arXiv:2303.03173v1 [cond-mat.mes-hall] 6 Mar 2023

微波光子数放大

R. Albert,[1] J. Griesmar,[2] F. Blanchet,[1] U. Martel,[2] N. Bourlet,[2] 和 M. Hofheinz[2,1]
[1] *Univ. Grenoble Alpes, CEA, INAC-PHELIQS, F-38000 Grenoble, France*
[2] *Institut Quantique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada*（日期：2023年3月7日）

迄今为止，微波域尚无量子极限功率计，这阻碍了对传播量子态中光子数的测量。一方面，单光子探测器[1–6] 能够准确探测单光子，但只要两个光子同时到达便会饱和。另一方面，较线性的瓦特计（例如测辐射热计） [7–9], 噪声过大，无法准确探测单个微波光子。线性放大器 [10–12] 测量信号的非对易可观测量，因此必然引入噪声 [13] ，也无法用于探测单光子。本文通过实验展示了一种微波光子倍增方案：将输入光子数放大整数倍，兼具单光子探测器和功率计的优点。我们的首个实验实现了 $n = 3$倍倍增，效率为 0.69，带宽为 116 MHz，输入光子率最高可达 400 MHz。该方案会丢失相位信息，但无需死时间或时间分箱。我们预计，通过级联此类倍增器构成的优化器件，能够以较低的暗计数实现对传播光子的数目分辨测量，从而为量子传感和量子计算的广泛应用带来新的可能性。

迄今为止，传播微波的量子测量大多使用线性放大器来完成。如果这种放大器能够不受信号相位影响地放大信号，就必然会引入噪声。这种噪声源于电磁场的正交分量不对易，因此无法同时精确测量。为了满足输入场和输出场的对易关系，放大器必须将信号模式与一个额外的闲置模式耦合[13, 14]。随后，该模式的零点涨落便会表现为放大后信号模式中的额外噪声。如果采用相敏放大，即只放大一个正交分量，同时以相同的因子衰减另一个正交分量 [13], , 从而保持相空间体积不变，就可以避免引入额外噪声。因此，线性放大器要么会引入噪声，要么对信号的一个正交分量不敏感，

因此无法用于区分单光子与真空。

这种鉴别可通过近期在微波域问世的单光子探测器实现 [1–6]。这类探测器通过舍弃相位信息，而非某个正交分量，无需引入额外光子噪声即可测量极弱信号的功率。但单光子探测器本质上具有很强的非线性，其二元输出会将所有非零入射光子数态映射为相同的输出态。这种不可逆行为舍弃的信息超出了对易关系所严格要求的范围，尤其是实际光子数。许多实现方式还需要频繁复位或采用锁存机制，因此会丢失更多有关入射光子态的信息，例如其实际到达时间。

在这项工作中，我们通过实验展示了一种线性光子数放大方案。该方案会降低相位信息，因此与相敏放大器一样，相空间体积得以守恒，且不会产生噪声

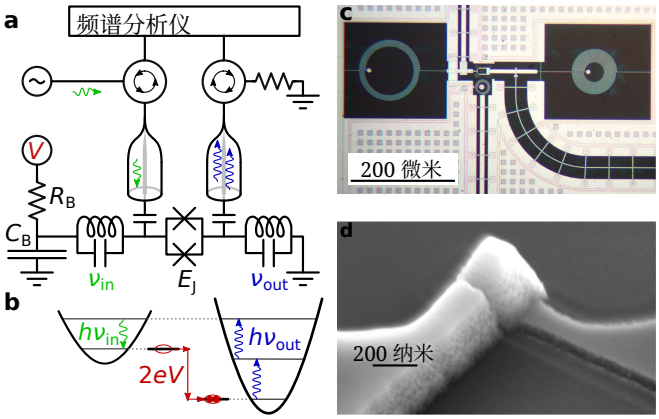

图 1. 实验装置、样品及工作原理。**a**，样品由两个缓冲谐振器组成，其频率分别为 $\nu_{\rm in} = 4.8$GHz 和 $\nu_{\rm out} = 6.13$GHz。两个谐振器通过一个由电压 V 偏置的 SQUID 非线性耦合，该电压经由一条经过强滤波的偏置线施加。其源阻抗由一个温度为 90 mK 的 $R_B = 5\Omega$ 电阻器建模（见附录 C）。一个 $C_B \approx 100$pF 的片上电容器在工作频率下对 R_B 进行分流（见附录 A）。**b**，电压偏置 V 设定为满足 $h\nu_{\rm in} + 2eV = nh\nu_{\rm out}$。在此条件下，模式 a 中的一个入射光子会转换为模式 b中的 n 个光子，所需能量由隧穿库珀对的能量 $2eV$提供。**c**，光子倍增器的光学显微图。大型线圈决定输入和输出模式的电感，中心的小线圈则提供磁通偏置，以调节 SQUID。**d**，SQUID中一个尺寸为 170 纳米 × 170 纳米的 Nb-Al-AlOx-Nb结的扫描电子显微图。

需要加以补充。它能够以最佳方式测量相位未知的信号强度，例如单光子，因此可与相位敏感放大器互为补充；后者最适合测量具有明确相位参考的信号。单光子探测器是我们方案在倍增因子趋于无穷大时的极限情形，

此时任何入射光子都会使放大器饱和。迄今为止，类似的数分辨探测器仅在腔体中的光子探测方面得以实现，[15, 16], 这些腔体允许对状态进行重复测量。

我们利用基于非弹性库珀对隧穿的约瑟夫森光子学 [17–23] 实现这种光子数放大器 [24, 25]。我们的器件由一个施加偏置电压的约瑟夫森结构成，该结通过两个低Q腔体耦合到输入和输出线路；腔体的共振频率分别为 $\nu_{\rm in}$ 和 $\nu_{\rm out}$，如图 1a 所示。约瑟夫森结两端施加偏置电压 V，使得 $2eV+h\nu_{\rm in} = nh\nu_{\rm out}$。在此条件下，输入模式中频率为 $\nu_{\rm in}$ 的一个光子可以转换为输出模式中频率为 $\nu_{\rm out}$的 n 个光子，隧穿库珀对提供能量差 $2eV$，如图 1b 所示 [19]。不同于增益取决于连续可调参数的常规线性放大器，增益 n 为由偏置条件决定的整数。整数增益使该方案能够实现无噪声且保相位的放大，其相空间响应具有 n重旋转对称性，因此相空间体积得以保持。对于$n = 1$，我们所描述的光子倍增效应对应于参量放大器中增益为 1 的参量频率转换模式；当泵浦频率设为闲频与信号频率之差时，就会出现这种模式。

实验装置如图1a所示。两个低Q腔体由螺旋形 LC 谐振器实现，如图1c的光学显微图所示。它们的共振频率分别位于 $\nu_{\rm in} = 4.8$GHz和 $\nu_{\rm out} = 6.13$ GHz，特性阻抗为 $Z_c \approx 400\Omega$。SQUID充当约瑟夫森结，其约瑟夫森能量为 $E_J(\Phi)$，可通过局部磁通 Φ在原位调谐。虽然我们无法直接测量其临界电流，但对同一芯片上测试结的测量表明，典型临界电流为 $I_c \approx 60$nA。图1d展示了SQUID中一个Nb-Al-AlOx-Nb结的扫描电子显微镜图像。磁通线在稀释制冷温度下通过自制的Eccosorb滤波器 [26] 进行低通滤波。通过一个5 Ω/1MΩ分压器，并结合强低通滤波 [27]，向SQUID施加直流电压偏置。两个 LC 谐振器（输入和输出）通过电容器与微波传输线耦合。电容器经过设计，使相应的耦合率约为$\gamma_{\rm in} \approx \gamma_{\rm out} \approx 90$ MHz。

图 2 显示了功率谱密度（PSD）器件冷却至$T \approx 10$毫开尔文后的自发发射。进行这项测量时，未向光电倍增管施加微波音调。仅调节直流电压偏置（以其约瑟夫森频率$\nu_{\rm J} = 2eV/h$表示）和磁通。在 SQUID 磁通挫折最大时 $\Phi = \Phi_0/2$ （见图 2a），只能观察到接近输入（4.8 GHz）和输出（6.13GHz）模式的发射。此面板展示了输入（蓝色）和输出（绿色）谐振器的功率谱密度（PSD），

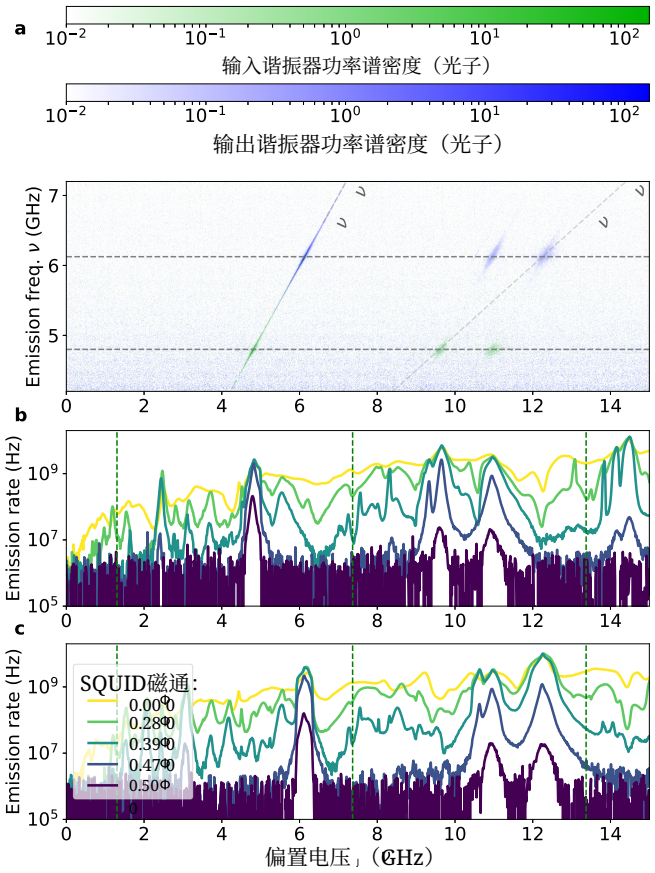

图 2. 自发发射。**a**，功率谱密度（PSD）随发射频率和偏置电压的变化关系。输入（输出）谐振器的功率谱密度分别以不同深浅的绿色（蓝色）表示。SQUID回路中的磁通设置为 $\Phi_0/2$，以使器件的约瑟夫森能量最小。**b** 和**c**，分别为输入和输出谐振器的光子发射率，在以 4.8 GHz 和 6.13 GHz 为中心、带宽为 400 MHz 的频带内积分得到；对应于 SQUID回路中 5 个磁通值。这些频率在**a**中以水平灰色虚线表示。磁通值 $0.47\,\Phi_0$、$0.39\,\Phi_0$ 和 $0.28\,\Phi_0$ 分别对应图 3 中的竖直虚线以及图 4 所使用的磁通值。三条绿色竖直虚线从左到右分别对应图 3 和图 4 转换所使用的电压，其数值分别为 $n = 1$、2 和 3。

最亮的斑点位于 $\nu_{\rm J} = 4.8$GHz 和 6.13 GHz 附近，处于 $\nu_{\rm J} = \nu$ 线上，对应于每个隧穿库珀对在相应谐振器中发射一个光子。每个隧穿库珀对发射两个光子的现象在 $\nu_{\rm J} = 2\nu$线附近也清晰可见。最后，$\nu_{\rm J} = \nu_{\rm in} + \nu_{\rm out} \approx 11$ GHz 附近的两个斑点对应于每个隧穿库珀对分别在两个谐振器中各发射一个光子。

图 2b 和 c 分别展示了输入谐振器和输出谐振器的发射率，该发射率是在以输入和输出共振频率为中心、带宽为400MHz 的范围内积分得到的；这两个频率在图 2a 中分别由水平虚线标示。$\Phi = \Phi_0/2$ 的曲线显示了清晰定义的

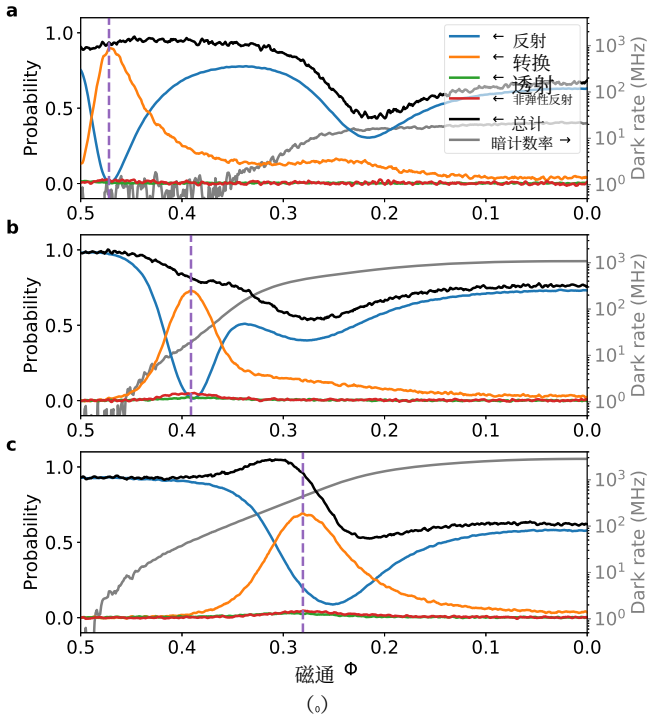

图 3. $n = 1$（**a**）、2（**b**）和 3（**c**）的反射、转换、透射、非弹性反射概率以及暗计数率随 SQUID 回路中磁通的变化。竖直虚线表示转换概率最高时的磁通值。在 **a** 中，输入频率为 4.773 GHz，偏置电压为 1.30 GHz。在 **b** 中，输入频率为 4.71 GHz，偏置电压为 7.37 GHz。在 **c** 中，输入频率为 4.74 GHz，偏置电压为 13.37 GHz。对于这三幅图，选择 -127 dBm 的输入功率，使输入谐振器中的平均光子数约为 1。

上述过程。在较大的约瑟夫森能量下（磁通更接近 0），随着越来越复杂的过程出现，发射峰的分辨率逐渐降低。在最高约瑟夫森能量下，涉及多个库珀对以及多个模式中光子的高阶过程，导致几乎所有偏置电压下都有发射。

随后，我们将 SQUID 偏置在电压 V，使得 $h\nu_{\mathrm{in}} + 2eV = nh\nu_{\mathrm{out}}$，从而实现器件中的光子倍增。对应于$n = 1$、2 和 3 的电压在图 2 中以竖直虚线标出。当频率为 ν 的微波信号施加到器件的输入端时，所需的转换信号会出现在以频率 $\nu_{\mathrm{conv}} = \nu_{\mathrm{out}} + (\nu - \nu_{\mathrm{in}})/n$为中心的位置。对于 $n = 1$，其带宽与输入信号相同（不计直流电压涨落带来的噪声）。对于 $n > 1$，转换后的光子将分布在输出谐振器带宽 [19]内。我们通过对输出模式的功率谱密度积分来测量该转换信号积分频带宽为 $\Delta\nu = 400\mathrm{MHz}$，中心频率为 ν_{conv}。我们还在相同频率和带宽下测量非弹性反射，即转换信号经输入端口泄漏的情况。输入信号也可以被样品弹性反射（或透射）。我们通过对输入（输出）模式在 ν 附近 $\delta\nu = 15\mathrm{MHz}$ 的频带内的功率谱密度积分，测量这两种弹性信号，以计入器件引入的相位噪声。请注意，在积分之前，首先从所需信号中减去自发发射的功率谱密度，并将功率谱密度除以 $h\nu$，以获得以光子率密度表示的功率谱密度，如图 2 所示。

为获得对应于这些不同结果的概率，将对不同功率谱密度进行积分后得到的光子率除以施加在器件输入端的光子率。对于转换信号，所得结果再除以 n，以计入倍增的影响。通过施加频率为 ν 的微波信号，并对样品在 $\Phi = \Phi_0/2$ 和 $\nu_{\mathrm{J}} = 2\,\mathrm{GHz}$ 偏置时反射的功率谱密度进行积分，校准输入光子率；在此条件下，样品实际上呈开路，会反射所有输入功率（校准详情见附录 B）。

这些概率如图 3 所示，其中输入频率 ν 经过选择，以获得最大的转换。输入功率保持在较低水平，使输入模式中的平均光子数小于 1。当约瑟夫森能量较低（磁通接近 $\Phi_0/2$）时，四种概率之和接近 1，表明弹性散射和所需的转换过程足以完整描述该器件。当约瑟夫森能量较高时，概率之和则显著降至 1 以下。缺失的信号很可能被转换到未监测频率：随着约瑟夫森能量增加，涉及多个库珀对以及电路中不同寄生模态的光子的新增过程变得不可忽视 [28], 。尤其是低频模态，即使其品质因数和特性阻抗较低，也可能受到约瑟夫森结的强烈驱动，从转换过程中带走任意能量。如图 2 所示，随着约瑟夫森能量和偏置电压增加，要从测量背景中识别这些过程相当困难。

概率之和也可能超过 1，如图 3c 所示。在此处使用的偏置条件下（$\nu_{\mathrm{J}} = 13.37\mathrm{GHz}$，即图 2b 和 c 中最右侧的竖直虚线），器件的自发发射（暗计数率）高于较低 n 时的情况。这表明，输入的微波信号在被转换或反射之前，也可能通过受激发射 [29]得到放大，从而使观测到的总概率超过 1。

三个转换概率（图 3，橙色曲线）随磁通变化达到一个明确的最大值，虚线标出了该位置。此时，转换速率与输入模式的损耗率相匹配，从而在弹性反射中产生相消干涉 [19]。随着 n增加，这个最大值的位置向 SQUID回路中磁通较低的区域移动，

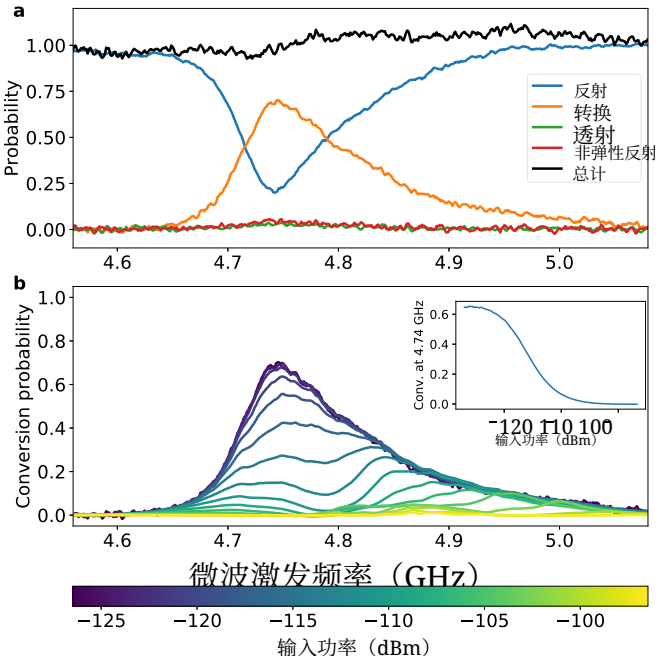

图 4. 带宽和饱和功率。**a**，对于 $n = 3$ 过程，在使转换概率达到最大值的磁通和电压下测得的反射、转换、透射和非弹性反射概率；相应位置在图 3c 中以竖直虚线标出。输入功率为 -127dBm。**b**，不同输入功率下的 $n = 3$ 转换概率。插图显示了 4.74GHz（低输入功率下转换概率的最大值处）的转换概率随输入功率的变化。

也就是约瑟夫森能量较高的区域。这种行为可以通过理论计算 [19]得到很好的解释。

理想情况下，此时转换概率应为 1，反射概率应为 0。对于 $n = 1$ 情形，即面板 (a)，情况几乎如此：在 $\Phi = 0.47\Phi_0$处，转换概率达到 0.90，而反射概率降至低于 10^{-2}。对于 $n = 2$，在 $\Phi = 0.39\Phi_0$处，转换概率达到 0.73，而反射概率仍然很低，为 0.018。对于 $n = 3$，在 $\Phi = 0.28\Phi_0$处，转换概率降至 0.69，而反射概率升至 0.20，这是由于反射率最低点升高并发生偏移。反射增加很可能是由于预期的转换过程与上述杂散放大过程之间存在竞争。

通过改变输入频率 ν 以及输入功率，我们可以测得光电倍增管的带宽和饱和功率。图 4 展示了 $n = 3$对应的结果。 $n = 1$ 和 $n = 2$的相同曲线见附录 E。图 4a 显示了低输入功率下的反射概率和转换概率，此时输入谐振器中的平均光子数不足一个。最大转换效率为 0.69，半峰全宽为 116 MHz。该线宽由实验装置中微波谐振器的带宽决定 [19]。

在图4b中，输入功率逐渐增加至 -100dBm。1 dB压缩点为-119dBm，对应的光子输入速率约为 400 MHz。随着功率增加，曲线形状发生剧烈变化：它先分裂成两个极大值，随后又出现第三个极大值。这种行为源于约瑟夫森哈密顿量的非线性。除了所需的转换项之外，该哈密顿量还包含在相同电压下共振的高阶项，这些项会改变转换速率与功率 [19]之间的关系。

我们的器件引入的噪声主要来自光子的自发发射。当用作单光子探测器时，这些发射出的光子可能被误认为是假阳性事件，尽管它们的聚束程度低于所需的转换光子。图 3 中以灰色绘出了这一自发光子发射率。在 $n = 3$ 转换的工作点，该发射率为 ≈ 400MHz。这主要是因为要在特性阻抗为 $\approx 400\Omega$ 的输出谐振器中高效完成转换，需要较大的约瑟夫森能量。如图 2c 所示，在磁通 $0.28\Phi_0$ 处（图 4 数据的工作点），自发发射背景主要由涉及多个库珀对和光子的高阶过程所致。若特性阻抗更接近 $h/(4\pi e^2) \sim 2\text{k}\Omega$，或带宽较低，则最佳转换所需的约瑟夫森能量会更低 [19]。如图 3c 所示，较低的约瑟夫森能量进而会显著降低自发发射率。

总之，我们通过实验展示了将输入微波信号的光子数倍增为原来的 3 倍，效率达到 0.69。我们从理论上充分理解了该器件的关键特性 [19]。鉴于其压缩点，我们的结果有望为将两个此类器件级联起来铺平道路，从而实现 9 倍甚至更高的光子数增益。这种增益足以通过量子极限放大器读取光电倍增管，区分输入光子数 [19]，进而探测并计数单光子。需要指出的是，在这种方案中，观测到的自发发射率并不会直接导致相当的暗计数率，因为探测到的输入光子会产生一簇n 光子，而我们预计自发产生的光子会以较小的簇出现，具体取决于它们产生的级段，因此可以将其与输入光子区分开来 [19]。此外，提高输出模式的特性阻抗可以显著降低观测到的自发发射率。届时，便有望使用级联倍增器作为无死时间且能够分辨光子数的单光子计数器。这样的器件将实现一种线性光子数放大器，在尽可能减少附加光子噪声的同时，牺牲或至少削弱相位信息。

作者贡献： RA 根据 MH 提出的想法设计并制造了该器件，并进行了首次测量。JG 完成了最终测量，

与 RA 和 NB 一起分析了数据，并进行了模拟。所有作者都参与了实验装置和校准方法的设计。FB 与 RA、MH、UM 和 JG 一起设计了用于进行实验的软件。JG 与 RA、MH 和 NB 一起撰写了论文，并征求了所有作者的意见。

致谢： 本工作得到了加拿大自然科学与工程研究委员会、加拿大卓越研究基金、欧盟（ERC 278203号启动基金 WiQOJo）以及法国国家研究署（Jose PhSCharLi项目）的资助。

[1] Y. Chen, D. Hover, S. Sendelbach, L. Maurer, S. T. Merkel, E. J. Pritchett, F. K. Wilhelm, 和 R. McDer- mott, 《物理评论快报》107, 217401 (2011). [2] S. Kono, K. Koshino, Y. Tabuchi, A. Noguchi, 和 Y. Nakamura, 《自然·物理》14, 546 (2018年). [3] J. Besse, S. Gasparinetti, M. C. Collodo, T. Walter, P. Kurpiers, M. Pechal, C. Eichler, 和 A. Wallraff, 《物理评论X》8, 021003 (2018年). [4] B. Royer, A. L. Grimsmo, A. Choquette-Poitevin, 和 A. Blais, 《物理评论快报》120, 203602 (2018年). [5] R. Lescanne, S. Del´eglise, E. Albertinale, U. R´eglade, T. Capelle, E. Ivanov, T. Jacqmin, Z. Leghtas, 和 E. Flurin, 《物理评论X》10, 021038 (2020). [6] A. L. Grimsmo, B. Royer, J. M. Kreikebaum, Y. Ye, K. O'Brien, I. Siddiqi, 和 A. Blais, 《物理评论·应用》15, 034074 (2021). [7] P. L. Richards, 《应用物理学杂志》76, 1 (1994). [8] B. S. Karasik, A. V. Sergeev, 和 D. E. Prober, 《IEEE太赫兹科学与技术汇刊》1, 97 (2011). [9] G. Lee, D. K. Efetov, W. Jung, L. Ranzani, E. D. Walsh, T. A. Ohki, T. Taniguchi, K. Watanabe, P. Kim, D. Englund, 和 K. C. Fong, 《自然》586, 42 (2020). [10] B. Yurke, L. R. Corruccini, P. G. Kaminsky, L. W. Rupp, A. D. Smith, A. H. Silver, R. W. Simon, 和 E. A. Whit- taker, 《物理评论A》39, 2519 (1989). [11] N. Bergeal, F. Schackert, M. Metcalfe, R. Vijay, V. E. Manucharyan, L. Frunzio, D. E. Prober, R. J. Schoelkopf, S. M. Girvin, 和 M. H. Devoret, 《自然》465, 64 (2010). [12] C. Macklin, K. O'Brien, D. Hover, M. E. Schwartz, V. Bolkhovsky, X. Zhang, W. D. Oliver, 和 I. Siddiqi, 《科学》350, 307 (2015). [13] C. M. Caves, 《物理评论D》26, 1817 (1982). [14] H. A. Haus 和 J. A. Mullen, 《物理评论》128, 2407 (1962). [15] B. Peaudecerf, T. Rybarczyk, S. Gerlich, S. Gleyzes, J. M. Raimond, S. Haroche, I. Dotsenko, 和 M. Brune, 《物理评论快报》112, 080401 (2014). [16] A. Essig, Q. Ficheux, T. Peronnin, N. Cottet, R. Les- canne, A. Sarlette, P. Rouchon, Z. Leghtas, 和 B. Huard, 《物理评论X》11, 031045 (2021). [17] M. Hofheinz, F. Portier, Q. Baudouin, P. Joyez, D. Vion, P. Bertet, P. Roche, 和 D. Esteve, 《物理评论快报》106, 217005 2011( ). [18] J. Souquet 和 A. A. Clerk, 《物理评论A》93, 060301 (2016). [19] J. Lepp¨akangas, M. Marthaler, D. Hazra, S. Jebari, R. Albert, F. Blanchet, G. Johansson, 和 M. Hofheinz, 《物理评论A》97, 013855 (2018年). [20] J. Lepp¨akangas, 和 M. Marthaler, 《物理评论B》 **98**, 224511 (2018). [21] C. Rolland, A. Peugeot, S. Dambach, M. Westig, B. Kubala, Y. Mukharsky, C. Altimiras, H. le Sueur, P. Joyez, D. Vion, P. Roche, D. Esteve, J. Ankerhold, 以及 F. Portier, 《物理评论快报》**122**, 186804 (2019). [22] A. Peugeot, G. M´enard, S. Dambach, M. Wes- tig, B. Kubala, Y. Mukharsky, C. Altimiras, P. Joyez, D. Vion, P. Roche, D. Esteve, P. Mil- man, J. Lepp¨akangas, G. Johansson, M. Hofheinz, J. Ankerhold, and F. Portier, 《物理评论X》**11**, 031008 (2021). [23] G. C. M´enard, A. Peugeot, C. Padurariu, C. Rolland, B. Kubala, Y. Mukharsky, Z. Iftikhar, C. Altimiras, P. Roche, H. le Sueur, P. Joyez, D. Vion, D. Esteve, J. Ankerhold, and F. Portier, 《物理评论X》**12**, 021006 (2022). [24] G.-L. Ingold and Y. V. Nazarov, 载于 *Single charge tunneling: Coulomb blockade phenomena in nanostructures*, 北约高级研究所系列B辑，第294卷，H. Grabert 和 M. H. Devoret 编（Plenum，纽约，1992）第2章，第21–107页，arXiv:0508728v1。[25] T. Holst, D. Esteve, C. Urbina, and M. H. Devoret, 《物理评论快报》**73**, 3455 (1994). [26] A. Paquette, J. Griesmar, G. Lavoie, R. Albert, F. Blanchet, A. Grimm, U. Martel, and M. Hofheinz, 《应用物理快报》**121**, 124001 (2022). [27] R. Albert, *Multiplication of microwave photons via inelastic Cooper pair tunneling*, 博士论文，格勒诺布尔-阿尔卑斯大学（2019）。[28] S. Meister, M. Mecklenburg, V. Gramich, J. T. Stock- burger, J. Ankerhold, and B. Kubala, 《物理评论B》**92**, 174532 2015( ). [29] S. Jebari, F. Blanchet, A. Grimm, D. Hazra, R. Albert, P. Joyez, D. Vion, D. Est`eve, F. Portier, and M. Hofheinz, 《自然·电子学》**1**, 223 (2018).

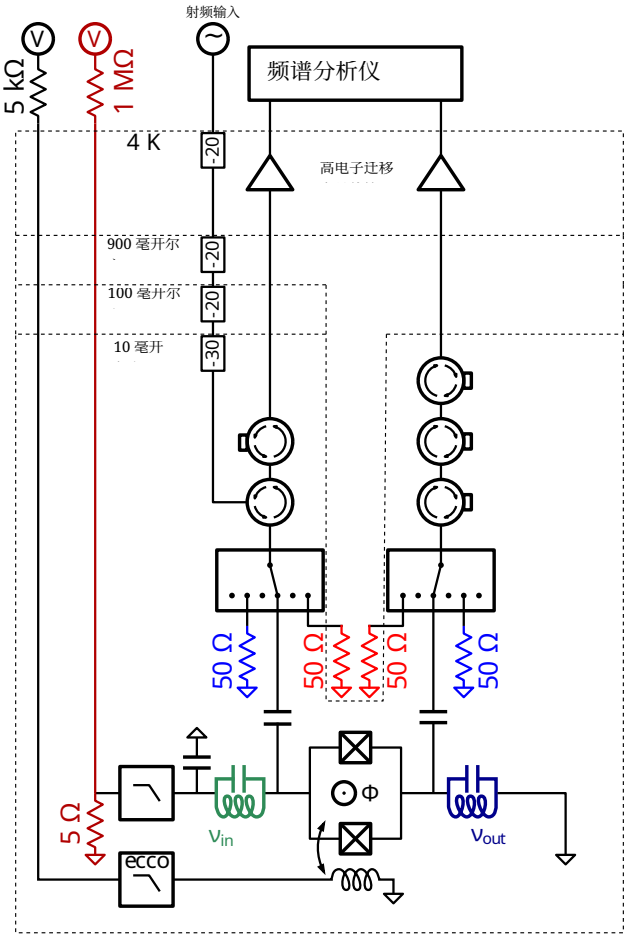

图 5. 稀释制冷机中实验装置的示意图。

附录 A：实验装置详述

我们器件的输入端口和输出端口连接至六端口低温开关，可用于对放大链路进行原位校准（详见附录B）。开关的公共端口通过输入侧的4至8 GHz双结环行器和输出侧的5至12 GHz三结环行器，连接至工作频段为0.3至14 GHz的低温高电子迁移率晶体管放大器，其噪声温度为 $T_{\mathrm{N}} \approx 3.5$开尔文。输入侧环行器还连接到室温微波源，以便通过标称衰减为90 dB的线路向器件发送微波信号。在室温下，放大后的信号由定制的双外差接收机下变频至 $0-1$ GHz频段，从而可通过 2×2 GSa s^{-1} 模数转换器板卡同时采集输入和输出信号。

可通过由室温下的 1MΩ 电阻器和基温下的 5Ω 电阻器构成的分压器向样品施加直流偏置电压。随后，使用定制滤波器对该电压进行低通滤波；该滤波器结合了分立元件和由超导导线制成的银环氧滤波器，用于高频滤波（高于 10 MHz）和热化。该滤波器与 [27] 中使用的滤波器类似。其截止频率为 700 Hz，并且在几百 MHz 以内具有平坦的 5 Ω 输出阻抗。再结合一个片上 100 pF 电容器，该电容器会在工作频率下将信号短接至地，因此，电压偏置电路可以建模为一个简单的 RC 电路。

SQUID 的磁通线由室温电压源通过串联的 5kΩ 电阻器进行偏置。它在基温下经过定制的 Eccosorb滤波器 [26] 滤波，其截止频率约为 200 MHz。

测量器件时，我们会在所需器件参数下的“开启”状态功率谱密度与没有电压偏置或输入微波音调的“关闭”状态功率谱密度之间交替测量。计算这两次测量的差值，可以准确扣除测量装置的噪声。随后按照下一节所述对功率谱密度进行校准。

附录 B：放大链路的校准

为了获得器件输出端的实际功率，我们必须校准测量链路。为此，对于两个测量通道，先后将一个冷态（$T_{\mathrm{C}} \approx 10$毫开尔文，图 5 中蓝色）和一个热态（$T_{\mathrm{H}} \approx 900$ 毫开尔文，红色）50 Ω电阻器连接到开关上。随后在 $4-8$ GHz 频段采集它们的热噪声。根据这两次测量，我们计算从开关到数字化仪的测量链路增益（Y 因子校准）。为确保这些电阻器正确热化，它们通过超导铌钛同轴线与开关热隔离，并分别热锚定到稀释制冷机的混合室级和蒸馏器级。

为了校准输入线，我们在输入开关连接到开路端口或冷端 50 Ω电阻器时进行反射测量。这样可以校正环行器的泄漏，并测得输入线直至输入开关处的增益。

我们通过测量偏置电压远离任何工作点且 SQUID 处于最大受挫状态时器件的反射和透射，为这项校准再增加最后一层。这样，我们便可以将器件视为一个无耗线性元件，它会反射或透射输入信号（至少在输入谐振器带宽之外）。我们利用这一点，消除从开关到样品的最后一段电缆所带来的影响；我们将这段电缆建模为频率窗口内的恒定衰减，以去除输入谐振器的影响。该修正量为 0.267 dB，与电缆的预期特性以及在不同样品上进行的其他测量结果一致。最终，我们能够计算器件处各个频率下实际的输入和输出光子率，并用其计算本文讨论的不同概率

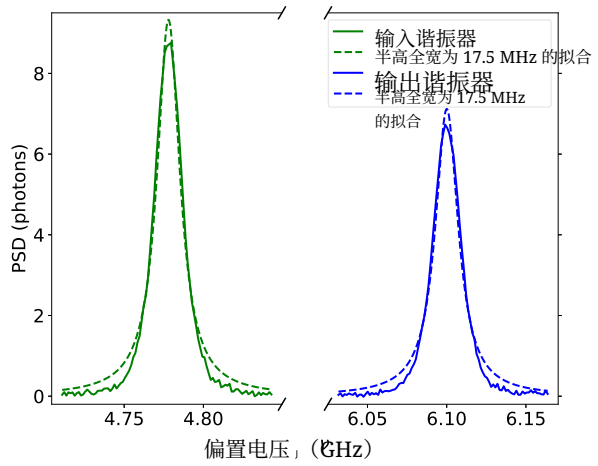

图6. 电压噪声。在 $\Phi = \Phi_0/2$ 下测得的输入谐振器（绿色，4.78 GHz）和输出谐振器（蓝色，6.1GHz）的功率谱密度。

。

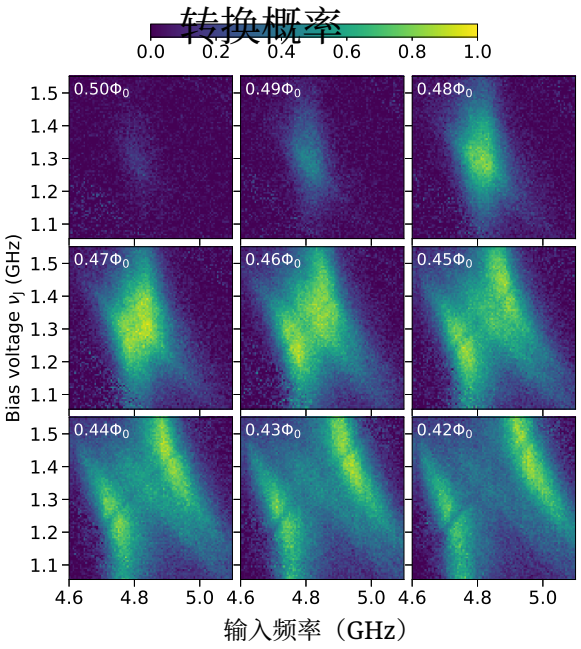

图7. 对于 $n = 1$转换，测得的转换概率随输入频率和偏置电压的变化关系，图中给出了多个 SQUID 磁通值。 $0.47\Phi_0$ 对应于最佳工作点，该点在图3a中以竖直虚线标出。

附录 C：偏置电压噪声

图3a展示了在 SQUID 磁通挫折最大时，输入和输出谐振器的功率谱密度。测量是在谐振器的共振频率处进行的，所用电压约对应于一个库珀对产生一个光子的过程。两种情况下，测得的洛伦兹线型线宽均为 17.5 MHz。

根据 $P(E)$ 理论 [24, 27], , 半峰全宽 γ 由低频电磁环境的热噪声决定；此处该环境为处于电子温度 T_e 的 $R_b = 5\Omega$ 偏置电阻：

$$\gamma = \frac{2R_b}{\hbar R_Q} k_B T_e.$$

这使我们能够提取偏置电阻的有效电子温度。我们得到 $T_e = 86$毫开尔文。不过，这一数值需要谨慎看待，很可能被显著高估了，因为要使 $P(E)$ 有效，电磁环境必须保持热平衡，而这在此处并不是一个很好的近似：图 6 显示，即使在 SQUID 最大挫折时，共振处的功率谱密度也大于 1 个光子，这明显偏离了热平衡。在这种情况下，我们预计洛伦兹线型会受到压缩，从而导致偏置电阻温度被高估。对于约瑟夫森能量较低的器件，我们确实观测到对应于 $T_e \approx 20$毫开尔文至 30 毫开尔文的线宽。

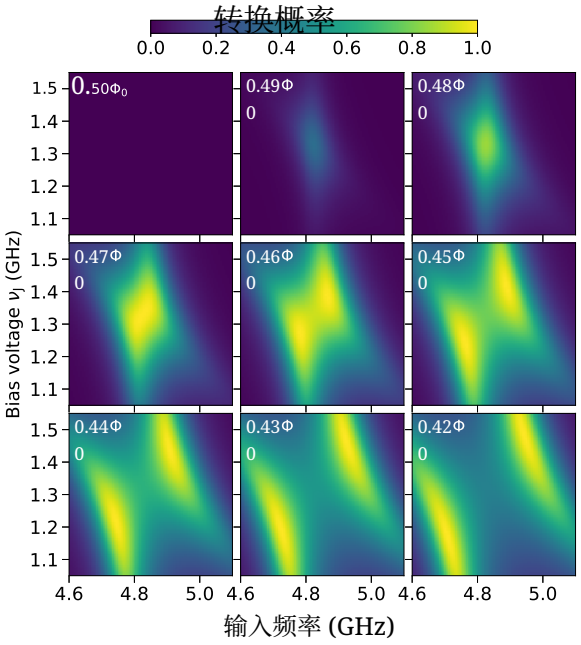

图 8。将图 7 中 $n = 1$ 的转换概率拟合到理论 [19]。拟合在最佳 SQUID 磁通挫折 $0.47\Phi_0$ 下进行。所有其他 SQUID 磁通均使用相同的拟合参数。

附录D：响应随偏置电压的变化

在正文中，我们仅展示器件在最佳偏置点处的响应：图 3 中将其表示为 SQUID回路磁通的函数，图 4 中则表示为频率的函数。图 7 展示了多个磁通值下，$n = 1$ 转换概率随输入频率和偏置电压的变化。对于高于 $0.47\Phi_0$ 的取值（即约瑟夫森能量低于最佳值），只有一个极大值，其幅度在磁通接近 $0.47\Phi_0$ 时增大。低于此值时则会出现两个极大值，这是因为输入和输出模式进入了强耦合区域。随着 SQUID偏置进一步降低，反交叉处的劈裂增大。将输入-输出理论应用于该电路，可以很好地描述这一行为 [19]。图 7 数据中斜率为 1 的深色线（在磁通低于 $0.46\Phi_0$ 时可见）对应于结环境中 3.5GHz 处的一个杂散模态。

图 8 展示了$n = 1$ 转换的转换概率拟合曲线。这些曲线取决于约瑟夫森能量，以及输入和输出模式的共振频率与线宽 [19]。假设磁通量为 $0.47\Phi_0$ 时，约瑟夫森能量达到其理想匹配值，那么约瑟夫森能量这一参数便可消去，我们利用该点进行拟合。根据拟合结果计算其余二维转换图，所得结果与实验结果吻合良好。接近完全受挫时，计算值与测量值有所不同，这可能是因为计算中假设 SQUID 完全对称，而实际 SQUID 并非完全对称，这一点可从 $0.5\Phi_0$的实验数据中看出。提取出的共振频率与此前得到的频率吻合良好。输入模式的线宽也与设计的耦合率一致，$\gamma_{\mathrm{in}}^{\mathrm{fit}} \approx 90\,\mathrm{MHz}$。然而，输出模式的线宽结果 $\gamma_{\mathrm{out}}^{\mathrm{fit}} \approx 220\mathrm{MHz}$与设计值相差显著，数值为。此差异可能表明理论模型未能涵盖系统部分行为。在先前对类似器件的测量中也观察到了这种行为 [27]，它也可能与图 2 中观察到的杂散过程有关，或与图 3 中观察到的最佳输入频率变化有关。

附录E：$n = 1$ 和 $n = 2$的饱和功率

图9和图10显示了该光电倍增器的带宽和饱和功率 $n = 1$和 $n = 2$转换。

两幅图的 (a) 面板均是在低输入功率下测得的，此时输入谐振器中的平均光子数接近 1。它们展示了测得的反射、转换、转换后反射和透射概率。对于 $n = 1$ 转换，最大转换概率为 0.90，在 4.84 GHz 处获得。在此频率下，

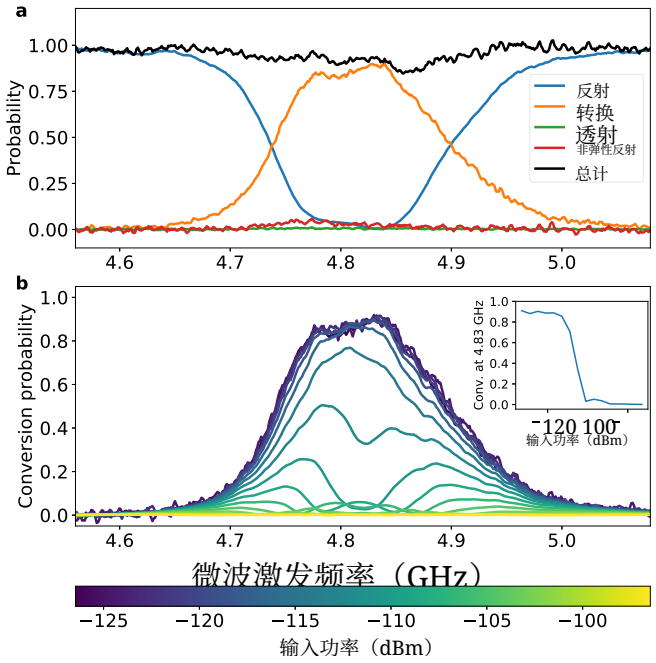

图9. $n = 1$ 转换的带宽和饱和功率。**a**，在使转换概率达到最大值的磁通值下测得的反射、转换、透射和非弹性反射概率，该磁通值由图3a中的竖直虚线标示。输入功率为 -127dBm。**b**，不同输入功率下的转换概率。插图显示了4.84 GHz处的转换概率（低输入功率下转换概率的最大值）随输入功率的变化。

反射概率降至 10^{-2} 以下，这与环行器的方向性相对应。该过程的带宽为 163 MHz。整个测量带宽内，测得信号总计（黑线）始终接近 1，表明没有其他过程同时发生。对于 $n = 2$ 转换，最大转换概率仅在 4.71 GHz 处达到 0.73，此时反射概率降至 0.018。该过程的带宽为 106 MHz。测得信号总计在此频率处有一个小幅下陷。这表明结可能向测量带宽之外发射，也可能有功率在实验装置中耗散。

在面板 (b) 中，将输入功率提高到输入谐振器中平均数百个光子的水平，并针对每个输入功率绘制转换概率。对于一到一转换，观察到的行为与一到三转换（图 4b）相同：随着功率增加，会出现多个极大值。一到一转换的 1 dB压缩点为 -114.5dBm，对应于约 1.1 GHz 的输入光子率。一到二转换（图10）表现出略有不同的行为：随着输入功率增加，观察到最大转换概率时的频率向更高频率移动。$n = 2$ 转换的 1 dB压缩点为 -118.5dBm，对应于

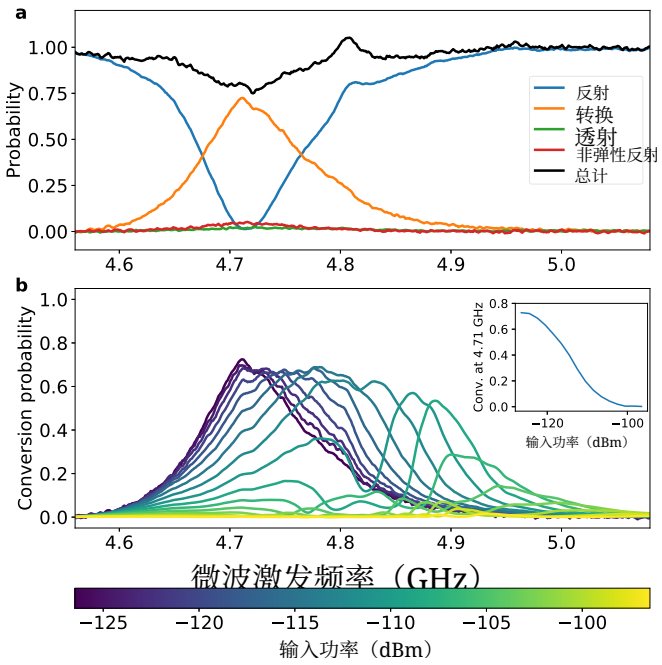

图10. $n = 2$ 转换的带宽和饱和功率。**a**，在使转换概率达到最大值的磁通值下测得的反射、转换、透射和非弹性反射概率，图中以图3b中的竖直虚线标示。输入功率为 -127dBm。**b**，不同输入功率下的转换概率。插图显示了4.71 GHz处的转换概率（低输入功率下转换的最大值）随输入功率的变化。

约 440 MHz 的输入光子率。这些数值大于正文中介绍的 $n = 3$ 转换的相应数值。鉴于在给定输入功率下，输出模式中的能量会随 n 增加，这并不令人意外。