这些结构特征有助于形成有限的信息视野，而有限的信息视野是极化状态得以稳定的关键。

极化现象非常复杂，已有多种不同视角对其进行讨论，并提出了不同的定义和测量方法 [56]。遵循复杂系统视角下既有研究所确立的标准 [38, 22], , 我们将极化理解为：按照类似双峰分布的形式，存在两个相互对立的多数意见。该定义也与政治学领域的一些观点相一致 [57, 44], , 后者认为双峰性是极化的必要条件。该模型还再现了社会心理学领域所研究的“群体极化”现象 [58] ： 在适当情况下，整个群体可能会日益激进地朝向某一极端意见。在这一意义上，我们的极化分布符合“双极化” [59], 的概念，因为相互对立的群体仍然保持着彼此对抗的观点。

我们的方法存在若干局限。就社会动力学而言，我们的模型假设所有个体都以相近的兴趣和意愿参与当前议题的讨论，忽略了主体对特定政治倾向的任何预设，也未考虑亲属关系、声誉或专业知识等其他因素 [60, 36]。从网络角度看，为简化起见，本文讨论的所有结果均基于合成模型来表示群体的接触结构。尽管我们预计，选择不同网络不会在定性层面影响结果，但若将分析扩展至真实接触网络，就能厘清度异质性、聚类或模块化结构等不同网络特征，对极化状态形成与稳定所起的作用。尽管如此，我们的方法仍然是研究意见形成的一项进展，适用于潜在的改变意见的互动不仅受简单同质性这一因素限制、还受到其他原因制约的情境，而这种同质性本就是现实世界社会关系所固有的。


## 致谢

我们感谢由西班牙科学与创新部资助的项目 PID2020-113582GB-I00 提供的经费支持，也感谢阿拉贡政府工业与创新部及欧洲社会基金通过项目 E30 23R （ COMPHYS 小组）和 E36 23R （ FENOL小组）提供的支持。H.P.M. 和 F.B. 感谢阿拉贡政府通过博士奖学金提供的经费支持。F.B. 感谢由西班牙科学与创新部资助的项目 PGC2018-094684-B-C22 提供的经费支持。


## 参考文献


[1] D. Baldassarri，P. Bearman，政治极化的动态，《美国社会学评论》 72 5 2007 784 811 doi:()()-。10.1177/000312240707200507
[2] D. Baldassarri，A. Gelman，不受约束的党派支持者：美国公众舆论中的政治极化与趋势，《美国社会学杂志》 114 2 2008 408 446 doi:()()-。10.1086/590649
[3] M. Gentzkow，2016年的极化，图卢兹信息技术网络白皮书（2016）1–23。[4] A. Abramowitz，J. McCoy，美国：特朗普治下美国的种族怨恨、负面党派认同与极化，《美国政治与社会科学学会年刊》 681 1 2019 137 156 doi:10.1177/()()-。0002716218811309
[5] C. Wells，K. J. Cramer，M. W. Wagner，G. Alvarez，L. A. Friedland，D. V. Shah，L. Bode，S. Edgerly，I. Gabay，C. Franklin，当我们不再谈论政治：纷争时期对话的维持与终结，《沟通学杂志》67 (1) (2017) 131–157。[6] J. McCoy，T. Rahman，M. Somer，极化与民主的全球危机：民主政体的共同模式、动力学与有害后果，《美国行为科学家》 62 1 2018 16 42 doi:10.1177/()()-。0002764218759576
[7] S. Iyengar，M. Krupenkin，党派情感的强化，《政治心理学》 39 1 2018 201 218 doi:10.1111/(S)()-。pops.12487
[8] E. D. Hersh，M. N. Goldenberg，民主党和共和党籍医生在政治化的健康议题上提供不同的医疗照护，《美国国家科学院院刊》113 (42) (2016) 11811–11816，出版者：《美国国家科学院院刊》。doi:10.1073/pnas.1606609113。[9] S. Iyengar，S. J. Westwood，跨党派的恐惧与厌恶：关于群体极化的新证据，《美国政治学杂志》 59 3 2015 690 707 doi:10.1111/()()-。ajps.12152
[10] G. A. Huber，N. Malhotra，社交关系中的政治同质性：来自在线约会行为的证据，《政治学杂志》

79 (1) (2017) 269–283，出版者：芝加哥大学出版社。 doi:10.1086/687533。[11] M. K. Chen，R. Rohla，党派立场和政治广告对亲密家庭关系的影响，《科学》360 (6392) (2018) 1020–1024。 doi:10.1126/science.aaq1433。[12] H. Farrell，互联网对政治的后果，《政治学年度评论》15 (1) (2012) 28。[13] H. Allcott，L. Braghieri，S. Eichmeyer，M. Gentzkow，社交媒体的福利效应，《美国经济评论》110 (3) (2020) 629–676。 doi:10.1257/aer.20190658。[14] A. L. Schmidt，F. Zollo，A. Scala，C. Betsch，W. Quattrociocchi，Facebook上的疫苗接种争论极化，《疫苗》
36 25 2018 3606 3612 doi:10.1016/j.vaccine.2018.()()-。05.040
[15] M. Cinelli，G. D. F. Morales，A. Galeazzi，W. Quattrociocchi，M. Starnini，社交媒体上的回音室效应，《美国国家科学院院刊》118 (9)（2021年3月）。
doi:10.1073/pnas.2023301118。[16] R. Levy，社交媒体、新闻消费与极化：来自现场实验的证据，《美国经济评论》111 (3) (2021) 831–870。 doi:10.1257/aer.20191777。[17] K. Garimella，T. Smith，R. Weiss，R. West，在线新闻消费中的政治极化，《国际 AAAI 网络与社交媒体会议论文集》15 (2021) 152–162。 doi:10.1609/icwsm.v15i1.18049。[18] S. Flaxman，S. Goel，J. M. Rao，过滤气泡、回音室与在线新闻消费，《舆论季刊》80 (S1) (2016) 298–320。 doi:10.1093/poq/nfw006。[19] F. P. Santos，Y. Lelkes，S. A. Levin，链接推荐算法与在线社交网络中的极化动力学，《美国国家科学院院刊》118 (50)（2021年12月）。 doi:10.1073/pnas.2102141118。[20] K. Sasahara，W. Chen，H. Peng，G. L. Ciampaglia，A. Flammini，F. Menczer，社会影响与取消关注加速回音室的出现，《计算社会科学杂志》
4 1 2021 381 402 doi:10.1007/()()-。s42001-020-00084-7
[21] C. K. Tokita，A. M. Guess，C. E. Tarnita，极化的信息生态系统能够通过信息级联重组社交网络，《美国国家科学院院刊》118 (50)（2021年12月）。 doi:10.1073/pnas.2102147118。[22] F. Baumann，P. Lorenz-Spreen，I. M. Sokolov，M. Starnini，社交网络中的回音室与极化动力学建模，《物理评论快报》124 (4) (2020) 048301。doi:10.1103/PhysRevLett.124.048301。[23] F. Baumann，P. Lorenz-Spreen，I. M. Sokolov，M. Starnini，多维主题空间中极化意识形态观点的出现，《物理评论 X》11 (1) (2021) 011012。doi:10.1103/PhysRevX.11.011012。[24] E. Dubois，G. Blank，回音室效应被夸大了：政治兴趣与多元媒体的调节作用，《信息、沟通与社会》21 (5) (2018) 729–745。[25] A. Guess，B. Lyons，B. Nyhan，J. Reifler，避免陷入关于回音室的回音室：为什么对志同道合政治新闻的选择性接触并不像你想象的那么普遍，奈特基金会，2018年。[26] Y. Benkler，R. Faris，H. Roberts，《网络宣传》：美国政治中的操纵、虚假信息与激进化，牛津大学出版社，2018年。[27] E. Zhuravskaya，M. Petrova，R. Enikolopov，互联网与社交媒体的政治影响，《经济学年度评论》
12 1 2020 415 438 doi:10.1146/()()-。annurev-economics-081919-050239
[28] P. Barber´a，社交媒体如何降低大众政治极化：来自德国、西班牙和美国的证据，就业市场

论文，纽约大学 46 (2014) 46. [29] L. Boxell，M. Gentzkow，J. M. Shapiro，互联网使用增加并未伴随美国人口群体政治极化的加速增长，《美国国家科学院院刊》
114 40 2017 10612 10617 doi:()()-..10.1073/pnas.1706588114
[30] R. Huckfeldt，J. M. Mendez，T. Osborn，分歧、矛盾心理与参与：异质网络的政治后果，《政治心理学》25 (1) (2004) 65–95. doi:10.1111/j.1467-9221.2004.00357.x. [31] G. De Francisci Morales，C. Monti，M. Starnini，Reddit政治互动的回音室中并无回声，《科学报告》11 (1) (2021) 2818.
doi:10.1038/s41598-021-81531-x. [32] C. Monti，J. D'Ignazi，M. Starnini，G. D. F. Morales，Reddit新闻讨论中存在人口统计学而非意识形态隔离的证据（2月
2023 doi:10.1145/3543507.）。.[33] 3583468
D. C. Mutz，J. J. Mondak，工作场所作为跨立场政治话语的情境，《政治学杂志》
68 1 2006 140 155 doi:10.1111/j.1468-2508.2006.()()-..00376.x
[34] S. Goel，W. Mason，D. J. Watts，社交网络中态度的一致性：实际与感知，《人格与社会心理学杂志》99 (2010) 611–621.
doi:10.1037/a0020697. [35] E. Bakshy，S. Messing，L. A. Adamic，在 Facebook 上接触意识形态多元的新闻与观点，《科学》348 (6239) (2015) 1130–1132，出版方：美国科学促进会。
doi:10.1126/science.aaa1160.[36] S. Offer，C. S. Fischer，难相处的人：个人网络中哪些人被认为要求苛刻，他们为何身处其中?《美国社会学评论》
83 1 2018 111 142 doi:()()-..10.1177/0003122417737951
[37] G. Deffuant，D. Neau，F. Amblard，G. Weisbuch，交互主体之间的信念混合，《复杂系统进展》03 (01n04) (2000) 87–98，出版方：World Scientific Publishing Co.
doi:10.1142/S0219525900000078. [38] R. Hegselmann，U. Krause，观点动力学与有限信任：模型、分析与仿真，《人工社会与社会仿真杂志》5 (3) (2002). [39] X. F. Meng，R. A. Van Gorder，M. A. Porter，各类网络中有限信任模型里的观点形成与分布，《物理评论E》97 (2) (2018) 022312，出版方：美国物理学会。doi:10.1103/PhysRevE.97.022312.[40] J. Lorenz，有限信任下的连续观点动力学：综述，《现代物理学国际杂志C辑》18 (12) (2007) 1819–1838，出版方：World Scientific Publishing Co. doi:10.1142/S0129183107011789. [41] J. Lorenz，有限信任下连续观点动力学模型中的不动点，arXiv:0806.1587 [physics]（2008年6月）。 doi:10.48550/arXiv.0806.1587. [42] G. Deffuant，F. Amblard，G. Weisbuch，T. Faure，极端主义如何占上风？基于相对认同交互模型的研究，《人工社会与社会仿真杂志》5 (4) (2002). [43] G. Deffuant，F. Amblard，G. Weisbuch，群体观点如何转向极端：平滑有限信任模型，arXiv:cond-mat/
0410199 2004 doi:10.48550/arXiv.（10月）。.cond-mat/0410199
[44] M. P. Fiorina，S. J. Abrams，美国公众中的政治极化，《政治学年度评论》11:563-588 (2008).[45]美国国家选举研究（www.electionstudies.org），本材料基于美国国家科学基金会资助项目支持的工作

项目编号 SES 1444721，2014-2017年，密歇根大学和斯坦福大学。[46] D. C. Mutz，交叉网络对政治参与的影响，《美国政治学杂志》46 (4) (2002) 838–855，出版方： [中西部政治科学协会，Wiley]. doi:10.2307/3088437. [47] A. Carballosa, M. Mussa-Juane, A. P. Mu˜nuzuri，社会意见对疫情情景的影响（2021）。[48] G. Burgio, B. Steinegger, G. Rapisardi, A. Arenas，同质性对数字近距离追踪的影响，《物理评论研究》3 (3) (2021) 033128. arXiv:2103.00635, doi:10.1103/PhysRevResearch.3.033128 .[49] G. Burgio, B. Steinegger, A. Arenas，同质性影响疫苗推广的成效，《通信物理》5 (1) (2022) 70. doi:10.1038/s42005-022-00849-8. [50] D. Mocanu, L. Rossi, Q. Zhang, M. Karsai, W. Quattrociocchi，（错误）信息时代的集体注意力，《人类行为中的计算机》 51 2015 1198 1204 doi:10.1016/j.()-..chb.2015.01.024 [51] A. Bessi, M. Coletto, G. A. Davidescu, A. Scala, G. Caldarelli, W. Quattrociocchi，科学与阴谋论之争：错误信息时代的集体叙事，《公共科学图书馆·综合》10 (2) (2015) e0118093. doi:10.1371/journal.pone.0118093. [52] C. A. Bail, L. P. Argyle, T. W. Brown, J. P. Bumpus, H. Chen, M. B. F. Hunzaker, J. Lee, M. Mann, F. Merhout, A. Volfovsky，在社交媒体上接触对立观点可能加剧政治极化，《美国国家科学院院刊》 115 37 2018 9216 9221 doi:10.1073/pnas.()()-..1804840115 [53] J. Lin，基于香农熵的散度度量，《IEEE 信息论汇刊》37 (1) (1991) 145–151. doi:10.1109/18.61115.[54] S. L. Morgan, J. Lee，美国白人工人阶级与总统选举选民投票率：2004至2016年，《社会学科学》4 (2017) 656–685. doi:10.15195/v4.a27. [55] J. Sides, M. Tesler, L. Vavreck，2016年美国大选：特朗普如何输掉又赢得选举，《民主杂志》28 (2) (2017) 34–44. doi:10.1353/jod.2017.0022. [56] Y. Lelkes，大众极化：表现形式与测量，《舆论季刊》 80 1 2016 392 410 doi:(S)()-.10.1093/poq/nfw00B https://doi.org/10.1093/poq/nfw005 . URL [57] P. DiMaggio, J. Evans, B. Bryson，美国人的社会态度是否变得更加两极化？《美国社会学杂志》102 (3) (1996) 690–755. doi:10.1086/230995. [58] N. E. Friedkin，选择转移与群体极化，《美国社会学评论》 64 6 1999 856 875 doi:10.2307/()()-..2657407 [59] M. M¨as, A. Flache，不疏远的分化：解释无负面影响下的意见两极分化，《公共科学图书馆·综合》 8 11 2013 74516 doi:10.1371/journal.()()e..pone.0074516 [60] M. L. Small，弱关系与核心讨论网络：为何人们经常与不重要的熟人讨论重要事项，《社交网络》 35 3 2013 470 483 doi:10.1016/()()-..j.socnet.2013.05.004