基于 CSMA/CA 的无线网络的信息年龄

李亮[1], 董云泉[1,2], IEEE 会员，潘成胜[1] 和范平义[3], IEEE 高级会员[1]南京信息工程大学电子与信息工程学院，中国南京[2]东南大学国家移动通信研究实验室，中国南京[3]北京国家信息科学技术研究中心（BNRist），中国北京；清华大学电子工程系，中国北京{liangli, yunquandong, 003150}@nuist.edu.cn,fpy@tsinghua.edu.cn

arXiv:2303.02419v1 [cs.IT] 4 Mar 2023

摘要——我们研究一种无线网络，其中 N 个节点通过 CSMA/CA 协议竞争共享信道，将观测到的更新发送至同一个远程监测器。对于该网络，我们使用信息年龄（AoI）衡量基于 CSMA/CA 的网络的信息新鲜度。与以往研究不同，我们考虑的网络处于非饱和状态。因此，为了从理论上分析基于 CSMA/CA 的网络的传输行为，我们构建了一个等效且易于分析的马尔可夫传输模型。基于这一新构建的模型，我们得到了网络的传输概率、碰撞概率和平均信息年龄。数值结果表明，随着分组速率和节点数量增加，传输概率和碰撞概率均会上升；随着分组速率增加，平均信息年龄先下降后上升，并且随节点数量增加而上升。

索引词——信息年龄、载波侦听多路访问/冲突避免协议、等效传输模型、及时状态更新。

I. 引言

随着物联网（IoT）技术的快速发展以及工业4.0系统的持续进步，越来越多的实际应用对时效性提出了严格要求。吞吐量和时延等传统指标已不再适用，因此，文献 [1] 首次提出了一种新的时效性指标——信息年龄（AoI）。此后，信息年龄（AoI）得到了广泛研究，它被定义为当前时刻与最新接收数据包的生成时刻之间的差值 [2], 。首先，一些研究聚焦于分析多种排队模型中的平均信息年龄，例如 M/M/1、M/D/1 和 D/M/1 [2]。此外，研究人员还考察了采用后到先服务策略、最新生成分组优先策略等不同策略时的信息年龄 [3] [4] 。

由于无线网络的频谱资源有限，大量无线物联网设备同时接入同一信道时会造成拥塞。这会导致远程监测器无法及时接收到有价值的更新信息，并浪费有限的信道资源。因此，大量无线物联网设备通过共享信道使用合适的接入协议，及时高效地发送更新信息至关重要 [8], [9]。此外，在大多数实际网络中，采用时分多址（TDMA）和频分多址（FDMA）等固定多址策略，无法满足实时应用对时效性的严格要求，因为物联网设备可能会间歇性运行。因此，随机多址策略，例如载波侦听多路访问/冲突避免（CSMA/CA）等，更适用于物联网网络和工业4.0系统 [10], [11]。

采用载波侦听多路访问/冲突避免的网络中，吞吐量等传统性能指标已得到研究，例如 [5]和 [6]。具体而言，G. Bianchi为基于载波侦听多路访问/冲突避免的饱和网络建立了马尔可夫链传输模型（即网络中的所有节点始终都有数据包），以便分析网络吞吐量 [5]。随后，Duffy等人将G. Bianchi提出的马尔可夫链扩展到非饱和网络，结果表明，新开发的模型可广泛应用于流量领域 [6]。

基于 CSMA/CA 的网络的新型性能指标信息年龄也得到了研究。例如，文献 [1] 首次通过仿真研究了基于 CSMA/CA 的车载网络的平均信息年龄。受这项工作的启发，作者采用随机混合系统方法 [12]，分析了在不发生冲突的情况下使用 CSMA/CA 协议的网络的信息年龄。文献 [13] 还研究了具有较高冲突概率的 CSMA/CA 网络的平均信息年龄。

本文将通过信息年龄评估非饱和无线网络的时效性。具体而言，如图 1 所示，所有节点通过 CSMA/CA 协议共享一个公共信道，将观测到的更新发送至远程监测器，并且并非总有数据包到达。

针对采用载波侦听多路访问/冲突避免的无线网络，我们将建立一个易于处理的马尔可夫传输模型来分析传输过程。此外，我们还以闭式形式明确给出了基于载波侦听多路访问/冲突避免的网络平均信息年龄。数值结果表明，传输概率和碰撞概率均随节点数量和分组速率的增加而增大；而

Y. Dong的工作得到国家自然科学基金委员会（NSFC）项目（编号：62071237和61931004）以及东南大学国家移动通信研究实验室开放研究基金项目（编号：2020D09）的资助。P. Fan的工作得到国家重点研发计划项目（编号：2021YFA1000504）的资助。

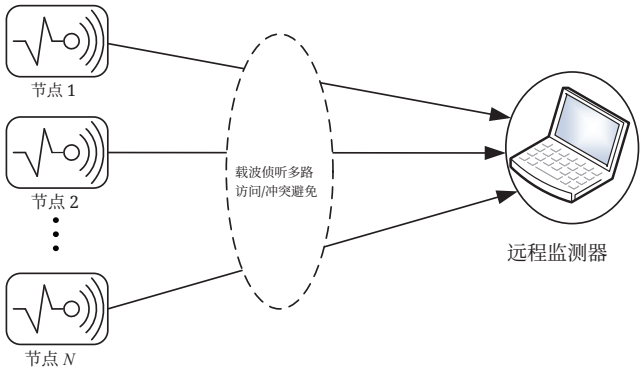


图 1. 基于载波侦听多路访问/冲突避免的无线网络。

随着分组速率增加，平均信息年龄先降低后升高；平均信息年龄则随节点数量的增加而升高。

本文其余部分的安排如下：第二节介绍基于 CSMA/CA 的无线网络模型。第三节中，我们为使用 CSMA/CA 的网络建立一个通用的马尔可夫传输模型，以分析传输行为并推导网络的服务率。我们还以闭式形式明确给出了平均信息年龄。最后，第四节和第五节分别给出数值结果和结论。

II. 系统模型

如图 1 所示，我们研究一个无线网络，该网络由 N 个特性相同且相互独立的源节点和一个远程公共监视器组成。每个节点以 p 的速率按照伯努利过程生成数据包。具体而言，所有节点通过 CSMA/CA 协议竞争共享信道。假设时间分为时隙，且每个数据包的传输仅需一个时隙。

在 CSMA/CA 协议中，每个节点在尝试发送数据包之前必须等待 t 个时隙的退避时间。退避计数器记录相应的退避时间 t。注意，t 从零到 w_s 中取值，其中我们将 $w_s = 2^s w_0$ 称为竞争窗口；s 是未成功退避阶段的次数，可以是无限的（即 $s = 0$、1、$\cdots$）。若未发生冲突，t 在每个时隙减一；否则保持不变。退避计数器为零时，节点将尝试发送其队首数据包。若传输成功，节点将退避阶段 s 重置为零，并随机选择一个退避计数器，以启动新数据包的退避过程。若发生冲突，节点将通过将竞争窗口加倍并随机选择一个退避计数器，进入下一个退避阶段。

我们通过信息年龄（AoI）评估基于 CAMA/CA 的网络及时性。信息年龄是当前时隙m 与最新成功接收的分组的生成时隙 $U_n(m)$ 之差。因此，信息年龄在数学上表示为

$$\Delta_n(m) = m - U_n(m). \tag{1}$$

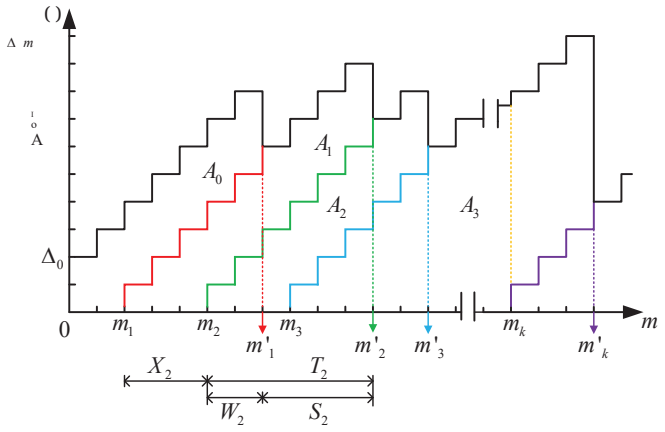


图 2. 信息年龄的示例轨迹。

图 2 描述了信息年龄的一条样本路径。我们将数据包 k 的到达表示为 m_k，将该数据包的接收表示为 m'_k，将相邻两个数据包的到达时间间隔表示为到达间隔 X_k，并分别将数据包 k的等待时间和服务时间表示为 W_k 和 S_k。根据图 2，我们可以将数据包 k 的系统时间表示为 $T_k = W_k + S_k$。

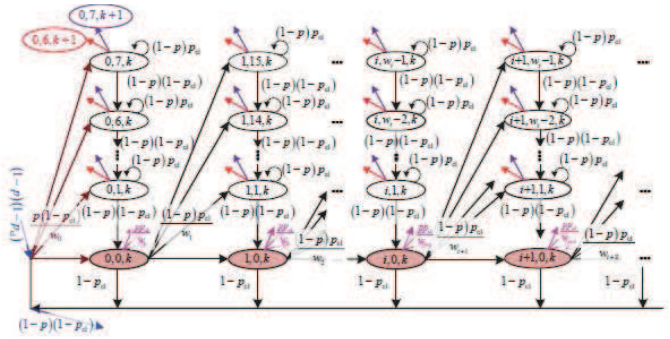
III. 基于载波侦听多路访问/冲突避免的网络中的传输行为与平均信息年龄

本节首先为该网络建立一个等效且通用的马尔可夫传输模型。其次，根据这一新建立的马尔可夫模型，求得传输概率、碰撞概率和服务率。随后，以闭式形式明确给出网络的平均信息年龄。

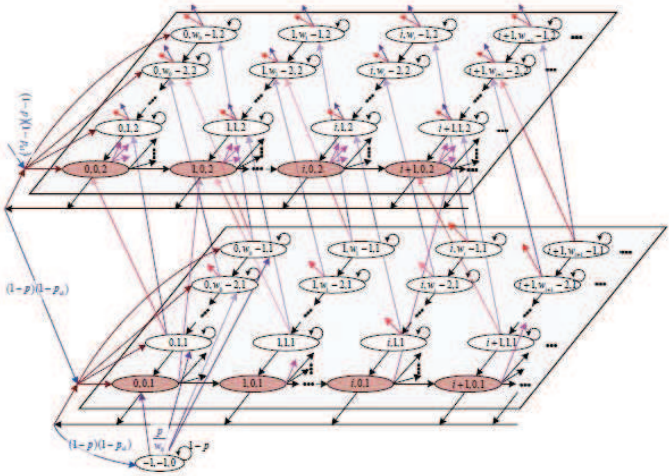
A. 等效且通用的传输模型

在本小节中，为便于分析基于载波侦听多路访问/冲突避免的网络的传输行为，我们基于碰撞概率 p_{cl} 和传输概率 p_{tx}，建立一个等效且通用的马尔可夫传输模型。具体而言，p_{cl} 是两个或更多节点在同一时隙发送数据包的概率；p_{tx} 是某个节点在其对应的退避计数器为零时尝试传输数据包的概率。与本文中的 [5], 不同，我们研究的是非饱和网络，即所有节点的缓冲区并非始终非空。为此，我们将三维过程(s, t, c)建模为马尔可夫链，其状态由节点未成功退避的次数 s、该节点的退避计数器 t 以及缓存中的数据包数量 c 构成。具体而言，如果节点的缓冲区为空，即 $c = 0$，则称该节点处于空闲状态$(-1, -1, 0)$。

如图 3 所示，我们给出了三维马尔可夫链的状态转移图，其中图 3(a) 描述了在以下情况下马尔可夫链的状态转移图：



(a) 节点缓冲区大小为 $c = k \geq 1$ 时的状态转移图。



(b) 三维马尔可夫链的状态转移图。

图 3. 节点状态 (s, t, c) 的三维状态转移图。

缓冲区非空（即 $c = k \geq 1$）时，其对应的转移概率记为

$$\begin{cases} \Pr\{i, j, k \,|i, j, k\} = (1-p)\, p_{\mathrm{cl}} \\ \Pr\{i, j-1, k \,|i, j, k\} = (1-p)\,(1-p_{\mathrm{cl}}) \\ \Pr\{0, j, k \,|i, 0, k\} = \dfrac{p\,(1-p_{\mathrm{cl}})}{w_0} \\ \Pr\{i+1, j, k \,|i, 0, k\} = \dfrac{(1-p)\, p_{\mathrm{cl}}}{w_{i+1}}, \end{cases} \tag{2}$$

其中 p 是每个节点的分组速率，$j \in (1, w_i - 1), i = 0, 1, \cdots$。

在（2）中，前两个方程描述了未生成数据包时的情况：如果检测到碰撞，退避计数器将被冻结；如果未发生碰撞，退避计数器将减一。其余方程描述了退避计数器归零时的情况。如果节点无碰撞地发送数据包（数据包被移除），并且时隙内有新数据包到达（该新数据包被放入缓冲区），节点将在同一层开始新的退避过程。如果检测到碰撞且没有数据包到达，节点将使用随机退避计数器进入下一个退避阶段。

图 3(b) 展示了节点缓冲区发生变化时的状态转移图，其相应的转移概率为

$$\begin{cases} \Pr\{-1, -1, 0 \,|-1, -1, 0\} = 1-p \\ \Pr\{0, j, 1 \,|-1, -1, 0\} = \dfrac{p}{w_0} \\ \Pr\{-1, -1, 0 \,|i, 0, 1\} = (1-p)(1-p_{\mathrm{cl}}) \\ \Pr\{0, j, k \,|i, 0, k\} = \dfrac{(1-p)(1-p_{\mathrm{cl}})}{w_0} & k \geq 2 \\ \Pr\{i+1, j, k+1 \,|i, 0, k\} = \dfrac{p p_{\mathrm{cl}}}{w_{i+1}} & k \geq 1 \\ \Pr\{i, j, k+1 \,|i, j, k\} = p p_{\mathrm{cl}} & k \geq 1 \\ \Pr\{i, j-1, k+1 \,|i, j, k\} = p(1-p_{\mathrm{cl}}) & k \geq 1. \end{cases} \tag{3}$$

在 (3) 中，第一个方程描述节点处于空闲状态的情形。第二个方程说明节点生成一个数据包，并转移到具有随机退避计数器的第零退避阶段。第三个方程描述节点成功发送其唯一的 $(k = 1)$ 个数据包且没有新数据包到达的情形。同样，第四个方程描述节点成功发送其队首分组 $(k \geq 2)$ 且没有新数据包到达的情形。在这种情况下，后续数据包的退避过程从下一层重新开始。第五个方程描述退避计数器归零、检测到冲突且有新数据包到达的情形。因此，状态将转移到上一层的下一阶段。最后，如第六和第七个方程所示，退避计数器非零且节点收到一个新数据包。

我们将马尔可夫链的平稳分布记为$b_{i,\,j,\,k} = \lim_{m\to\infty} \Pr\{(s, t, c) = (i, j, k)\}$，$b_{i,\,j,\,*} = \sum_{k=1}^{\infty} b_{i,\,j,\,k}$，并将采用 CSMA/CA 协议的网络服务率记为 μ。具体而言，平稳分布 $\boldsymbol{b}$ 由以下命题给出。

命题 1. 给定分组速率 p 和碰撞概率p_{cl}，我们可以得到 $\boldsymbol{b}$

$$b_{0,0,*} = p, \tag{4}$$

$$b_{i,0,*} = p p_{\mathrm{cl}}^{i}, \tag{5}$$

$$b_{i,j,*} = \frac{p\,(w_i - i)\, p_{\mathrm{cl}}^{i}}{w_i\,(1-p_{\mathrm{cl}})}, \tag{6}$$

$$b_{\mathrm{idle}} = 1 - \frac{p\left(4p_{\mathrm{cl}}^2 - (w_0+4)\, p_{\mathrm{cl}} + w_0 + 1\right)}{2(1-p_{\mathrm{cl}})^2\,(1-2p_{\mathrm{cl}})}, \tag{7}$$

其中 $i \geq 1$、$0 \leq j \leq w_i - 1$和 $w_i = 2^i w_0$。此外，空闲概率由下式给出

$$p_{\mathrm{idle}} = 1 - \frac{p\left(4p_{\mathrm{cl}}^2 - (w_0+4)\, p_{\mathrm{cl}} + w_0 + 1\right)}{2(1-p_{\mathrm{cl}})^2\,(1-2p_{\mathrm{cl}})}. \tag{8}$$

证明。见附录 A。 ■

根据命题 1，传输概率p_{tx} 和碰撞概率 p_{cl} 由以下定理给出。

定理1. 给定马尔可夫链的分组速率 p 和平稳分布$\boldsymbol{b}$， p_{tx} 和 p_{cl} 由下式给出

$$p_{\text{tx}} = \frac{p}{1-p_{\text{cl}}} \tag{9}$$

$$p_{\text{cl}} = 1-(1-p_{\text{tx}})^{N-1}, \tag{10}$$

其中， N 为节点数量。

证明：见附录B。 ■

结合式（9）和式（10），可以通过牛顿迭代法求得 p_{tx} 。随后，也可以求得 p_{cl} （参见式（10））和 p_{idle}（参见式（8））。

注意，节点在每个时隙内成功传输数据包的概率表示为

$$p_{\text{s}} = p_{\text{tx}}(1-p_{\text{cl}}) = p. \tag{11}$$

因此，可以得到服务率

$$\mu = \frac{p}{1-p_{\text{idle}}}. \tag{12}$$

我们将节点成功传输数据包所需的时间表示为服务时间 S_k ，并将 S_k 建模为均值为 $1/\mu$的几何分布随机变量。因此，我们有

$$\Pr\{S_k = j\} = \mu(1-\mu)^{j-1}, j = 1,2,\cdots. \tag{13}$$

表达式 (13) 可解释如下。在传输的每个时隙中，服务以概率 μ 在该时隙结束时完成，并以概率 $1-\mu$继续到下一个时隙。

注1. 为了获得网络的最大分组速率 $p_{\max}$ 和节点数 $N_{\max}$ ，我们令 $p \to \mu$，因此由 (12) 可近似得到 $p_{\text{idle}} = 0$ 。

- 对于固定的 N，根据 p空闲（参见 (8)），并将 (10) 代入 (8)，可得

$$\frac{p_{\text{tx}}\left(4p_{\text{cl}}^2-(w_0+4)p_{\text{cl}}+w_0+1\right)}{2(1-p_{\text{tx}})^{N-1}(1-2p_{\text{cl}})} = 1, \tag{14}$$

其中 $p_{\text{cl}} = 1-(1-p_{\text{tx}})^{N-1}$。具体而言，可由 (14) 得到 p_{tx} 的实数解 $\overline{p_{\text{tx}}}$。将 (10) 代入 (9)，并用 $\overline{p_{\text{tx}}}$替换 p_{tx} ，可得

$$p_{\max} = \overline{p_{\text{tx}}}(1-\overline{p_{\text{tx}}})^{N-1}. \tag{15}$$

- 同样地，给定 p 并基于 p空闲 $= 0$，我们可以得到 p cl 的实数解 $p$cl（参见 (8)）。因此， Nmax 可表示为

$$N_{\max} = \lfloor \frac{\ln(1-\overline{p_{\text{cl}}})}{\ln(1-p_{\text{tx}})} + 1 \rfloor, \tag{16}$$

其中， $\lfloor x \rfloor$ 表示不超过 x的最大整数。

B. 网络平均信息年龄

对于每个节点，生成的数据包服从参数为 p 的伯努利过程，且服务时间 S_k 服从几何分布（参见（13）），因此，每个节点的排队过程将是一个 Geom/Geom/1 队列。在此模型下，数据包系统时间的概率生成函数（PGF）由以下引理给出。

引理 1. 给定 $p < \mu$，系统时间的概率生成函数（PGF）为

$$G_T(z) = \frac{\beta z}{1-(1-\beta)z}, \quad \beta = \frac{\mu-p}{1-p}. \tag{17}$$

证明. 详细证明见 [14, 第 3.1 章。2]。 ■

此外，平均信息年龄由下述定理给出。

定理 2. 给定分组速率 p，网络的平均信息年龄可表示为

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{p} + \frac{p}{\mu} + \frac{1-p}{\mu-p} - \frac{p}{\mu^2}. \tag{18}$$

证明。参见附录 C。 ■

根据定理 2，可以得到基于载波侦听多路访问/冲突避免的网络的平均信息年龄，其中服务率 μ 为 (12).

IV. 数值结果

本节通过数值结果研究平均信息年龄。设 $w_0 = 8$。

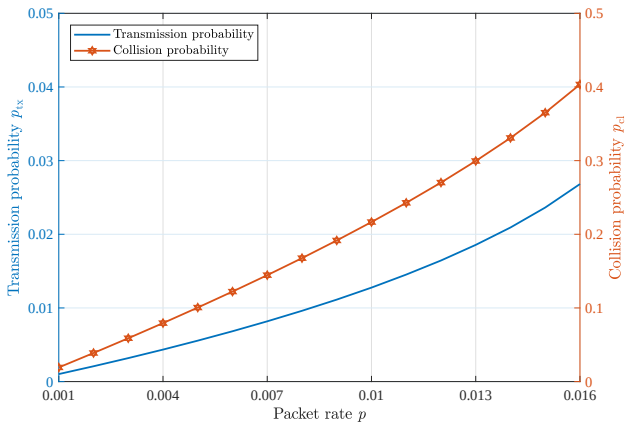


图 4. p_{tx} 和 p_{cl} 随 p ($N = 20$) 的变化

如图 4 和图 5 所示，我们展示了传输概率 p_{tx} 和碰撞概率 p_{cl} 随分组速率 p 和节点数量 N 的变化。首先，我们观察到 p_{tx} 随 p 和 N的增加而增加。这是因为 p增加会提高缓冲区非空的概率，进而增大 p_{tx}。同样，N 增加会导致更多传输尝试，从而使p_{tx}增大。此外，我们还发现 p_{cl} 随 p 和N的增加而增加。这是因为随着 p 和 N 增加，传输竞争会更加激烈。

在图6中，我们展示了分组速率 p 和节点数量 N对平均信息年龄的影响。首先可以看到，随着 p 增加，平均信息年龄先降低后升高。特别是，当 p 相对较小或较大时，平均

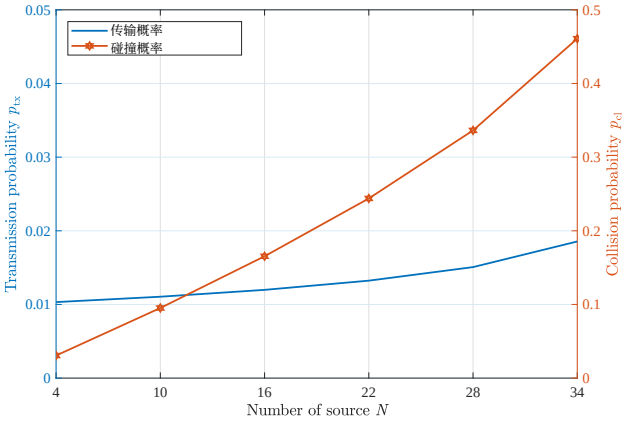


图5. p_{tx} 和 p_{cl} 随 N （$p = 0.01$）的变化

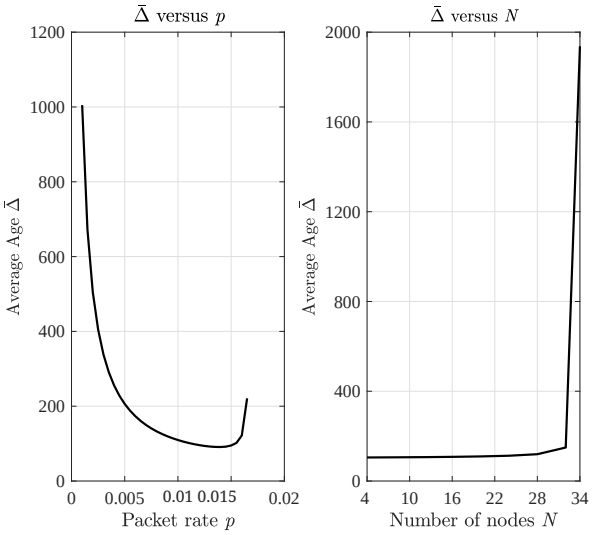


图6. 平均信息年龄的变化

信息年龄都相当大。造成这一结果的主要原因是， p 较小时，新更新的等待时间较长；而当 p 较大时，碰撞频率会升高，因此服务时间也会变长。其次，我们还可以看到，随着 N增加，平均信息年龄也会增加。这是因为随着 N 增长，碰撞频率和服务时间都会变长。

五、结论

本文研究了基于载波侦听多路访问/冲突避免的无线网络的时效性。具体而言，我们关注平均信息年龄如何随分组速率和节点数量变化。我们证明，当分组速率相对较低或较高时，平均信息年龄会更大；平均信息年龄也会随节点数量增加。在这项研究中，我们假设每个数据包的传输恰好需要一个时隙。每个数据包需要更多传输时隙的情况将在未来的工作中进行研究。此外，我们还将进一步研究固定接入技术与随机多路访问技术的混合使用。

附录

A. 命题1的证明

证明。首先，给定 $p < \mu$，在第零退避阶段，我们知道退避计数器最终必定会减至零，并在状态 $(0, 0, k)$ 停留恰好一个时隙， $k \geq 1$。因此，我们有 $b_{0,\ 0,\ *} = p_{\text{。}}$

其次，如果发生冲突，状态将从 $(i, 0, *)$ 转移到第 $(i+1)$ 个退避阶段。此时，状态返回并在 $(i+1, 0)$ 停留恰好一个时隙，因此我们有

$$b_{i,0,*}p_{\text{cl}} = b_{i+1,0,*}, \quad i \geq 0. \tag{19}$$

此外，我们有

$$b_{i,0,*} = p_{\text{cl}}^{i} b_{0,0,*} = pp_{\text{cl}}^{i}, \quad i \geq 0. \tag{20}$$

利用平稳马尔可夫链的动态平衡性质，可以很容易地证明式 (20)。为此，我们将状态空间划分为满足 $i' \leq i$ 的状态 (i', j, k) 和满足 $i'' \geq i$ 的状态 (i'', j, k)。由于从左到右部分和从右到左部分的总转移概率相等，因此我们有

$$\begin{aligned} b_{i,0,*}p_{\text{cl}} &= \sum_{i''=i+1}^{\infty} b_{i'',0,*}(1 - p_{\text{cl}}) \\ &= b_{i+1,0,*}(1 - p_{\text{cl}}) + \sum_{i''=i+2}^{\infty} b_{i'',0,*}(1 - p_{\text{cl}}), \end{aligned} \tag{21}$$

由此可得

$$b_{i+1,0,*}p_{\text{cl}} = \sum_{i''=i+2}^{\infty} b_{i'',0,*}(1 - p_{\text{cl}}). \tag{22}$$

将 (22) 代入 (21)，即可得到 (19)。我们将第 i 个退避阶段的初始退避计数器记为 J，并有

$$\Pr\{J \geq j\} = \frac{w_i - j}{w_i}, 0 \leq j \leq w_i - 1. \tag{23}$$

注意，只要初始退避计数器 J 不小于 j，节点就有机会停留在状态 $(i, j, *)$。当退避计数器减至 j 时，该状态的期望逗留时间可表示为

$$\bar{L} = \sum\nolimits_{l=1}^{\infty} l\,(1 - p_{\text{cl}})p_{\text{cl}}^{l-1} = \frac{1}{1 - p_{\text{cl}}}. \tag{24}$$

随后，该状态最终转移至 $(i, 0, *)$，并仅停留一个时隙。因此，节点处于状态 $(i, j, *)$ 的平稳概率表示为

$$b_{i,j,*} = \bar{L}\Pr\{J \geq j\}\, b_{i,0,*} = \frac{p\,(w_i - j)\,p_{\text{cl}}^{i}}{w_i\,(1 - p_{\text{cl}})}, \tag{25}$$

其中使用了 $i \geq 0$、 $0 \leq j \leq w_i - 1$ 和 (20)。此外，通过将动态平衡方程应用于马尔可夫链，也可以证明 (25)。

最后，根据稳态分布的归一化条件，我们有

$$b_{\text{idle}} = b_{-1,-1,0} = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} b_{i,0,*} - \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{w_i-1} b_{i,j,*} = 1 - \frac{p\left(4p_{\text{cl}}^2 - (w_0+4)\,p_{\text{cl}} + w_0 + 1\right)}{2(1-p_{\text{cl}})^2\,(1-2p_{\text{cl}})}. \tag{26}$$

至此，命题 1 得证。 ■

B. 定理1的证明

证明。根据命题 1，以及节点在退避计数器为零时会尝试发送数据包这一事实，传输概率等于节点处于状态 $(i, 0, k)$ 的总概率，其中 $i \geq 0, k \geq 1$，因此有

$$p_{\text{tx}} = \sum_{i=0}^{\infty} b_{i,0,*} = \sum_{i=0}^{\infty} p_{\text{cl}}^i b_{0,0,*} = \frac{p}{1-p_{\text{cl}}}. \tag{27}$$

碰撞概率是一个条件概率：当参考节点发送其数据包时，其余 $N-1$ 个节点中有一个或多个同时发送数据包。因此，p_{cl} 记为

$$p_{\text{cl}} = 1 - (1-p_{\text{tx}})^{N-1}. \tag{28}$$

至此，定理1得证。 ■

C. 定理 2 的证明

证明。考虑一个包含 M 个时隙的周期，在此期间监视器成功接收了 K 个数据包。将图 2 的面积划分为一系列类似三角形的 A_0、A_1、$\cdots$，则平均信息年龄表示为

$$\bar{\Delta} = \lim_{M\to\infty} \frac{k-1}{M}\frac{1}{k-1}\sum_{k=1}^{K} A_k = p\mathbb{E}\left[A_k\right] \tag{29}$$

其中，$p = \lim_{M\to\infty} K/M$ 为分组速率。此外，

$$\mathbb{E}\left[A_k\right] = \frac{1}{2}\mathbb{E}\left[X_k^2\right] + \frac{1}{2}\mathbb{E}\left[X_k\right] + \mathbb{E}\left[X_k T_k\right]. \tag{30}$$

由于生成的数据包服从速率为 p 的伯努利过程，且到达间隔时间 X_k 服从均值为 $1/p$ 的几何分布随机变量，因此可得

$$\mathbb{E}\left[X_k\right] = \frac{1}{p}, \quad \mathbb{E}\left[X_k^2\right] = \frac{2-p}{p^2}. \tag{31}$$

为了推导 $\mathbb{E}\left[X_k T_k\right] = \mathbb{E}\left[X_k W_k\right] + \mathbb{E}\left[X_k\right]\mathbb{E}\left[S_k\right]$，我们引入辅助函数 $H(z)$，如下所示（参见 [15]）

$$H(z) = \sum_{j=1}^{\infty} z^j \Pr\left\{X_k = j\right\} \sum_{i=0}^{\infty} \Pr\left\{T_{k-1} > j + i\right\} = \frac{(1-\beta)\,pz}{\beta\left(1-(1-\beta)\,(1-p)\,z\right)}, \tag{32}$$

其中 $\Pr\left\{T_{k-1} > i\right\} = (1-\beta)^i$。此外，

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[X_k W_k\right] &= \sum_{j=1}^{\infty} j \Pr\left\{X_k = j\right\} \sum_{i=0}^{\infty} \Pr\left\{\max\left(0, T_{k-1} - j\right) > i\right\} \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} j \Pr\left\{X_k = j\right\} \sum_{i=0}^{\infty} \Pr\left\{T_{k-1} > j + i\right\} \\ &= \lim_{z\to 1^-} \left(H(z)\right)' = \frac{p(1-\beta)}{\beta(1-(1-p)\,(1-\beta))^2}.\end{aligned} \tag{33}$$

根据式（29）至式（33），可得式（18）中的平均信息年龄。至此，定理 2 的证明完成。 ■

参考文献

[1] S. Kaul、M. Gruteser、V. Rai 和 J. Kenney，“最小化车载网络中的信息年龄”，载于第八届 IEEE 通信学会传感器、网状及自组通信网络会议（SECON）论文集，美国犹他州盐湖城，2011年6月，第350–358页。[2] S. Kaul、R. Yates 和 M. Gruteser，“实时状态：应该多久更新一次？”，载于 IEEE 国际计算机通信会议（INFOCOM）论文集，美国佛罗里达州奥兰多，2012年3月，第2731–2735页。[3] S. K. Kaul、R. D. Yates 和 M. Gruteser，“通过队列进行状态更新”，载于第46届信息科学与系统会议（CISS）论文集，美国新泽西州普林斯顿，2012年3月，第1–6页。[4] A. M. Bedewy、Y. Sun 和 N. B. Shroff，“优化多服务器信息更新系统中的数据新鲜度、吞吐量和时延”，载于 IEEE 国际信息论研讨会（ISIT）论文集，西班牙巴塞罗那，2016年7月，第2569–2573页。[5] G. Bianchi，“IEEE 802.11 分布式协调功能的性能分析”，IEEE通信领域精选期刊，第18卷，第2期，第535–547页，2000年3月。[6] K. Duffy、D. Malone 和 D. J. Leith，“非饱和条件下 IEEE 802.11 分布式协调功能的建模”，IEEE通信快报，第9卷，第8期，第715–717页，2005年8月。[7] A. Maatouk、M. Assaad 和 A. Ephremides，“载波侦听多路访问环境中的信息年龄”，IEEE/ACM网络汇刊，第28卷，第2期，第818–831页，2020年4月。[8] Q. Wang、D. Wu 和 P. Fan，“无线传感器网络中时延约束下的最优链路调度”，IEEE车载技术汇刊，第59卷，第9期，第4564–4577页，2010年9月。[9] S. Wan、J. Lu、P. Fan 和 K. B. Letaief，“面向智慧城市：紧急情况公共安全网络设计”，IEEE Access，第6卷，第1451–1460页，2017年3月。[10] X. Chen、J. Lu、P. Fan 和 K. B. Letaief，“面向高移动性无线通信的发射分集大规模多输入多输出波束成形”，第6卷，第23032–23045页，2017年5月。[11] Z. Yao、J. Jiang、P. Fan、Z. Cao 和 Vok Li，“自组网络中一种基于邻居表的多路径路由”，载于第57届 IEEE 半年度车载技术会议论文集，2003年。[12] A. Maatouk、M. Assaad 和 A. Ephremides，“在载波侦听多路访问环境中最小化信息年龄”，载于移动、自组及无线网络建模与优化国际研讨会（WiOPT）论文集，法国阿维尼翁，第1–8页，2019年6月。[13] M. Moltafet、M. Leinonen 和 M. Codreanu，“无线传感器网络中的最坏情况信息年龄：多址信道”，IEEE无线通信快报，第9卷，第3期，第321–325页，2020年3月。[14] N. Tian 和 X. Xu，《离散时间排队论》，科学出版社，中国北京，2008年。[15] Y. Dong、Z. Chen 和 P. Fan，“单侧供电雾计算系统中的及时双向数据交换”，IEEE Access，第7卷，第21103–21117页，2019年。