基于各向异性高斯过程的车辆轨迹交通状态估计

Fan Wu[a]、Zhanhong Cheng[b]、Huiyu Chen[a]、Zhijun Qiu[a,*]、Lijun Sun[b]

[a]阿尔伯塔大学土木与环境工程系，埃德蒙顿，*T6G 1H9*，艾伯塔省，加拿大[b]麦吉尔大学土木工程系，蒙特利尔，*H3A 0C3*，魁北克省，加拿大

arXiv:2303.02311v2 [cs.LG] 2 Apr 2024

摘要

准确监测道路交通状态对旅行时间预测、交通控制和交通安全等各种应用至关重要。然而，传感器不足往往导致交通状态数据不完整，难以获得可靠信息以支持决策。本文提出一种利用高斯过程（GP）填补交通状态数据的新方法，以解决这一问题。我们提出一种核旋转重新参数化方案，将标准的各向同性高斯过程核转换为各向异性核，从而更好地建模交通流数据中的拥堵传播。模型参数可利用来自稀疏探测车辆或环形线圈检测器的数据，通过统计推断进行估计。此外，旋转高斯过程方法还可对填补后的交通状态进行统计不确定性量化，从而提高结果的可靠性。我们还将该方法扩展至多输出高斯过程，从而能够同时估计多条车道的交通状态。我们利用来自下一代仿真（NGSIM）和HighD项目的真实世界交通数据，以及代表交通瓶颈场景的仿真数据，对该方法进行评估。考虑到当前及未来网联车辆（CV）与人工驾驶车辆（HV）混合交通流的情况，我们测试了可用车辆轨迹比例从5%到50%的交通状态估计（TSE）方案，以模拟混合交通环境中不同的网联车辆渗透率。我们还测试了从环形线圈检测器获取交通流信息时的交通状态估计效果。结果表明，我们的交通状态估计方法能够适应不同的网联车辆渗透率和检测器类型，并在稀疏观测率场景下达到先进的准确性。

关键词：交通流 状态估计、高斯过程、缺失数据填补、交通流理论、网联车辆 s

1. 引言

智能交通系统（ITS）高度依赖交通状态信息，这些信息通常通过多种检测器采集，例如环形线圈检测器、摄像机、探测车辆，以及近年出现的网联车辆（CV）。然而，每种检测器在覆盖范围和数据完整性方面都有其局限性。例如，环形线圈检测器是固定式传感器，只能在固定位置提供数据；摄像机则需要投入大量时间和资源处理影像，并且必须安装在高层建筑或龙门架上。因此，这些传感器在交通网络中的分布较为稀疏，空间覆盖有限。近年来，能够提供速度和位置等实时交通信息的移动传感器（如探测车辆和网联车辆）在交通状态估计（TSE）中发挥着越来越重要的作用。然而，由于网联车辆的渗透率较低，其轨迹在时空上都较为稀疏。因此，需要一种插补方法来获取整个时空范围内的交通状态信息，从而实现更准确的智能交通系统交通控制与管理。

交通状态估计是指利用检测器提供的部分观测交通数据，在时空域内推断密度、速度或其他相关变量等交通状态变量（Seo 等，2017）。通常，交通状态估计方法分为两类：基于模型的方法和数据驱动的方法。基于模型的交通状态估计方法依赖交通流模型，并且需要道路通行能力等强先验知识，才能准确推断交通状态变量。典型方法包括一阶 Lighthill-Whitham-Richards（LWR）模型（Lighthill 和 Whitham，1955；Richards，1956）和高阶 Payne-Whitham（PW）模型（Payne，1971；Whitham，2011）。然而，基于模型的交通状态估计不一定总是准确，因为它可能无法充分刻画真实世界交通的复杂性。相反，随着海量交通数据和机器学习技术的出现，如近期一些研究所示（Wang 等，2021；Thodi 等，2022），交通状态估计可以完全以数据驱动的方式实现。然而，数据驱动方法的训练通常需要大量外部训练数据集，以及包含完整信息的验证数据集。例如，许多基于深度学习的交通状态估计

*通讯作者电子邮箱： fwu3@ualberta.ca (Fan Wu), zhanhong.cheng@mcgill.ca (Zhanhong Cheng), huiyu3@ualberta.ca (Huiyu Chen),zqiu1@ualberta.ca (Zhijun Qiu), lijun.sun@mcgill.ca (Lijun Sun)

模型（Thodi 等人，2022年）首先在交通仿真数据集上进行训练，然后应用于真实世界交通状态估计问题。然而，未必总能获得合适的训练数据集，而且外部数据集可能无法代表存在缺失值的道路路段。因此，有必要开发一种无需任何外部训练数据集的数据驱动交通状态估计方法。对于观测数据极其稀疏的情况，我们还希望交通状态估计能够为估计结果提供统计不确定性量化。

为弥补上述研究空白，我们提出将高斯过程（GP）（Rasmussen 等，2006）用于交通状态估计（TSE）。高斯过程是一类非参数贝叶斯模型，已广泛用于时空克里金/插补，可提供一种无需外部训练数据集的数据驱动交通状态估计方法。此外，高斯过程还能为交通状态估计提供统计不确定性量化。已有一些研究将高斯过程用于交通流模型的校准与评估（Storm 等，2022；Yuan 等，2021；Cheng 等，2022；Liu 等，2023；Zhang 和 Sun，2024）。然而，受交通波传播所导致的非平稳性和各向异性影响，传统 GP 模型难以对交通流数据进行建模。以图 2 (a) 为例，拥堵波向后传播，产生了传统高斯过程核无法建模的方向性时空相关性。为捕捉交通波传播中的各向异性相关性，我们通过引入旋转角度对 GP 核重新参数化。核旋转角表示交通波中的拥堵传播速度，可根据部分观测数据进行估计。我们采用变分稀疏高斯过程解决 GP 模型的可扩展性问题。此外，我们提出采用多输出高斯过程模型，同时对多条车道进行交通状态估计，而非使用多个独立的高斯过程。为检验交通状态估计性能，我们在 NGSIM 和 HighD 数据集上，将所提出的旋转高斯过程与其他插补方法进行比较，考察不同类型和比例的观测交通信息；在混合交通环境中，这些比例也可视为网联车辆渗透率。我们还使用仿真数据检验交通瓶颈场景下的交通状态估计性能。实验结果表明，在网联车辆渗透率较低时，所提出的旋转高斯过程在交通状态估计的准确性和鲁棒性方面均显著优于其他方法。

本文的贡献总结如下：

- 本文提出了一种利用具有旋转各向异性核的高斯过程（GP）模型进行交通状态估计（TSE）的新方法，该方法能够捕捉交通波传播中的各向异性相关性。旋转角度可根据部分观测数据估计，从而为了解交通波中拥堵传播的速度提供有价值的参考。该方法巧妙地融合了统计建模与交通流理论。

- 所提出的基于高斯过程的交通状态估计方法是一种纯数据驱动方法，无需外部训练数据集，并能为估计提供统计不确定性量化，这对于低网联车辆渗透率下的交通状态估计至关重要。

- 大量实验结果表明，我们提出的基于高斯过程的交通状态估计方法能够适应不同的网联车辆渗透率和检测器类型，并在观测率稀疏的场景中达到最先进的准确性。

- 本文提出了用于多条车道交通状态估计的多输出高斯过程模型，该模型利用不同车道交通状态之间的相关性来提高TSE 准确率。

本文其余部分安排如下。第2节回顾交通状态估计的相关研究。第3节介绍问题及所提出的方法。实验设置和结果见第4节。最后，第5节总结本文并讨论未来的研究方向。

2. 相关工作

现有的交通状态估计（TSE）模型大体可分为基于模型的方法和数据驱动方法，具体包括基于模型、数据驱动以及流式数据驱动策略（Seo 等，2017）。基于模型的方法采用宏观交通流模型，以数学方式描述交通状态；这类模型包括一阶交通模型，例如 Lighthill-Whitham-Richards（LWR）模型（Lighthill 和 Whitham，1955年；Richards，1956年），高阶交通模型，例如 Payne-Whitham（PW）模型（Payne，1971；Whitham，2011年）和 Aw-Rascle-Zhang（ARZ）模型（Aw和Rascle，2000；Zhang，2002年；Vishnoi等，2022年），以及它们的扩展模型。基于模型的方法通常通过基于滤波器的方法，利用交通观测进行数据同化或估计。最常用的是卡尔曼滤波器（KF）及其变体——类卡尔曼滤波技术（例如扩展卡尔曼滤波器、无迹卡尔曼滤波器和集合卡尔曼滤波器）（Nanthawichit等，2003年；Mihaylova等，2006年；Wang和Papageorgiou，2005年；Work等，2010年；Van Hinsbergen等，2011年；Makridis和Kouvelas，2023年）。其他方法并非源自卡尔曼滤波器，例如粒子滤波器（PF）（Mihaylova等，2007年）、自适应平滑滤波器（ASF）（Treiber和Helbing，2002年）等。关于上述方法的全面综述，可参见（Seo 等，2017）。尽管基于模型的技术能够遵循交通原理，但这些模型高度依赖对交通物理的假设；当这些前提与现实世界数据不一致时，可能会导致数值偏差或近似误差

。此外，基于模型的方法需要大量关于交通动态的先验信息。

随着海量交通数据的普及以及机器学习技术的发展，数据驱动模型日益受到关注。数据驱动模型通常利用统计方法或机器学习方法，根据从历史数据中提取的时空特征（例如来自环形线圈检测器、摄像头或网联车辆等传感器的数据）推断交通状态。例如，许多研究将时空特征融入数据驱动模型，并采用以下技术：自回归积分滑动平均（ARIMA）（Zhong 等人，2004年）、贝叶斯网络（BN）（Ni 和 Leonard，2005年）、核回归（KR）（Yin 等人，2012年）、k近邻（kNN）（Tak 等人，2016）、卷积神经网络（CNN）和深度神经网络（DNN）（Jia 等人，2016；Thodi 等，2022；Rempe 等人，2022年；Han 和 Ahn，2021 年；Shi 等人，2021b，a）、图嵌入生成对抗网络（GE-GAN）（Xu 等人，2020年）、张量分解（Wang 等，2021）以及主成分分析（Li 等人，2013）等。此外，流数据驱动方法被认为能够更好地应对不确定性，但需要大量流数据才能进行预测。一些研究致力于流数据驱动模型，例如 Seo 等人（2015b）和 Florin 和 Olariu（2016）的研究。数据驱动模型的优势之一是对交通动力学的先验信息需求较少，且其准确度可能高于基于模型的方法。另一项优势是，它们不需要对交通原理作出严格假设，因为这类假设可能导致无法解释的估计。与此同时，数据驱动模型通常依赖大量训练数据。

在数据源方面，迄今为止讨论的大多数研究都使用来自固定位置传感器（如环形线圈检测器）的静态数据，或将静态数据与从探测车辆获取的移动数据相结合（Nanthawichit 等人，2003年；Seo 和 Kusakabe，2015年；Yuan 等人，2014年）。近年来，越来越多的研究人员利用数据研究基于轨迹的交通状态估计方法。例如，（Seo 等人，2015a；Kyriacou 等人，2022年；Seo 和 Kusakabe，2015年；Wang 等人，2021 年）利用探测车辆或网联自动驾驶车辆（CAVs）的轨迹数据来估计高速公路的交通状态。此外，一种趋势是将基于模型的方法与数据驱动模型相结合，开发用于交通状态估计的“物理信息”机器学习模型（Shi 等人，2021b；Usama 等人，2022年；Shi 等人，2021a）。

传统固定传感器在整条道路上安装和维护的成本都很高。随着联网车辆（CV）技术的发展，这类移动传感器有望以相对较低的成本在整条道路上提供数据源。因此，我们仍需应对数据稀疏的情形，因为并非所有车辆都是网联车辆，能够提供信息。已有一些研究利用联网车辆技术进行交通状态估计。Chen 和 Levin (2019) 提出了一种基于网联车辆基本安全消息（BSM）数据的算法，用于估计流量、密度和速度等交通状态。该研究在仿真器中测试了卡尔曼滤波器和元胞传输算法。Rempe 等人 (2017) 提出了一种基于浮动车轨迹估计交通状态的基于相位的平滑方法；该方法符合三相交通理论（Kerner，1999）。Fountoulakis 等人 (2017) 利用网联车辆和点传感器数据，对混合交通（网联车辆和普通车辆）下的交通状态估计开展了微观仿真研究。同时，Bekiaris-Liberis 等人 (2017) 提出了一种基于模型的交通状态估计方法，用于逐车道密度估计以及有网联车辆情况下的入口匝道和出口匝道流量估计。还有研究探讨了在贝叶斯模型中利用网联车辆数据进行在线和离线交通状态估计（Kyriacou 等人，2022年）。

如本文所述，与我们工作最相近的研究是Treiber 等人（2011年提出的自适应平滑插值（ASM）。作者利用交通波的各向异性特征，开发了一种用于估计交通流速度剖面的平滑方法。ASM 的插值结果是自由流分量与流拥堵分量的加权和。Schreiter 等人（2010年）通过高效的矩阵运算和快速傅里叶变换（FFT），提出了两种 ASM 的快速实现方法，使计算时间缩短了两个数量级。经典 ASM 缺乏确定模型参数的明确定义方法。Yang 等人（2022年）利用矩阵补全重新表述 ASM，从而可以通过交替方向乘子法（ADMM）算法估计权重参数。Yang 等人（2023年）提出了一种基于 ASM 的神经网络模型，该模型能够从道路传感器的稀疏数据中学习其参数。在我们的研究中，所提出的高斯过程方法是一种概率模型，可以从数据中学习参数及其不确定性。此外，所提出的方法无需定义网格，即可应用于连续空间上的交通状态估计问题。

3. 方法论

3.1. 问题 *formulation*

我们的目标是利用从固定或移动传感器（如环形线圈检测器和网联车辆）收集的数据，估计某一高速公路路段在一段时间内的交通状态（本文中指速度）。对于该高速公路路段的单条车道，我们将s 记为路段上的空间坐标，将t 记为时间坐标，并将$y(s,t)$记为位置s 和时间t处的交通速度。实际应用中，s 和t 通常被定义为$S \times T$ 时空网格上的离散值。不过，就我们的目的而言，可以考虑带有下标i 的一般连续空间，使得$y_i = y(\mathbf{x}_i)$，其中$\mathbf{x}_i = [s_i,t_i]^\top$ 是表示时空坐标的向量。

假设我们可以利用环形线圈检测器或探测车辆，获得一组时空位置$\mathbf{X}_o = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^n$ 处的交通速度$\mathbf{y}_o = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^n$，其中n为观测值的数量。我们的目标是根据观测数据$\{\mathbf{X}_o, \mathbf{y}_o\}$，估计未知时空位置$\mathbf{X}_* = \{\mathbf{x}_i\}_{i=n+1}^{n+u}$ 处的交通速度$\mathbf{y}_* = \{\mathbf{y}_i\}_{i=n+1}^{n+u}$ 的分布，其中u为交通状态未知的点/位置数量。对于具有多条车道的高速公路路段，问题则变为根据观测值 $\left\{\mathbf{X}_o^1, \mathbf{y}_o^1, \cdots, \mathbf{X}_o^L, \mathbf{y}_o^L\right\}$估计联合分布$\mathbf{p}\left(\mathbf{y}_*^1, \cdots, \mathbf{y}_*^L\right)$，其中L为车道数。

3.2. 高斯过程回归

对于高速公路路段中的单条车道，我们假设观测到的交通状态y_i 由真实值f_i 和噪声项 ε_i组成：

$$y_i = f_i + \varepsilon_i, \tag{1}$$

其中 εi 是均值为零、方差为 σ_ε^2 的独立同分布（i.i.d.）高斯噪声。

假设真实交通状态 f 是时空坐标 $\mathbf{x}$的函数。我们可以对函数 Rasmussen 等人（2006）提出高斯过程先验（$f(\mathbf{x}) \sim \mathcal{GP}(\mu, k)$）。高斯过程是函数分布（换句话说，是具有无限多个随机变量的分布）。在所研究的时空范围内出现的真实交通状态可以视为从高斯过程中抽取的样本。根据高斯过程先验，假设时空位置 $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^N$ 处的所有有限集合 X 均服从多元高斯分布：

$$\mathbf{f} = f(X) = [f(\mathbf{x}_1), \cdots, f(\mathbf{x}_N)]^\top \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, K), \tag{2}$$

其中，均值通常设为零 $\mu = \mathbf{0}$，协方差矩阵K 由核函数k 定义，使得$K[i, j] = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$。例如，常用的平方指数（SE）核形式如下：

$$k_{\mathrm{SE}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{1}{2\ell^2}\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2\right), \tag{3}$$

其中，长度尺度 l 决定了输入空间中的两个点相距多远时仍可被视为相似；核方差 σ^2 决定了函数值与均值之间可能相差多远。核超参数和噪声方差 $\boldsymbol{\theta} = \left\{\sigma^2、\mathrm{l}、\sigma_\varepsilon^2\right\}$ 可使用最大边际似然（MML）估计，根据观测数据进行估计。

利用条件高斯分布，可以通过以下方式获得给定观测数据时未知时空位置 $\mathbf{f}_*$ 处交通状态的后验分布：

$$p(\mathbf{f}_* | X_*, X_o, \mathbf{y}_o) \sim \mathcal{N}\left(\bar{\mathbf{f}}_*, \mathrm{cov}(\mathbf{f}_*)\right), \tag{4}$$

$$\bar{\mathbf{f}}_* = K_{n*}^\top \left(K_{nn} + \sigma_\varepsilon^2 I\right)^{-1} \mathbf{y}_o, \tag{5}$$

$$\mathrm{cov}(\mathbf{f}_*) = K_{**} - K_{n*}^\top \left(K_{nn} + \sigma_\varepsilon^2 I\right)^{-1} K_{n*}, \tag{6}$$

其中，矩阵 K_{nn}、K_{**}和 K_{n*} 分别表示在观测位置处（大小为 $n \times n$）、未知位置处（大小为 $u \times u$）以及观测位置与未知位置之间（大小为 $n \times u$）计算得到的核矩阵。接下来，根据公式（$\mathbf{y}_*$可以直接得到其分布，见公式（1）。

3.3. 旋转各向异性核

大多数高斯过程核（例如公式（3）中的平方指数核）都是各向同性的，这意味着协方差仅是 $\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$的函数，并且与 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$之间的方向无关。然而，交通波沿特定方向传播时会表现出各向异性行为。尽管各向同性核可以通过在不同维度上使用不同的长度尺度（即实现自动相关性确定（ARD）（NEAL，1996））而具有各向异性特性，但 ARD 核的形式非常有限，仍无法对沿时空方向传播的相关性进行建模。

不失一般性，我们考虑 ARD 核中$\mathbf{x}_i$ 与$\mathbf{x}_j$ 之间的“平方距离”：

$$d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)^2 = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^\top M (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j), \tag{7}$$

其中 M 是一个对角矩阵，其第 d 个对角元素为 l_d^{-2}，用于指定维度特定长度尺度。由于 M 的对角结构，空间和时间方向上的长度尺度彼此独立。为考虑交通波的传播，我们引入旋转角度 α这一新的超参数，它表示交通波与空间方向之间的夹角，如图 1 所示。随后，我们可以使用以下旋转平方距离来度量方向性协方差：随后，我们可以使用以下旋转平方距离来度量方向性协方差：

$$
\begin{aligned}
d_{\mathrm{rot}}\left(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j\right)^2 &= \left(R\left(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\right)\right)^\top M \left(R\left(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\right)\right) \\
&= \left(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\right)^\top \left(R^\top M R\right)\left(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\right),
\end{aligned} \tag{8}
$$

$$
R = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}. \tag{9}
$$

矩阵 R 是旋转矩阵。公式 8 可用于一般的核函数。例如，可以使用旋转平方距离定义旋转各向异性平方指数核：

$$
k_{\mathrm{SE}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{1}{2} d_{\mathrm{rot}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)^2\right). \tag{10}
$$

相同的变换　适用于其他核函数，例如 Mat´ern 核和有理二次核　　.

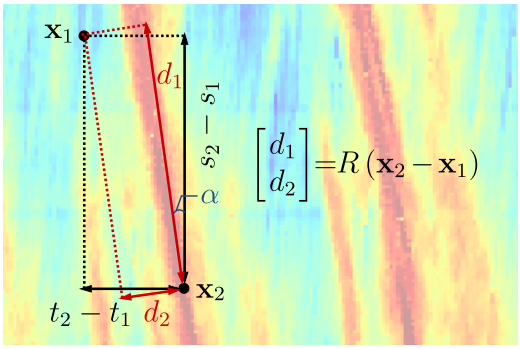

图 1：旋转坐标示意图。

我们的方法如图 1 所示。所提出核函数背后的直觉是对坐标进行旋转。旋转角度 α 可用于衡量交通流中拥堵传播的速度。与其他超参数类似，角度 α可以根据观测数据进行估计。

3.4. 使用变分稀疏高斯过程进行模型推断

高斯过程的最大边际似然估计的计算复杂度随着数据点数量呈立方增长，这限制了其在大型数据集上的适用性。因此，我们采用变分稀疏高斯过程（VSGP）（Titsias，2009）进行可扩展推断。VSGP 引入一组 m 个诱导点，位于 $Z = \{\mathbf{z}_1、 \cdots 和 \mathbf{z}_m\}$，它们作为完整高斯过程的稀疏近似。该模型假设诱导点处的函数值遵循相同的高斯过程先验，并通过以诱导变量为条件的高斯分布来近似函数值的后验分布。诱导点的位置可以像其他超参数一样进行优化。

模型参数（包括超参数） $\boldsymbol{\theta}$ 以及诱导变量的位置 Z，通过最大化证据下界（ELBO）进行学习。证据下界是观测数据对数边际似然的下界。Titsias（Titsias，2009）推导的 VSGP 的证据下界为：

$$
\log p(\mathbf{y}_o) \geq \log \mathcal{N}\left(\mathbf{y}_o | \mathbf{0}, Q_{nn} + \sigma_\varepsilon^2 I\right) - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \operatorname{tr}\left(K_{nn} - Q_{nn}\right), \tag{11}
$$

其中 $Q_{nn} = K_{nm} K_{mm}^{-1} K_{nm}^\top$，矩阵 K_{mm} 和 K_{nm} 分别是在诱导点处以及观测位置与诱导点之间计算的核。我们可以将证据下界理解为近似对数边际似然与正则化项 $-\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\operatorname{tr}(K_{nn} - Q_{nn})$ 之和。该正则化项最小化由诱导变量预测训练潜在函数值 $\mathbf{f}_n$ 时的平方误差。式（11）可利用伍德伯里矩阵恒等式简化，VSGP 的时间复杂度为 $O(mn^2)$。

未知位置 $\mathbf{x}_*$ 处函数值的后验分布由积分 $p(\mathbf{f}_*) = \int p(\mathbf{f}_* | \mathbf{f}_z) p(\mathbf{f}_z) d\mathbf{f}_z$ 给出，它是一个高斯分布，其均值和协方差为：

$$
\bar{\mathbf{f}}_* = K_{*m} K_{mm}^{-1} \bar{\mathbf{f}}_z, \tag{12}
$$

$$
\operatorname{cov}(\mathbf{f}_*) = K_{**} - K_{m*}^\top K_{mm}^{-1} K_{m*} + K_{m*}^\top K_{mm}^{-1} \Lambda K_{mm}^{-1} K_{m*}, \tag{13}
$$

其中，$\bar{\mathbf{f}}_z = \sigma_\varepsilon^{-2} \Lambda^{-1} K_{mm}^{-1} K_{mn} \mathbf{y}_o$ 是诱导变量的后验均值，而 $\Lambda = K_{mm}^{-1} + \sigma_\varepsilon^{-2} K_{mm}^{-1} K_{mn} K_{nm} K_{mm}^{-1}$ 是诱导变量的后验精度矩阵。

3.5. 多输出高斯过程

同一道路相邻车道的交通状态高度相关。由于驾驶员可以选择较不拥堵的车道行驶，因此相邻车道的交通状态会达到相似的状况。多车道高速公路路段的交通状态估计（TSE）可以自然地采用多输出高斯过程模型进行建模（Wackernagel，2003年；Bonilla 等人，2007），该模型也称为协区域化高斯过程或协克里金。与为每条车道使用独立高斯过程模型不同，多输出高斯过程模型可以利用不同车道交通状态之间的相关性，提高估计精度。在第4.8节中，我们将展示，多输出高斯过程模型能够利用另一条车道的信息，估计某条车道在长时间没有观测值期间的交通速度。

来自不同车道的探测车辆位于不同的时空位置，这在多输出高斯过程文献中称为异位数据。我们将L条不同车道的交通状态建模为多输出函数$\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = \left[f^1(\mathbf{x}), \cdots, f_L(\mathbf{x})\right]^\top$，并赋予其高斯过程先验。在$\mathbf{x}$处第$i$个输出与$\mathbf{x}'$处第$j$个输出的协方差由以下核函数给出：

$$k_{\text{multi}}\left(f^i(\mathbf{x}), f^j(\mathbf{x}')\right) = k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')B[i, j], \tag{14}$$

其中，B是一个$L \times L$对称正定矩阵，由参数$B = AA^\top$确定，且A是待学习参数，r是A的秩。这种核参数化也称为地统计学文献中的协区域化内在模型（Wackernagel，2003年）。可以将多输出核k_{multi}视为定义在扩展输入空间上的函数，其中输入空间包含车道索引，因此可以采用与单输出高斯过程模型相同的推断过程。

4. 案例研究

我们在两个真实世界数据集上评估所提出的基于高斯过程的交通状态估计方法：NGSIM（NGSIM，2007）交通轨迹数据和 HighD（Krajewski 等人，2018）自然驾驶车辆轨迹数据。在第4.3节中，我们比较所提模型与一组基准模型在不同网联车辆渗透率下的交通状态估计性能。在第4.4节中，我们评估假设使用环形线圈检测器数据时的交通状态估计性能。我们还在第4.6 节和4.7节进一步分析所提方法的不确定性量化和计算时间。最后，我们还探讨了使用多输出旋转高斯过程对多条车道进行交通状态估计。本文相关的代码和数据可在以下网址获取：
https://github.com/Lucky-Fan/GP_交通状态估计。

4.1 数据与实验设置

我们使用两个真实世界数据集中的轨迹来测试所提出的旋转高斯过程交通状态估计方法，分别为 NGSIM（NGSIM，2007）和 HighD（Krajewski 等人，2018）。这两个数据集均提供每辆车的详细轨迹信息，例如车辆标识、记录帧、时间、位置、速度、车道等。因此，我们可以使用真实交通状态来评估交通状态估计的准确性。对于 NGSIM，我们关注美国101号高速公路车道 2 的交通数据。对于 HighD，我们使用德国高速公路两条车道的数据。之所以选择这些车道，是因为它们呈现了一些很有代表性的走走停停交通波。以下将介绍这两个数据集的具体详情：

- NGSIM 数据：我们使用从美国101号高速公路车道 2 上的摄像机中提取的车辆轨迹。与 Wang 等人之前的研究（Wang 等人，2021 年）相比，我们的实验涵盖了更长的道路路段（600 米）和更大的时间范围（2500 秒）。我们提取完整数据，并关注分辨率为 3 米和 5 秒的交通状态时空网格，其中 200×500交通状态定义为每个网格单元中的平均车速。图2 （a）和（b）分别展示了整个数据集的交通速度图，以及渗透率为 5% 时的观测轨迹样本。
- HighD 数据：该数据集提供了使用无人机在德国高速公路上录制的自然驾驶车辆轨迹。数据集包含来自六个不同不同位置的 60 段录制数据；每段录制数据均由轨迹 ID 标识。在我们的研究中，我们关注轨迹 ID 为 25 的录制数据。道路路段内车辆的总行驶距离为 1120346.1 米，时间范围为 80676.08 秒。为充分利用数据，我们提取了时空网格中的交通状态，网格大小为 100×220，分辨率为 4 米和 5 秒，表示范围为 400 米和 1100 秒的区域。我们使用平均车速描述每个网格单元的交通状态。在表2中，我们使用车道 4 的数据进行单车道交通状态估计；并使用车道 3 和车道 4 的数据，测试采用多输出高斯过程进行交通状态估计。

将网联车辆作为探测车辆时，我们将网联车辆的渗透率设为 5%、10%、20%、30%、40% 和 50%，并假设只能观测到网联车辆的轨迹（即训练数据）。对于每种网联车辆渗透率，我们使用不同的轨迹随机抽样重复实验 10 次。需要注意的是，尽管高斯过程无需定义网格即可在连续空间中进行交通状态估计（TSE），我们仍定义时空网格，以便与其他模型进行比较。总体而言，NGSIM 和 HighD 数据集为评估我们的方法和基线方法在不同场景下的有效性和效率提供了丰富的数据来源。

4.2. 基线模型和超参数

下文将基于旋转核的高斯过程称为“GP-rotated”。我们使用以下基线方法，将 GP-rotated 的性能与其他方法进行比较：

- 自适应平滑插值方法（ASM）（Treiber 等人，2011年）：这是一种用于估计交通状态的插值方法。该方法与所提出的旋转高斯过程相似，均采用各向异性插值来考虑交通波的传播。我们将拥堵交通的传播速度分别设为 -19.87 km/h 和 -17.86 km/h，分别对应 NGSIM 和 HighD 数据集；该设置基于 GP-旋转方法估计得到的超参数（见第 4.3 节的讨论）。根据Treiber 等人（2011年）提出的初始设置以及快速验证，空间平滑宽度和时间平滑宽度分别设为 200 m 和 10 s。其他参数采用Treiber 等人（2011年）的设置。

- 时空 Hankel 低秩张量补全（STH-LRTC）（Wang 等人，2021 年）：该方法利用时空延迟嵌入将原始速度矩阵转换为张量。随后，通过对由低秩模型补全的延迟嵌入张量进行逆 Hankel 化，该方法估计交通状态矩阵。关键参数包括嵌入长度 τ_s 和 τ_t。我们采用与作者相同的超参数设置，即$\tau_s = 40$ 和$\tau_t = 30$ 。但我们确实发现，在某些网联车辆渗透率极低的情况下，该方法的结果较差。因此，我们针对具体案例增大了 τ_s 和τ_t，如表 5 所示。

- 采用标准 ARD 核的高斯过程回归（GP-ARD）：通过允许核函数为每个输入维度设置独立的长度尺度参数，扩展了基本高斯过程，使模型能够自动确定每个输入变量在预测输出变量时的重要性。超参数通过 VSGP 方法从数据中学习。

我们使用 Mat´ern 核（Rasmussen 等人，2006）作为所有高斯过程模型的基本核函数。我们将诱导点的数量设置为 $m = \min(0.02n, 500)$，并将诱导点的初始位置随机分布在网格上。如第 3.4节所述，GP-rotated 的超参数可以从观测数据中学习，但对于大型数据集而言，这一过程可能耗时较长。然而，在实际应用中，对于同一高速公路路段，可能不需要重复学习超参数。因此，我们还测试了所提出的 GP 使用预训练超参数时的性能，并将其称为“P-GP-rotated”。请注意，我们未将基于深度学习的模型纳入比较，因为其中许多模型依赖外部训练数据集，且并非开源。

值得注意的是，对于包含联网车辆轨迹的单元，训练数据（来自网联车辆）和测试数据（来自所有车辆）可能有所不同，因为训练数据和测试数据中的速度可能是根据不同数量的车辆计算得出的。TSE值仅用于不含任何联网车辆轨迹的单元。对于包含观测轨迹的单元，我们直接采用训练数据中的速度，因为我们发现，无论使用哪种TSE方法，这些单元的观测值都比估计值更接近测试数据。这可归因于高质量数据集的使用。最后，我们采用下文所示的均方根误差（RMSE）和平均绝对误差（MAE）来评估不同TSE模型的性能：

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_l \sum_s \sum_t (y^l(s,t) - \hat{y}^l(s,t))^2}{STL}}, \tag{15}$$

$$\mathrm{MAE} = \frac{\sum_l \sum_s \sum_t |y^l(s,t) - \hat{y}^l(s,t)|}{STL}. \tag{16}$$

4.3. 基于车辆轨迹的交通状态估计

我们首先使用NGSIM数据集，直观考察5%网联车辆渗透率下不同方法的交通状态估计性能。图2 展示了结果。图2 展示了2 （a）中所有轨迹的真实交通速度图，该图呈现出包含激波在内的复杂交通动态演变，因此适合作为实验数据集。图2 （b）展示了十次独立实验中随机选取的一个5%训练数据集。

通过比较图2 (e) 和 (f)，我们可以观察到，所提出的 GP-rotated 能够捕捉传统 GP-ARD 无法建模的交通速度相关性方向性。将图2 (c) 中的 ASM 与所提出的 GP-rotated 进行比较，可以发现它们都能捕捉交通波中的拥堵传播，因为它们都采用了各向异性核的思想。然而，ASM 估计的拥堵速度通常低于真实值，这是由 ASM 中的“平滑”操作导致的。图2 (d) 中的 STH-LRTC 也能捕捉交通波中的拥堵传播，但在长时间缺少联网车辆轨迹的情况下（例如，550s-750s），其表现不佳。

接下来，我们开展更全面的实验，以量化所提出的方法和基线方法在不同渗透率下的性能。对于每种渗透率（轨迹所占百分比），在每种渗透率（5%、10%、20%、30%、40% 和 50%）下，我们从

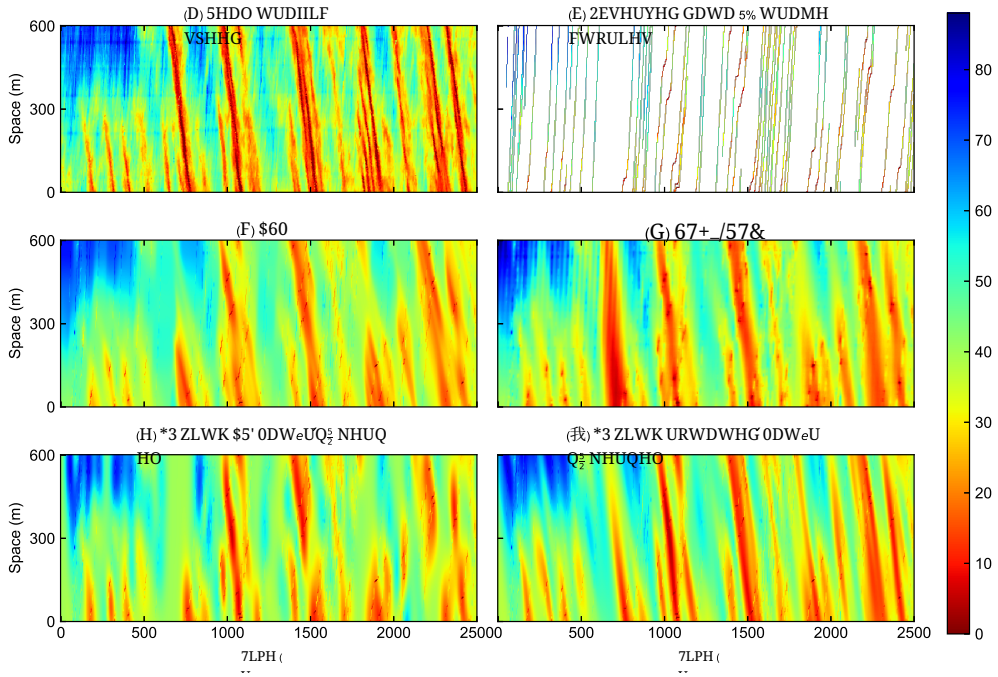

图 2：在 NGSIM 数据集上进行的交通状态估计实验，网联车辆渗透率为 5%。观测轨迹叠加在交通状态估计结果上。(a) 完整数据集的交通速度。(b) 观测轨迹的交通速度。(c) ASM方法估计的交通速度。(d) STH-LRTC方法估计的交通速度。(e) 使用 ARD Mat´ern 52 核的高斯过程估计的交通速度。(f) 使用所提出的旋转 Mat´ern $\frac{5}{2}$ 核的高斯过程估计的交通速度。

完整数据集4.1中随机选取车辆轨迹作为训练集（参见第1 表和第2 表）。实验在 NGSIM 和 HighD 数据集上进行。表中列出了/各方法在不同渗透率和数据集下的平均绝对误差（米/秒）和均方根误差（米/秒），以及标准差。

表 1：交通状态估计准确度在不同渗透率下的 NGSIM 数据集表现：均值（标准差）。

方法	ASM		STH-LRTC		GP-ARD		GP-rotated		P-GP-rotated	
Rate	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE
0.05	5.11 (0.32)	7.04 (0.54)	5.51 (1.36)	7.94 (2.38)	6.02 (0.36)	8.62 (0.56)	**4.85 (0.31)**	6.74 (0.56)	4.97 (0.29)	**6.74 (0.47)**
0.1	4.09（0.15）	5.72（0.26）	4.19（1.39）	7.43（5.62）	4.35（0.30）	6.42（0.58）	3.82 (0.22)	5.44 (0.47)	**3.79 (0.13)**	**5.19 (0.22)**
0.2	3.28 (0.10)	4.82 (0.14)	3.01 (1.26)	6.16 (7.14)	3.07 (0.14)	4.61 (0.26)	**2.81 (0.10)**	**4.10 (0.19)**	2.98 (0.08)	4.28 (0.12)
0.3	2.73 (0.06)	4.26 (0.09)	**2.09 (0.05)**	**3.17 (0.12)**	2.43 (0.06)	3.77 (0.11)	2.27 (0.05)	3.43 (0.10)	2.48 (0.05)	3.75 (0.08)
0.4	2.29 (0.06)	3.83 (0.09)	**1.75 (0.05)**	**2.81 (0.12)**	2.03 (0.06)	3.35 (0.11)	1.92 (0.05)	3.08 (0.09)	2.09 (0.05)	3.37 (0.09)
0.5	1.87 (0.05)	3.41 (0.09)	**1.43 (0.04)**	**2.46 (0.11)**	1.67 (0.04)	2.96 (0.10)	1.58 (0.04)	2.71 (0.09)	1.71 (0.04)	2.98 (0.07)

表 2：不同渗透率下 HighD 数据集的交通状态估计准确率：均值（标准差）。

方法	ASM		STH-LRTC		GP-ARD		GP-rotated		P-GP-rotated	
Rate	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE
0.05	4.44 (0.31)	**6.03 (0.50)**	55.9 (29.3)	121.5 (51.1)	5.18 (1.59)	7.19 (2.04)	4.48 (0.50)	6.27 (0.94)	**4.43 (0.27)**	6.06 (0.43)
0.1	3.32 (0.14)	4.67 (0.22)	3.19 (0.10)	4.49 (0.21)	3.22 (0.17)	4.55 (0.28)	**3.18 (0.16)**	**4.45 (0.25)**	3.55 (0.18)	5.00 (0.30)
0.2	2.55 (0.08)	3.79 (0.11)	**2.15（0.11）**	**3.12（0.18）**	2.23（0.09）	3.26（0.15）	2.23（0.09）	3.25（0.13）	2.43 (0.07)	3.52 (0.11)
0.3	2.08 (0.03)	3.30 (0.05)	**1.65 (0.04)**	**2.49 (0.06)**	1.71 (0.05)	2.62 (0.10)	1.71 (0.05)	2.61 (0.10)	1.89 (0.05)	2.90 (0.09)
0.4	1.68 (0.04)	2.85 (0.07)	**1.31 (0.04)**	**2.07 (0.07)**	1.36 (0.04)	2.14 (0.09)	1.35 (0.03)	2.14 (0.08)	1.49 (0.03)	2.39 (0.06)
0.5	1.37 (0.05)	2.49 (0.10)	**1.05 (0.03)**	**1.75 (0.07)**	1.09 (0.03)	1.80 (0.07)	1.09 (0.03)	1.80 (0.06)	1.19 (0.03)	2.03 (0.05)

表1 和表2 表明，当观测轨迹的比例（渗透率）超过 30% 时，STH-LRTC 方法的性能最佳。这是因为基于 GP 的方法无法捕捉交通流中的细粒度纹理，详见第 4.6 节。然而，对于观测稀疏的情况（ CV 渗透率从 5% 到约 20%），我们提出的 GP-rotated 方法在 NGSIM 和 HighD 数据集上的表现均最佳。随着 CV 渗透率降低，STH-LRTC 可能因大块缺失信息而失效，这一点在渗透率为 5% 时的 HighD 数据中可以观察到。相应的平均绝对误差和均方根误差值最高可达 55.9 米/秒和 121.5 米/秒，

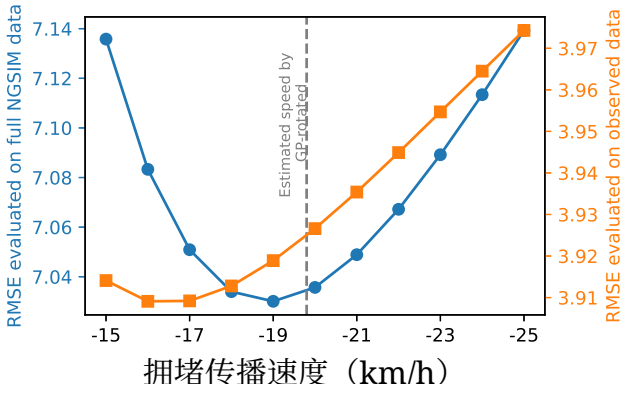

图3：当　　观测5%的轨迹时，在 NGSIM 数据中使用不同拥堵传播速度时 ASM 的 RMSE 误差　　et.

分别为。STH-LRTC 在低渗透率下可能不稳定，平均绝对误差和均方根误差的标准差较高。相比之下，无论探测车辆所占比例如何，我们提出的 GP 方法都能提供非常稳健的估计。在网联车辆渗透率较低的混合交通环境初期阶段（例如 5% 至 20%），我们提出的方法是合适的选择。

我们提出的方法始终优于 ASM 基准方法。ASM 的一个优势在于，它考虑了拥堵和自由流的传播。因此，ASM 可以生成更自然的交通流模式，如图 2 （c）左上角的高速区域所示。然而，在前 500 秒内估计较小的激波时，ASM 不如 GP-旋转方法（左下角）。在大多数情况下（HighD 数据集的渗透率为 5% 时除外），所提出的 GP-旋转方法优于 ASM。随着 CV 渗透率提高，ASM 与 GP-旋转方法之间的差距也随之扩大。

我们还使用 Mat´ern$_2^5$ 核比较了表 1 和 2中的 GP-ARD 和 GP-旋转方法。结果表明，无论是否使用预训练参数，GP-旋转方法在平均绝对误差和均方根误差方面始终优于 GP-ARD 方法。这可以归因于 ARD 核具有各向同性，即使用距离来衡量协方差。然而，交通波具有各向异性，并沿时空方向传播。尽管 GP-ARD 可以为不同维度设置不同的长度尺度，但仍无法捕捉交通波的方向性协方差。另一方面，我们提出的具有方向超参数 α 的各向异性 GP-旋转方法能够准确地对交通波的方向性协方差建模。此外，我们观察到，随着观测率提高，GP-ARD 与 GP-旋转方法在平均绝对误差和均方根误差上的数值差异会减小。这是因为观测到的轨迹越多，GP-ARD 方法就能利用更多信息，通过调整长度尺度来克服其方向性局限。

我们发现，P-GP-旋转方法也能取得令人满意的交通状态估计结果，甚至在一些低渗透率场景下优于 GP-旋转方法，这可能是因为观测轨迹数量较少时 GP-旋转方法会发生过拟合。然而，随着网联车辆渗透率的提高，P-GP-旋转方法的表现不如 GP-旋转方法，这可能是因为 P-GP-旋转方法中的诱导点位置未经优化。

GP-旋转方法的核超参数 α 表示交通波与空间方向之间的夹角，根据数据学习得到的值，在 NGSIM 数据集上约为 $\alpha = 0.108 = 6.20°$，在 HighD 数据集上约为 $\alpha = 0.160 = 9.16°$。结合单元格大小进行单位换算后，我们估计 NGSIM 和 HighD 数据集的拥堵传播速度分别约为 -19.87 km/h 和 -17.86 km/h，快于 Treiber等（2011）采用的 -15 km/h。为确保 ASM 与 GP-旋转方法之间的公平比较，本研究将 ASM 的拥堵传播速度设为由 α 得出的值。此外，我们还评估了 ASM 在不同拥堵传播速度下进行交通状态估计的均方根误差，如图3所示。我们发现，GP-旋转方法估计的速度（-19.87 km/h）接近最优值（约 -19 km/h），在完整的 NGSIM 数据上评估时，该值对应的均方根误差最低（如蓝色点线所示）。需要注意的是，在训练阶段，仅观测到 5% 的轨迹。因此，尽管 ASM 在训练集上的最佳拥堵传播速度约为 -17 km/h，但这一速度在完整数据上未必能达到最佳表现。图3的结果表明，GP-旋转方法为利用稀疏车辆轨迹估计拥堵传播速度提供了一种很有前景的方法。

4.4. 基于环形线圈检测器的交通状态估计

当交通流信息来自环形线圈检测器时，也可以使用所提出的交通状态估计。环形线圈检测器通常部署在部分道路路段，用于收集特定交通数据，包括车辆计数和密度。随后，利用这些数据点开展交通分析。由于

成本高昂，环形线圈检测器的安装通常较为稀疏。因此，必须利用来自环形线圈检测器的这些稀疏观测进行交通状态估计，以重建整条道路的完整交通状况。

我们的实验首先仅使用环形线圈检测器数据进行交通状态估计。对于 NGSIM 数据集，在距离起点 30 米、300 米和 570 米处分别设置三个虚拟检测器，如图 4（b）所示。对于 HighD 数据集，三个检测器的位置分别距起点 40 米、200 米和 360 米。只能观测到环形线圈检测器所在位置的交通流速度。

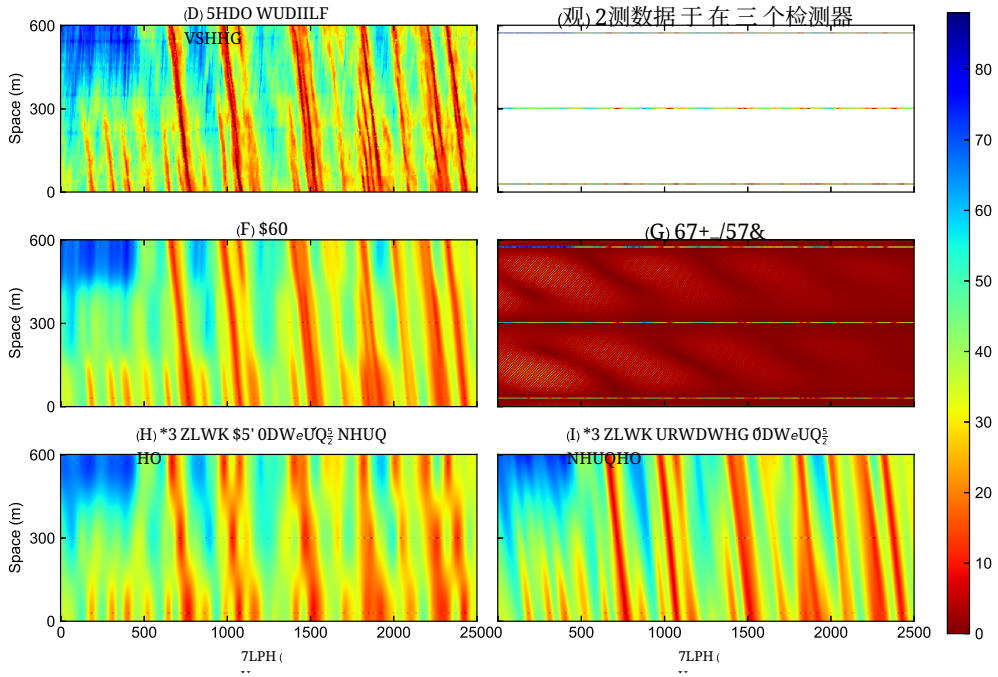

图 4：在 NGSIM 数据集上进行的交通状态估计实验，观测来自三个检测器。

图 4 展示了 NGSIM 数据集的交通状态估计结果。图 4 (a) 给出了整个道路路段的真实 traffic 速度图。图 4(b) 描绘了安装环形线圈检测器的三个特定位置处观测到的 traffic 状态。值得注意的是，由于矩阵中存在成块的缺失行，STH-LRTC 在此情况下失效。进一步考察图 4 (c) 和 (f) 可知，ASM 和 GP-rotated 均能准确重建 traffic 速度，这些方法的成功在很大程度上归因于对拥堵传播速度的准确估计。通过比较图 4 (e) 和 (f)，可以明显看出，我们提出的 GP-旋转方法能够准确捕捉拥堵传播和方向性 traffic 波相关性。这与传统GP-ARD 模型形成鲜明对比，后者无法在这些方面达到同等精度。

表 3：三个检测器观测值下的交通状态估计准确性。

数据集	NGSIM		HighD	
方法	MAE	RMSE	MAE	RMSE
ASM	4.45	5.78	3.05	4.10
STH-LRTC	34.90	38.22	29.15	34.14
GP-ARD	5.16	6.80	3.05	4.11
GP-rotated	**4.36**	**5.59**	**2.96**	**4.01**

表3 给出了应用于两个研究区域的各方法的平均绝对误差和均方根误差，单位为米/秒。这些结果与图4中呈现的性能趋势一致。在处理从特定环形线圈检测器获取的有限数据时，所提出的 GP-rotated 方法优于其他方法。例如，比较 STH-LRTC 方法与 GP-rotated，前者在 NGSIM 数据集上的平均绝对误差为 34.90 米/秒，均方根误差为 38.22 米/秒，而我们提出的方法取得了显著较低的均方误差，为 4.36 米/秒。这种显著的性能差异归因于 STH-LRTC 在此类条件下无法有效运行。比较 GP-ARD

和 GP-rotated 模型，后者的准确性优于传统 GP 模型，平均绝对误差（米/秒）和均方根误差（米/秒）的差距在 0.1 至 1.2 米/秒之间。尽管绝对差距看起来并不大，但相对差异不容忽视。图4对此进行了直观展示。ASM 的准确性优于 GP-ARD，但略逊于 GP-rotated。虽然可以通过微调平滑宽度和自由流-拥堵转换速度等其他参数，进一步提升 ASM 的性能，但这一过程在很大程度上依赖先验知识；鉴于检测器仅提供有限的信息来验证这些参数，要显著提升 ASM 的性能颇具挑战。

4.5. 瓶颈处的交通状态估计

我们进一步使用瓶颈场景下模拟的交通数据验证所提出方法的性能，以确保其在更广泛情境中的有效性。仿真在 SUMO（城市交通仿真，Lopez 等人，2018）中运行，并选用智能驾驶员模型（IDM，Treiber 等人，2000）作为跟驰模型。道路总长为 1 km，前 750 m 的限速为 100 km/h，随后是长 250 m 的瓶颈路段，其限速降至 20 km/h。车辆到达遵循泊松过程，期望速率为 720 辆/h。此外，我们设置了两个车辆需求高峰时段，需求分别为 2160 辆/h 和 1800 辆/h，时间区间分别为 800–1000 秒和 2000–2200 秒，以诱发激波。仿真时长为 3600 秒，我们仅关注中间部分，不包括预热和结束时段。平均速度使用 5 秒 ××5 米网格计算，所得速度剖面如图5 （a）所示。我们使用检测器数据、联网车辆轨迹或这两种数据源来测试交通状态估计性能。四个检测器分别位于 100 m、400 m、770 m 和 900 m 处。我们随机选取 5% 车辆的轨迹用于交通状态估计。检测器和轨迹的位置在图5中以白点/线标出。我们为 STH-LRTC 设置 $\tau_s = \tau_t = 50$ 。对于 ASM，通过图表测得拥堵传播速度为 -10 km/h；空间平滑宽度和时间平滑宽度分别设为 100 m 和 50 s。

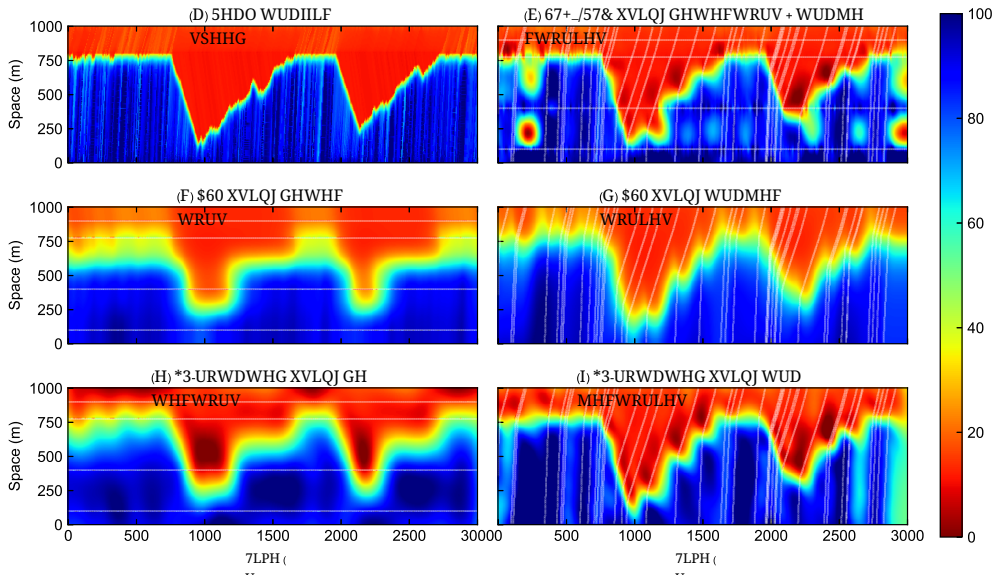

图5：在模拟瓶颈上进行的一项交通状态估计实验。轨迹和检测器的位置以白线表示。(a) 完整仿真数据的交通速度。(b) 观测轨迹的交通速度。(c) ASM方法估计的交通速度。(d) STH-LRTC方法估计的交通速度。(e) 使用 ARD Mat´ern $\frac{5}{2}$ 核的高斯过程估计的交通速度。(f) 使用所提出的旋转 Mat´ern 52 核的高斯过程估计的交通速度。

通过比较图5 与图2中的估计结果，我们发现，在瓶颈处重建交通状态更具挑战性。这是因为拥堵在恢复到自由流状态的过程中，不仅会向后传播，也会向前传播。Treiber 等人在其研究的第3.3节中也讨论了类似发现 Treiber 等人 (2011年)；仅凭检测器数据不足以以准确估计激波边界。要在这一复杂场景中获得良好的交通状态估计，需要更多观测值并融合不同数据源。此外，我们注意到，在此瓶颈示例中，GP-rotated估计的旋转角度不再与拥堵的向后传播速度相符（估计角度对应的速度范围为 -15 km/h 至 - 25 km/h，而实际值约为 -10 km/h）。这是因为拥堵传播并非此场景中的主要模式。尽管缺乏明确的物理解释，GP-rotated在本实验中仍取得了最佳交通状态估计性能，如表4所示，这表明GP-rotated适用于多种不同场景下的交通状态估计。

表4：不同数据源下模拟瓶颈的 TSE 准确率

数据源	检测器		轨迹		检测器 +轨迹	
方法	均方根误差	平均绝对误差	均方根误差	平均绝对误差	均方根误差	MAE
ASM	16.27	11.04	13.09	9.40	11.95	8.27
STH-LRTC	54.97	42.05	22.27	12.51	15.07	8.25
GP-ARD	19.34	13.83	16.80	11.46	12.51	8.99
GP-rotated	**13.40**	**9.55**	**12.67**	**8.45**	**9.75**	**6.27**

4.6. 不确定性量化

我们的研究将不确定性量化作为关键环节，以便在承认所研究系统固有的变化性和不可预测性的同时，实现可靠且准确的预测；而现有方法缺少这一特性。高斯过程框架提供了一种自然的方式来量化不确定性，即通过预测协方差矩阵进行量化，如式（13）所示。我们可以利用协方差矩阵的对角元素（即方差）来量化每个单元格的交通状态估计不确定性。图6展示了交通状态估计残差与不确定性的对比，从而全面呈现了我们研究结果所涉及的不确定性。

图中展示了使用 GP-rotated 和观测轨迹进行交通状态估计时的不确定性（以三个标准差表示）。6 (c)。首先可以发现，在没有联网车辆轨迹的区域，不确定性较大，例如 600 s 至 700 s 和 1800 s 至 1900 s 的时间段。值得注意的是，不确定性具有各向异性，会沿着交通波传播。这凸显了采用能够准确捕捉这一行为的方法的必要性。比较图 6 (b) 和 (c) 可以发现，预测不确定性总体上与绝对残差一致，这意味着 GP-rotated 的预测方差是进行不确定性量化的可靠指标。

最后，观察图6 (a)，我们可以发现残差中仍存在时空相关性，这意味着交通状态估计仍有改进空间。例如，我们可以组合多个高斯过程核，一个用于拥堵传播，另一个用于自由流，以捕捉复杂的交通动态。我们在研究中确实尝试过使用多个高斯过程核，但结果并未改善。我们认为，这是因为自由流速度的传播不如拥堵传播明显，因此无法提供足够的信息来改进交通状态估计。不过，残差中的相关性仍表明，我们需要设计能力更强的核来捕捉复杂的交通动态。

总之，我们的研究强调，在交通状态估计中采用能够准确捕捉交通波行为的方法至关重要。我们提出的 GP-旋转方法对于处理不确定性传播至关重要，并使我们能够提供可靠且准确的预测。通过这种方法，我们既可以评估模型的有效性，也可以为预测提供置信度度量。

4.7. 计算时间

在表 5中，我们展示了四种不同方法（即 ASM、STH-LRTC、GP-rotated 和预训练 GP-rotated（P-GP-rotated））在 NGSIM 和 HighD 数据集上的运行时间。在这些方法中，P-GP-rotated 方法的计算时间显著更短，表现尤为突出。这是因为 P-GP-rotated 方法使用固定的核超参数和随机诱导点，无需进行学习。值得注意的是，ASM 和 STH-LRTC 也使用固定参数，无需经过参数估计阶段，因此，与 GP-rotated 相比，将它们与 P-GP-rotated 进行比较更为合适。

可以看出，HighD 数据集上的运行速度快于 NGSIM 数据集。这是因为 HighD 数据集的网格大小更小。与其他方法相比，STH-LRTC 的计算时间显著更长。例如，在 HighD 数据上，其耗时约为 P-GP-旋转方法的 20 至 60 倍，以及 ASM 计算耗时的 15 至 30 倍。此外，随着渗透率降低，STH-LRTC 的计算效率会显著下降。这主要是由于时空延迟嵌入长度（τ_s 和 τ_t）增加，从而大幅影响计算时间。因此，在此类情形下，STH-LRTC 的计算成本会变得极高。不过需要注意的是，这一趋势并非始终成立；稍微调整 STH-LRTC 中延迟嵌入的参数，就可能改变这一趋势。

我们观察到，ASM、GP-旋转方法和P-GP-旋转方法的计算时间会随着渗透率的提高而增加。这是可以理解的，因为需要处理更多数据，交通信息的增加也会导致更高的计算成本。值得强调的是，ASM和基于GP的方法都可以采用一种局部性近似，在滤波器/协方差矩阵中排除距离较远的点，从而加快计算速度（例如，Gramacy和Apley，2015年）。此外，我们的测试仅采用了ASM的朴素实现。ASM还存在更快的实现方式，可利用高效的率矩阵运算和快速傅里叶变换（FFT）（Schreiter等，2010年），这些实现可以

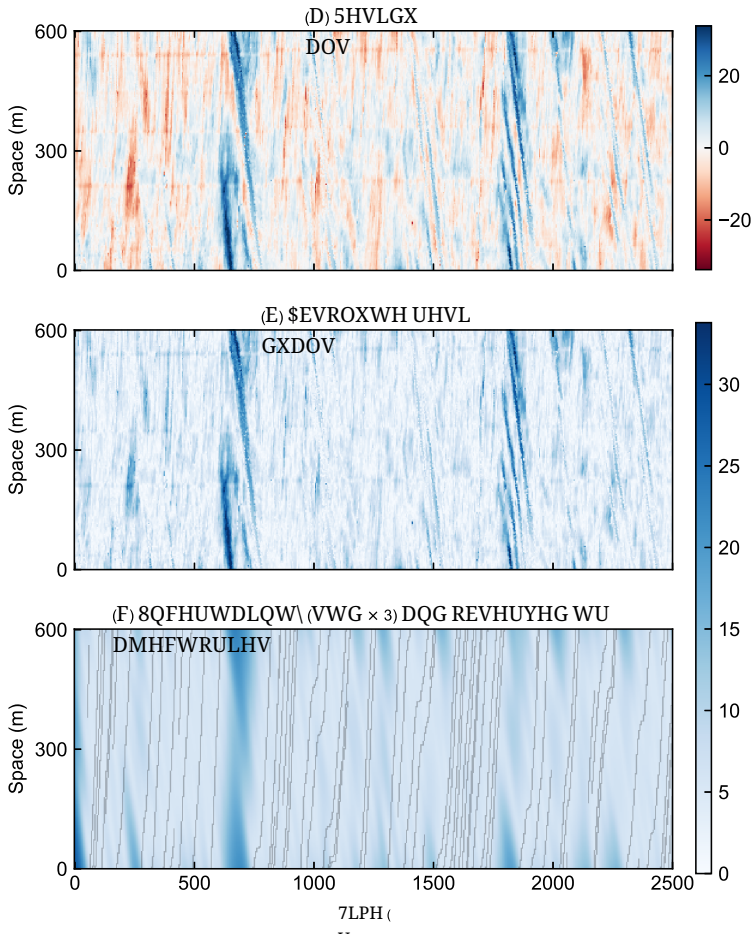

图 6：在 NGSIM 数据集上使用 5% 的观测轨迹时，GP旋转估计方法的不确定性量化。(a) 估计残差。(b) 估计的绝对残差。(c) 不确定性和 5% 的观测轨迹。

将计算时间缩短两个数量级。综合考虑这些因素，尽管 P-GP-rotated 展现出令人满意的计算效率，但通过适当的实现，ASM 可以显著加快。

表5：计算时间（单位：秒），均值（标准差）。

NGSIM				
Rate	ASM	STH-LRTC	GP-rotated	P-GP-rotated
0.05	7.40 (0.57)	908.21 (38.61)[a]	27.30 (2.92)	**3.84 (0.27)**
0.1	14.18 (0.43)	850.90 (19.61)[a]	77.54 (4.68)	**9.25 (0.42)**
0.2	26.77 (0.92)	206.72 (1.85)	153.07 (3.67)	**13.43 (1.68)**
0.3	38.38 (1.38)	199.99 (1.77)	204.61 (2.71)	**13.97 (0.19)**
0.4	48.15 (3.98)	196.09 (2.66)	245.37 (3.76)	**14.94 (0.16)**
0.5	54.21 (2.83)	191.46 (1.93)	280.01 (5.28)	**15.85 (0.26)**
HighD				
Rate	ASM	STH-LRTC	GP-rotated	P-GP-rotated
0.05	0.46 (0.03)	67.61 (3.38)	11.97 (1.89)	**0.35 (0.05)**
0.1	0.87 (0.04)	823.65 (10.74)[b]	12.54 (0.29)	**0.42 (0.05)**
0.2	1.67 (0.07)	54.29 (1.39)	19.86 (0.40)	**0.83 (0.16)**
0.3	2.30 (0.05)	51.46 (1.06)	29.78 (0.66)	**1.25 (0.15)**
0.4	2.84 (0.08)	49.50 (0.89)	40.46 (0.86)	**1.63 (0.21)**
0.5	3.22 (0.09)	48.14 (0.82)	50.93 (1.49)	**2.27 (0.21)**

[a] 延迟嵌入长度 $\tau_s = 50, \tau_t = 50$。[b]延迟嵌入长度 $\tau_s = 60, \tau_t = 50$。

4.8. 多条车道中的交通状态估计

以往大多数研究都侧重于对每条车道的交通状态估计进行独立建模，而未考虑相邻车道之间的相关性和交互作用。本节展示了第 3.5 节介绍的多输出高斯过程，它通过学习多条车道上交通状态的相关性来提升交通状态估计。具体而言，我们将所有车道的轨迹作为多输出高斯过程模型的输入特征，并将每条车道的交通状态预测为一个单独的输出维度。通过在所有输出维度之间共享相同的协方差结构，多输出高斯过程模型能够捕捉不同车道交通状态之间的相关性和依赖关系，从而实现更准确、稳健的预测。

从图 7 (a) 可以明显看出，高速公路路段不同车道的交通速度剖面之间存在相关性。车道 1 和车道 2 的交通速度剖面真实值表明，这两条车道彼此相关：在观测时段的前 200 秒和最后 100 秒内，两条车道均出现拥堵。从 250 秒到 350 秒，两条车道上的交通速度都较高。然而，当每条车道仅有 5% 的轨迹数据时，要准确地同时估计这两条车道的交通状态颇具挑战。

从图 7 (b) 中可以观察到，车道 1 或车道 2 均存在一段没有任何观测值的空缺期，车道 1 的空缺期为 260 s 至 490 s，车道 2 的空缺期则为 0 至 250 s。使用独立旋转高斯过程方法进行交通状态估计后，得到的交通状态剖面如图 7 所示7 (c)。从图中可以明显看出，在 250 s 至 500 s 期间，车道 1 的速度图缺少大量交通信息；而在 0 s 至 250 s 期间，车道 2 的速度图则丢失了大部分交通信息。这些结果表明，在每条车道上独立进行交通状态估计无法达到较高的估计精度。

尽管车道 1 或车道 2 均存在较长时间的观测值缺失期，但我们可以看到，另一条车道的轨迹能够弥补这些缺失时段，这正是采用多输出高斯过程对多条车道进行交通状态估计的核心思想。图 7(d) 显示，多输出高斯过程的表现优于独立高斯过程方法。具体而言，在 0 s 至 250 s 期间，多输出高斯过程能够利用车道 1 的信息重建车道 2 的激波，而独立旋转高斯过程则无法重建该激波。如图 7(c) 和 (d) 左上角所示，多输出旋转高斯过程的平均绝对误差和均方根误差显著小于独立旋转高斯过程。

5. 结论与讨论

本文提出了一种新颖的交通速度估计方法，采用具有旋转核参数化的高斯过程回归。该旋转核旨在建模各向异性交通流，从而捕捉交通波传播的方向性

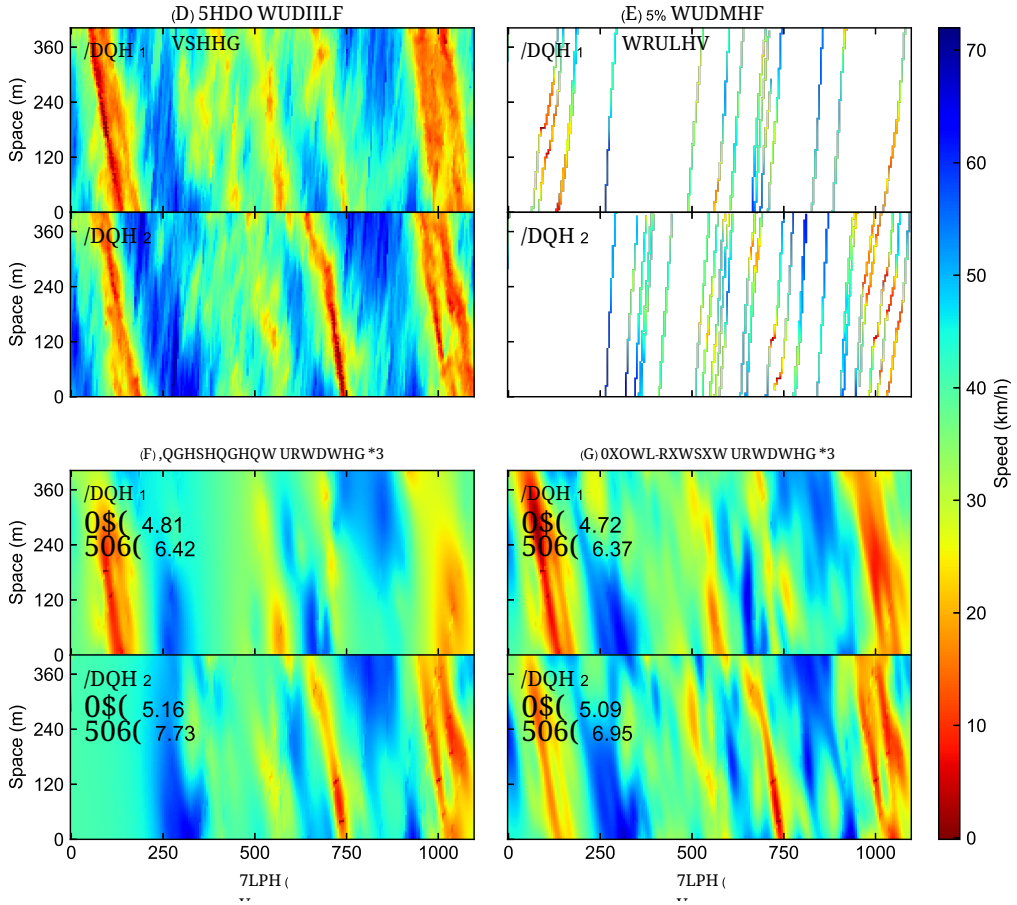

图 7：HighD 数据集上多条车道的交通状态估计。交通状态估计误差标记在左上角。。(a) 完整数据集的交通速度剖面。(b) 5% 观测轨迹的交通速度剖面。(c) 使用独立旋转高斯过程方法估计的交通状态。(d) 使用多旋转高斯过程方法估计的交通状态。

依赖关系。所提出的方法是 ARD 核函数的推广，也可应用于其他核函数，如 Mat´ern 核和有理二次核。为验证所提方法的有效性，我们在来自 NGSIM 和 HighD 项目的两个真实世界数据集，以及一个交通瓶颈场景的仿真数据集上进行了实验。全面实验的结果表明，GP-rotated 交通状态估计方法在不同网联车辆渗透率和检测器类型下均表现出良好的能力。尤其值得注意的是，在网联车辆渗透率较低的场景中，我们的方法达到了最先进的准确性。此外，GP-rotated 为从稀疏车辆轨迹中估计拥堵传播速度提供了一种很有前景的方法。
GP-rotated 的输出还可提供统计不确定性量化，这对于数据驱动的交通状态估计模型至关重要，尤其是在训练数据有限的情况下。我们还将 GP-rotated 扩展至捕捉多条车道的速度相关性，显著提高了具有稀疏观测的多条车道的交通状态估计准确率。总体而言，所提出的方法为交通速度估计提供了一种很有前景的方法，具有更优的性能以及捕捉方向性交通流模式的能力。

尽管所提出的方法在交通速度估计方面展现出令人鼓舞的结果，但仍存在一些局限性，也有值得进一步研究的方向。首先，目前的模型仅在交通速度估计问题上进行了测试，未来或可采用多输出高斯过程回归，同时估计速度、密度和其他交通状态变量。其次，未来研究可通过纳入交通信号和道路几何形态等额外信息来扩展模型，以评估交通波，使模型适用于更多场景。第三，所提出的方法在真实世界的轨迹数据集上进行了评估，这些数据集模拟了从网联车辆获取的轨迹数据。为进一步验证所提出方法的有效性，建议在商业网联车辆数据集上进行测试。

致谢

作者感谢加拿大自然科学与工程研究委员会（NSERC）工业研究讲席（IRC）资助金提供的经费支持。本文内容反映了作者的观点，作者

对本文所述事实及所呈现数据的准确性负责。本文不构成标准、规范或法规。与本文相关的代码和数据可在以下地址获取：https://github.com/Lucky-Fan/GP_TSE。

参考文献

Aw, A., Rascle, M., 2000. 交通流“二阶”模型的复兴。《SIAM应用数学杂志》60, 916–938. Bekiaris-Liberis, N., Roncoli, C., Papageorgiou, M., 2017. 网联车辆存在时按车道进行高速公路交通状态估计。《交通研究B辑：方法论》106, 1–28. Bonilla, E.V., Chai, K., Williams, C., 2007. 多任务高斯过程预测。《神经信息处理系统进展》20. Chen, R., Levin, M.W., 2019. 基于卡尔曼滤波器技术、利用网联车辆V2V基本安全消息进行交通状态估计，载于：2019年IEEE智能交通系统会议（ITSC），IEEE。第4380–4385页。Cheng, Z., Wang, X., Chen, X., Tr´epanier, M., Sun, L., 2022年。使用高斯过程对交通流基本图进行贝叶斯校准。《IEEE智能交通系统开放期刊》3, 763–771. Florin, R., Olariu, S., 2016. 关于移动观测器方法的一种变体。《IEEE智能交通系统汇刊》18, 441–449.

Fountoulakis, M., Bekiaris-Liberis, N., Roncoli, C., Papamichail, I., Papageorgiou, M., 2017. 混合网联车辆与传统车辆的高速公路交通状态估计：基于微观仿真的测试。《交通研究C辑：新兴技术》78, 13–33.

Gramacy, R.B., Apley, D.W., 2015. 面向大型计算机实验的局部高斯过程近似。《计算与图形统计学杂志》24, 561–578. Han, Y., Ahn, S., 2021. 使用贝叶斯推断和深度学习，基于网联自动驾驶车辆数据估计交通流速率。《未来交通前沿》2, 644988. Jia, Y., Wu, J., Du, Y., 2016. 使用深度学习方法预测交通速度，载于：2016年IEEE第19届智能交通系统国际会议（ITSC），IEEE。第1217–1222页。Kerner, B.S., 1999. 交通的物理学。《物理世界》12, 25. Krajewski, R., Bock, J., Kloeker, L., Eckstein, L., 2018. HighD数据集：用于验证高度自动化驾驶系统的德国高速公路自然驾驶车辆轨迹无人机数据集，载于：2018年第21届智能交通系统国际会议（ITSC），第2118–2125页。doi：fficc. Physics World 12, 25. Krajewski, R., Bock, J., Kloeker, L., Eckstein, L., 2018. The highd dataset: A drone dataset of naturalistic vehicle trajectories on german highways for validation of highly automated driving systems, in: 2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), pp. 2118–2125. doi:ffic10.1109/ITSC.2018.8569552. Kyriacou, V., Englezou, Y., Panayiotou, C.G., Timotheou, S., 2022. 基于扩展浮动车数据的贝叶斯交通状态估计。《IEEE智能交通系统汇刊》。Li, L., Li, Y., Li, Z., 2013. 通过考虑时空依赖性，高效插补交通流缺失数据。《交通研究C辑：新兴技术》34, 108–120. Lighthill, M.J., Whitham, G.B., 1955. 关于运动波II：长而拥堵道路上交通流的理论。《伦敦皇家学会会刊A辑：数学与物理科学》229, 317–345. Liu, Z., Lyu, C., Wang, Z., Wang, S., Liu, P., Meng, Q., 2023. 基于高斯过程的数据驱动交通流模型及其在道路通行能力分析中的应用。《IEEE智能交通系统汇刊》24, 1544–1563. Lopez, P.A., Behrisch, M., Bieker-Walz, L., Erdmann, J., Fl¨otter¨od, Y.P., Hilbrich, R., L¨ucken, L., Rummel, J., Wagner, P., Wießner, E., 2018. 使用SUMO进行微观交通仿真，载于：2018年第21届智能交通系统国际会议（ITSC），IEEE。第2575–2582页。Makridis, M.A., Kouvelas, A., 2023. 存在网联自动驾驶车辆时实时高速公路交通估计的自适应框架。《交通研究C辑：新兴技术》149, 104066. Mihaylova, L., Boel, R., Hegyi, A., 2006. 用于高速公路交通估计的无迹卡尔曼滤波器。《IFAC会议论文集》39, 31–36.

Mihaylova, L., Boel, R., Hegyi, A., 2007. 粒子滤波框架下的高速公路交通估计。《Automatica》43, 290–300. Nanthawichit, C., Nakatsuji, T., Suzuki, H., 2003. 探测车辆数据在高速公路实时交通状态估计和短期行程时间预测中的应用。《交通研究记录》1855, 49–59. NEAL, R., 1996. 神经网络的贝叶斯学习。《统计学讲义》。NGSIM, 2007. 美国101号公路数据集，网址：https://www.fhwa.dot.gov/publications/research/operations/ 07030/index.cfm. Ni, D., Leonard, J.D., 2005. 使用贝叶斯网络对不完整的智能交通系统数据进行马尔可夫链蒙特卡罗多重插补。《交通研究记录》1935, 57–67. Payne, H.J., 1971. 高速公路交通与控制模型。《公共系统数学模型》，51–61. Rasmussen, C.E., Williams, C.K., et al., 2006. 面向机器学习的高斯过程。第1卷。施普林格。Rempe, F., Franeck, P., Bogenberger, K., 2022. 给定探测数据时使用深度卷积神经网络估计交通速度。《交通研究C辑：新兴技术》134, 103448. Rempe, F., Franeck, P., Fastenrath, U., Bogenberger, K., 2017. 一种基于相位的平滑方法，用于利用浮动车数据准确估计交通速度。《交通研究C辑：新兴技术》85, 644–663. Richards, P.I., 1956. 公路上的激波。《运筹学》4, 42–51. Schreiter, T., van Lint, H., Treiber, M., Hoogendoorn, S., 2010. 用于高速公路交通状态估计的自适应平滑方法的两种快速实现，载于：第13届IEEE智能交通系统国际会议，IEEE。第1202–1208页。Seo, T., Bayen, A.M., Kusakabe, T., Asakura, Y., 2017. 高速公路交通状态估计：全面综述。《控制年度评论》43, 128–151. Seo, T., Kusakabe, T., 2015. 一种结合间距信息和守恒律的基于探测车辆的交通状态估计方法。《交通研究C辑：新兴技术》59, 391–403. Seo, T., Kusakabe, T., Asakura, Y., 2015a. 使用配备间距测量设备的探测车辆估计流量和密度。《交通研究C辑：新兴技术》53, 134–150. Seo, T., Kusakabe, T., Asakura, Y., 2015b. 使用数据同化和先进探测车辆进行交通状态估计，载于：2015年IEEE第18届智能交通系统国际会议，IEEE。第824–830页。Shi, R., Mo, Z., Di, X., 2021a. 用于交通状态估计的物理信息深度学习：受二阶交通模型启发的混合范式，载于：《AAAI人工智能会议论文集》，第540–547页。Shi, R., Mo, Z., Huang, K., Di, X., Du, Q., 2021b. 一种用于交通状态和基本图估计的物理信息深度学习范式。《IEEE智能交通系统汇刊》23, 11688–11698. Storm, P.J., Mandjes, M., van Arem, B., 2022. 使用高斯过程近似高效评估随机交通流模型。《交通研究B辑：方法论》164, 126–144. Tak, S., Woo, S., Yeo, H., 2016. 一种针对道路链路路段单元交通数据的数据驱动插补方法。《IEEE智能交通系统汇刊》17, 1762–1771. Thodi, B.T., Khan, Z.S., Jabari, S.E., Men´endez, M., 2022. 将运动波理论融入深度学习方法，实现高分辨率交通速度估计。《IEEE智能交通系统汇刊》。Titsias, M., 2009. 稀疏高斯过程中诱导变量的变分学习，载于：《人工智能与统计学》，PMLR。第567–574页。Treiber, M., Helbing, D., 2002. 根据固定检测器数据重建时空交通动力学。《合作交通动力学》1, 3–1. Treiber, M., Hennecke, A., Helbing, D., 2000. 实证观测和微观仿真中的拥堵交通状态。《物理评论E》62, 1805.

Treiber, M., Kesting, A., Wilson, R.E., 2011年。通过融合异构数据重建交通状态。《计算机辅助土木与基础设施工程》26，408–419。Usama, M., Ma, R., Hart, J., Wojcik, M., 2022年。基于物理信息神经网络（PINN）的交通状态估计：在交通网络中的应用。《算法》15，447。Van Hinsbergen, C.P., Schreiter, T., Zuurbier, F.S., Van Lint, J., Van Zuylen, H.J., 2011年。用于可扩展实时交通状态估计的局部扩展卡尔曼滤波器。《IEEE智能交通系统汇刊》13，385–394。Vishnoi, S.C., Nugroho, S.A., Taha, A.F., Claudel, C.G., 2022年。利用二阶 Aw-Rascle-Zhang 交通模型对网联车辆进行交通状态估计。arXiv 预印本 arXiv:2209.02848。Wackernagel, H., 2003年。《多变量地统计学：导论与应用》。施普林格科学与商业媒体。Wang, X., Wu, Y., Zhuang, D., Sun, L., 2021 年。用于交通速度估计的低秩汉克尔张量补全。arXiv 预印本 arXiv:2105.11335。Wang, Y., Papageorgiou, M., 2005年。基于扩展卡尔曼滤波器的实时高速公路交通状态估计：一种通用方法。《交通研究B辑：方法论》39，141–167。Whitham, G.B., 2011年。《线性波与非线性波》。约翰·威立父子公司。Work, D.B., Blandin, S., Tossavainen, O.P., Piccoli, B., Bayen, A.M., 2010年。一种用于速度数据同化的交通模型。《应用数学研究快报》2010，1–35。Xu, D., Wei, C., Peng, P., Xuan, Q., Guo, H., 2020年。GE-GAN：一种用于道路交通状态估计的新型深度学习框架。《交通研究C辑：新兴技术》117，102635。Yang, C., Ramana, A.S.V., Jabari, S.E., 2023年。基于广义自适应平滑的交通状态估计神经网络架构。《IFAC在线论文集》56，3483–3490。Yang, C., Thodi, B.T., Jabari, S.E., 2022年。利用矩阵补全进行广义自适应平滑以估计交通状态，载于：2022年IEEE第25届智能交通系统国际会议（ITSC），IEEE，第787–792页。Yin, W., Murray-Tuite, P., Rakha, H., 2012年。非事故状态下单站环形线圈检测器错误数据的插补：时间方法与空间方法的比较。《智能交通系统期刊》16，159–176。Yuan, Y., Van Lint, H., Van Wageningen-Kessels, F., Hoogendoorn, S., 2014年。利用环形线圈检测器和浮动车数据进行全网交通状态估计。《智能交通系统期刊》18，41–50。Yuan, Y., Zhang, Z., Yang, X.T., Zhe, S., 2021 年。基于物理正则化高斯过程的宏观交通流建模：对机器学习在交通运输领域应用的新见解。《交通研究B辑：方法论》146，88–110。Zhang, C., Sun, L., 2024年。智能驾驶员模型的贝叶斯校准。《IEEE智能交通系统汇刊》。Zhang, H.M., 2002年。一种不含类气体行为的非平衡交通模型。《交通研究B辑：方法论》36，275–290。Zhong, M., Lingras, P., Sharma, S., 2004年。利用因子、遗传、神经网络及回归技术估计缺失交通流量计数。《交通研究C辑：新兴技术》12，139–166。