arXiv:2303.02350v1 [physics.atom-ph] 4 Mar 2023

频率、持续时间和相对位置差异显著的两个振荡电场脉冲叠加时的电子-正电子对产生

N. Folkerts、J. Putzer、S. Villalba-Ch´avez 和 C. M¨uller
Institut für Theoretische Physik I, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, Universitätsstraße 1, 40225 Düsseldorf, Germany（日期：2023年3月7日）

本文研究了频率和持续时间差异显著的两个振荡强电场脉冲中的电子-正电子对产生。首先，分析低频背景场对高频短主脉冲引发的对产生的影响。研究表明，背景场会使产生粒子的动量谱发生特征性变化，而这些变化可用于对背景脉冲成像。其次，在强主脉冲上叠加一个超短、相对较弱的辅助脉冲。通过研究对产生对场参数的依赖关系，结果表明，超短脉冲的持续时间和相对位置会以独特的方式改变所产生粒子的动量谱。此外，这两种情形均有助于提取部分信息，了解具有特定动量的电子-正电子对主要在何时产生。

I. 引言

在某些类型的电磁场中，量子真空会变得不稳定，进而产生电子-正电子对，以此将纯电磁能转化为物质 [1–4]。近年来，理论学家对这一课题给予了特别关注，因为世界各地的多个高强度激光实验室正计划开展专门的强场对产生实验，例如极端光基础设施 [5], 相对论激光科学中心 [6],斯坦福直线加速器中心（SLAC） [7], 卢瑟福·阿普尔顿实验室 [8] 或欧洲 X 射线自由电子激光器 [9]。这些实验将通过探索广阔参数空间中尚未涉足的区域，开启强场物理的新纪元，从而大幅拓展迄今为止唯一的观测成果：20 世纪 90 年代在 SLAC 利用强激光场中的多光子吸收产生电子-正电子对 [10]。

随时间周期性变化的电场可作为简化的场构型，用于模拟激光脉冲。具体而言，驻波激光——由两个反向传播激光脉冲叠加形成——在波的电场极大值附近趋近于振荡的纯电场，而对产生主要发生在这些区域。因此，当特征对形成长度远小于激光波长和聚焦尺度时，相应的近似是适用的。由振荡电场引发的真空对产生最早于 20 世纪 70 年代得到研究 [11–14]。研究发现，该过程存在多种相互作用区域，其表现出定性上不同的行为。这些区域由场振幅 E_0 与场频率 ω之比划分，二者组合成无量纲参数 $\xi = |e|E_0/(mc\omega)$，其中电子电荷为 $e < 0$, 电子质量为 m，光速为 c。当 $\xi \ll 1$时，产生概率遵循关于 E_0的微扰幂律标度；而在 $\xi \gg 1$的准静态情形下，其特征是对 $E_{\rm cr}/E_0$呈现明显的非微扰指数依赖，类似于恒定电场中的施温格对产生 [11–14]。此处， $E_{\rm cr} = m^2c^3/(|e|\hbar) \gg E_0$ 表示量子电动力学的临界场强。介于这两种渐近区域之间的是中等耦合强度下的非微扰区域 $\xi \sim 1$，此时很难对问题进行解析处理。值得注意的是，这与强激光场中的强场光电离十分相似；其中，微扰多光子电离、隧穿电离和阈上电离等相应区域早已广为人知。

尽管开创性论文 [11–14] 依赖于时间范围无限的单频电场，但考虑更复杂的场结构时，对产生的物理过程会变得更加丰富。通过考察有限的脉冲持续时间 [15–18], 、不同的脉冲形状 [19–21] 和场偏振 [22–26], 、频率啁啾 [27–29], 以及空间非均匀性 [30–35] ，研究发现，对产生过程对所施加电场的具体形式极为敏感。

当两个不同频率的振荡场叠加时，会出现特别有趣的现象。当频率彼此成整数比时，会产生典型的双路径量子干涉和相对相位效应 [36–38]。在一系列电场脉冲中，也发现了由时域多缝干涉引起的相干增强 [39–42]。对于由弱高频分量和强低频分量组成的双频场，预计通过动态辅助的 Schwinger 效应可大幅增强对产生 [43–53]。对于振荡电场脉冲，研究者考察了具有共同平顶 [47–50], 高斯 [50–52] 或超高斯 [50, 51] 包络的脉冲，因此两个脉冲的作用时长相同。此外，还针对两个宽度不同的高斯脉冲之间的时间延迟，对对产额进行了优化 [52]。

本文研究两个振荡电场脉冲叠加时的电子-正电子对产生。我们以单个电场脉冲中该过程的已知现象学为参照（例如，参见 [17]）

探讨额外加入以下任一因素后动量谱会如何变化：(i) 低频背景场，或 (ii) 超高频超短脉冲。第一种情形在定性上类似于原子物理学中条纹成像所采用的场构型 [54, 55]；第二种情形则与动力学辅助现象有关，并拓展了先前的一项研究，该研究将两个时间持续长度相同的频率模式叠加在一起 [47]。贯穿全文的核心目标是揭示两个脉冲的相对位置对对产生过程的影响。

本文结构如下。第 II 节介绍我们用于计算时变电场脉冲中对产生动量相关概率的计算方法。第 III 节讨论这样一种情形：在低频背景场存在时，高频强电场脉冲产生粒子对。第 IV 节考虑互补情形，即在强主脉冲上叠加一个超短脉冲。第 V 节总结我们的研究结果。采用相对论单位，其中 $\hbar = c = 1$ 。

II. 计算方法

我们的目标是研究两个振荡电场脉冲叠加时的对产生。我们选择的场沿 y 方向线偏振。在时间规范下，总场 $\vec{E}(t) = -\dot{\vec{A}}(t)$ 可由如下形式的矢势描述： $\vec{A}(t) = A(t)\vec{e}_y$，其中

$$A(t) = A_1(t-t_1)F_1(t-t_1) + A_2(t-t_2)F_2(t-t_2)\,, \quad (1)$$

其中， t_j 表示脉冲的起始时刻（$j \in \{1,2\}$），二者均随时间呈正弦变化

$$A_j(t) = \frac{m\xi_j}{e}\,\sin(\omega_j t)\,. \quad (2)$$

包络函数 $F_j(t)$ 的支撑集为$[0, T_j]$，其开启和关闭阶段各持续半个周期，中间为高度恒定为 1 的平台。这里，$T_j = \frac{2\pi}{\omega_j}N_j$ 表示脉冲持续时间，振荡周期数为 N_j 。值得注意的是，在第 III 节所讨论的数值示例中，较短的脉冲始终完全包含在较长脉冲的包络内。各模式的电场振幅为 $E_j = m\xi_j\omega_j/|e|$。

含时电场中的对产生概率可以通过求解一组耦合常微分方程 [13, 14, 17, 47, 51, 56] 得到。我们采用以下在 [17, 56] 中推导出的表示：

$$\begin{aligned}\dot{f}(t) &= \kappa(t)f(t) + \nu(t)g(t)\,,\\ \dot{g}(t) &= -\nu^*(t)f(t) + \kappa^*(t)g(t)\,,\end{aligned} \quad (3)$$

with

$$\begin{aligned}\kappa(t) &= ieA(t)\,\frac{p_y}{p_0}\,,\\ \nu(t) &= -ieA(t)\,e^{2ip_0 t}\left[\frac{(p_x - ip_y)p_y}{p_0(p_0+m)} + i\right]\,.\end{aligned} \quad (4)$$

将形式为 $\psi_{\vec{p}}(\vec{r},\ t) = f(t)\,\phi_{\vec{p}}^{(+)}(\vec{r},\ t) + g(t)\,\phi_{\vec{p}}^{(-)}(\vec{r},\ t)$ 的试探解代入含时狄拉克方程即可得到该式。这里，$\phi_{\vec{p}}^{(\pm)} \sim \underline{e^{i(\vec{p}\cdot\vec{r} \mp p_0 t)}}$，其中 $p_0 = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2}$，表示动量为 $\vec{p}$、能量为正或负的自由狄拉克态。该试探解之所以适用，首先是因为根据诺特定理，在空间均匀外场中正则动量守恒。由于在电场存在的时间区间之外，正则动量与自由粒子的动量 $\vec{p}$ 相同，因此可以分别处理由通常的四个动量为 $\vec{p}$ 的自由狄拉克态张成的不变子空间。由于问题关于电场轴具有旋转对称性，动量矢量可参数化为 $\vec{p} = (p_x,\ p_y,\ 0)$，其中横向（纵向）分量为 p_x (p_y)。因此，可以找到一个守恒的类自旋算符，进一步将问题的有效维数从四个基态降至两个基态 [17, 56]。

因此，随时间变化的系数 $f(t)$ 和$g(t)$ 分别描述正能态和负能态的占据振幅。微分方程组（3）在初始条件 $f(0) = 0$、 $g(0) = 1$ 下求解。在时刻 $T = \max\{t_1 + T_1, t_2 + T_2\}$，场已关闭，此时 $f(T)$ 表示动量为 $\vec{p}$、能量为正 p_0 且具有特定自旋投影的电子态的占据振幅。考虑到两种可能的自旋自由度，我们得到给定动量下对产生的概率为

$$W(p_x, p_y) = 2\,|f(T)|^2\,. \quad (5)$$

注意，产生的正电子动量为 $-\vec{p}$，因此每对粒子的总动量为零。

根据先前对区间 $[0, T_1]$ 上势为 $A_1(t)$ 的单频电场的研究可知，当能隙与场频率之比取整数值 [12, 17, 18, 23]时，对产生会呈现特征共振。能隙由 $2q_0$ 给出，时间平均粒子准能量为 [57]

$$q_0(\vec{p}) = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1}\sqrt{m^2 + p_x^2 + [p_y - eA_1(t)]^2}\,dt\,. \quad (6)$$

例如，在频率单一的场中，当动量为零时可得 $\xi_1 = 1$ $q_0(\vec{0}) \approx 1.21m$ ；与相应的无场能量 $p_0 = m$ 相比，其差异源于场缀饰。因此，场频率为 $\omega_1 \approx 0.35m$ 时，通过吸收七个场量子，可共振地产生静止粒子

（“光子”），例如 [17]。为了将我们的结果与这项早期研究进行比较，我们将为主脉冲采用相近的频率值 $\omega_1 \approx 0.3m$–$0.5m$ 。此外，采用归一化振幅$\xi_1 = 1$使我们进入对产生的非微扰多光子区间。

我们强调，出于计算可行性的考虑，也会采用如此高的场频率。不过在这种情况下，纯时变场仅是驻波激光电磁场的一种简化模型（而非精确近似）。已知在频率为 $\gtrsim 0.1m$时，振荡电场中的对产生与驻波激光中的对产生会因后者的空间依赖性和磁场分量而出现显著差异 [30–34]。尽管如此，下文将讨论的叠加第二个场脉冲所产生影响的一些普遍定性特征，预计在激光诱导的对产生中也能找到相应表现。

III. 低频背景场的叠加

在第一种情形中，我们考察高频强电场脉冲（$\xi_1 = 1$,$\omega_1 \lesssim m$, $E_1 \lesssim E_{\rm cr}$）与一个叠加其上的低频、场强适中的背景场（$\xi_2 \lesssim \xi_1$,$\omega_2 \ll \omega_1$, $E_2 \ll E_1$）所引发的对产生。我们的目标是揭示这种缓变背景场对对产生过程的影响。场结构由式（1）描述，其中包含半个周期的正弦形开启段和关闭段；示意见图1。本节中，背景场始终从 $t_2 = 0$ 开始；相应地，脉冲之间的相对时间延迟由主脉冲的起始时刻 t_1 描述。

作为参考，图2(a)显示了由单个单频电场产生的电子的纵向动量分布，其中 $\xi_1 = 1$, $\omega_1 = 0.5m$ 和 $N_1 = 10$。因此，该场的总持续时间为 $T_1 = \frac{2\pi N_1}{\omega_1} \approx 125.7\, m^{-1}$。可以看到规则排列的共振峰，它们对应于吸收整数个场量子。当

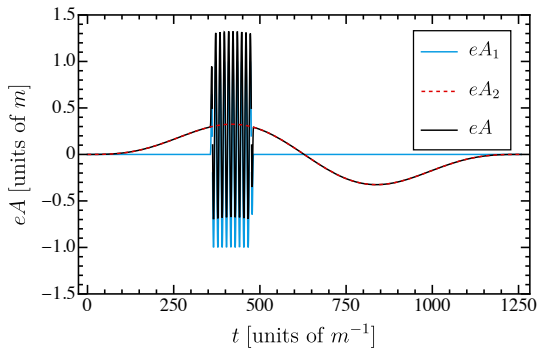

图1：快速振荡主脉冲 A_1、缓慢变化的背景脉冲 A_2及二者的叠加 A的矢势，乘以 e，如图例所示。此处时间延迟为 $t_1 = \Delta t^{(1)} = {}_3^1T_2 - {}_2^1T_1$。

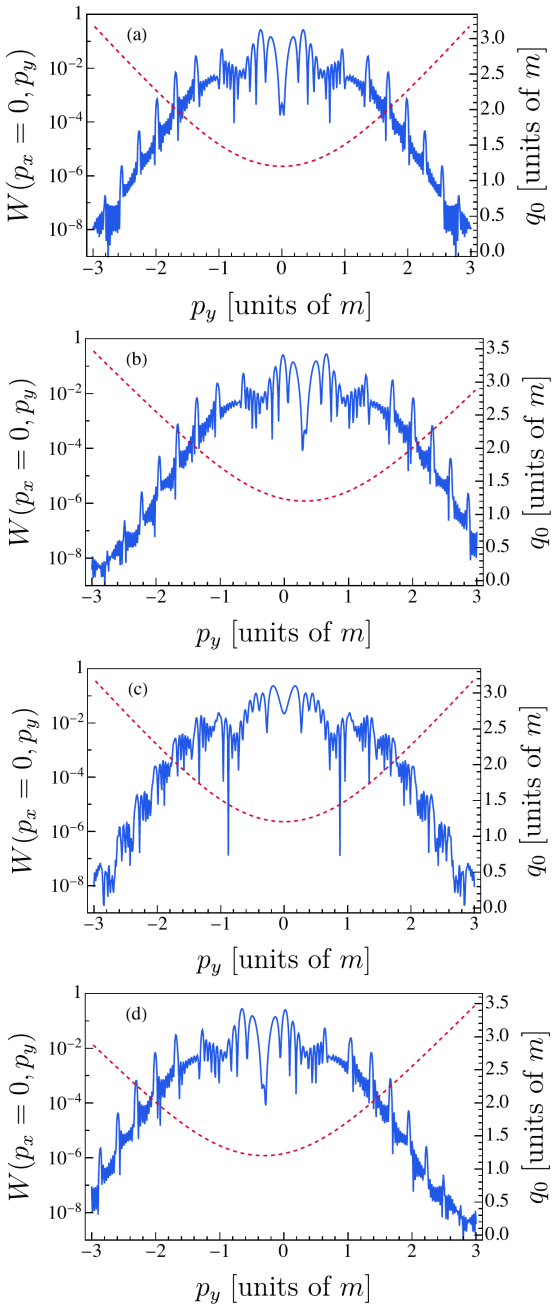

图2：产生的电子的纵向动量分布（蓝色实线）。面板(a)对应于单频电场，其中 $\xi_1 = 1$, $\omega_1 = 0.5m$, $N_1 = 10$。面板(b)–(d)分别显示双频电场的结果，其中 $\xi_1 = 1$,$\xi_2 = 0.5$, $\omega_1 = 0.5m$, $\omega_2 = 0.005m$, $N_1 = 10$, $N_2 = 1$ ，相对时间延迟分别为 $t_1 = \Delta t^{(1)}$, $\Delta t^{(2)}$ 和 $\Delta t^{(3)}$。红色虚线表示相应的有效能量 q_0(p_y)。横向动量为零， $p_x = 0$。

在额外存在参数为 $\xi_2 = 0.5$、 $\omega_2 = 0.005m$和 $N_2 = 1$的背景场时，对产生发生，这意味着 $T_2 = \frac{2\pi N_2}{\omega_2} = 10T_1$。（注意，背景脉冲 $A_2(t)$不包含平台区域，因为 $N_2 = 1$。）各面板对应主脉冲的不同相对位置，其相对于背景脉冲的延迟 t_1 被选为 $\Delta t^{(k)} = \frac{k+1}{6}T_2 - \frac{1}{2}T_1$，其中 $k \in \{1, 2, 3\}$。相应地，在图2(b)中，主脉冲以 $eA_2(t)$的最大值附近为中心（如图1所示）；在面板(c)中，它位于背景场的中部，此处 $eA_2(t) \approx 0$；在面板(d)中，它以 $eA_2(t)$的最小值附近为中心。面板(c)中的分布在 $p_y \to -p_y$下呈对称性，而在面板(b)中可以观察到谱明显向右[左] 移动，在面板(d)中则向 [移动]。这一移动可以通过以下事实理解：电子在“产生时刻” t_c 的动量 $p_{\mathrm{kin}}(t_c)$与正则动量 p_y 之间的关系为 $p_{\mathrm{kin}}(t_c) = p_y - eA(t_c)$。在图2(b)和(d)所示的情况下，背景场的矢势 A_2 在主脉冲存在的时间区间内几乎保持不变。在该时间区间内，其平均值乘以 e为$\langle eA_2\rangle_{T_1} \approx 0.3m$ （图2(b)中的情况），而在图2(d)中则具有相反的符号。这些数值与相应动量分布的水平移动非常吻合，因为：

在主要发生对产生的时间区间 $T_1 \ll T_2$， $A_1(t)$ 的有效能量会因 $p_y - eA_1(t) \to p_y - \langle eA_2\rangle_{T_1} - eA_1(t)$ 而改变。如果在不存在 $A_2(t)$ 时，共振出现在 $p_y = p_r$，那么在存在 $A_2(t)$ 时，它会移至 $p_y = p_r + \langle eA_2\rangle_{T_1}$。对于像图2 (b)中的 $\langle eA_2\rangle_{T_1} > 0$，峰因此会向右移动。相反，在图2 (d)中，$\langle eA_2\rangle_{T_1} < 0$，峰会向左移动。因此，在两种场同时存在的时间区间 T_1 内计算得到的整个 q_0 曲线都会发生这种移动。

因此，频率和振幅都相当低的背景场 $A_2(t)$ 能以一种特征性的方式改变产生的粒子对的动量分布。这种显著影响颇为有趣，因为单独作用的 $A_2(t)$ 几乎不会产生任何粒子对：在所考察的整个 p_y 范围内，相应的对产生概率均为 $\lesssim 10^{-13}$。除了平移效应之外，图2 (b) 和 (d) 中的动量分布和共振峰结构与图2 (a) 中的单频结果十分相似。

当主脉冲 $A_1(t)$ 位于背景场 [的中间时，不会产生平移效应（见图2(c)）], ; 不过，此处的“单频”共振峰 p_y =0 也会分裂。此外，其他共振峰的显著程度低得多，这可能与主脉冲作用期间 $A_2(t)$ 的显著变化有关。因此，产生时刻的动量在一定程度上被展宽，导致共振峰变宽、变低。

从图 2 总体可以得出结论：背景场 A_2 会重新分布由强主脉冲 A_1产生的粒子动量，同时基本保持总概率不变。

我们注意到，对于双色激光场中的非线性贝特–海特勒过程，底层矢势的具体形式也会影响最终粒子动量分布的形状，其中会出现由场模之间的相对相位所引起的特征效应 [37]。近期已有研究分析了双频振荡电场中电子–正电子对产生对相对相位的依赖性 [38]。研究还表明，载波包络相位会影响超短时变电场脉冲产生的电子–正电子对的动量谱 [16]。

在继续之前，有必要先作一点说明。由于对产生是真正的量子过程，讨论中使用的量 t_c 并没有严格明确的定义。然而，在背景脉冲$A_2(t)$的缓慢时间尺度上，“产生时刻”是相当确定的，因为对产生绝大多数发生在主脉冲 $A_1(t)$存在的短暂时间段内，因此$t_c \approx t_1 + \frac{1}{2}T_1$。强场光电离 [54, 55]中也采用了类似的概念。我们

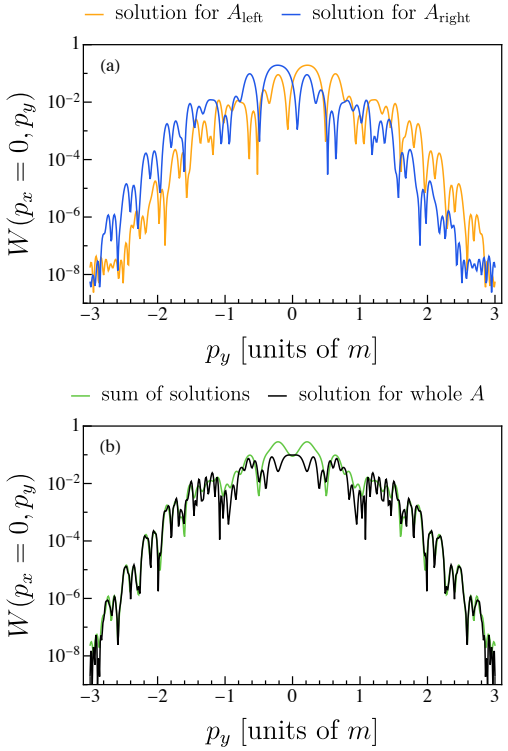

图 3：在双频电场中产生的电子的纵向动量分布，其中 $\xi_1 = 1$、$\xi_2 = 0.5$、$\omega_1 = 0.5m$ $\omega_2 = 0.005m$ $N_1 = 8$ $N_2 = 1$ 、、和相对时间延迟 $t_1 = \Delta t^{(2)}$，使主脉冲位于背景脉冲的中间。面板 (a) 中的黄色 [蓝色] 实线显示了仅让主电场的左侧 [右侧] 部分作用时（如图所示）得到的动量谱。面板 (b) 显示了这些单独分布的总和（ [绿色曲线]）以及完整、未分割的电场产生的动量谱（ [黑色曲线], ），如图例所示。

还要注意，时间瞬间 t_c 不应与“形成时间”混淆；后者通常用于描述在强场 [3]中从真空形成一对粒子所需的特征时间时长 。

当主脉冲产生对的过程中，背景势几乎保持恒定时，图2(b)和(d)显示出背景势的显著影响；而在图2(c)所示的对称情形下，这种影响则不那么明显。不过，后一种场构型仍引出了一个非常有趣的问题：由于对产生过程中 $eA_2(t)$ 的符号很重要，我们可能会预期，主脉冲前半段（此时 $eA_2(t) > 0$）产生的粒子谱，与后半段（此时 $eA_2(t) < 0$）产生的谱有所不同。为检验这一假设，我们人为地将主脉冲分成两半，并分别计算每一半产生的动量分布 [58]。在这项计算中，我们采用了 $N_1 = 8$, $\omega_2 = 0.02m$ ，其他参数则与之前相同。

图 3 展示了我们相应的结果。图 (a) 分别描绘了主脉冲前半段和后半段产生的动量分布。可以清楚地看到，主脉冲的前半段（后半段）主要产生具有正（负）动量值的电子。图 (b) 展示了这两条曲线之和，以及未拆分主脉冲所产生的“完整”动量分布。可以看到，在外侧翼区（即对于 $|p_y| \gtrsim 1.5m$），部分分布之和与完整结果非常吻合。因此，背景场的存在使我们能够获得有关对产生典型时刻的一些信息：具有 $p_y \gtrsim 1.5m$ 的电子主要在主脉冲前半段产生，而具有 $p_y \lesssim -1.5m$的电子则主要在后半段产生。如图所示，对于 $|p_y| \gtrsim 0.5m$，这一引人注目的结论在很大程度上仍然成立。然而，对于较小的动量，无法提取如此明确的时间信息，因为求和曲线与完整曲线差异相当显著。这些动量由主脉冲的前半段和后半段共同产生，因此无法给出明确的“时间戳”。在此我们指出，通常而言，图 3(b) 中两条曲线出现差异是意料之中的，尤其考虑到对产生的非马尔可夫性质 [59]。

相应的效应在 $p_y \approx 0$ 附近可能尤为明显，因为此处的对产生率较高。

在原子物理学中，人们利用缓变背景场对由高频短场脉冲促入连续态的电子动量所产生的特征性影响来进行条纹成像 [54, 55]。在这种方法中，原子在附加的低频（通常为飞秒）激光场存在时，受到极短（通常为阿秒）激光脉冲的光电离。通过改变两个场之间的相对延迟并记录光电子动量谱，可以测量背景场的形状

在实验中实现非常精确的测量，分辨其在飞秒时间尺度上的变化 [55]。

在我们的情形中，通过在改变时间延迟 t_1 的同时跟踪选定的共振峰，也可以实现同样的目的。正如我们在图2中所看到的，峰位对 $A_2(t_c)$ 高度敏感。因此，通过监测某个峰的位置随 $t_1 \approx t_c - \frac{1}{2}T_1$ 的变化，可以重构背景势的形状。图4(a)展示了这一过程的结果，其中选取了图2(a)中出现的四个峰。结果表明，重构效果非常好 [60]。

正如我们在图2中已经看到的，改变脉冲延迟 t_1时，共振峰的高度并非保持不变。图4 (b)针对相同的四个共振峰展示了这种依赖关系。纵坐标表示峰高相对于其在 $t_1 = 0$时取值的变化。（请注意，曲线中的折点并非物理现象，而是在追踪移动的峰时，由细微的数值误差和读数误差造成的；数据是在等间距的 t_1网格上生成的，共有91个点。）可以看出，主脉冲位于背景场斜率较小的区域时，峰高最大；而当斜率较大时，峰高最小。正如我们在讨论图2 (c)时所指出的，变化剧烈的背景势会使共振展宽并降低。不过，我们已确认，积分共振强度——即峰高与峰宽的乘积——实际上保持不变。这种恒定性可以解释图4 (b)中曲线的形状：当主脉冲作用于 A_2 近乎平坦的时间区间时，所

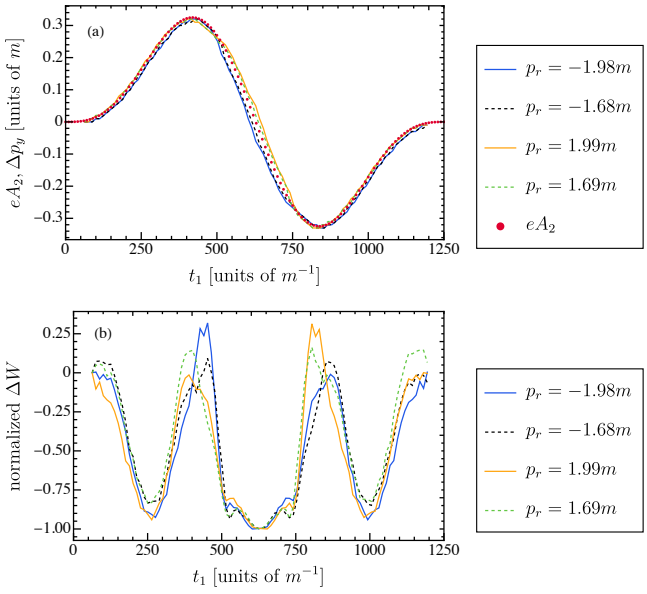

图4：面板(a)展示了背景场的重构矢势，该矢势是通过跟踪动量分布中四个选定极大值的位移获得的，如图所示。此外， $eA_2(t)$ 的精确曲线以圆圈表示。面板(b)展示了这四个极大值的归一化高度随时间延迟 t_1 的变化。

产生的共振非常明显，峰高较大而峰宽较小；反之，当 A_1 位于 A_2 变化剧烈的区域时，则会形成较低且较宽的峰。

本节最后，我们指出，原子物理学中的条纹化概念也可用于获取有关短主脉冲 [55] 的信息。理论上，通过考察非线性布雷特–惠勒对产生 [61] ，有人提出原则上也可以将这一方法应用于相对论区域，从而实现对超短伽马射线脉冲的表征。此外我们还指出，在计算量子场论的理论框架内，通常可以从对产生过程提取定时信息（例如，参见 [62]）。

IV. 超高频弱超短脉冲的叠加

在第二种情形中，我们考虑一种互补情况：对产生发生在强电场脉冲（$\xi_1 \approx 1$、 $\omega_1 \lesssim m$）存在时，同时在其上叠加一个强度适中、频率极高的超短脉冲（$\xi_2 \ll 1$、 $m \lesssim \omega_2 < 2m$），如图5所示。我们的目标是揭示第二个脉冲的持续时间及其相对于第一个脉冲的位置如何影响对产生。本节中，强脉冲始终从 $t_1 = 0$ 开始；因此，脉冲之间的时间延迟由弱超短脉冲的起始时间 t_2 描述。

两列脉冲持续时间相同的情况已在文献 [47]中研究，本文以此作为参照。图6(a)展示了相应的产生的电子纵向动量谱（横向动量为零），其中第一列脉冲的参数为 $\xi_1 = 1$、 $\omega_1 = 0.3m$ 和$N_1 = 16$，第二列脉冲的参数为 $\xi_2 = 0.1$、 $\omega_2 = 1.24385m$和 $N_2 = 70.5$，两列脉冲的持续时间均为 $\tau_1 = \tau_2 \approx 356m^{-1}$。我们注意到，本节中的计算均采用

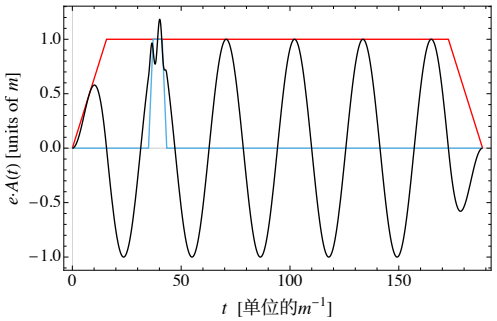

图5：总矢势 [黑线], 乘以 e，其结果是将一个弱超短脉冲 [（其包络由蓝色（浅灰色）线表示]）以某个时间延迟 t_2 叠加到一个频率较低、持续时间明显更长且强度更大的脉冲上 [（其包络由红色（灰色）线表示]）。场参数为 $\xi_1 = 1$、 $\xi_2 = 0.2$、 $\omega_1 = 0.2m$、 $\omega_2 = 1.5m$、 $N_1 = 5$ $N_2 = 2$ $t_2 = 35m^{-1}$ 、，以及。

梯形包络函数，其线性开启阶段和关闭阶段各持续半个场周期 [63]。组合场的动量谱（黑曲线）显示出明显的共振峰，这些峰与 $n_1\omega_1 + n_2\omega_2$ 的能量吸收有关，对应于 n_1 和 n_2 的整数值。特别是，对于所选的场参数，

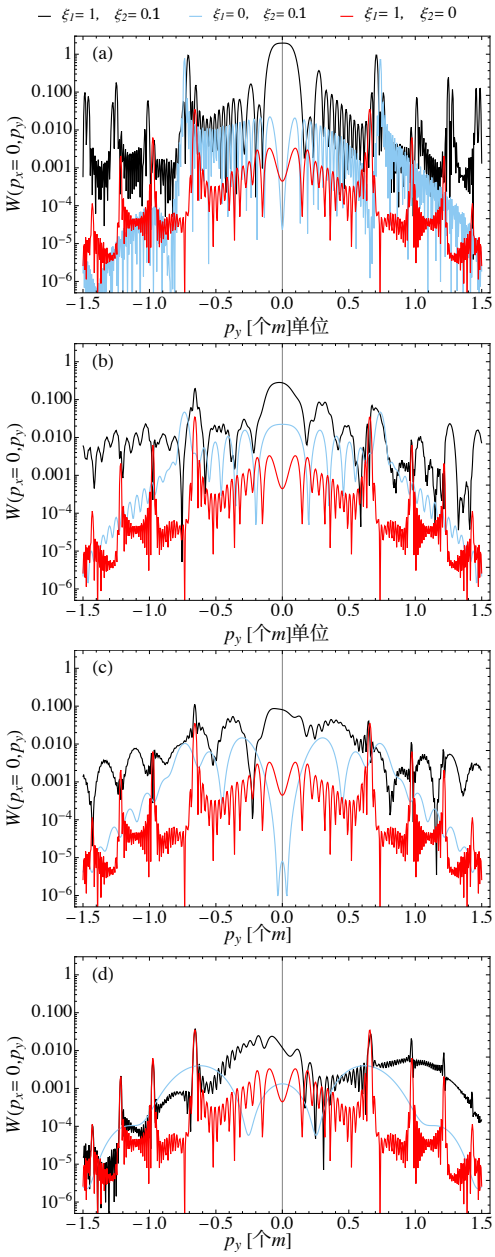

图6：在双频电场中产生的电子的纵向动量分布（黑色实线），其中 $\xi_1 = 1$、 $\xi_2 = 0.1$、 $\omega_1 = 0.3m$、 $\omega_2 = 1.24385m$、 $N_1 = 17$，以及分别为（a） $N_2 = 70.5$、（b） $N_2 = 16$、（c） $N_2 = 7$ 和（d） $N_2 = 2$。两个脉冲同时开始，$t_1 = t_2 = 0$。红色（灰色）实线显示仅开启主脉冲 $A_1(t)$ 时对应的光谱，而蓝色（浅灰色）曲线对应仅辅助超短脉冲 $A_2(t)$ 开启的情况。

在$p_y = 0$附近的中心处出现了一个显著的峰。此外，与分别对应单独脉冲的结果（红色（灰色）曲线和蓝色（浅灰色）曲线）相比，谱的高度通常大幅提高。

在面板(b)–(d)中，第二个脉冲的持续时间依次阶梯式缩短为 $N_2 = 16$、 $N_2 = 7$ 和 $N_2 = 2$，而两个脉冲均于时间$t_1 = t_2 = 0$同时开始。我们看到，对于 $N_2 = 16$，共振峰已经明显变宽；当 N_2 进一步减小时，共振峰变得模糊不清。这种效应可归因于超短脉冲的频谱：其结构变得更宽、振荡性减弱；由单独的辅助脉冲 A_2 产生的动量谱形状也反映了这一点。

虽然图6(a)中的动量分布在 $p_y \to -p_y$ 下几乎具有对称性（这意味着电子和正电子实际上具有相同的分布），但在面板(b)–(d)中，这种对称性逐渐被更强地破坏，导致明显的左右不对称性，并且中心峰也受到影响。在面板(b)和(c)中，由于弱脉冲的动力学辅助效应，动量分布仍然具有相当强的整体增强。对于面板(d)中最短的脉冲持续时间 $N_2 = 2$ ，此时 T_2 已短于强场的一个振荡周期，但在组合场中仍存在增强非常显著的区域。然而，现在也出现了几乎没有增强的区域，在这些区域中，组合场产生的概率非常接近仅由主脉冲产生的结果（例如 $p_y \lesssim -m$）。因此，叠加超短辅助脉冲有利于增强特定动量区域内的粒子产生。

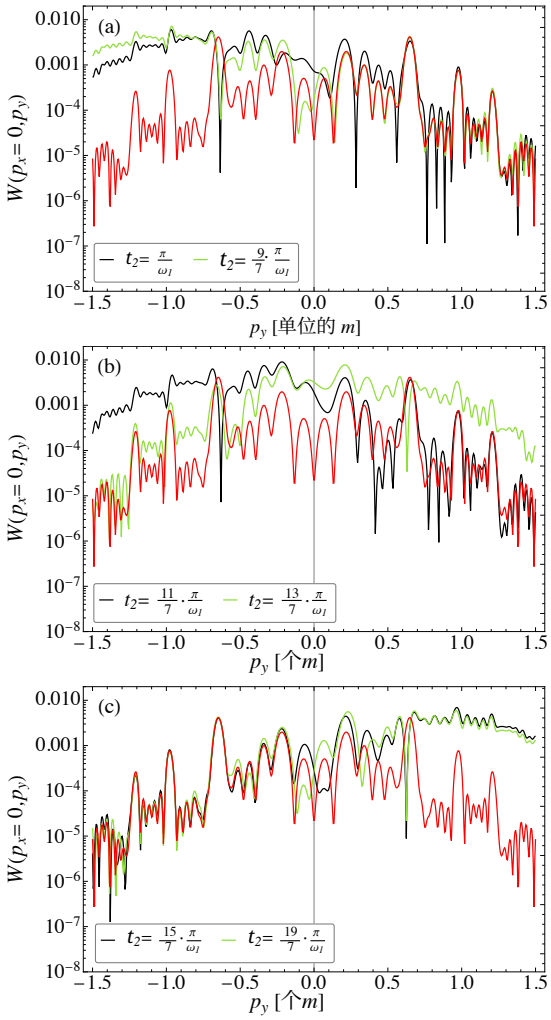

图 7：在双频电场中产生的电子的纵向动量分布，其中 $\xi_1 = 1$、$\xi_2 = 0.05$、$\omega_1 = 0.3m$ $\omega_2 = 1.24385m$ $N_1 = 6$ $N_2 = 1$ 、、、以及 。图中以黑色和绿色实线表示超短脉冲的不同时间延迟 t_2，如图所示。作为比较，红色实线曲线显示了仅存在主脉冲时产生的分布，而 $A_2 \equiv 0$。

当第二个脉冲非常短时，一个问题随之而来：脉冲之间的相对延迟 t_2 在多大程度上会影响对产生？也就是说，短而高频的脉冲 $A_2(t)$ 相对于较长、低频脉冲的精确位置会产生多大影响？图 7 展示了主脉冲一个完整周期内不同时间延迟 $\frac{\pi}{\omega_1} \le t_2 < \frac{3\pi}{\omega_1}$ 对所产生电子的纵向动量分布的影响；其他参数为 $\xi_1 = 1$、$\overline{\omega_1} = 0.3m$、$N_1 = 6$ 和 $\xi_2 = 0.05$、$\omega_2 = 1.24385m$ 和 $N_2 = 1$。注意， T_2 约为主脉冲周期的四分之一。当短脉冲位于 $eA_1(t)$ 为负的区域时

这一点在图 7(a) 中成立：短脉冲的存在会强烈影响并增强具有 $p_y < 0$ 的电子产生，而具有 $p_y > 0$ 的谱域则与仅存在场 $A_1(t)$ 时产生的动量分布非常接近（红色曲线所示）。这意味着，动力学辅助基本上仅对具有 $p_y < 0$ 的电子有效，而具有 $p_y > 0$ 的电子主要由第一个脉冲单独产生。当辅助脉冲主要位于 $eA_1(t) > 0$ 的区域时，情况则相反，对应于图 7(c)。这两种情况之间的交叉转换发生在约 $t_2 = \frac{2\pi}{\omega_1} - \frac{1}{2}T_2 \approx \frac{12}{7}\frac{\pi}{\omega_1}$ 处

此时，短脉冲对称地分布在 $A_1(t)$ 的一个过零点周围。图 7(b) 对应于略低于和略高于这一转变点的时间延迟。在这些情况下，左右不对称性仍然十分明显，但增强效应不那么显著。

我们的讨论表明，组合场中的动量分布编码了时间信息：当超短脉冲处于 $eA_1(t)$的极小值附近时，主要产生动量为 $p_y < 0$的电子；因此，这些电子主要来源于脉冲 $A_2(t)$中极短的时间区间。相反，当短脉冲作用于长脉冲经过 $eA_1(t)$极大值的时刻时，它会显著增强动量为 $p_y > 0$的电子的产生，但几乎不会影响动量为 $p_y < 0$的电子的产生。

连续改变时间延迟 t_2 时，会出现一种有趣的周期性，如图 8 所示。图 8(a) 展示了电子动量固定为 $p_x = 0$、$p_y = 0.4m$时的对产生概率。在 $t_2 \approx 10m^{-1}$ 至 $t_2 \approx 110m^{-1}$ 之间，我们看到五个主要峰区，分别对应主脉冲A_1的五个平台周期。（在左右边界处，还出现了与开启段和关闭段相关的、结构不规则的额外峰。）这五个主要峰具有相当复杂的子结构。有趣的是，第一、第三和第五个峰的子结构几乎相同；第二个和第四个峰也十分相似。虚线表示主脉冲 A_1的半周期。我们再次看到，当辅助脉冲 A_2 位于 eA_1 的极大值附近时，对产生会增强（因为此处所考虑的 p_y 为正值）。图 8(b) 展示了互补的情形，此时 $p_x = 0$ 和 $p_y = -0.8m$。由于 p_y为负值，当 A_2 接近eA_1的极小值时，对产生会增强，因此与图 8(a) 相比，峰区会发生$\frac{\pi}{\omega_1} \approx 10m^{-1}$ 的水平位移。主要峰的子结构更为规则一些，

—

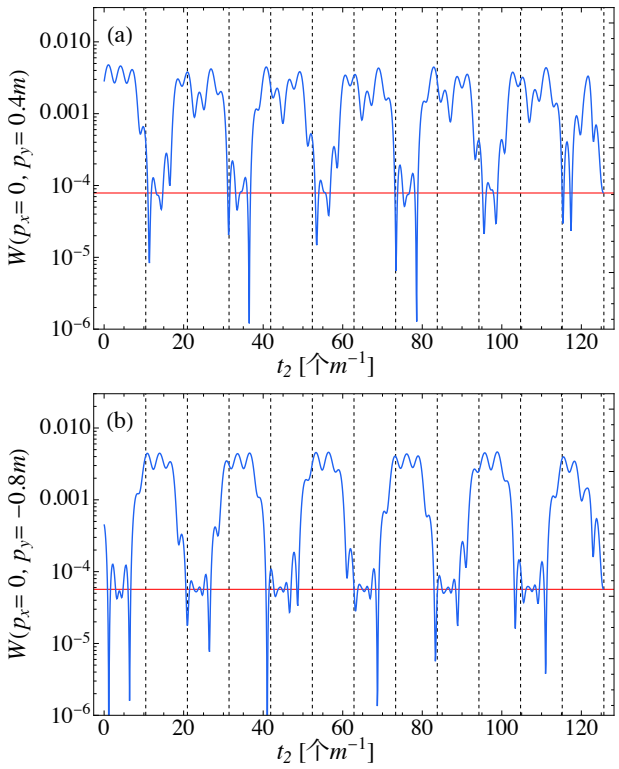

图 8：在双频电场中，固定动量 (a) $p_x = 0, p_y = 0.4m$ 和 (b) $p_x = 0, p_y = -0.8m$ （实线）对应的对产生概率随相对延迟 t_2 的变化，其中 $\xi_1 = 1, \xi_2 = 0.05, \omega_1 = 0.3m, \omega_2 = 1.24385m$, $N_1 = 6$ 和 $N_2 = 1$。竖直虚线表示 $\frac{\pi}{\omega_1}$ 的整数倍，即主脉冲周期的一半。水平实线表示仅主脉冲 A_1 开启时相应的产生概率。

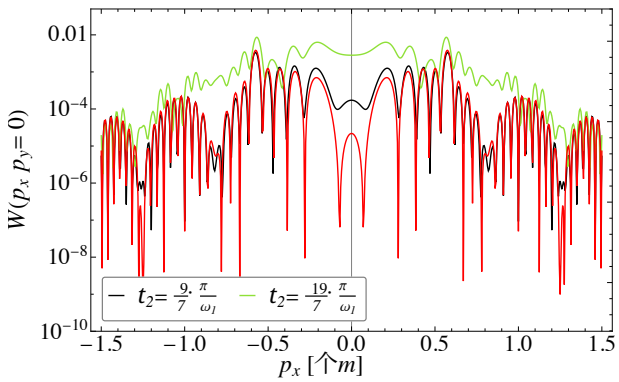

图 9：与图 7 相同，但此处为横向动量，纵向动量为零。

在 (a) 图中。在增强区域之间，产生概率通常与辅助脉冲不存在时的相应概率相当[红色水平线]。

时间延迟的变化同样会对横向动量分布产生显著影响。然而，在这种情况下，谱在 $p_x \to -p_x$ 下是对称的，而差异源于将短脉冲定位在 $A_1(t)$的极值点或过零点附近。这如图 9 所示：对于 $t_2 = \frac{9\pi}{7\omega_1}$， $eA_1(t)$经过一个极小值；而对于 $t_2 = \frac{19\pi}{7\omega_1}$， $A_1(t) \approx 0$ 接近一个过零点。在后一种情况下，短脉冲对正负电子对产生的影响非常小。相反，当短脉冲置于 $A_1(t)$的极小值（或极大值）附近时，粒子产额会得到显著增强。

V. 结论

研究了两个振荡电场脉冲叠加情况下的正负电子对产生。假设这两个脉冲具有显著不同的频率和持续时间，因此它们的相对位置会发挥作用，而事实证明这一点至关重要。

在第一种情形中，将一个频率极低的背景场叠加到驱动成对产生过程的高频、强而短的主脉冲上。研究表明，背景场能够以一种特征性的方式改变所产生粒子的纵向动量谱。当主脉冲位于背景矢势的极小值（极大值）区域时，纵向电子动量会相应地向正（负）方向发生偏移；对于所产生的正电子，情况则相反。这一效应可用于对背景势进行条纹成像。我们还表明，在适当条件下，施加背景场能够获得有关具有特定动量的粒子主要产生于哪些时间区间的信息

。

在第二种情形中，将一个频率极高的弱超短脉冲叠加到一个强主脉冲上。众所周知，在这种构型中，动力学辅助机制会增强对产生率。然而，动量谱中哪一部分受到的增强最强，取决于辅助超短脉冲的持续时间和相对位置。若辅助超短脉冲位于主脉冲矢势的极小值（极大值）处，正（负）纵向动量电子的产生会大幅增强。当辅助脉冲置于主脉冲矢势的极大值或极小值处时，横向动量分布也会出现增强效应。因此，超短脉冲引起的动力学增强也可用于推断具有特定动量的粒子主要是在何时产生的。

致谢

本研究获得德国研究联合会（DFG）通过 FOR 2783/1研究组提供的392856280号资助。N. F. 和 J. P. 对本文的贡献相同。

[1] F. Ehlotzky、K. Krajewska 和 J. Z. Kami´nski，《物理学进展报告》72，046401（2009）。[2] R. Ruffini、G. Vereshchagin 和 S.-S. Xue，《物理学报告》487，1 （ 2010 ）。[3] A. Di Piazza 、C. M¨uller、K. Z. Hatsagortsyan 和 C. H. Keitel，《现代物理评论》84，1177（2012）。[4] A. Fedotov、A. Ilderton、F. Karbstein、B. King、D. Seipt、H. Taya 和 G. Torgrimsson，arXiv:2203.00019。[5] 参见 https://eli-laser.eu；I. C. E. Turcu *et al.*，《罗马尼亚物理学报告》68，S145（2016）。[6] 参见 https://corels.ibs.re.kr [7] S. Meuren，FACET-II 的 E-320合作组，https://facet.slac.stanford.edu。[8] C. H. Keitel *et al.*，arXiv:2103.06059。[9] 参见 http://www.hibef.eu；H. Abramowicz *et al.*，《欧洲物理学杂志：专题》230，2445（2021）。[10] D. L. Burke *et al.*，《物理评论快报》79，1626（1997）。[11] E. Br´ezin、C. Itzykson，《物理评论D》2，1191（1970）。[12] V. S. Popov，《实验与理论物理学书信》13，261（1971）[《JETP书信》13，185（1971）]；《核物理学》19，1140（1974）[《苏联核物理学杂志》19，584（1974）]。[13] A. A. Grib、V. M. Mostepanenko 和 V. M. Frolov，《理论与数学物理》13，1207（1972）；V. M. Mostepa- nenko 和 V. M. Frolov，《核物理学》19，885（1974） [《苏联核物理学杂志》19，451（1974）]。[14] V. G. Bagrov、D. M. Gitman 和 Sh. M. Shvartsman，《实验与理论物理学杂志》68，392（1975） [《苏联物理学JETP》41，191（1975）]。[15] A. Di Piazza，《物理评论D》70，053013（2004）。[16] F. Hebenstreit、R. Alkofer、G.V. Dunne、H. Gies，《物理评论快报》102，150404（2009）。[17] G. R. Mocken、M. Ruf、C. M¨uller、C. H. Keitel，《物理评论A》81，022122（2010）。[18] W. Y. Wu、F. He、R. Grobe 和 Q. Su，《美国光学学会杂志B辑》32，2009（2015）。[19] C. Kohlf¨urst、M. Mitter、G. von Winckel、F. Hebenstreit、R. Alkofer，《物理评论D》88，045028（2013）。[20] I. A. Aleksandrov、G. Plunien 和 V. M. Shabaev，《物理评论D》95，056013（2017）。[21] J. Unger、S. Dong、R. Flores、Q. Su 和 R. Grobe，《物理评论A》99，022128（2019）。[22] A. Blinne 和 H. Gies，《物理评论D》89，085001（2014）。[23] A. W¨ollert、H. Bauke 和 C. H. Keitel，《物理评论D》91，125026（2015）。[24] F. Fillion-Gourdeau、F. Hebenstreit、D. Gagnon 和 S. MacLean，《物理评论D》96，016012（2017）[25] Z. L. Li、Y. J. Li 和 B. S. Xie，《物理评论D》96，076010（2017）。[26] C. Kohlf¨urst，《物理评论D》99，096017（2019）。[27] C. K. Dumlu，《物理评论D》82，045007（2010）。[28] O. Olugh、Z.-L. Li、B.-S. Xie 和 R. Alkofer，《物理评论D》99，036003（2019）。[29] C. Gong、Z. L. Li、Y. J. Li、Q. Su 和 R. Grobe，《物理评论A》101，063405（2020）。[30] M. Ruf、G. R. Mocken、C. M¨uller、K. Z. Hatsagortsyan 和 C. H. Keitel，《物理评论快报》102，080402（2009）。[31] F. Hebenstreit、R. Alkofer 和 H. Gies，《物理评论D》82，105026（2010）；C. Kohlf¨urst 和 R. Alkofer，《物理学快报B》756，371（2016）。[32] I. A. Aleksandrov、G. Plunien 和 V. M. Shabaev，《物理评论D》94，065024（2016）；《物理评论D》96，076006（2017）。[33] J. Oertel 和 R. Sch¨utzhold，《物理评论D》99，125014（2019）。[34] C. Kohlf¨urst，《物理评论D》101，096003（2020）。[35] C. Kohlf¨urst、N. Ahmadiniaz、J. Oertel 和 R. Sch¨utzhold，《物理评论快报》129，241801（2022）。[36] N. B. Narozhny 和 M. S. Fofanov，《实验与理论物理学杂志》90，415（2000）。[37] K. Krajewska 和 J. Z. Kami´nski，《物理评论A》85，043404 2012 86，021402 2012（）；《物理评论A》（R）（）。[38] J. Braß、R. Milbradt、S. Villalba-Ch´avez、G. G. Paulus 和 C. M¨uller，《物理评论A》101，043401（2020）。[39] E. Akkermans 和 G. V. Dunne，《物理评论快报》108，030401 2012（）。[40] I. Sitiwaldi 和 B.-S. Xie，《物理学快报B》768，174（2017）。[41] J. Z. Kami´nski、M. Twardy 和 K. Krajewska，《物理评论D》98，056009（2018）。[42] L. F. Granz、O. Mathiak、S. Villalba-Ch´avez 和 C. M¨uller，《物理学快报B》793，85（2019）。[43] R. Sch¨utzhold、H. Gies 和 G. Dunne，《物理评论快报》101，130404（2008）；G. V. Dunne、H. Gies 和 R. Sch¨utzhold，《物理评论D》80，111301(R)（2009）。[44] M. Orthaber、F. Hebenstreit 和 R. Alkofer，《物理学快报B》698，80（2011）。[45] M. Jiang、W. Su、Z.Q. Lv、X. Lu、Y.J. Li、R. Grobe 和 Q. Su，《物理评论A》85，033408（2012）。[46] Z. L. Li、D. Lu、B. S. Xie、L. B. Fu、J. Liu 和 B. F.

Shen, 《物理评论D》**89**，093011（2014）。[47] I. Akal、S. Villalba-Ch´avez 和 C. M¨uller, 《物理评论D》**90**，113004（2014）。[48] A. Otto、D. Seipt、D. Blaschke、B. K¨ampfer 和 S. A. Smolyansky, 《物理学快报B》**740**，335（2015）；A. Otto、D. Seipt、D. Blaschke、S. A. Smolyansky 和 B. K¨ampfer, 《物理评论D》**91**，105018（2015）。[49] G. Torgrimsson、C. Schneider、J. Oertel 和 R. Sch¨utzhold 在《高能物理学报》**1706**，043（2017）中研究了强而缓慢的 Sauter 脉冲与无限延伸的正弦场的组合。[50] A. Otto、H. Oppitz 和 B. K¨ampfer, 《欧洲物理杂志A》**54**，23（2018）。[51] A. D. Panferov、S. A. Smolyansky、A. Otto、B. K¨ampfer、D. B. Blaschke 和 L. Juchnowski, 《欧洲物理杂志D》**70**，56 2016（）。[52] F. Hebenstreit 和 F. Fillion-Gourdeau, 《物理学快报B》**739**，189（2014）[53] S. Villalba-Ch´avez 和 C. M¨uller, 《物理评论D》**100**，116018（2019）[54] E. Goulielmakis *et al.*, 《科学》**305**，1267（2004）。[55] J. Itatani、F. Qu´er´e、G. L. Yudin、M. Yu. Ivanov、F. Krausz 和 P. B. Corkum, 《物理评论快报》**88**，173903 2002（）。[56] H. K. Avetissian、A. K. Avetissian、G. F. Mkrtchian 和 Kh. V. Sedrakian, 《物理评论E》**66**，016502（2002）。[57] 通过将 $\vec{p} \to -\vec{p}$ 和 $e \to -e$代入式（6）形式上得到的所产生正电子的准能量，达到相同的值。[58] 为了从中间处分开主脉冲，我们用一个递减的 $\sin^2$ 窗函数逐渐减弱脉冲前半段的最后半个周期。相应地，脉冲后半段的第一个半周期则通过一个递增的 $\sin^2$ 窗函数逐渐开启。[59] S. M. Schmidt、D. Blaschke、G. R¨opke、S. A. Smolyansky 和 A. V. Prozorkevich, 《国际现代物理E辑》**07**，709（1998）。[60] 我们注意到，纵向动量的平均值 $\langle p_y \rangle$ 也非常贴切地反映了 eA_2 的形状。[61] A. Ipp 、 J. Evers 、 C. H. Keitel 和 Karen Z. Hatsagort- syan, 《物理学快报B》**702**，383（2011）。[62] C. C. Gerry、Q. Su 和 R. Grobe, 《物理评论A》**74**，044103 2006( )；T. Cheng、Q. Su 和 R. Grobe, 《当代物理》**51**，315（2010）；C. Gong、Q. Su 和 R. Grobe, 《美国光学学会杂志B辑》**38**，3582（2021）。[63] 此外我们注意到，与文献 [47]相比，所用矢势整体上相差一个符号。