MIMO-FAS的信息论刻画：优化、分集复用权衡与 q-中断容量

Wee Kiat New，IEEE会员；Kai-Kit Wong，IEEE会士；Hao Xu，IEEE会员；
Kin-Fai Tong，IEEE会士；以及Chan-Byoung Chae，IEEE会士

arXiv:2303.02269v3 [cs.IT] 25 Oct 2023

摘要——多输入多输出（MIMO）系统一直是近几代移动通信技术的标志性技术。随着面向第六代移动通信（6G）的需求不断增长，我们需要额外的自由度，以获得超越MIMO的进一步增益。为此，流体天线系统（FAS）应运而生，它利用位置可切换的可重构天线来实现空间分集。针对两端均在二维流体天线表面上激活多个端口的情形，我们采用信息论方法研究MIMO-FAS的可达性能极限。首先，我们提出一种称为QR MIMO-FAS的次优方案，通过联合端口选择、发送和接收波束成形以及功率分配，在高信噪比（SNR）下最大化速率。随后，我们推导出MIMO-FAS的最优分集与复用折衷（DMT）。从DMT可以看出，MIMO-FAS优于传统MIMO天线系统。此外，我们引入一种新指标，即 q-中断容量，该指标能够综合考虑速率和中断概率。通过这一指标，我们的结果表明，MIMO-FAS显著优于传统MIMO。

索引词—第六代移动通信、分集与复用折衷、流体天线系统、多输入多输出、中断容量。

I. 引言

A. 背景

SIXTH-GENERATION（第六代移动通信）旨在使关键性能指标（KPIs）远超当前第五代移动通信（第五代移动通信）所承诺的水平。实现这一升级需要能够在相同带宽下实现更高性能的新技术。目前，占主导地位的技术是多输入多输出（多输入多输出）其形式还包括多用户MIMO和大规模MIMO。在第六代移动通信中，人们希望超越多输入多输出 [1], [2]。

W. K. New、K. K. Wong 和 K. F. Tong 的研究工作得到了工程与物理科学研究委员会（EPSRC）通过项目 EP/W026813/1 提供的资助。

C.-B. Chae 的研究工作得到了韩国科学技术信息通信部（MSIT）资助的信息通信技术振兴院（IITP）项目支持（编号：2021-0-02208、编号：2021-0-00486）。

H. Xu 的研究获得欧盟地平线2020研究与创新计划下玛丽·斯克沃多夫斯卡-居里资助项目（编号：101024636）的支持。

W. K. New（电子邮箱：a.new@ucl.ac.uk）、K. K. Wong（通讯作者，电子邮箱：kai-kit.wong@ucl.ac.uk）、H.Xu（电子邮箱：hao.xu@ucl.ac.uk）和 K. F. Tong（电子邮箱：k.tong@ucl.ac.uk）任职于英国伦敦 WC1E 6BT 伦敦大学学院电子与电气工程系。C.-B. Chae（电子邮箱：cbchae@yonsei.ac.kr）任职于韩国首尔 03722 延世大学综合技术学院。K. K. Wong 还兼任韩国首尔 03722 延世大学延世前沿实验室的职务。

实现这一极具雄心的目标，一种新兴思路是流体天线系统（FAS） [3]。FAS 泛指任何可由软件控制的流体、导电或介电结构，这类结构能够调整自身形状和位置，从而重新配置增益、辐射方向图、工作频率及其他辐射特性。得益于近期在柔性导电材料（如液态金属或电离溶液） [4], 、可切换像素 [5], [6], 以及天线步进电机 [7], [8]方面取得的进展，如今这一设想已成为现实。流体天线的概念涵盖所有可移动和不可移动的柔性位置天线。

与固定在某一位置的传统天线不同，流体天线能够在有限空间内几乎瞬时切换位置。最基本的单流体天线由一条射频链和 N 个预设位置（也称为端口）组成，这些位置分布在给定空间内[3]。流体天线的辐射元件可以切换位置，从而根据应用需求获得更高的速率、更低的中断概率、更少的干扰以及其他理想的性能增益。由于端口可以彼此紧密排列，因此这些端口的信道具有很强的相关性，空间相关性因而在流体天线系统中发挥着关键作用。

流体天线系统的主要实现方案有：i）液体基流体天线；ii）射频像素基流体天线。在液体基流体天线中，每个液滴都可以通过利用介电层顶部的细导电线控制电场，精确切换位置；而其他技术则可能使用电子控制泵，在管道中移动流体辐射元件。另一方面，在射频像素基流体天线中，无论表面积大小，射频像素都可以瞬时开启或关闭。一个或多个像素开启后，便构成用于传输或接收的天线端口，其工作方式类似于标准天线。此外，每个已激活的端口都连接到一条射频链，工作方式类似于传统天线。简言之，流体天线系统的基本原理是利用流体天线的动态特性，为分集与复用增益实现最大的灵活性。[1]

由于具有前所未有的优势，近年来，单用户单输入单输出（SISO）流体天线系统（FAS）在不同场景和假设下得到了研究。具体而言，随着端口数量增加， [9] 表明流体天线系统的中断概率可大幅降低，而 [10] 则证明流体天线系统能够显著提升遍历容量。

[1]值得指出的是，流体天线系统不一定使用“流体”材料制造天线；对于要求在毫秒或更短时间内完成适应的无线通信，可重构像素更为相关。

受这些研究启发， [11] 推导了电平穿越率， [12] 通过观测少数端口的信道设计了一种端口选择算法， [13] 研究了流体天线系统在一般相关信道下的性能， [14] 则分析了太赫兹通信中流体天线系统的中断概率，并进一步考察了选择合并和最大增益合并。这些研究得出了乐观的结果，但 [15] 指出，采用更准确的空间相关模型后，流体天线系统的中断概率只能降低至一个下限。近期的研究 [16]从直观层面解释了这一局限，并揭示流体天线系统的性能通常取决于可用空间。此外，只有在特定情况下，流体天线系统的中断概率才可能与经典最大比合并（MRC）系统相近。

FAS能够精细切换天线位置，这一独特能力也可用于缓解干扰，而这在传统天线选择系统中并不切实际。近期， [17] 研究了利用正交多址接入为多个用户提供服务的流体天线方案，而 [18] 则采用空分多址接入方法来降低用户发射功率。尽管如此，一个或许更有趣的思路是流体天线多址接入（FAMA）方案 [19] ，其基本原理是利用空间域中深衰落出现的时机来减轻用户间干扰。FAMA分为慢速FAMA和快速FAMA：前者在信道变化时切换端口 [20] ，后者则逐个符号切换端口 [21]。最近， [22]重新研究了双用户FAMA的中断概率。

总之，FAS展现出良好的应用前景，但仍有许多方面尚未得到充分理解。例如，若启用多个端口，FAS本身的性能还可进一步提升。对于点对点通信信道，我们将两端均配备多端口流体天线系统的系统称为MIMO-FAS，它也被称为流体多输入多输出或柔性多输入多输出，见 [3]。请注意，使用液体基流体天线或射频像素基流体天线，也可以在二维（2D）表面上启用多个端口。MIMO-FAS设计示意图已在 [3]中讨论。 与传统MIMO天线选择系统相比，后者在给定表面上的天线数量有限（天线之间至少间隔半个波长），且天线位置固定；MIMO-FAS的独特之处在于，辐射单元的位置可以动态、精细地调整，并且给定表面内的预设位置（即端口）数量可以任意增加，从而带来额外增益。请注意，近期也有研究将FAS用于多址接入 [20]–[22], 在这种场景下，FAS的高分辨率至关重要，传统天线选择则无法胜任。

预计MIMO-FAS的容量和可靠性将优于对应的SISO系统。事实上，一项相关研究表明，与传统MIMO系统相比，可移动天线系统（可视为采用可移动流体天线的MIMO-FAS）的容量最高可提升30.3% [23]。然而，该研究并未考虑丰富散射环境下天线位置之间产生的空间相关性。更重要的是，最优分集以及 MIMO-FAS 的复用权衡（DMT）尚属未知。

在信息论中，最优DMT可用作比较不同多天线系统性能的统一框架 [24]。具体而言，它关注高信噪比（SNR）渐近区域；若系统速率按 $r \log \mathrm{SNR}$ 的规律增长，且其中断概率按 $\mathrm{SNR}^{-d(r)}$ 的规律衰减，则称该方案实现了 r 的复用增益和 $d(r)$ 的分集增益。已知 r 不会超过信道的总自由度，而 $d(0)$ 受最大分集增益限制，即独立信道的总数。在这两个极端之间，系统必须在各类增益之间进行权衡。

B. 主要贡献

受上述研究的启发，本文旨在分析 MIMO-FAS 的性能，以期为高效 MIMO-FAS 的设计提供有益见解。为此，我们首先建立了 MIMO-FAS 的系统模型，并考虑空间相关效应。为刻画 MIMO-FAS 的性能极限，我们考虑丰富散射环境，因为众所周知，多径有助于提高分集增益和复用增益。[2] 随后，我们提出一种次优方案，在高信噪比下通过联合端口选择、发送和接收波束成形以及功率分配，最大化 MIMO-FAS 的速率。基于该方案，我们推导出 MIMO-FAS 的最优DMT，从信息论角度揭示 MIMO-FAS 的基本极限。根据分析结果，我们进一步研究不同 MIMO-FAS 参数的影响，并揭示 MIMO-FAS 在 DMT 方面优于传统MIMO 和 MIMO天线选择。此外，我们引入一种新指标，称为 q-中断容量，以展示 MIMO-FAS 的优势。我们的主要贡献总结如下：

- 我们针对两端均采用二维流体天线表面的 MIMO-FAS，构建了一个考虑端口空间相关性的系统模型。具体而言，我们采用了一种简单而准确的信道模型，用于描述三维（3D）散射环境中的空间相关性。基于该信道模型，我们引入了活动端口、波束成形矩阵和功率分配等多个系统参数。随后推导出 MIMO-FAS 的可达速率，其表达式类似于传统 MIMO系统的速率。

- 此外，我们构建了一个非凸优化问题，通过联合端口选择、发送和接收波束成形以及功率分配来最大化 MIMO-FAS 的速率。我们证明，可以通过穷举搜索、奇异值分解（SVD）和注水功率分配获得全局最优解，但其代价是非多项式时间复杂度。为了

[2]请注意，丰富散射有助于提升任何MIMO系统的性能，包括MIMO-FAS、传统MIMO和MIMO天线选择。因此，如果散射体数量较少，还可以考虑使用可重构智能表面来创建人工散射体，以提升任何MIMO系统的性能。

为降低时间复杂度，我们提出了QR MIMO-FAS方案，通过次优端口选择、波束成形和功率分配，在高信噪比下最大化MIMO-FAS的速率。研究表明，QR MIMO-FAS具有多项式时间复杂度。

- 此外，我们推导了 MIMO-FAS 的分集复用折衷外界。利用该外界和 QR MIMO-FAS，我们得到了 MIMO-FAS 的最优分集复用折衷。在此过程中，我们证明，即使端口数量增加到无穷大，空间相关矩阵 $\boldsymbol{J}_s$仍可表示为有限尺寸矩阵 $\boldsymbol{J}^s$红色。随后，我们提出了估计 $\boldsymbol{J}^s$红色大小的方法，并通过证明证书给出了在 $\boldsymbol{J}_s$和 $\boldsymbol{J}^s$红色之间进行线性变换的方法。

- 我们提供了大量结果，以展示若干 MIMO-FAS 参数的影响。在讨论中，我们为设计高效的 MIMO-FAS 提供了有益见解。尽管 MIMO-FAS 相较于传统MIMO天线系统能够提高速率，但我们强调，MIMO-FAS 的优势实际上在于分集增益。具体而言，当 r 固定时，如果活动端口或天线的总数相同，MIMO-FAS 的分集增益远高于 MIMO 和 MIMO 天线选择。

- 最后，我们引入一种新的性能指标，称为 q-中断容量，它综合考虑了速率和中断概率。我们证明，在 q-中断容量方面，MIMO-FAS 优于传统 MIMO 和 MIMO 天线选择。这一结果表明，与传统 MIMO 系统相比，MIMO-FAS 能够更可靠地实现高速率数据传输。

C. 组织结构与符号约定

本文其余部分安排如下。第二节介绍 MIMO-FAS 的系统模型。第三节详细介绍所提出的 QR MIMO-FAS 方案，该方案旨在高信噪比下最大化速率。第四节分析 MIMO-FAS 的最优 DMT。第五节给出数值结果，以比较 MIMO-FAS 与传统 MIMO 系统；第六节对全文作总结。

本文中，标量变量用斜体字母表示（例如 c），向量用粗体小写斜体字母表示（例如 $\boldsymbol{c}$），矩阵用粗体大写斜体字母表示（例如 $\boldsymbol{C}$）。此外，$(\cdot)^T$ 表示转置，$(\cdot)^H$ 表示共轭转置，而 det (·)、rank (·) 和 trace (·) 分别表示矩阵的行列式、秩和迹。此外，$|\cdot|$、$\|\cdot\|_2$ 和 $\|\cdot\|_F$ 分别表示绝对值、欧几里得范数和弗罗贝尼乌斯范数运算。我们用 log(·)表示以 2 为底的对数，$[\cdot]_c^+$ c $\{\cdot\}$ 输出一个下界为 的参数，min 和 max $\{\cdot\}$ 分别表示参数的最小值和最大值。$\mathbb{E}[\cdot]$ 返回输入随机量的期望值，$\otimes$ 表示克罗内克积。最后，$\boldsymbol{e}_k$ 表示除第 k 个元素为 1 外其余元素均为零的向量，diag(·)表示以输入作为对角元素的对角矩阵，而 $(\cdot)^\dagger$ 表示输入矩阵的伪逆。为帮助读者理解本文的数学内容，表 I 列出了关键变量的含义。

表 I：关键符号的含义。

符号	含义
$\boldsymbol{A}$	发射端和接收端两侧的激活端口矩阵 端与接收端
$\boldsymbol{A}_s$	侧 s的激活端口矩阵
C_{sys}^q	q系统的中断容量
$d(r)$	r 复用增益对应的分集增益
$\boldsymbol{G}$	圆对称复高斯矩阵 其元素独立同分布
$\boldsymbol{H}$	MIMO-FAS 的复信道
$\bar{\boldsymbol{H}}$	激活端口的复信道
$\boldsymbol{H}_a$	活动端口的部分信道
$\boldsymbol{H}_i$	非活动端口的部分信道
$\boldsymbol{J}_s$	侧 s的空间相关矩阵
$\hat{\boldsymbol{J}}_s$	$\boldsymbol{J}_s$的近似矩阵
$\boldsymbol{J}_{\text{red}}^s$	侧 s的满秩空间相关矩阵
$\boldsymbol{K}$	输入协方差
n_s	活动端口总数
$n_{\max}/n_{\min}$	n_{rx} 和 n_{tx}的最大值/最小值
$N_{\max}/N_{\min}$	N_{rx} 和 N_{tx}的最大值/最小值
N_s	侧 s的端口总数
N_i^s	侧 s第 i 维的端口数
$N_s^{'}$	$\boldsymbol{J}^s$的秩 $_{\text{red}}$
$N_{\min}^{'}$	N的最小值 $_{rx}^{'}$ 以及 $N_{tx}^{'}$
$P_{\text{sys}}^{\text{out}}$（信噪比 r）	系统的中断概率，以.....表示 r log 信噪比
$P_{\text{sys}}^{\text{out}}$(信噪比 q)	固定 q- 传输速率
$\boldsymbol{P}$	功率分配矩阵
r	复用增益
R_{sys}(信噪比)	给定信噪比下系统的速率
$s \in \{tx, rx\}$	下标/上标 to 表示 the 发送端/接收端
SNR	发送信噪比
$\boldsymbol{v}_l^s$	.....的线性变换之间的证书 $\boldsymbol{J}_s^{(l)}$ 和 $\boldsymbol{J}_{\text{sub}}^{(l-1)}$
W_s	侧边 s 的流体天线总面积
W_i^s	流体天线在第 i 维上的长度 在侧边 s
$\boldsymbol{W}$	发射和接收波束成形矩阵
$\boldsymbol{W}_s$	s侧的波束成形矩阵
λ	载波频率的波长
$\boldsymbol{\Lambda}_s$	对角元素为特征值的矩阵—— 为 $\boldsymbol{J}_s$的特征值
$\boldsymbol{\Sigma}$	对角元素为奇异值的矩阵—— 为 $\boldsymbol{H}$的奇异值
$\bar{\boldsymbol{\Sigma}}$	对角元素为奇异值的矩 阵 $\bar{\boldsymbol{H}}$
$\boldsymbol{\Omega}$	用于端口优化的特殊矩阵

II. 系统模型

如图1所示，我们考虑一个点对点无线通信信道，其中发射机和接收端均配备流体天线。为便于讨论，我们使用下标/上标 s 表示发射机或接收端的参数，分别记为 tx 或 rx，即 $s \in \{tx, rx\}$。我们假设流体天线占据面积为 W_s 的二维空间，并在该二维空间内均匀分布有 N_s 个端口。我们考虑一种网格结构，其中 N_i^s 个端口沿长度为 λW_i^s 的线性空间均匀分布，适用于 $i \in \{1, 2\}$，因此 $N_s = N_1^s \times N_2^s$ 且 $W_s = \lambda W_1^s \times \lambda W_2^s$，其中 λ 为载波频率的波长。在该MIMO-FAS中，发射机和接收端只能激活 N_s 个端口中的 n_s 个。注意，对于SISO-FAS，$n_s = 1$，$\forall s$。

考虑丰富散射下的三维环境，(n_1^s, n_2^s)端口与

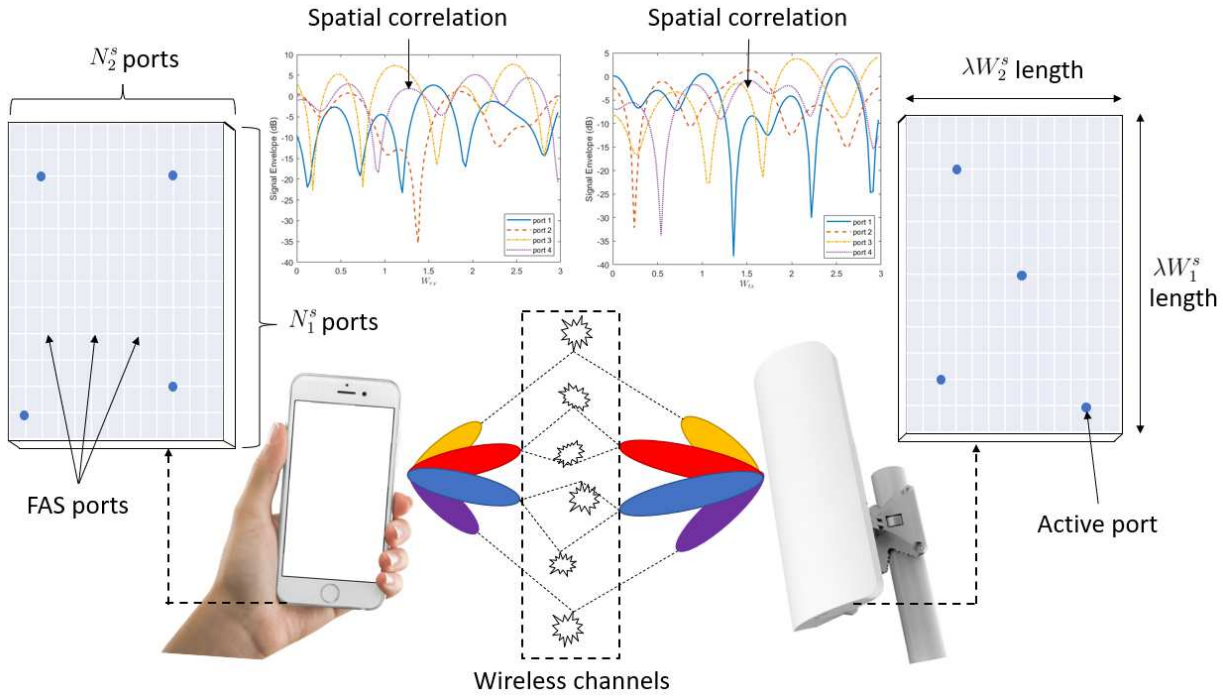


图1：点对点MIMO-FAS示意图。

$(\tilde{n}_1^s, \tilde{n}_2^s)$端口之间的空间相关性为

$$J^s_{(n_1^s,n_2^s),(\tilde{n}_1^s,\tilde{n}_2^s)} = j_0\left(2\pi\sqrt{\left(\frac{|n_1^s-\tilde{n}_1^s|}{N_1^s-1}W_1^s\right)^2+\left(\frac{|n_2^s-\tilde{n}_2^s|}{N_2^s-1}W_2^s\right)^2}\right), \quad (1)$$

其中 $j_0(\cdot)$ 是第一类球贝塞尔函数。[3]附录I中给出了详细证明。如式（1）所示，在二维中标记端口较为繁琐。为简化符号表示，我们使用函数 map： $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$，例如，$\text{map}(n_1^s, n_2^s) = l_s$，其中 $l_s \in \{1,\ldots,N_s\}$。

利用映射函数，我们可以将空间相关矩阵 $\boldsymbol{J}_s$ 表示为

$$\boldsymbol{J}_s = \begin{bmatrix} J^s_{1,1} & J^s_{1,2} & \cdots & J^s_{1,N_s} \\ J^s_{2,1} & J^s_{2,2} & \cdots & J^s_{2,N_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J^s_{N_s,1} & J^s_{N_s,2} & \cdots & J^s_{N_s,N_s} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中 $J^s_{k_s,\,l_s}$ 表示侧面 s上第 k_s个端口与第 l_s个端口之间的空间相关性， k_s 和 l_s 是映射后的标签。由于$J^s_{k_s,\,l_s} = J^s_{l_s,\,k_s}$，式（2）可以分解为 $\boldsymbol{J}_s = \boldsymbol{U}_s\boldsymbol{\Lambda}_s\boldsymbol{U}_s^H$，其中 $\boldsymbol{U}_s$是一个 $N_s \times N_s$矩阵，其第 l列（即 $\boldsymbol{u}_l^s$）是 $\boldsymbol{J}_s$的特征向量，且 $\boldsymbol{\Lambda}_s = \text{diag}\left(\lambda_1^s, \ldots\ldots, \lambda_{N_s}^s\right)$是一个$N_s \times N_s$ 对角矩阵，其第 l个对角元素是 $\boldsymbol{u}_l^s$对应的特征值。不失一般性地，我们假设 $\boldsymbol{\Lambda}_s$ 中的特征值按降序排列，即$\lambda_1^s \geq \cdots \geq \lambda_{N_s}^s$。注意，对于每个 $s \in \{tx, rx\}$， $\boldsymbol{U}_s\boldsymbol{\Lambda}_s\boldsymbol{U}_s^H$均独立计算。

[3]请注意，通过设置 $N_1^s = 1$ 和 $0\,0$、0，并将 $j_0(\cdot)$替换为 $J_0(\cdot)$，式(1)可简化为二维散射环境下的一维流体天线，其中 $J_0(\cdot)$为第一类贝塞尔函数。

给定 $\boldsymbol{U}_s$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}_s$，对于 $\forall s$，多输入多输出流体天线系统的复信道可建模为

$$\boldsymbol{H} = \delta\,\boldsymbol{U}_{rx}\sqrt{\boldsymbol{\Lambda}_{rx}}\boldsymbol{G}\sqrt{\boldsymbol{\Lambda}_{tx}^H}\boldsymbol{U}_{tx}^H, \quad (3)$$

其中， $\boldsymbol{G} = [\boldsymbol{g}_1, \ldots, \boldsymbol{g}_{N_{tx}}]$、 $\boldsymbol{g}_l = [g_{1,l}, \ldots, g_{N_{rx},l}]^T$、 $g_{k,\,l} = x_{k,\,l} + jy_{k,\,l}$和$x_{k,\,l}$、$y_{k,\,l}$是相互独立、均值为零且方差为$\frac{1}{2}$的高斯随机变量， $\forall k$、l和 δ^2为路径损耗。令 $\boldsymbol{h}_{\text{vec}} = \text{vec}(\boldsymbol{H})$，则 $\boldsymbol{h}_{\text{vec}}$的协方差为 $\delta^2\left(\boldsymbol{J}_{tx}^T \otimes \boldsymbol{J}_{rx}\right)$，其中 $\boldsymbol{J}_{tx}^T \otimes \boldsymbol{J}_{rx}$是发射端口与接收端口之间的空间相关矩阵。[4]

接下来，我们分别将发射端和接收端的激活端口矩阵表示为$\boldsymbol{A}_{tx} = \left[\boldsymbol{a}_1^{tx}, \ldots, \boldsymbol{a}_{n_{tx}}^{tx}\right]$和$\boldsymbol{A}_{rx} = \left[\boldsymbol{a}_1^{rx}, \ldots, \boldsymbol{a}_{n_{rx}}^{rx}\right]^T$，其中 $\boldsymbol{a}_l^{tx}$和 $\boldsymbol{a}_l^{rx}$是标准基向量（即 $\boldsymbol{a}_l^s \in \{\boldsymbol{e}_1, \ldots, \boldsymbol{e}_{N_s}\}$）。由于每次只能激活彼此不同的$n_s$ 端口，因此若 $k \neq l$，则有 $\boldsymbol{a}_k^{tx} \neq \boldsymbol{a}_l^{tx}$和$\boldsymbol{a}_k^{rx} \neq \boldsymbol{a}_l^{rx}$。进一步将 $\boldsymbol{W}_{tx}$和 $\boldsymbol{W}_{rx}$分别表示为发射和接收波束成形矩阵，并满足约束 $\|\boldsymbol{W}_s\|_2 = 1$。于是，多输入多输出流体天线系统的接收信号可改写为

$$\boldsymbol{W}_{rx}\boldsymbol{A}_{rx}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{W}_{rx}\boldsymbol{A}_{rx}\boldsymbol{H}\boldsymbol{A}_{tx}\boldsymbol{W}_{tx}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{W}_{rx}\boldsymbol{A}_{rx}\boldsymbol{w} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \tilde{\boldsymbol{Y}} = \tilde{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{x} + \tilde{\boldsymbol{w}}, \quad (5)$$

其中， $\boldsymbol{x}$ 是信息信号， $\boldsymbol{w}$ 是均值为零且具有单位协方差的加性白高斯噪声。在式（5）中，我们定义了 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$、 $\boldsymbol{W}_{rx}\boldsymbol{A}_{rx}\boldsymbol{Y}$、 $\tilde{\boldsymbol{H}}$、 $\boldsymbol{W}_{rx}\boldsymbol{A}_{rx}\boldsymbol{H}\boldsymbol{A}_{tx}\boldsymbol{W}_{tx}$以及 $\tilde{\boldsymbol{w}}$ 、 $\boldsymbol{W}_{rx}\boldsymbol{A}_{rx}\boldsymbol{w}$。为便于表述，我们记

[4]由于端口空间相关性，可以证明，无论流体天线系统的端口数量是多少，只需少量观测端口/训练即可获得完整信道状态信息 [25]。此外，还提出了机器学习技术来解决流体天线系统中用于端口选择的信道估计问题，例如 [20]。

$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{A}_{tx},\boldsymbol{A}_{rx}]$、$\boldsymbol{W}=[\boldsymbol{W}_{tx},\boldsymbol{W}_{rx}]$、$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{A}_{rx}\boldsymbol{H}\boldsymbol{A}_{tx}$和$\boldsymbol{K}=\boldsymbol{W}_{tx}\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_{tx}^{H}$，其中 $\boldsymbol{K}$是输入协方差，$\boldsymbol{P}=\mathbb{E}\left[\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{H}\right]$是功率分配矩阵。于是，MIMO-FAS 的速率为

$$R\left(\boldsymbol{A},\boldsymbol{W},\boldsymbol{P}\right)=\log\det\left(\boldsymbol{I}+\bar{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{H}}^{H}\right), \tag{6}$$

其中 $\text{trace}\left(\boldsymbol{K}\right)\leq \text{SNR}$，且 SNR 为发送信噪比。

III. QR MIMO-FAS：次优端口选择、波束成形与功率分配

在本节中，我们旨在通过联合优化端口选择、波束成形和功率分配，最大化 MIMO-FAS 的速率。该优化问题可表述为

$$\begin{aligned}
\max_{\boldsymbol{A},\boldsymbol{W},\boldsymbol{P}}\quad & R\left(\boldsymbol{A},\boldsymbol{W},\boldsymbol{P}\right) && \text{(7a)}\\
\text{s.t.}\quad & \boldsymbol{a}_l^s\in\{e_1,\ldots,e_{N_s}\},s\in\{rx,tx\},\forall l, && \text{(7b)}\\
& \boldsymbol{a}_k^{tx}\neq\boldsymbol{a}_l^{tx},\text{if}\,k\neq l, && \text{(7c)}\\
& \boldsymbol{a}_k^{rx}\neq\boldsymbol{a}_l^{rx},\text{if}\,k\neq l, && \text{(7d)}\\
& \left\|\boldsymbol{W}_{tx}\right\|_2=\left\|\boldsymbol{W}_{rx}\right\|_2=1, && \text{(7e)}\\
& \text{trace}\left(\boldsymbol{K}\right)\leq\text{SNR}. && \text{(7f)}
\end{aligned}$$

注意，(7) 是一个非凸优化问题，因为 i) 优化变量彼此耦合，且 ii) 其定义域是非凸的。解决该问题的一种系统方法是采用穷举搜索 [26], 奇异值分解和注水功率分配 [27]。具体而言，可通过对 $\begin{pmatrix}N_{tx}\\n_{tx}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}N_{rx}\\n_{rx}\end{pmatrix}$ 种端口组合进行奇异值分解和注水功率分配，计算 MIMO-FAS 的最大速率。[5] 然而，这种方法需要 $\mathcal{O}(N_{tx}^{n_{tx}}N_{rx}^{n_{rx}})$ 的非多项式时间复杂度，计算开销高得难以承受。

为降低时间复杂度，我们提出一种次优方案，即 QR MIMO-FAS，以最大化高信噪比区域内 MIMO-FAS 的速率。该方案有助于分析 MIMO-FAS 的分集复用折衷。在所提出的方案中，我们将 (7) 解耦为两个子问题：i) 最优端口选择；ii) 最优波束成形和功率分配。对于最优端口选择，(7) 可简化为

$$\max_{\boldsymbol{A}}R\left(\boldsymbol{A},\boldsymbol{W},\boldsymbol{P}\right)\quad\text{s.t.}\quad(7b),(7c),(7d). \tag{8}$$

然而，由于无法直接计算目标函数，求解 (8) 仍然颇具挑战。为克服这一问题，我们利用这样一个事实：在高信噪比区域 [28]，$R(\boldsymbol{A},\boldsymbol{W},\boldsymbol{P})$ 与 $\det(\bar{\boldsymbol{H}}\bar{\boldsymbol{H}}^{H})$ 密切相关。因此，(8) 可放宽为

$$\max_{\boldsymbol{A}}\det(\bar{\boldsymbol{H}}\bar{\boldsymbol{H}}^{H})\quad\text{s.t.}\quad(7b),(7c),(7d), \tag{9}$$

[5]正如本文后文将要说明的，即使在 $N_s\to\infty$的情况下，$N_s,\forall s$ 也可以用一个有限常数来表示。

遗憾的是，这仍然是一个NP难问题 [29]。[6] 不过，我们可以通过使用强秩揭示QR（RRQR）分解 [30]获得一个次优解。

具体而言，对 $\boldsymbol{H}^{H}$ 进行带主元列的 QR分解，可得

$$\boldsymbol{H}^{H}\boldsymbol{\Pi}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{R}, \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{\Pi}$ 是置换矩阵，$\boldsymbol{Q}$ 是正交矩阵，$\boldsymbol{R}$ 是上三角矩阵，且 $\boldsymbol{R}$ 中各主对角元素的绝对值依次递减。上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 可改写为

$$\boldsymbol{R}=[\boldsymbol{R}_1\ \boldsymbol{R}_2]=\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{S}_2\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{S}_3\end{bmatrix}, \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{R_1}=[\boldsymbol{S}_1\ \boldsymbol{0}]^{T}$ 和 $\boldsymbol{R}_2=[\boldsymbol{S}_2\ \boldsymbol{S}_3]^{T}$。将 (11) 代入 (10)，得到

$$\left[\boldsymbol{H}^{H}\boldsymbol{\Pi}_a\ \boldsymbol{H}^{H}\boldsymbol{\Pi}_i\right]=\left[\boldsymbol{H}_a^{H}\ \boldsymbol{H}_i^{H}\right]=[\boldsymbol{Q}\boldsymbol{R}_1\ \boldsymbol{Q}\boldsymbol{R}_2], \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{\Pi}=[\boldsymbol{\Pi}_a\ \boldsymbol{\Pi}_i]$。在 (12) 中，(10) 的左侧和右侧被分成两个块，因此我们可以将 $\boldsymbol{H}_a^{H}$和 $\boldsymbol{H}_i^{H}$分别解释为活动端口和非活跃端口的 MIMO-FAS 信道。由于$\boldsymbol{H}^{H}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 的奇异值保持不变，显然 (12) 具有以下性质

$$\begin{aligned}
\prod_{m=1}^{N_{\min}}\sigma_m\left(\boldsymbol{H}^{H}\right)&=\prod_{m=1}^{n_s}\sigma_m\left(\boldsymbol{H}_a^{H}\right)\prod_{m=n_s+1}^{N_{\min}}\sigma_m\left(\boldsymbol{H}_i^{H}\right)\\
&=\prod_{m=1}^{n_s}\sigma_m\left(\boldsymbol{R}_1\right)\prod_{m=n_s+1}^{N_{\min}}\sigma_m\left(\boldsymbol{R}_2\right),
\end{aligned} \tag{13}$$

其中 $N_{\min}=\min\{N_{rx},N_{tx}\}$，而 $\sigma_m(\cdot)$ 表示矩阵参数的第 m 个奇异值。

与 (9) 一致，我们的目标是通过置换$\boldsymbol{H}_a^{H}$的第 k 列和 $\boldsymbol{H}_i^{H}$ 的第 l 列，最大化 (13) 中的$\prod_{m=1}^{n_s}\sigma_m\left(\boldsymbol{H}_a^{H}\right)$。为实现这一目标，我们采用矩阵 Ω，其中 Ω 的第 (k,l) 个元素为

$$\Omega_{k,l}=\sqrt{\left|\boldsymbol{S}_1^{\dagger}\boldsymbol{S}_2\right|_{k,l}^2+\left\|\boldsymbol{s}_{3,l}\right\|_2^2+\left\|\boldsymbol{s}_{1,k}^{\dagger,T}\right\|_2^2}, \tag{14}$$

其中，$|\boldsymbol{S}|_{k,l}$ 表示$\boldsymbol{S}$中第(k,l)个元素的绝对值，$\boldsymbol{s}_{s,l}$ 是 $\boldsymbol{S}_s$ 的第 l列，而 $\boldsymbol{s}^{\dagger,T}_{s,k}$是$\boldsymbol{S}_s^{\dagger}$的第 k行。此外，记$\boldsymbol{H}^{H}_{a,k,l}$（或 $\boldsymbol{\Pi}_{a,k,l}$）为新矩阵，其中 $\boldsymbol{H}_a^{H}$（或 $\boldsymbol{\Pi}_a$）的第 k列与 $\boldsymbol{H}_i^{H}$（或 $\boldsymbol{\Pi}_i$）的第 l列互换。

通常，在存在空间相关性的情况下，需要对所有(k,l)种组合进行置换，并求出最大 $\prod_{m=1}^{n_s}\sigma_m\left(\boldsymbol{H}^{H}_{a,k,l}\right)$。然而，利用(14)，我们可以在置换之前确定 $\prod_{m=1}^{n_s}\sigma_m\left(\boldsymbol{H}^{H}_{a,k,l}\right)$ 相对于 $\prod_{m=1}^{n_s}\sigma_m\left(\boldsymbol{H}_a^{H}\right)$ 是增加还是减少。因此，我们可以

[6]之所以进行松弛，是因为在高信噪比下，$R(\boldsymbol{A},\boldsymbol{W},\boldsymbol{P})\approx\log\det(\bar{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{H}}^{H})$，且随着信噪比增加，采用等功率分配的速率趋近于采用注水功率分配时的速率 [37]。对于其他信噪比区间，如何以低复杂度求解（7）仍是一个开放问题。尽管如此，我们可以通过激活 n_{rx}/n_{tx} 个端口，在低信噪比下获得一种高效的解：这些端口的 $\boldsymbol{H}$ 的行范数/列范数最大，且彼此间至少相隔 c_{rx}/c_{tx} 距离。我们将此方案称为贪心选择。

算法1 QR MIMO-FAS伪代码

1: 通过带主元列的QR分解计算(10)
2: 使用(14)计算Ω
3: 当Ω$_{k,l}>1$: 置换 $\boldsymbol{H}_a^H/\boldsymbol{\Pi}_a$ 的第-th列和第 l列
4: 的 $\boldsymbol{H}_i^H/\boldsymbol{\Pi}_i$ 中具有最大Ω$_{k,l}>1$,: 更新,和,
5: $\boldsymbol{H}^H=\boldsymbol{H}_{a,k,l}^H$ $\boldsymbol{\Pi}=\boldsymbol{\Pi}_{a,k,l}$
6: 使用 $\boldsymbol{H}^H$ $\boldsymbol{\Pi}$ 执行QR分解并返回步骤2
7: 结束
8: 设置 $\boldsymbol{A}_r^*=\boldsymbol{\Pi}_a^T$
9: 将 $\boldsymbol{H}^H$替换为.....，重复步骤 1–7 其中 $\boldsymbol{A}_r^*\boldsymbol{H}$
10: 设置 $\boldsymbol{A}_t^*=\boldsymbol{\Pi}_a^T$
11: 对 $\boldsymbol{A}_r^*\boldsymbol{H}\boldsymbol{A}_t^*$ 进行奇异值分解，得到 $\boldsymbol{W}^*$
12: 使用二分法求得 $\boldsymbol{P}^*$

直接交换 $\boldsymbol{H}_a^H$（以及 $\boldsymbol{\Pi}_a$）的第 k 列与 $\boldsymbol{H}_i^H$（以及 $\boldsymbol{\Pi}_i$）的第 l 列，然后在 Ω$_{k,\,l}>1$ 时更新 $\boldsymbol{H}^H=\boldsymbol{H}_{a,\,k,\,l}^H$（以及 $\boldsymbol{\Pi}=\boldsymbol{\Pi}_{a,\,k,\,l}$）。本文根据最大的 Ω$_{k,\,l}$ 对列进行置换，从而得到一个次优解。此外，我们执行 QR分解，利用现有的 $\boldsymbol{\Pi}$ 得到（10）中的表达式。这些步骤可以重复，直到 Ω$_{k,\,l}\le 1\ \forall k,l$。使用强RRQR分解，我们可以获得 $\boldsymbol{H}_a^H$，使其具有最大的 $\prod_{m=1}^{n_s}\sigma_m\left(\boldsymbol{H}_a^H\right)$，其中 $\boldsymbol{A}_{rx}^*=\boldsymbol{\Pi}_a^T$。再次对 $\boldsymbol{A}_{rx}^*\boldsymbol{H}$ 应用强RRQR分解，我们还可以获得 $\boldsymbol{A}_{tx}^*$，其中 $\boldsymbol{A}_{tx}^*=\boldsymbol{\Pi}_a$。

给定 $\boldsymbol{A}^*$ 后，(7) 化简为最优波束成形和功率分配问题，可表述为

$$\max_{\boldsymbol{W},\boldsymbol{P}} R\left(\boldsymbol{W},\boldsymbol{P}|\boldsymbol{A}^*\right)\quad \text{s.t.}\ \ (7e),(7f). \tag{15}$$

有趣的是，(15) 可通过奇异值分解和注水功率分配 [27] 轻松求解。具体而言，(15) 的解为 $\boldsymbol{W}_r^*=\bar{\boldsymbol{M}}^H$ 和 $\boldsymbol{W}_t^*=\bar{\boldsymbol{N}}$ 其中 $\bar{\boldsymbol{H}}=\bar{\boldsymbol{M}}\bar{\boldsymbol{\Sigma}}\bar{\boldsymbol{N}}^H$，$\bar{\boldsymbol{M}}$ 是 $\boldsymbol{H}$ 的左奇异矩阵，$\boldsymbol{N}$ 是 $\bar{\boldsymbol{H}}$ 的右奇异矩阵，$\bar{\boldsymbol{\Sigma}}=\text{diag}\left(\bar{\Sigma}_1,\ldots,\bar{\Sigma}_{n_{\min}}\right)$ 表示一个对角矩阵，其 l 个对角元素为 l 奇异值，对应于 $\boldsymbol{H}$，$\Sigma_1\ge\cdots\ge\Sigma_{n_{\min}}$ 和 $n_{\min}=\min\left\{n_{tx},n_{rx}\right\}$。此外，$\boldsymbol{P}^*=\text{diag}\left(p_1^*,\ldots,p_{n_{\min}}^*\right)$，$p_l^*=\left[\mu-\frac{1}{\bar{\Sigma}_l^2}\right]_0$，且信噪比为 $=\sum p_l^*$.[7] 因此，最优输入协方差为 $\boldsymbol{K}^*=\boldsymbol{W}_{tx}^*\boldsymbol{P}^*\boldsymbol{W}_{tx}^{*H}$。利用上述方法，对于给定的信噪比，QR MIMO-FAS 的速率可表示为

$$R_{\text{QR}}\left(\text{SNR}\right)=\sum_{l=1}^{n_{\min}}\log\left(1+p_l^*\bar{\Sigma}_l^2\right), \tag{16}$$

其中，(16) 有助于分析 MIMO-FAS 的最优DMT。

所提方案的伪代码见算法1。记 $N_{\max}=\max\left\{N_{tx},N_{rx}\right\}$ 和 $n_{\max}=\max\left\{n_{tx},n_{rx}\right\}$。步骤1的最坏计算成本为 $\frac{4}{3}n_{\max}^3-4N_{\max}n_{\max}^2+4N^2{}_{\max}n_{\max}$ 浮点运算次数 [30]。步骤2–7需要 $(1+t_i)\left[\left(\frac{2}{3}n_{\max}^3N^2{}_{\max}+2n_{\max}^2N^3{}_{\max}+2N_{\max}^3\right)\right]$ 浮点运算次数 [31], ，其中 t_i 是有限个排列，并且它由于步骤 1 [28]，其值通常较小。步骤 9 的总计算成本与步骤 1–7 相同，也为有限值。此外，步骤 11 和 12 分别需要 $21n_{\max}^3$ 次和 $\log\left(\frac{\mu_{\max}}{\epsilon_0}\right)n_{\max}$ 次浮点运算，其中 $\mu_{\max}$ 是搜索 μ 的区间，ϵ_0 是二分法的容差。将计算成本相加，所提出方案的时间复杂度为多项式时间复杂度 $\mathcal{O}\left(n_{\max}^3N_{\max}^3\right)$。与全局最优解相比，所提出方案显著降低了时间复杂度。

[7]请注意，在高信噪比下可以采用等功率分配。事实上，为了便于分析，我们的分析采用了这一假设。尽管如此，此处我们仍将考虑注水功率分配，因为无论信噪比如何，它都是最优的。此外，为了之后公平比较不同的基准方案，这样做也很有帮助。

IV. 最优DMT

本节将分析 MIMO-FAS 的最优DMT。如 [24], 中的定义，如果一个 MIMO 方案能够实现复用增益 r 和分集增益 d，则

$$\lim_{\text{SNR}\to\infty}\frac{R_{\text{sys}}\left(\text{SNR}\right)}{\log\text{SNR}}=r, \tag{17}$$

且中断概率满足[8]

$$\lim_{\text{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(P_{\text{sys}}^{\text{out}}\left(\text{SNR},r\right)\right)}{\log\text{SNR}}=-d\left(r\right), \tag{18}$$

其中，R_{sys}(SNR) 和 $P_{\text{sys}}^{\text{out}}$(SNR r) 分别是系统的速率和中断概率。类似于 [24], ，我们使用符号 $\doteq$ 表示指数相等。特别地，f(SNR) $\doteq$ SNR^{-d}，如果

$$\lim_{\text{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(f\left(\text{SNR}\right)\right)}{\log\text{SNR}}=-d. \tag{19}$$

为了获得 MIMO-FAS 的最优DMT，我们给出以下引理。

引理1. 给定一个面积为 W_s 的二维空间，其中$W_1^s\gg 0$和 $W_2^s\gg 0$，(2)中的 $\boldsymbol{J}_s$可表示为 $\boldsymbol{J}_{\text{red}}^s$，即使$N_s\to\infty$，它也是一个满秩对称 $N_s'\times N_s'$有限尺寸矩阵。

证明：对于正 W_s，考虑 $N_s\to\infty$的情况。不失一般性，我们聚焦于两个相邻端口：(n_1^s,n_2^s)-th 和 $(\tilde{n}_1^s,\tilde{n}_2^s)$-th 端口。在 $N_1^s\to\infty$的情况下，我们分析 $(\tilde{n}_1^s,\tilde{n}_2^s)=(n_1^s\pm 1,n_2^s)$。$(n_1^s,n_2^s)$-th 和 $(\tilde{n}_1^s,n_2^s)$-th 端口之间的空间相关性为

$$J_{(n_1^s,n_2^s),(\tilde{n}_1^s,n_2^s)}^s=\lim_{N_1^s\to\infty}j_0\left(\frac{2\pi}{N_1^s-1}W_1^s\right)=1, \tag{20}$$

由于 极限$_{N_1^s\to\infty}\frac{1}{N_1^s-1}=0$。 换句话说， $\tilde{n}_1^s$号端口的空间相关性在极限情况下与 n_1^s号端口的空间相关性相同。 为便于说明，我们将端口的空间相关性称为一个条目。

对于 $n_2^s=\{1,\ldots,N_2^s\}$，我们可以移除相同的条目(例如 $\tilde{n}_1^s$ 对于 $\exists n_1^s$)，并得到 N_1^s 个不同的条目。接下来，将第（$\dot{n}_1^s$, n_2^s）个端口记为距离第（n_1^s,n_2^s）个端口最远的端口。由于 $W_1^s\gg 0$，显然$J^s{}_{(n_1^s,\,n_2^s),(\dot{n}_1^s,\,n_2^s)}=j_0(2\pi\dot{c})$，其中 $\dot{c}\gg 0$是距离

[8]这里，我们利用了错误概率可以任意接近中断概率这一事实 [32], [33]。

第（$\dot{n}_1^s, n_2^s$）个端口与第（n_1^s, n_2^s）个端口之间的距离。根据介值定理，我们可以得出存在一个 ε，使得

$$\varepsilon = \inf\left\{ e \left| J^s_{(n_1^s,n_2^s),(n_1^s\pm e,n_2^s)} \neq 1, \begin{array}{l} e\in\mathbb{N}, \\ 0<e\le N_1^s-1 \end{array} \right.\right\}. \tag{21}$$

注意，除了 e 和 ε 的存在性之外，不能对它们作任何假设。定义 c_1^s、$\frac{\varepsilon}{N_1^s-1}W_1^s$ 为使 (n_1^s, n_2^s) 个端口与 $(n_1^s \pm e, n_2^s)$ 个端口之间的空间相关性完全不同所需的最小距离。

随后可以验证，由于 $W_1^s \ge N_1^s c_1^s > 0$，$N_1^s$ 是有限的。对于每个 $n_2^s \in \{1,\dots,N_2^s\}$，将 N_1^s 个不同的元素写成向量 $\boldsymbol{v}_{n_2^s}$。如果这些向量线性相关，则同样可以移除相关向量，从而得到 N_2 个线性无关的向量。因此，可以将 $\boldsymbol{J}_s$ 重写为 一个具有不同元素的对称 $N_s \times N_s$ 有限尺寸矩阵 ，其中 $N_s = N_1^s N_2^s$。

利用类似的论证，我们可以看到，如果 $N_2^s \to \infty$，则 $\boldsymbol{J}_s$ 可以表示为一个 $N_s \times N_s$ 有限尺寸矩阵。综合这两种情况，很容易看出，由于 $W_1^s \gg 0$ 和 $W_2^s \gg 0$，$\boldsymbol{J}_s$ 可以改写为对称 $N_s \times N_s$ 矩阵，其中 $N_1^s \to \infty$ 和 $N_2^s \to \infty$，并且我们得到（21）以及

$$\varepsilon_2 = \inf\left\{ e \left| J^s_{(n_1^s,n_2^s),(n_1^s,n_2^s\pm e)} \neq 1, \begin{array}{l} e\in\mathbb{N}, \\ 0<e\le N_2^s-1 \end{array} \right.\right\}. \tag{22}$$

由上述内容可知，我们可以使用相同的论证来证明，如果 N_1^s/N_2^s 为有限值，则 $\boldsymbol{J}_s$ 可以改写为对称 $N_s \times N_s$ 矩阵，因为我们总能移除相邻端口之间垂直/水平距离小于 c_1^s/c_2^s 的条目。

设 N_s' $\bar{N}_s \times$ 表示该对称矩阵的满秩，其中 $\bar{N}_s$ $N_s' \le \bar{N}_s$。然后，通过移除（$\bar{N}_s - N_s'$）个相关行和列，我们可以进一步将该对称 $\bar{N}_s \times \bar{N}_s$ 矩阵化简为满秩对称 $N_s' \times N_s'$ 子矩阵 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{red}}^s$。因此，$\boldsymbol{J}_s$ 始终可以表示为 $\boldsymbol{J}^s{}_{\mathrm{red}}$，即一个满秩对称 $N_s' \times N_s'$ 有限尺寸矩阵。换言之，只需考虑 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{red}}^s$，而无需考虑 $\boldsymbol{J}_s$，因为 $\boldsymbol{J}_s$ 的某些行/列与其他行/列相同，或是其他行/列的线性组合。附录 II 给出了更一般的结果。

■

引理 2. 如果 $\boldsymbol{J}_{tx}$ 和 $\boldsymbol{J}_{rx}$ 均为满秩，那么任意具有信道 $\boldsymbol{H}$ 的MIMO系统的最优DMT与具有信道 $\boldsymbol{G}$的系统相同。

证明：见 [34]。 ■

引理 3. 在MIMO 信道 $\boldsymbol{G}$中仅使用 $n_{rx}\times n_{tx}$ 信道（其中 $n_{tx} \le N_{tx}$ 和 $n_{rx} \le N_{rx}$）的最优DMT，是连接点($n_{\min}$, 0)和

$$\{r, (N_{rx}-r)(N_{tx}-r)\}, \quad r=0,\dots,N, \tag{23}$$

其中

$$N = \arg \min_{\substack{\eta\in\mathbb{Z} \\ 0\le\eta\le n_{\min}-1}} \frac{(N_{rx}-\eta)(N_{tx}-\eta)}{n_{\min}-\eta}. \tag{24}$$

证明：见 [35]。 ■

推论 4. 如果天线按照网格结构放置，彼此间距至少为半个波长，且发射/接收空间相关矩阵满秩，那么 $n_{rx}\times n_{tx}$ MIMO天线选择的最优DMT是连接点 ($n_{\min}$, 0) 和

$$\{r, (w_{rx}-r)(w_{tx}-r)\}, \quad r=0,\dots,N_{as}, \tag{25}$$

其中

$$N_{as} = \arg \min_{\substack{\eta\in\mathbb{Z} \\ 0\le\eta\le n_{\min}-1}} \frac{(w_{rx}-\eta)(w_{tx}-\eta)}{n_{\min}-\eta}. \tag{26}$$

证明：给定固定的 W_s^1 和 W_s^2，s 侧至多有 $w_s = \left(\left\lfloor \frac{W_s^1}{0.5} \right\rfloor + 1\right)\left(\left\lfloor \frac{W_s^2}{0.5} \right\rfloor + 1\right)$ 个天线。利用引理 2 和引理 3，可得到式（25）和（26）。 ■

利用上述引理，我们现在可以得到 MIMO-FAS 的分集复用折衷的外界。

定理5。对于有限的 W_{rx} 和 W_{tx}，MIMO-FAS 的分集复用折衷的外界是连接点（$n_{\min}$，0）和

$$\left\{r, \left(N_{rx}'-r\right)\left(N_{tx}'-r\right)\right\}, \quad r=0,\dots,N', \tag{27}$$

其中

$$N' = \arg \min_{\substack{\eta\in\mathbb{Z} \\ 0\le\eta\le n_{\min}-1}} \frac{\left(N_{rx}'-\eta\right)\left(N_{tx}'-\eta\right)}{n_{\min}-\eta}. \tag{28}$$

证明：利用奇异值分解，我们可以将 $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{N}$ 分解为 $\boldsymbol{M}$，其中 $\boldsymbol{H}$ 的左奇异矩阵为 $\boldsymbol{N}$，$\boldsymbol{H}$ 的右奇异矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}=$，diag（Σ_1，...，$\Sigma_{N_{\min}}$）是一个对角矩阵，其 l 个条目为 $\boldsymbol{H}$ 的奇异值，并且 $\Sigma_1 \ge \cdots \ge \Sigma_{N_{\min}}$。根据柯西交错定理 [36], 可得 $\Sigma_1 \ge \Sigma_1 \ge \cdots \ge \Sigma_{n_{\min}} \ge \Sigma_{n_{\min}} \ge \cdots \ge \Sigma_{N_{\min}}$。因此，MIMO-FAS 的速率可上界为

$$R(\mathrm{SNR}) = \sum_{l=1}^{n_{\min}} \log\left(1+\tilde{p}_l^*\Sigma_l^2\right), \tag{29}$$

其中 $\tilde{p}_l^* = \left[\mu - \frac{1}{\Sigma_l^2}\right]_0^+$ 以及信噪比 SNR $= \sum \tilde{p}_l^*$。在高信噪比下，可简化为

$$R(\mathrm{SNR}) = \sum_{l=1}^{n_{\min}} \log\left(1+\frac{\mathrm{SNR}}{n_{\min}}\Sigma_l^2\right), \tag{30}$$

因为随着信噪比 SNR 的增加，采用等功率分配的速率趋近于采用注水功率分配的速率 [37]。因此，MIMO-FAS 的中断概率可下界为

$$P_{\mathrm{out}}(\mathrm{SNR}, r) = \mathbb{P}\{R(\mathrm{SNR}) < r\log\mathrm{SNR}\}. \tag{31}$$

在高信噪比下，中断概率可重写为 [24]

$$P_{\mathrm{out}}(\mathrm{SNR}, r) = \mathbb{P}\left\{\sum_{l=1}^{n_{\min}} \log\left(1+\mathrm{SNR}\Sigma_l^2\right) < r\log\mathrm{SNR}\right\}, \tag{32}$$

由于

$$\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(\mathbb{P}\left\{\sum_{l=1}^{n_{\min}}\log\left(1+\frac{\mathrm{SNR}}{n_{\min}}\Sigma_l^2\right)<r\log\mathrm{SNR}\right\}\right)}{\log\mathrm{SNR}}$$
$$=\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(\mathbb{P}\left\{\sum_{l=1}^{n_{\min}}\log\left(1+\frac{\mathrm{SNR}}{n_{\min}}\Sigma_l^2\right)<r\log\mathrm{SNR}\right\}\right)}{\log\frac{\mathrm{SNR}}{n_{\min}}}$$
$$=\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(\mathbb{P}\left\{\sum_{l=1}^{n_{\min}}\log\left(1+\mathrm{SNR}\Sigma_l^2\right)<r\log\mathrm{SNR}\right\}\right)}{\log\mathrm{SNR}}. \tag{33}$$

利用（19），对于固定的复用增益 r，我们可以得到分集增益的外界为

$$P_{\mathrm{out}}\left(\mathrm{SNR},r\right)\doteq\mathbb{P}\left\{\sum_{l=1}^{n_{\min}}\log\left(1+\mathrm{SNR}\Sigma_l^2\right)<r\log\mathrm{SNR}\right\}. \tag{34}$$

根据 [38], , $\boldsymbol{\Sigma}^2$ 的联合概率密度函数（PDF）为

$$f\left(\boldsymbol{\Sigma}^2\right)=\sum_{\boldsymbol{q}}\frac{(-1)^{\frac{N_{\min}\left(N_{\min}-1\right)}{2}}\mathcal{A}}{N_{\min}!\triangle\left(\boldsymbol{q}\right)}\triangle\left(\boldsymbol{\Sigma}^2\right)\times \det\left(\boldsymbol{\Sigma}_k^{2(q_l+N_{\max}-N_{\min})}\right), \tag{35}$$

其中，$\boldsymbol{q}=[q_1,\ldots,q_{N_{\max}}]^T$、$N_{\min}=\min\{N_{tx},N_{rx}\}$,

$$\mathcal{A}=\frac{\prod_{k=1}^{N_{\min}}\lambda_k^s\prod_{l=1}^{N_{\max}}\lambda_l^{s'}\det\left((-\lambda_k^s)^{q_l}\right)}{\triangle\left(\boldsymbol{\lambda}^s\right)\triangle(\boldsymbol{\lambda}^{s'})}\times \frac{\det\left(\left(\lambda_k^{s'}\right)^{q_l+N_{\max}-N_{\min}}\Big|_{k=1}^{N_{\min}},\left(\lambda_i^{s'}\right)^{N_{\max}-k}\Big|_{k=N_{\min}+1}^{N_{\max}}\right)}{\prod_{l=1}^{N_{\min}}\left(q_l+N_{\max}-N_{\min}\right)!}, \tag{36}$$

其中

$$\begin{cases} s=\{s|N_s=\min\{N_{tx},N_{rx}\}\},\\ s'=\{s'|N_{s'}=\max\{N_{tx},N_{rx}\}\},\\ \boldsymbol{\lambda}^s=\left[\lambda_1^s,\ldots,\lambda_{N_s}^s\right]^T,\end{cases} \tag{37}$$

$\triangle(\boldsymbol{\lambda}^s)$表示向量 $\boldsymbol{\lambda}^s$的范德蒙德行列式，$\det\left(f(k,l)\right)$是一个矩阵的行列式，其(k,l)项由函数 $f(k,l)$给出，且 $q_l=b_l+N_{\max}-l$。此外，$\boldsymbol{b}=[b_1,\ldots,b_{N_{\max}}]^T$是酉群的不可约表示，其中 $b_1\geq\cdots\geq b_{N_{\max}}\geq 0$ 为整数。

通常，我们可以通过简化 $\boldsymbol{\Sigma}^2$ 的联合概率密度函数（PDF），然后分析 Σ_l的指数来研究外界。然而，当 $\boldsymbol{H}$ 的行和列完全相关 [39]时，研究发现无法进行任何简化以使 Σ_l 的指数保持易处理。为缓解这一问题，我们采用引理1、引理 2和引理 3。

具体而言，根据 [40], ， $\boldsymbol{H}$ 的概率密度函数可通过去除相关条目获得，而 $\boldsymbol{H}$ 的奇异值的概率密度函数则可通过坐标变换 [41]获得。利用引理1，我们知道 $\boldsymbol{J}_s$ 可表示为一个满秩对称有限维矩阵，即$\boldsymbol{J}_{\mathrm{red}}^s\in\mathbb{R}^{N_s'\times N_s'}$且秩（$\boldsymbol{J}_{\mathrm{red}}^s$）$=N_s'$。因此，式（3）中的 $\boldsymbol{H}$和 $\boldsymbol{G}$可改写为具有相同概率密度函数的$N_{rx}'\times N_{tx}'$矩阵。根据引理 2，可知DMT

，　，任意MIMO系统的DMT（其信道为$\boldsymbol{H}\in\mathbb{C}^{N_{rx}\times N_{tx}}$）与信道为$\boldsymbol{G}\in\mathbb{C}^{N_{rx}\times N_{tx}}$的系统的DMT，　，相同。由于$\boldsymbol{G}$ 是一个独立同分布（i.i.d.）的圆对称复高斯矩阵，因此有秩（$\boldsymbol{G}$）$=N'_{\min}=\min\{N_{rx}',N_{tx}'\}$，概率一。利用引理 3，我们可以得出，MIMO-FAS的DMT外界是一个连接(27)和(28)中给定各点的分段线性函数。

■

利用定理5，我们现在可以通过考察 MIMO-FAS 的外界和内界来推导其最优DMT。具体而言，QR MIMO-FAS 的DMT可视为 MIMO-FAS 的DMT的内界。

定理6。QR MIMO-FAS 的DMT等价于 MIMO-FAS 的DMT的外界，因此它也是 MIMO-FAS 的最优DMT。

Proof: At high SNR, (16) can be simplified as

$$R_{\mathrm{QR}}\left(\mathrm{SNR}\right)=\sum_{l=1}^{n_{\min}}\log\left(1+\frac{\mathrm{SNR}}{n_{tx}}\bar{\Sigma}_l^2\right) \tag{38}$$

由于随着信噪比的增加，采用等功率分配时的速率趋近于采用注水功率分配时的速率 [37]。因此，中断概率可表示为

$$P_{\mathrm{QR}}^{\mathrm{out}}\left(\mathrm{SNR},r\right)=\mathbb{P}\left\{R_{\mathrm{QR}}\left(\mathrm{SNR}\right)<r\log\mathrm{SNR}\right\}. \tag{39}$$

在高信噪比下，(30)与(38)之间的差为

$$R\left(\mathrm{SNR}\right)-R_{\mathrm{QR}}\left(\mathrm{SNR}\right)\approx\sum_{l=1}^{n_{\min}}\log\left(\frac{n_{tx}\Sigma_l^2}{n_{\min}\bar{\Sigma}_l^2}\right)=c_0, \tag{40}$$

这是一个常数。[9] 当 $\lim_{c\to\infty}\log\left(\frac{1+c}{c}\right)=0$ 时，(40)的近似在信噪比 $\to\infty$ 时是紧的。因此，我们有

$$\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{R_{\mathrm{QR}}\left(\mathrm{SNR}\right)}{\log\mathrm{SNR}}=\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{R\left(\mathrm{SNR}\right)-c_0}{\log\mathrm{SNR}}=\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{R\left(\mathrm{SNR}\right)}{\log\mathrm{SNR}}, \tag{41}$$

and

$$\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(P_{\mathrm{QR}}^{\mathrm{out}}\left(\mathrm{SNR},r\right)\right)}{\log\mathrm{SNR}}$$
$$=\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(\mathbb{P}\left\{R\left(\mathrm{SNR}\right)<r\log\mathrm{SNR}+c_0\right\}\right)}{\log\mathrm{SNR}}$$
$$=\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(\mathbb{P}\left\{R\left(\mathrm{SNR}\right)<r\log\mathrm{SNR}\right\}\right)}{\log\mathrm{SNR}}$$
$$=\lim_{\mathrm{SNR}\to\infty}\frac{\log\left(P_{\mathrm{out}}\left(\mathrm{SNR},r\right)\right)}{\log\mathrm{SNR}}. \tag{42}$$

因此，QR MIMO-FAS 的分集复用折衷等同于外界，也就是 MIMO-FAS 的最优DMT。■

由于 $\boldsymbol{J}_s$ 可能接近奇异，因此显式求得 N_s' 具有挑战性。目前也不清楚如何将 $\boldsymbol{J}_s$ 化简为 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{red}}^s$，或从 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{red}}^s$ 重构出 $\boldsymbol{J}_s$。为解决这些问题，我们提出了能够可靠估计 N_s'，并通过线性变换实现 $\boldsymbol{J}_s$ 与 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{red}}^s$ 相互转换的方法，同时提供证明证书。这些方法基于以下定理。

[9]请注意，常数间隙相当于对信噪比进行有限倍缩放。这意味着，对于某个 $\gamma>0$，$R(\mathrm{SNR})=R_{\mathrm{QR}}(\mathrm{SNR}+\gamma)$。

表 II：根据 λ^2 对不同 W_s 的 $N_s^{'}$ 估计，其中 $\xi = 10^{-3}$、$N_s = 100$、$N_1^s = N_2^s$ 和 $W_1^s = W_2^s$。

W_s	0.5×0.5	1×1	1.5×1.5	2×2	2.5×2.5	3×3
$N_s^{'}$	13	23	34	48	60	73
E	0.001	0.002	0.003	0.002	0.005	0.005

[‡] 请注意， [25] 中所述的有关 MIMO-FAS 分集阶数的图表基于本文的早期版本，该版本仅考虑了二维环境中的空间相关性。三维环境中 MIMO-FAS 的正确分集阶数应以本表为准。例如，对于两端均配备 $0.5\lambda \times 0.5\lambda$ 流体天线系统的 MIMO-FAS，其分集阶数为 $13 = 169$，远高于最初报告的数值。

ˆ 定理7。由于 $\boldsymbol{J}_s$ 可由 $\boldsymbol{J}_s$ 进行良好近似，其中 ˆ $\boldsymbol{J}_s = \boldsymbol{U}_s \hat{\boldsymbol{\Lambda}} \boldsymbol{U}_s^H$，且 $\hat{\boldsymbol{\Lambda}} = \text{diag}(\lambda_1^s, \ldots, \lambda_{N_s^{'}}^s, 0, \ldots, 0)$，因此 $\boldsymbol{J}_s$ 的秩可估计为 $N_s^{'}$。

证明：定义任意小的 $\xi > 0$ 作为阈值，当特征值的数值可忽略不计时取该阈值。ˆ ˆ 根据 [42]， $\boldsymbol{J}_s$ 可通过 $\boldsymbol{J}_s$ 进行正则化，其中 $\boldsymbol{J}_s = \boldsymbol{U}_s \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{U}_s^H$ $\boldsymbol{\Lambda} = \quad \lambda_1^s \ \ldots \ \lambda_{N_s^{'}}^s \ 0 \ \ldots \ 0 \quad \lambda_l^s < \xi \ \ l \in \hat{}$， ˆ $\{N_s^{'}+1, \ldots, N_s\}$ $\boldsymbol{J}_s$ $\boldsymbol{J}_s$ diag(, , , , ,) 以及 ， 。 和 ˆ 之间的弗罗贝尼乌斯范数为

$$E = \|\boldsymbol{J}_s - \hat{\boldsymbol{J}}_s\|_F = \sum_{l=N_s^{'}+1}^{N_s} \lambda_l^s, \tag{43}$$

其上界可由 $(N_s - N_s^{'})\xi$给出。在实际应用中，我们有 $\lambda_1^s \gg \lambda_{N_s^{'}+1}^s > \ldots > \lambda_{N_s}^s$，因此（43）通常非常小。因此，$\boldsymbol{J}_s$的秩可估计为 $N_s^{'}$。 ■

定理8。对于任意 $N_s = N_1^s \times N_2^s$和有限的 $W_s = W_1^s \times W_2^s$ $\boldsymbol{J}_s$ 2 $\boldsymbol{J}_{\text{red}}^s$ $\mathcal{V}_s =$， （） 中 $\{\boldsymbol{v}_l^s | \boldsymbol{J}_s^{(l)} \tilde{\boldsymbol{v}}_l^s = \boldsymbol{0}, l = N_s^{'}+1, \ldots, N_s\}$ $\tilde{\boldsymbol{v}}_l^s = [\boldsymbol{v}_l^s \ -1]^T$ 的内容可简化为使用集合，其中。反之，（2）中的 $\boldsymbol{J}_s$可以通过 $\boldsymbol{J}^s$红色 以及集合 $\mathcal{V}_s$重构。

证明：令我们引入向量 $\tilde{\boldsymbol{v}}_l^s = [\boldsymbol{v}_l^s \ -1]^T$，其中 $\boldsymbol{v}_l^s \in \mathbb{R}^l$ 且 $\boldsymbol{v}_l^s \neq \boldsymbol{0}$。此外，记

$$\boldsymbol{J}_s^{(l)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_{\text{sub}}^{(l-1)} & \boldsymbol{j}_l \\ \boldsymbol{j}_l^T & j_{l,l} \end{bmatrix}. \tag{44}$$

注意到 $\boldsymbol{J}_s = \boldsymbol{J}^{(N_s)}s$和 $\boldsymbol{J}_{\text{red}}^s = \boldsymbol{J}(N_s^{'})s$。若 $N_s^{'} = N_s$，则$\mathcal{V}_s$是空集，且 $\boldsymbol{J}_s = \boldsymbol{J}_{\text{red}}^s$。因此，我们可以着重考虑 $N_s^{'} < N_s$的情况。不失一般性，我们可以假设 $\boldsymbol{J}(l)s$的最后一列是 $\boldsymbol{J}(l)s$的前 $(l-1)$ 列的线性组合。这意味着 $\boldsymbol{J}(l)s$ $\tilde{\boldsymbol{v}}_l^s = \boldsymbol{0}$，即 $\tilde{\boldsymbol{v}}_l^s$属于 $\boldsymbol{J}(l)s$ 的零空间，且 $\tilde{\boldsymbol{v}}_l^s \neq 0$。若 $\boldsymbol{J}(l)s$ $\tilde{\boldsymbol{v}}_l^s = \boldsymbol{0}$且 $l \neq N_s^{'}$，则可通过令 $\boldsymbol{v}_l^s \in \mathcal{V}_s$，将 $\boldsymbol{J}_s^{(l)}$约化为 $\boldsymbol{J}(l-1)$ 子矩阵。否则，由于 $\boldsymbol{J}(l)s$ 必定是满秩矩阵，因此我们有 $\boldsymbol{J}(l)s = \boldsymbol{J}^s$red。反过来，若给定 $\boldsymbol{v}_l^s$，则可以从 $\boldsymbol{J}(l-1)$ 子矩阵重构 $\boldsymbol{J}(l)s$。具体而言，我们可以定义 $\boldsymbol{j}_l$、 $\boldsymbol{J}(l-1)$ 子矩阵 $\boldsymbol{v}_l^s$以及 j_l、 $_l$、 $\boldsymbol{j}_l^T \boldsymbol{v}_l^s$，它们足以重构 $\boldsymbol{J}(l)s$。因此，$\boldsymbol{v}_l^s$可视为一份证书，证明对于 $l = \{N_s^{'}+1, \ldots, N_s\}$， $\boldsymbol{J}_s^{(l)}$ 可以约化为/从 $\boldsymbol{J}(l-1)$ 子矩阵重构。

■

所提出的方法使我们能够估计 $N_s^{'}$ 在给定N_1^s、 N_2^s、 W_1^s和 W_2^s的情况下。此外，这些方法还使我们能够验证 $\boldsymbol{J}_s$确实可以化简为（或由.....重构得到） $\boldsymbol{J}^s$red 并给出证书证明。表 II 中给出了 $N_s^{'}$ 的估计示例。该表有助于我们更好地理解 MIMO-FAS 的性能。例如，将 $N_s^{'}$ 的估计代入定理 5，我们观察到，当 $r < n_{\min}$ 时，MIMO-FAS 可获得巨大分集增益。因此，值得研究如何有效利用 MIMO-FAS。为回答这个问题，我们引入 q-中断容量。

定义 9. 系统的 q-中断容量定义为

$$C_{\text{sys}}^q = q\left(1 - \bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}\left(\text{SNR}, q\right)\right), \tag{45}$$

其中

$$\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}\left(\text{SNR}, q\right) = \mathbb{P}\left\{R_{\text{sys}}\left(\text{SNR}\right) < q\right\}, \tag{46}$$

其中， $\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}(q)$ 表示系统在固定目标速率或传输速率 q 下的中断概率，该速率独立于信噪比。值得注意的是，(45) 与 ϵ-中断容量不同，因为它并非衡量满足 $\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}$(SNR q) $\leq \epsilon$ 的最大 q。相反，(45) 可解释为系统在一段时间内能够可靠传输的平均速率，且在此期间衰落统计特性保持不变。此外， q 和$\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}$(SNR q) 在 (45) 中都发挥着重要作用。例如，如果 $q \approx 0$，通常有 $\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}$(SNR q) ≈ 0。如果 q 较大，则通常有 $\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}$(SNR q) ≈ 1。尽管如此，这两种情况都会得到 $C_{\text{sys}}^q \approx 0$。在这两个极端之间，存在 $C_{\text{sys}}^q \gg 0$ ，并且系统存在一个最优的 q ，使得 (45) 最大化。此外，MIMO-FAS 相较于传统天线系统的 q-中断容量增益可表征为

$$C_{\text{MIMO-FAS}}^q - C_{\text{sys}}^q = q\left[\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}\left(\text{SNR}, q\right) - \bar{P}_{\text{MIMO-FAS}}^{\text{out}}\left(\text{SNR}, q\right)\right]. \tag{47}$$

利用（47），我们可以轻松看出，相较于传统天线系统，MIMO-FAS能够带来的优势。

V. 结果与讨论

在此，我们展示分析结果和蒙特卡罗仿真结果，以评估 MIMO-FAS 的性能。为简洁起见，我们重点研究一种对称 MIMO-FAS设计，其中 $N_1^s = N_2^s$、$W_1^s = W_2^s$ 和 $W_{rx} = W_{tx}$。除非另有说明，我们假设 $N_s = 100$、$n_s = 4$、 $W_s = 1\lambda^2$、 $\delta_s^2 = 1$ 且信噪比为 $= 30$dB。我们还考虑了基于不同技术组合的多种方案，以凸显各自的增益和效果。这些基准方案包括：[10]

- 最优 MIMO-FAS：该方案考虑采用穷举搜索、奇异值分解和注水，分别进行端口选择、波束成形和功率分配的 MIMO-FAS 配置。
- QR MIMO-FAS：这是所提出的 MIMO-FAS，它采用强 RRQR分解、奇异值分解和注水功率分配来获得次优解。

[10]请注意， [23] 提出了一种解决方案，允许天线移动到局部最优位置。我们可以将这些位置理解为激活某些端口，作为 $N_s \to \infty$。然而，由于两项障碍，这种解决方案无法在此处采用。首先，无法获得这些位置的空间相关性。其次，我们考虑的位置可能是离散的情况。因此，本文不考虑该解决方案。

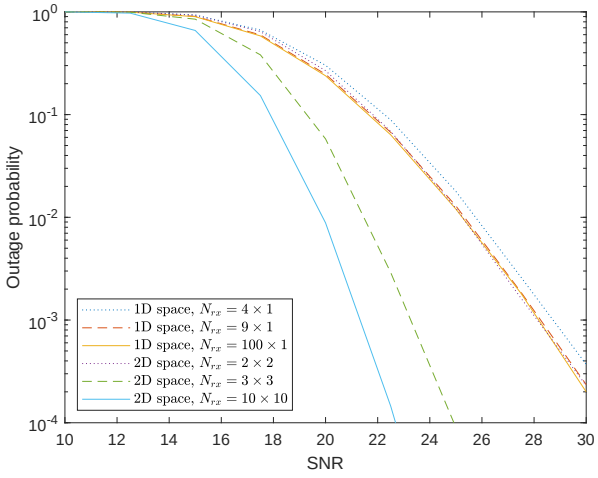
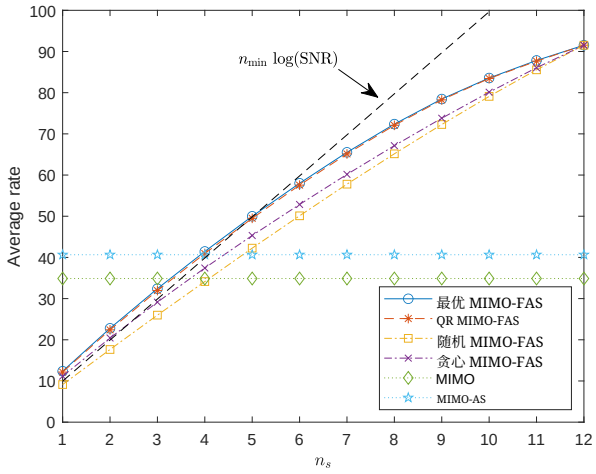


图 2：在 $q = 7$bps/Hz 条件下，不同端口数和维度空间下流体天线系统的中断概率与信噪比的关系。

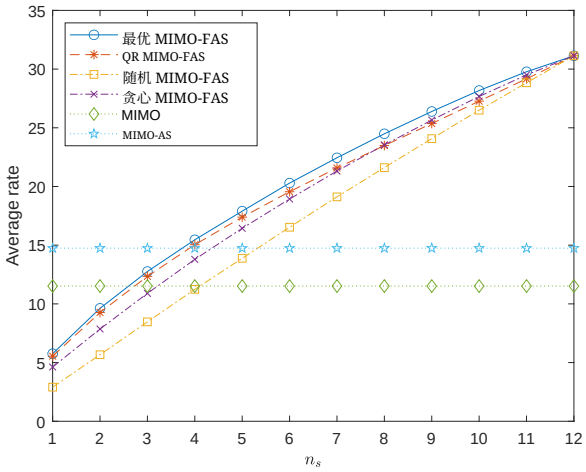
- 贪心 MIMO-FAS：这是一种采用贪心选择、奇异值分解（SVD）和注水功率分配的 MIMO-FAS，可在低信噪比区域实现高效求解。
- 随机 MIMO-FAS：随机激活端口，并采用奇异值分解和注水功率分配。
- MIMO：指采用奇异值分解和注水功率分配的传统 MIMO。除非另有说明，我们假设天线数为 n_{mimo} $_s$ =4，且天线根据（1）呈空间相关。
- MIMO-AS：指采用强秩揭示QR分解、奇异值分解和注水功率分配的传统MIMO天线选择系统。除非另有说明，激活天线数为 n_{mimos} $^-$ $= 4_{\text{as}}$。此外，在给定表面上考虑天线数量上限，天线按网格结构放置，彼此间距至少为半个波长，并因（1）而呈空间相关。

为凸显二维空间的优势，我们首先考虑一种简化情形：接收端仅有一个流体天线。图 2 展示了不同端口数量和维度空间下，FAS 的中断概率随信噪比变化的情况。这里，将 (46) 中的 R_{sys} (SNR) 替换为 R_{QR}(SNR)，即可得到中断概率。在端口数量相同的情况下，与分布在一维空间中的端口相比，分布在二维空间中的端口能够实现更低的中断概率。这一改进可以解释为：二维空间为流体天线提供了额外的移动维度。因此，它包含更多空间分集，从而带来更低的中断概率。这表明，为获得更好的性能，MIMO-FAS 中的端口应利用整个二维空间进行设计。

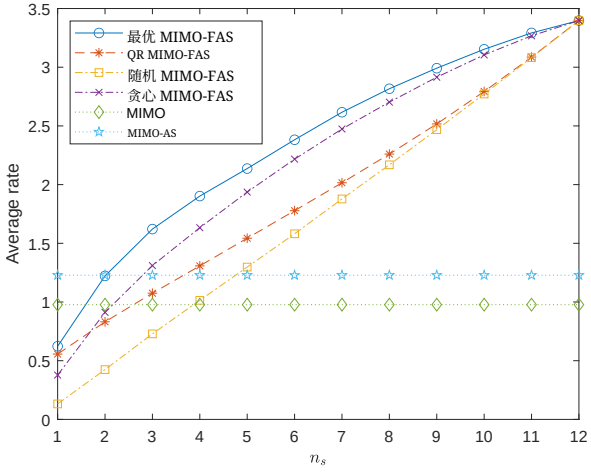
接下来，在图 3 中，我们研究不同 n_s 在不同信噪比下各基准方案的平均速率。由于最优 MIMO-FAS 是通过穷举搜索计算得出的，我们设定 $N_s = 12$，其中 $N_1^s = 3$ 且 $N_2^s = 4$。图 3(a) 显示，在高信噪比下，QR MIMO-FAS 的平均速率与最优 MIMO-FAS 相近。



(a)



(b)



(c)

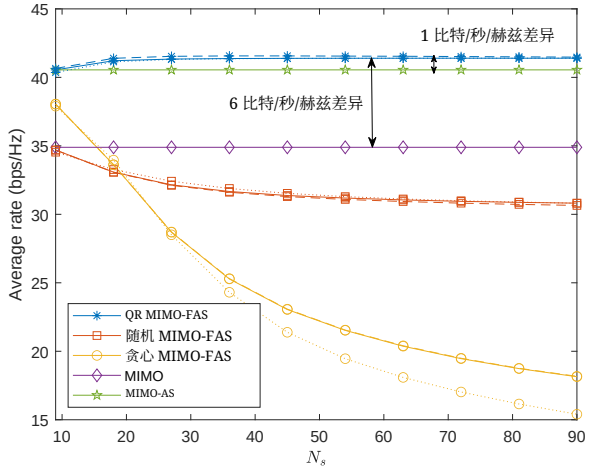
图 3：不同 n_s 值下各基准方案的平均速率：a) 信噪比 $= 30$dB；b) 信噪比 $= 10$dB；c) 信噪比 $= -10$dB。

此外，当n_s从 n_s取值1 到 6时，QR MIMO-FAS 的平均速率按 n_s 取值7 到 12的范围内，其速率增益会逐渐减小。因此，只有当每个活动端口都能够与其他端口至少相隔半个波长时，MIMO-FAS 才最为有效。此外，当活动端口数或天线数相同（即 $n_s = 4$）时，QR MIMO-FAS 的平均速率优于传统 MIMO。这是因为 QR MIMO-FAS 会在每次信道实现中激活最优端口，从而降低空间相关效应。在图 3(b) 中，我们进一步观察到，当 n_s 较小时，QR MIMO-FAS 在中等信噪比区域可提供更高的总速率；而当 n_s 较大时，贪心 MIMO-FAS 的表现更好。然而，如图 3(c) 所示，在低信噪比区域，贪心 MIMO-FAS 通常比 QR MIMO-FAS 更高效。这些结果表明，仍需要一种低复杂度的高效方案，以在中等和低信噪比区域最大化 MIMO-FAS 的速率。此外，当活动端口数或天线数相同时，QR MIMO-FAS 的速率与 MIMO-AS 相近或更高。

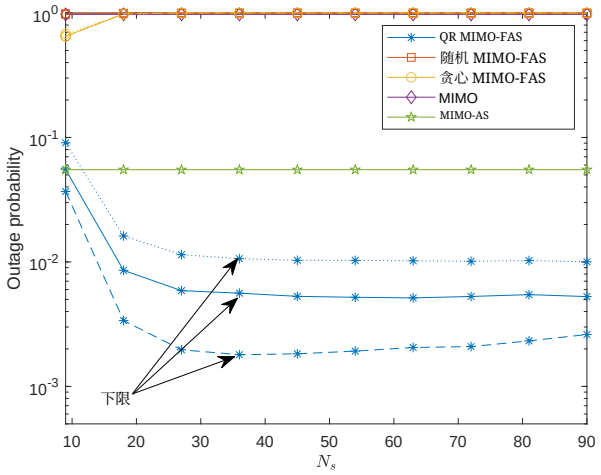
图 4 展示了不同 N_s取值下各基准方案的平均速率和中断概率。在这些结果中，由于当 N_s 较大时难以在线进行穷举搜索，因此我们省略了最优 MIMO-FAS。另一方面，由于激活端口可以彼此靠得很近，因此考虑互耦效应并研究其对 MIMO-FAS 性能的影响是有意义的。具体而言，我们考虑两种设计：液体基流体天线和射频像素基流体天线。为了公平比较存在和不存在互耦的情况，我们假设 $N_1^s = \left\lfloor \frac{W_1^s}{0.5} \right\rfloor + 1$ N_2^s ，并相应地改变参数。这意味着固定一个方向上的分辨率，同时改变另一个方向上的 FAS 分辨率，以考察互耦的影响。互耦模型的详细信息见附录 III。

如图 4 所示，总体而言，无论采用液体基流体天线还是射频像素基流体天线，存在互耦时 QR MIMO-FAS 和随机 MIMO-FAS 的性能与不存在互耦时相比都没有显著差异。这表明活动端口可以彼此靠近放置，通常间距远小于半个波长，同时仍能达到相近的性能。相比之下，随着 N_s 增大，贪心 MIMO-FAS 的速率性能似乎受到互耦的影响更大。然而，在此处贪心 MIMO-FAS 本就不应表现良好，因为当前设置处于高信噪比区域。

值得指出的是，对于射频像素基流体天线，无论像素处于开启还是关闭状态，都可能存在互耦。因此，必须通过天线设计来改善 S 矩阵，以获得良好的性能。然而，射频像素基流体天线的优势在于，无论哪些像素处于激活状态，给定 N_1^s和 N_2^s后，互耦矩阵都是确定的。因此，考虑互耦效应时，可以直接获得最优的端口选择、波束成形和功率分配。此外，还可以直接采用匹配网络，进一步提升 MIMO-FAS 的性能，但



(a)

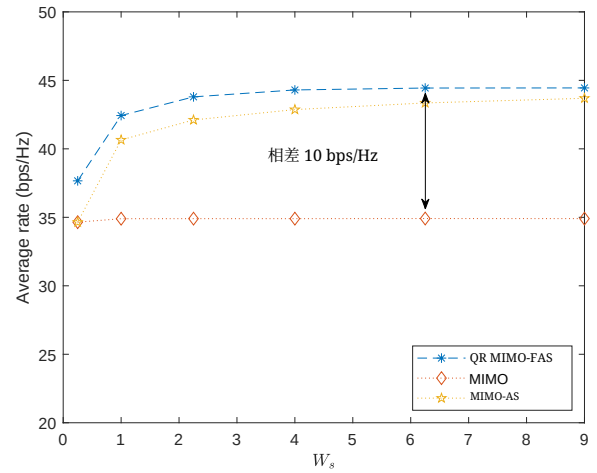


(b)

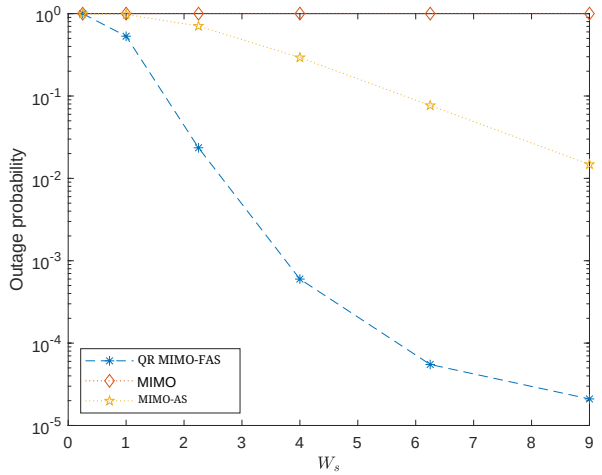
图4：不同 N_s取值下基准方案的性能：(a) 平均速率；(b) 中断概率，其中 $q = 39\text{bps/Hz}$；（实线）无互耦；（点线）存在互耦的液体基流体天线；（虚线）存在互耦的射频像素基流体天线。

本研究的结果未考虑此技术。

基于上述观察，我们因此着重研究无互耦效应时 MIMO-FAS 的性能。在图 4(a) 中，我们看到，随机 MIMO-FAS 和贪心 MIMO-FAS 的平均速率通常会随着 N_s 增大而降低。这表明，高效的 MIMO-FAS 端口选择至关重要。此外，当 1bps/Hz 较大时，QR MIMO-FAS 的平均速率比 MIMO-AS 高 6bps/Hz ，比 MIMO 高 N_s 。在图 4(b) 中，随机 MIMO-FAS、贪心 MIMO-FAS 和 MIMO 的中断概率接近 1（即 0.99），而 MIMO-AS 的中断概率约为 10^{-2}。相比之下，QR MIMO-FAS 的中断概率要低得多（即约为 10^{-3}）。然而，随着 N_s 持续增大，QR MIMO-FAS 的中断概率会趋于一个误差地板。这一局限是因为在固定 N_s' 时，存在大约



(a)



(b)

图5：不同 W_s 值下 QR MIMO-FAS、MIMO 和 MIMO-AS 的性能：(a) 平均速率；(b) 中断概率，速率为 $q = 42.5$bps/Hz。

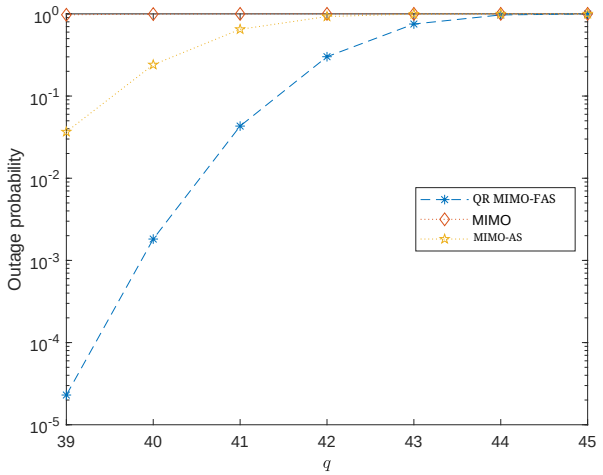


图6：不同 q下 QR MIMO-FAS、MIMO 和 MIMO-AS 的中断概率。

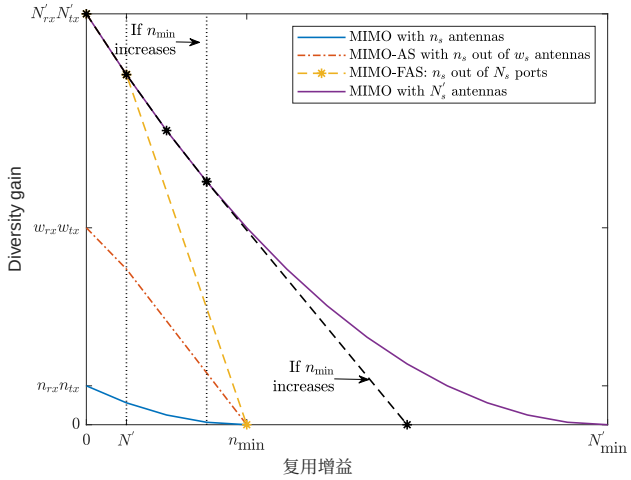


图7：MIMO-FAS、MIMO 和 MIMO-AS 的最优DMT。

$\boldsymbol{J}_s$对于固定的 W_s。因此，对于固定的 W_s，QR MIMO-FAS 的中断概率受限于 N_s'（见表 II）。

为验证这一解释，我们进一步研究了不同 W_s 取值下 QR MIMO-FAS、多输入多输出和 MIMO-AS 的中断概率。为简洁起见，我们省略随机 MIMO-FAS 和贪心 MIMO-FAS，因为现在我们已知，这些方案在较大的 N_s 下无法提供有效性能。如图 5(a) 所示，QR MIMO-FAS、多输入多输出和 MIMO-AS 的平均速率先上升，随后趋于平稳。然而，如图 5(b) 所示，当 N_s 足够大时，随着 W_s 增大，QR MIMO-FAS 的中断概率会持续下降，不受下限约束。通过分析表 II，我们可以观察到，尽管 N_s 保持不变，但通常而言，增大 W_s 会使 N_s' 增大。相比之下，多输入多输出的中断概率始终接近 1，因为即使增大 W_s，多输入多输出的分集增益仍保持不变。另一方面，由于分辨率较低（即，天线数量少于给定空间中的端口数量），MIMO-AS 的中断概率下降得较慢。总的来说，图4和图5表明，N_s 的取值应由 W_s 决定。

从上述结果来看，QR MIMO-FAS 的速率提升可能令人惊讶。尽管如此，我们强调，QR MIMO-FAS 的优势在于分集增益。具体而言，当 q较低（例如，$q < n_{\min}$ logSNR）时，QR MIMO-FAS 能将其中断概率降至远低于 MIMO 和 MIMO-AS 的水平。为更仔细地考察这一现象，图6展示了不同 q下 QR MIMO-FAS、MIMO 和 MIMO-AS 的中断概率。在 6bits/Hz 范围内，我们看到 QR MIMO-FAS 的中断概率以更快的速度下降（例如，从 10^{-1} 量级降至10^{-5}），而 MIMO-AS 的中断概率下降较慢（例如，从 10^{-1} 量级降至 10^{-2}），MIMO 的中断概率则基本保持不变。

为从更根本的层面理解这一点，我们在图7中给出了 QR MIMO-FAS 的 DMT。请注意，QR MIMO-FAS 的 DMT 也是 MIMO-FAS 的最优DMT。如

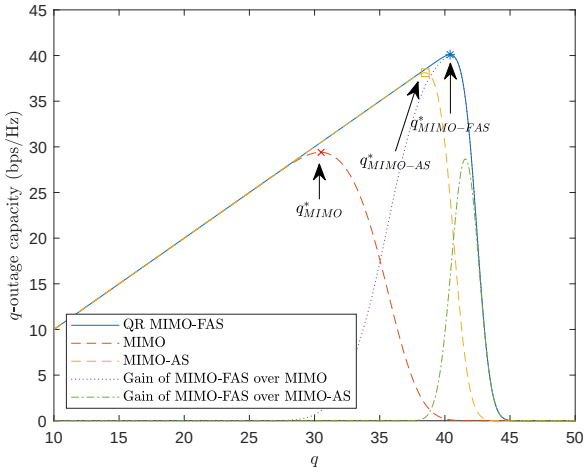


图 8：MIMO-FAS、MIMO 和 MIMO-AS 的 q-中断容量。

表 II 所示，只要 $N_s \geq N_s^{'}$， $N_s^{'}$ 的值就取决于 W_s。从图7可以看出，在固定 r 的情况下，MIMO-FAS 的分集增益远优于 $n_{rx} \times n_{tx}$ MIMO 系统。例如，当 $r \to 0$ 时，4×4 MIMO 的最大分集度为 16。这是因为传统 $n_{rx} \times n_{tx}$ MIMO 系统的最优DMT是一条连接点 $(r, (n_{rx}-r)(n_{tx}-r))$ [24] 的分段线性函数。同时，MIMO-AS 的最大分集度受限于 $w_{rx}w_{tx}$。例如，若 $W_s = 1\lambda^2$，MIMO-AS 的最大分集度为 81。相比之下，若 $W_{rx} = W_{tx} = 1\lambda^2$，MIMO-FAS 的最大分集增益约为 $23 \times 23 = 529 \gg \{81, 16\}$。因此，MIMO-FAS 的分集增益极为显著，因为只有当所有端口都经历深衰落时才会发生中断。若要在复用增益 r 从 0 到 N' 的范围内获得相同的分集增益，则需要采用传统的 $N_{rx}^{'} \times N_{tx}^{'}$ MIMO。然而，其缺点是复用增益最多只能达到 $n_{\min}$。

最后，我们研究 q-中断容量，以展示 MIMO-FAS 的优势。图 8 展示了 QR MIMO-FAS、MIMO 和 MIMO-AS 的 q-中断容量，以及 QR MIMO-FAS 相对于 MIMO 和 MIMO-AS 的 q-中断容量增益。为便于说明，分别将 QR MIMO-FAS、MIMO 和 MIMO-AS 的最优q^* 记为 $q^*_{\text{MIMO-FAS}}$、q^*_{MIMO}、$q^*_{\text{MIMO-AS}}$。可以看出，各方案的中断容量先增至 q^*，随后开始下降。在 q^*左侧，容量受限于 q（即速率），因为 $\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}$（信噪比 q）较小。在 q^*右侧，容量受中断概率限制，因为 $\bar{P}_{\text{sys}}^{\text{out}}$（信噪比 q）较大。由于 MIMO 的分集增益有限，且 MIMO-AS 在给定空间内的天线数量有限，这两种方案都无法达到 QR MIMO-FAS 可实现的某些 q-中断容量。这表明，MIMO-FAS 能够可靠地提供远高于传统 MIMO 和 MIMO-AS 系统的速率。

VI. 结论

本文分析了 MIMO-FAS 的性能极限。为此，我们建立了一个 MIMO-FAS 系统模型，其中两端均采用二维流体天线表面，同时考虑了端口之间的空间相关性。随后，我们提出了一种次优方案，通过联合端口选择、波束成形和功率分配，在高信噪比下最大化 MIMO-FAS 的速率，该方案称为 QR MIMO-FAS。一项关键贡献是推导出 MIMO-FAS 的分集复用折衷（DMT）外界。通过该外界和所提出的方案，我们进一步得到了 MIMO-FAS 的最优 DMT，从而揭示了 MIMO-FAS 的基本极限。大量结果表明，在高信噪比区域，QR MIMO-FAS 达到的速率与最优 MIMO-FAS 相近。在固定其他 MIMO-FAS 参数的情况下，我们发现，随着 N_s 增大，QR MIMO-FAS 的平均速率和中断概率趋于某一极限。同样，随着 W_s 增大，QR MIMO-FAS 的平均速率提升至一定水平。然而，随着 W_s 增大，QR MIMO-FAS 的中断概率则持续下降，且没有下限。对于相同的复用增益，我们还表明，与传统 MIMO 和 MIMO-AS 系统相比，MIMO-FAS 可实现巨大分集增益。受此启发，我们进一步说明，就同时考虑速率和中断概率的 q-中断容量而言，MIMO-FAS 能够以更高的可靠性提供远高于传统 MIMO 和 MIMO-AS 系统的速率。

附录I：三维散射环境中二维流体天线表面的空间相关性

不失一般性，设(n_1, n_2)-端口的位置为 $\boldsymbol{n}_{l_s} = \left[0, \frac{n_2^s-1}{N_2^s-1}W_2^s, \frac{n_1^s-1}{N_1^s-1}W_1^s\right]^T$，其中映射$(n_1, n_2) = l_s$，且 λ为波长。假设一束平面波以方位角φ 和仰角 θ入射到流体天线表面上。于是，阵列响应向量可表示为 [43]

$$\boldsymbol{a}(\varphi,\theta) = \left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{k}(\varphi,\theta)^T\boldsymbol{n}_1\lambda}, \ldots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{k}(\varphi,\theta)^T\boldsymbol{n}_{N_s}\lambda}\right]^T, \quad (48)$$

其中

$$\boldsymbol{k}(\varphi,\theta) = \left[\begin{array}{ccc}\cos(\theta)\cos(\varphi) & \cos(\theta)\sin(\varphi) & \sin(\theta)\end{array}\right]^T, \quad (49)$$

为归一化波矢。

将空间相关矩阵记为 $\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{a}(\varphi,\theta)\boldsymbol{a}(\varphi,\theta)^H\right\}$ 48 $\boldsymbol{J}_s = k_s l_s(,)(,)$。由()可知，$\boldsymbol{J}_s$ 的(,)-th个元素可表示为

$$\begin{aligned}[\boldsymbol{J}_s]_{k_s,l_s} &= \mathbb{E}\left\{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{k}(\varphi,\theta)^T\boldsymbol{n}_{k_s}\lambda}e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{k}(\varphi,\theta)^T\boldsymbol{n}_{l_s}\lambda}\right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{e^{j2\pi\boldsymbol{k}(\varphi,\theta)^T(\boldsymbol{n}_{k_s}-\boldsymbol{n}_{l_s})}\right\}, \end{aligned} \quad (50)$$

其中映射 $(\tilde{n}_1^s, \tilde{n}_2^s) = k_s$。利用雅可比–安格尔平面波展开，[44], (50) 可改写为

$$\begin{aligned}[\boldsymbol{J}_s]_{k_s,l_s} = 4\pi \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=-m}^{m}(-i)^m \times \\ \alpha_m^n Y_m^n\left(\frac{\boldsymbol{n}_{k_s}-\boldsymbol{n}_{l_s}}{\|\boldsymbol{n}_{k_s}-\boldsymbol{n}_{l_s}\|}\right) \times \\ j_m\left(2\pi\|\boldsymbol{n}_{k_s}-\boldsymbol{n}_{l_s}\|\right), \end{aligned} \quad (51)$$

其中 $j_m(.)$ 是第一类球贝塞尔函数，$Y_m^n(\cdot)$ 是球谐函数，且

$$\alpha_m^n = \int_{\Omega} f_{\boldsymbol{k}(\varphi,\theta)}(\boldsymbol{k}) Y_m^n(\boldsymbol{k}) d\Omega(\boldsymbol{k}), \tag{52}$$

其中，$\Omega(\boldsymbol{k})$ 是单位球面 Ω 的一个面元。对于三维各向同性散射环境，我们有 $f_{\boldsymbol{k}(\varphi,\theta)}(\boldsymbol{k}) = \frac{1}{4\pi}$，因此 (52) 可化简为

$$\alpha_m^n = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} Y_m^n(\boldsymbol{k}) d\Omega(\boldsymbol{k}). \tag{53}$$

利用以下事实：

$$Y_m^n\left(\frac{\boldsymbol{n}_{k_s} - \boldsymbol{n}_{l_s}}{\|\boldsymbol{n}_{k_s} - \boldsymbol{n}_{l_s}\|}\right) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad \text{if } n = m = 0, \tag{54}$$

and

$$\int_{\Omega} Y_m^n\left(\tilde{\boldsymbol{k}}\right) d\Omega\left(\tilde{\boldsymbol{k}}\right) = \begin{cases} \sqrt{4\pi} & \text{if } n = m = 0, \\ 0 & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{55}$$

(51) 可改写为

$$[\boldsymbol{J}_s]_{k_s,l_s} = j_0(2\pi \|\boldsymbol{n}_{k_s} - \boldsymbol{n}_{l_s}\|), \tag{56}$$

由此得到 (1)。注意，(1) 与 [45]–[47] 一致，因为$j_0(c) = $正弦$_c{}^c$. 此外，通过设置 $N_1^s = 1$和 0 0、0，并将 $j_0(\cdot)$ 替换为 $J_0(\cdot)$，可将 (1) 化简为具有二维散射环境的一维流体天线，其中 $J_0(\cdot)$ 是第一类贝塞尔函数 [9]。

附录 II：推广至其他空间相关模型

不失一般性，考虑一维流体天线，因为对于二维流体天线表面也可以作出类似论证。首先，将 $\boldsymbol{J}$ 记为 $N \times N$空间相关矩阵。假设 $W \gg 0$，且第 k 个端口与第 l 个端口之间的空间相关性为 $J_{k,\ l} = f(k,\ l,\ N)$，其中空间相关函数f满足以下两个条件：i) $\lim_{N\to\infty} f(k,\ k \pm 1,\ N) = 1$；ii) 存在一些 $\exists l \neq k$，使得 $f(k,\ l,\ N) \neq 1$。第一个条件意味着，可以从 $\boldsymbol{J}$中移除（$k \pm 1$）-th 行/列，因为在极限情况下，$\boldsymbol{J}$ 的（$k \pm 1$）-th 行/列始终与 $\boldsymbol{J}$ 的 k-th 行/列完全相同。第二个条件意味着，存在某个第 l 个端口，其 l-th 行/列必须保留在 $\boldsymbol{J}$ 中，因为它与第 k 个端口之间的空间相关性完全不同。如果 f 满足这两个条件，那么第 k 个端口与第 l个端口之间必然存在一个最小间距 c，使得它们的空间相关性不同。利用 W 为有限这一事实，显然至多存在 N 个非相同端口，因为条件（i）和（ii）成立。特别地，N 必须是有限的，因为 $W \geq Nc > 0$。因此，$\boldsymbol{J}$ 可以重写为一个对称的 $\bar{N} \times \bar{N}$有限尺寸矩阵。设 N'为对称 $\bar{N} \times \bar{N}$矩阵的满秩，其中 $N' \leq \bar{N}$。随后，我们可以通过移除（$\bar{N} - N'$）个相关行和列，进一步将对称 $N \times N$矩阵约化为满秩对称 $N' \times N'$子矩阵 $\boldsymbol{J}_{\text{red}}$。因此，$\boldsymbol{J}$可以表示为 $\boldsymbol{J}_{\text{red}}$，后者是一个满秩对称$N' \times N'$有限尺寸矩阵。

附录 III：互耦的影响

在液体基流体天线中，互耦仅发生在活动端口之间。因此，具有互耦效应的 MIMO-FAS 信道可以建模为 [48]

$$\bar{\boldsymbol{H}}_{mc} = \boldsymbol{Z}_{mc}^{rx,l} \bar{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{Z}_{mc}^{tx,l}, \tag{57}$$

其中，$\boldsymbol{Z}^{rx,\ l}_{mc}$和 $\boldsymbol{Z}^{tx,\ l}_{mc}$是互耦矩阵，可根据所使用的天线技术预先离线计算。互耦矩阵表示为

$$\boldsymbol{Z}_{mc}^{s,l} = (Z_A + Z_L)\left(\boldsymbol{Z}_s^l + Z_L \boldsymbol{I}\right)^{-1}, s \in \{rx, tx\}, \tag{58}$$

其中，Z_A、Z_L 和 $\boldsymbol{Z}_s^l$ 分别是激活端口的天线阻抗、负载阻抗和互阻抗矩阵。为计算 $\boldsymbol{Z}_s^l$，我们假设每个激活端口都是长度为 0.5λ 、宽度为0.001λ的偶极子单元。因此，$Z_A = 73.08 + 42.21j$和 $Z_L = Z_A^*$。由于偶极子的物理约束，我们固定 $N_1^s = \left\lfloor \frac{W_1^s}{0.5} \right\rfloor + 1$，并相应地改变 N_2^s。如果所有激活端口彼此相距较远，则有 $\boldsymbol{Z}_{mc}^s \approx \boldsymbol{I}$。根据式（57），随后进行奇异值分解和注水功率分配。值得指出的是，该模型较为保守，因为在优化A_{tx} 和 A_{rx}时未考虑互耦效应。事实上，若考虑互耦效应，并允许最优激活端口在给定表面内自由布置，MIMO-FAS 的性能还可以进一步提升。

在射频像素基流体天线中，无论像素处于开启还是关闭状态，都可能存在互耦。因此，在实践中，通过天线设计改善 S 矩阵至关重要。粗略地说，S 矩阵可建模为

$$\boldsymbol{S}_{mc}^s = \begin{bmatrix} \alpha_{\text{rl}} S_{1,1}^s & \alpha_{\text{iso}} S_{1,2}^s & \cdots & \alpha_{\text{iso}} S_{1,N_s}^s \\ \alpha_{\text{iso}} S_{2,1}^s & \alpha_{\text{rl}} S_{2,2}^s & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \alpha_{\text{iso}} S_{N_s,1}^s & \cdots & & \alpha_{\text{rl}} S_{N_s,N_s}^s \end{bmatrix}, \tag{59}$$

其中，α_{rl} 和 α_{iso} 分别决定回波损耗和隔离度的改善程度，而 $S^s_{k_s,\ l_s}$ 是第 k_s 个端口与第 l_s 个端口之间的 S 参数。本文假设回波损耗和隔离度分别为 -15 dB 和 30 dB，这是使用最先进技术 [49]可达到的典型值。根据（59），射频像素基流体天线的互阻抗矩阵可计算为

$$\boldsymbol{Z}_s^p = z_0(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S}_{mc}^s)(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S}_{mc}^s)^{-1}, \tag{60}$$

其中，$z_0 = 50\,\Omega$ 为参考阻抗。与（58）类似，互耦矩阵表示为

$$\boldsymbol{Z}_{mc}^{s,p} = (Z_A + Z_L)(\boldsymbol{Z}_s^p + Z_L \boldsymbol{I})^{-1}, s \in \{rx, tx\}. \tag{61}$$

与（57）类似，考虑互耦效应的 MIMO-FAS 信道建模为

$$\boldsymbol{H}_{mc} = \boldsymbol{Z}_{mc}^{rx,p} \boldsymbol{H} \boldsymbol{Z}_{mc}^{tx,p}. \tag{62}$$

与 (57) 和 (58) 不同，值得注意的是，(61) 和 (62) 是 $N_s \times N_s$ 矩阵。给定 (62)，端口选择、

波束成形和功率分配可以通过不同的方案来实现。请注意，还可以采用匹配网络进一步提升 MIMO-FAS [50] 的性能。

参考文献

[1] F. Tariq等，《关于第六代移动通信的推测性研究》，IEEE无线通信汇刊，第27卷，第4期，第118–125页，2020年8月。[2] A. Shojaeifard等，《通过可重构智能表面和流体天线系统实现超越第五代移动通信的多输入多输出演进》，IEEE会议录，第110卷，第9期，第1244–1265页，2022年。[3] K. K. Wong、K. F. Tong、Y. Shen、Y. Chen和Y. Zhang，《受李小龙启发的流体天线系统：面向第六代移动通信的六个研究主题及其潜力》，《通信与网络前沿》，无线通信栏目，3:853416，2022年3月。[4] Y. Huang、L. Xing、C. Song、S. Wang和F. Elhouni，《液体天线：过去、现在与未来》，IEEE开放获取天线与传播期刊，第2卷，第473–487页，2021年。[5] A. Grau Besoli和F. De Flaviis，《一种在印刷电路板上采用微机电系统技术的多功能可重构像素天线》，IEEE天线与传播汇刊，第59卷，第12期，第4413–4424页，2011年12月。[6] S. Song和R. D. Murch，《一种利用遗传算法优化频率可重构像素天线的高效方法》，IEEE天线与传播汇刊，第62卷，第2期，第609–620页，2014年2月。[7] T. Ismail和M. Dawoud，《通过控制元件位置实现相控阵零陷指向》，IEEE天线与传播汇刊，第39卷，第11期，第1561–1566页，1991年11月。[8] S. Basbug，《沿半圆路径布置可移动元件的天线阵列设计与综合》，IEEE天线与无线传播快报，第16卷，第3059–3062页，2017年10月。[9] K. K. Wong、A. Shojaeifard、K. F. Tong和Y. Zhang，《流体天线系统》，IEEE无线通信汇刊，第20卷，第3期，第1950–1962页，2021年3月。[10] K. K. Wong、A. Shojaeifard、K. F. Tong和Y. Zhang，《流体天线系统的性能极限》，IEEE通信快报，第24卷，第11期，第2469–2472页，2020年11月。[11] P. Mukherjee、C. Psomas和I. Krikidis，《流体天线系统的电平穿越率》，载于IEEE国际无线通信信号处理进展研讨会（SPAWC）论文集，2022年7月4–6日，芬兰奥卢。[12] Z. Chai、K. K. Wong、K. F. Tong、Y. Chen和Y. Zhang，《流体天线系统的端口选择》，IEEE通信快报，第26卷，第5期，第1180–1184页，2022年5月。[13] L. Tlebaldiyeva、G. Nauryzbayev、S. Arzykulov、A. Eltawil和T. Tsift-sis，《通过相关Nakagami-m 衰落信道中的流体天线系统提升服务质量》，载于IEEE无线通信与网络会议（WCNC）论文集，第78–83页，2022年4月10–13日，美国得克萨斯州奥斯汀。[14] L. Tlebaldiyeva、S. Arzykulov、K. M. Rabie、X. Li和G. Nauryzbayev，《流体天线系统（FAS）辅助太赫兹通信网络的中断性能》，载于IEEE国际通信会议（ICC）论文集，2023年5月28日–6月1日，意大利罗马。[15] M. Khammassi、A. Kammoun和M.-S. Alouini，《流体天线系统信道的新型解析近似》，IEEE无线通信汇刊，提前在线发表，DOI:10.1109/TWC.2023.3266411。[16] W. K. New、K. K. Wong、H. Xu、K. F. Tong和C.-B. Chae，《流体天线系统：关于中断概率和分集增益的新见解》，IEEE无线通信汇刊，提前在线发表，DOI:10.1109/TWC.2023.3276245。[17] C. Skouroumounis和I. Krikidis，《采用线性最小均方误差信道估计的大规模蜂窝网络流体天线》，IEEE通信汇刊，第71卷，第2期，第1112–1125页，2023年2月。[18] L. Zhu、W. Ma、B. Ning和R. Zhang，《通过天线位置优化增强的可移动天线多用户通信》，[在线] arXiv预印本arXiv:2302.06978，2023年。[19] K. K. Wong和K. F. Tong，《流体天线多址接入》，IEEE无线通信汇刊，第21卷，第7期，第4801–4815页，2022年7月。[20] N. Waqar、K. K. Wong、K. F. Tong、A. Sharples和Y. Zhang，《深度学习赋能的慢速流体天线多址接入》，IEEE通信快报，第27卷，第3期，第861–865页，2023年3月。[21] K. K. Wong、K. F. Tong、Y. Chen和Y. Zhang，《支持海量连接的快速流体天线多址接入》，IEEE通信快报，第27卷，第2期，第711–715页，2023年2月。[22] H. Xu、K. K. Wong、W. K. New和K. F. Tong，《双用户流体天线多址接入的中断概率》，载于IEEE国际通信会议（ICC）论文集，2023年5月28日–6月1日，意大利罗马。[23] W. Ma、L. Zhu和R. Zhang，《可移动天线系统的多输入多输出容量表征》，IEEE无线通信汇刊，提前在线发表，DOI:10.1109/TWC.2023.3307696。

[24] 1. Zhu and R. Zhang, "MIMO与复用D. Tse，"天线信道中的基本权衡"，IEEE信息论汇刊，第49卷，第5期，第1073–1096页，2003年5月。[25] K. K. Wong、K. F. Tong 和 C. B. Chae，"流体天线系统——第二部分：研究机遇"，IEEE通信快报，提前在线发表，DOI:10.1109/LCOMM.2023.3284318。[26] S. Sanayei 和 A. Nosratinia，"MIMO系统中的天线选择"，IEEE通信杂志，第42卷，第10期，第68–73页，2004年10月。[27] A. Goldsmith、S. Jafar、N. Jindal 和 S. Vishwanath，"MIMO信道的容量极限"，IEEE通信选定领域期刊，第21卷，第5期，第684–702页，2003年6月。[28] N. Iqbal、C. Schneider 和 R. S. Thoma，"一种用于NP难天线选择问题的快速最优确定性算法"，载于 IEEE个人、室内和移动无线电通信国际研讨会（PIMRC）论文集，第895–899页，2015年8月30日至9月2日，中国香港。[29] A. Civril 和 M. Magdon-Ismail，"关于矩阵最大体积子矩阵的选择及相关问题"，理论计算机科学，第410卷，第47期，第4801–4811页，2009年。[30] M. Gu 和 S. C. Eisenstat，"计算强秩揭示QR分解的高效算法"，SIAM科学计算期刊，第17卷，第4期，第848–869页，1996年。[31] W. Ford，《数值线性代数及其应用：使用MATLAB》，学术出版社，2014年。[32] N. Prasad 和 M. K. Varanasi，"MIMO块衰落信道的中断定理"，IEEE信息论汇刊，第52卷，第12期，第5284–5296页，2006年12月。[33] Z. Wang 和 G. Giannakis，"一种用于量化衰落信道性能的简单通用参数化方法"，IEEE通信汇刊，第51卷，第8期，第1389–1398页，2003年8月。[34] L. Zhao、W. Mo、Y. Ma 和 Z. Wang，"一般衰落信道中的分集与复用权衡"，IEEE信息论汇刊，第53卷，第4期，第1549–1557页，2007年4月。[35] Y. Jiang 和 M. K. Varanasi，"射频链受限MIMO系统——第一部分：最优分集复用折衷"，IEEE无线通信汇刊，第8卷，第10期，第5238–5247页，2009年10月。[36] S.-G. Hwang，"厄米矩阵特征值的柯西交错定理"，《美国数学月刊》，第111卷，第2期，第157–159页，2004年。[37] H. Moon，"高信噪比区间的注水功率分配"，IEEE通信汇刊，第59卷，第3期，第708–715页，2011年3月。[38] A. Ghaderipoor、C. Tellambura 和 A. Paulraj，"特征展开在MIMO容量分析中的应用"，IEEE信息论汇刊，第58卷，第5期，第2950–2962页，2012年5月。[39] S. H. Simon、A. L. Moustakas 和 L. Marinelli，"容量与特征展开：MIMO相关信道的矩母函数及其他精确结果"，IEEE信息论汇刊，第52卷，第12期，第5336–5351页，2006年12月。[40] R. G. Gallager，《数字通信原理》，剑桥大学出版社，英国剑桥，第1卷，2008年。[41] L. Zheng 和 D. Tse，"格拉斯曼流形上的通信：非相干多天线信道的几何方法"，IEEE信息论汇刊，第48卷，第2期，第359–383页，2002年2月。[42] P. C. Hansen，"截断奇异值分解作为正则化方法"，BIT数值数学，第27卷，第534–553页，1987年。[43] E. Bjornson、J. Hoydis、L. Sanguinetti，《大规模MIMO网络：频谱效率、能效与硬件效率》，第11卷，Now Foundations and Trends，2017年。[44] R. Mehrem，"平面波展开、无穷积分及涉及球贝塞尔函数的恒等式"，应用数学与计算，第217卷，第12期，第5360–5365页，2011年。[45] R. K. Cook、R. Waterhouse、R. Berendt、S. Edelman 和 M. Thompson Jr，"混响声场中相关系数的测量"，美国声学学会期刊，第27卷，第6期，第1072–1077页，1955年。[46] R. W. Heath Jr 和 A. Lozano，《MIMO通信基础》，剑桥大学出版社，2018年。[47] E. Bjornson 和 L. Sanguinetti，"可重构智能表面的瑞利衰落建模与信道硬化"，IEEE无线通信快报，第10卷，第4期，第830–834页，2021年4月。[48] C. T. Neil 等，"毫米波频段空间相关大型天线阵列的性能"，IEEE天线与传播汇刊，第66卷，第1期，第132–148页，2018年1月。[49] A. C. K. Mak、C. R. Rowell 和 R. D. Murch，"提升两副紧密排列天线之间的隔离度"，IEEE天线与传播汇刊，第56卷，第11期，第3411–3419页，2008年11月。[50] J. W. Wallace 和 M. A. Jensen，"MIMO无线系统中的互耦：严格的网络理论分析"，IEEE无线通信汇刊。

，第3卷，第4期，第1317–1325页，2004年7月。