arXiv:2303.03347v3 [quant-ph] 6 Sep 2023

基于学习的跨蒙量子比特阵列磁通串扰校准

Cora N. Barrett,[1, 2, *] Amir H. Karamlou,[1, 3, †] Sarah E. Muschinske,[1, 3] Ilan T. Rosen,[1] Jochen Braum¨uller,[1] Rabindra Das,[4] David K. Kim,[4] Bethany M. Niedzielski,[4] Meghan Schuldt,[4] Kyle Serniak,[1, 4] Mollie E. Schwartz,[4] Jonilyn L. Yoder,[4] Terry P. Orlando,[1, 3] Simon Gustavsson,[1] Jeffrey A. Grover,[1] 和 William D. Oliver[1, 3, 4, 5, ‡]

[1] *Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA*

[2] *Department of Physics, Wellesley College, Wellesley, MA 02481, USA*

[3] *Department of Electrical Engineering and Computer Science,Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA*[4] *MIT Lincoln Laboratory, Lexington, MA 02421, USA*[5] *Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA*(日期：2023年9月7日)

由磁通可调数据量子比特和耦合器量子比特构成的超导量子处理器，是实现量子计算的一个有前景的平台。然而，磁通控制线与各组成量子比特之间的磁通串扰，阻碍了对量子比特频率的精确控制，给该平台的规模扩展带来了挑战。为了实现高保真度的数字和模拟量子操作，必须对磁通串扰进行表征并加以补偿。在本项工作中，我们引入了一种基于学习的校准协议，并通过校准一个包含16个磁通可调Transmon量子比特的阵列，展示了其在实验中的性能。为展示该协议的可扩展性，我们模拟了更大规模Transmon量子比特阵列的串扰矩阵学习过程。我们观察到，校准时间随系统规模呈经验上的线性缩放，同时将量子比特频率误差中位数保持在300千赫以下。

I. 引言

由磁通可调跨蒙量子比特阵列构成的超导量子处理器，处于当代数字量子计算 [1, 2]以及模拟量子模拟和仿真 [3–5]的前沿。磁通可调量子比特能够实现可控的强量子比特间相互作用和高保真度双量子比特门 [6, 7]，其方式是在多量子比特系统中减少寄生耦合和量子比特频率拥挤。运行此类量子器件的一项核心要求，是通过局部磁通线准确、精确地控制每个可调元件的频率，从而能够单独调节每个量子比特。施加到特定磁通线天线上的电流，设计上只用于操控一个量子比特或耦合器，但磁通至少可通过两种机制耦合到其他元件。一种是天线与其他量子比特和耦合器之间直接且非预期的电感耦合。另一种是施加电流的去程和回程路径；电流流经磁通线和接地平面时，同样可能在其他量子比特中感应出非预期的磁通。其净效应通常称为磁通串扰。对于响应呈线性的系统，可以通过分别测量每个量子比特对各磁通线所产生磁通的响应，并假设线性叠加，来表征和补偿串扰；对于响应呈非线性的系统，则可采用迭代方法 [8]和优化 [9] 。

机器学习技术已广泛应用于量子点的校准 [10–18]。对于超导量子处理器，机器学习方法已用于系统参数的自动重新校准 [19]，、量子比特频率布局的优化 [20]，、量子比特态的判别 [21–25]，以及单量子比特门和双量子比特门的校准 [26, 27]。在本研究中，我们展示并分析了一种基于学习的方法，用于表征磁通可调跨蒙器件中的磁通串扰。与以往研究相比，我们的方法无需直接测量串扰矩阵元，所需测量次数也相对较少。

磁通可调跨蒙量子比特由两个约瑟夫森结组成，这两个结形成一个超导量子干涉器件（SQUID），并联于一个并联电容 [28]。在该电路中，通过使外部磁通 Φ_{ext} 穿过SQUID回路，可调节约瑟夫森能 E_J 。跨蒙的基态与第一激发态之间的跃迁频率随所施加磁通的变化，近似表示为 [28]

$$f(\Phi_{\text{ext}}) \approx \left(f^{\max} + \frac{E_C}{h}\right)\sqrt[4]{d^2 + (1-d^2)\cos^2\left(\pi\frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0}\right)} - \frac{E_C}{h} \tag{1}$$

其中 $f^{\max} = (\sqrt{8E_{J\Sigma}E_C} - E_C)/h$ 是最大量子比特频率（假设 $E_J \gg E_C$），E_C 是跨蒙的充电能。SQUID结的不对称参数 d 由 $d = |(E_{J,2} - E_{J,1})/(E_{J,2} + E_{J,1})|$给出，其中 $E_{J,1}$ 和 $E_{J,2}$ 分别是两个SQUID结的约瑟夫森能。跨蒙能谱中

* 这些作者对本项工作贡献相同。
† 这些作者对本项工作贡献相同； karam-lou@mit.edu
‡ william.oliver@麻省理工学院.edu

式1 给出了一个公式，用于估计将量子比特调谐至特定频率所需施加的磁通。

在可调磁通传输子处理器中，磁通通过电流实现：电流流经一条磁通线，该磁通线末端连接着靠近目标量子比特、并与其SQUID回路电感耦合的天线。电流在室温下产生，可以使用有源电流源，也可以使用输出电压 V 并通过串联电阻 R的电压源。在这两种情况下，使用输出电阻较高的“刚性”电流源非常重要，这样可以减轻制冷机内通往量子比特的线路电阻随温度变化所造成的影响。在本研究中，我们使用电压源和 1 kΩ 电阻，向每条磁通偏置线施加电流。磁通可表示为 $\Phi_{\text{ext}} = V/V^{\Phi_0} + \Phi_{\text{offset}}$，其中 V^{Φ_0} 是使量子比特调谐一个磁通量子Φ_0所需的电压， Φ_{offset} 则是由困在超导接地平面中的涡旋或其他不可控静磁场源产生的磁场所导致的磁通偏置。

磁通串扰可视为线性过程；施加到磁通线上的电压向量 V 与量子比特所经历的磁通 Φ_{ext} 之间存在如下关系

$$\vec{\Phi}_{\text{ext}} = (\boldsymbol{V}^{\Phi_0})^{-1}\boldsymbol{S}\vec{V} + \vec{\Phi}_{\text{offset}}\,, \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{V}^{\Phi_0}$ 是一个对角矩阵，其$\boldsymbol{V}_{i}^{\Phi_0}{}_{,\,i}$ 对应于量子比特 V^{Φ_0} 的 i。 $\boldsymbol{S}$ 是磁通串扰灵敏度矩阵，其中$\boldsymbol{S}_{i,\,j} = \partial V_i/\partial V_j$ 表示量子比特 i 对施加到量子比特j上的电压信号的电压响应。在这种表示中， $\boldsymbol{S}$ 的对角元素为 $\vec{1}$，同时对 $\boldsymbol{S}$ 和 Φ_{offset} 进行表征，使我们能够补偿串扰并更精确地设定量子比特频率。在补偿之前，我们观察到频率误差 Δf 存在分布，如图1C所示。

由 N个磁通可调跨导单电子晶体管量子比特组成的阵列，其磁通串扰灵敏度矩阵包含 N^2 个元素。由于量子比特阵列和布线布局通常并不对称，因此矩阵 $\boldsymbol{S}$ 不一定对称。一般而言，$\boldsymbol{S}_{i,\,j} \neq \boldsymbol{S}_{j,\,i}$，因此所有 N^2 个元素都需要进行表征。通常，每个元素$\boldsymbol{S}_{i,\,j}$ 都通过扫描电压来单独表征，电压 V_j以量子比特 j 为目标，并测量量子比特 i [5, 29, 30]的响应。然而，这种方法无法扩展到大型跨蒙量子比特阵列的磁通串扰表征（见附录 B）。该样品采用

采用 3D集成倒装芯片工艺 [31], ，其中谐振器和磁通线位于中介层，量子比特则位于独立的量子比特层。该基于学习的校准方法已用于校准平面器件和倒装芯片器件中的磁通串扰 [4, 5, 32]。

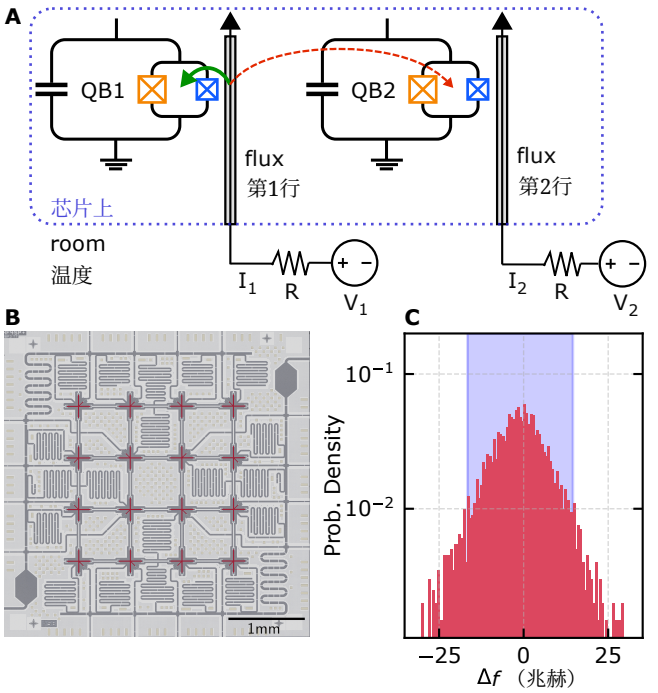

图 1. **磁通串扰模型（A）**超导传输子电路中的磁通串扰概念。电流 I_1流经量子比特 1 的 SQUID 附近，为其提供预期量的磁通（绿色箭头）。由于串扰，器件上的其他量子比特可能会受到该电流产生的非预期磁通影响（红色虚线箭头）。 **（B）**采用 3D 集成倒装芯片工艺制造的 16 量子比特传输子阵列的量子比特层光学图像（器件详情见附录 A ）。量子比特的电容器焊盘以栗色伪彩显示。 **（C）**在未进行串扰校正的情况下，200 个目标频率向量中，测得的量子比特频率与目标频率之差的实验分布 $\Delta f = f_q - f_{\text{target}}$。对于每个 $\vec{f}_{\text{target}}$，所有 16 个量子比特同时偏置到 100 兆赫 $\vec{f}_{\text{target}}$至最大量子比特频率以下的吉赫兹范围内的随机频率，然后测量每个量子比特的频率。阴影区域表示该分布的第 5th 至 95th 百分位数。

II. 校准协议

A. 学习磁通串扰矩阵

我们通过尝试将量子比特设置为目标频率布局、测量施加外部磁通后量子比特的频率，然后利用频率误差优化 $\boldsymbol{S}$，从而学习磁通串扰矩阵 $\boldsymbol{S}$。更具体而言，我们施加一组电压 V，其中 V 的第 $\vec{i}$ 个元素表示施加到目标为量子比特 i 的磁通线上的电压，并测量量子比特 i 的频率，以推断磁通$\Phi_{\text{ext},\,i}$，如公式 1 所示。最小化测量磁通 $\Phi_{\text{ext},\,i}$ 与估计磁通 $\vec{}$ 之间的差异（估计磁通取决于 V 和 $\boldsymbol{S}$），即可优化 $\boldsymbol{S}$。

我们通过随机选择一个频率来为 V

每个量子比特，f并满足若干约束。首先，我们要求每个量子比特的频率落在一个范围内，该范围大约从其最大量子比特频率以下 100 兆赫 -1 吉赫兹（由于对磁通噪声的一阶不敏感，通常称为“甜点”），如图2A所示。其次，为了减少量子比特之间共振相互作用导致的频移，我们要求阵列中的相邻量子比特充分失谐（>200 兆赫），且任意两个量子比特之间的失谐至少为 50 兆赫。目标频率范围包括跨蒙能谱中接近甜点的区域，这些区域对磁通变化不太敏感。这样的量子比特频率布局对于充分使量子比特失谐是必要的。失谐可减轻量子比特之间共振相互作用导致的频移（见附录A），从而使我们能够同时准确测量所有量子比特的频率。

为尽量减少这种准随机选择带来的偏差，我们会随机打乱目标量子比特频率在f 中的选取顺序。这种随机排列可确保在满足失谐约束的前提下，后半部分中甜点频率较高的量子比特f 不会总是被安排在训练区域中频率较高的一端。利用式1中的跨蒙能谱，我们可以计算出对应于目标频率的磁通值。根据式中描述的关系，假设 V，即可得到2的初始猜测；也可以使用矩阵的 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{I}$ 估计。由于每个量子比特都偏置在其甜点之外，V 中的所有元素均非零。

我们施加 V 并测量每个量子比特的频率。在我们的实验中，这些频率测量是同时进行的。随后，我们将测得的频率转换为每个SQUID所经历的磁通 Φ_{meas}。重复此过程 M 次迭代后，我们得到一组 $\{\vec{V}_i,\vec{\Phi}_{\text{meas},i}\}_{i=1:M}$ 输入电压，以及量子比特所经历的相应测量磁通。利用这组数据，我们通过最小化均方误差代价函数来训练 $\boldsymbol{S}$ 的 k^{th} 行

$$C(\boldsymbol{S}_k)=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\left|\left|(\vec{\Phi}_{\text{meas},i})_k-\left[(\boldsymbol{V}_{k,k}^{\Phi_0})^{-1}\boldsymbol{S}_k\vec{V}_i+(\vec{\Phi}_{\text{offset}})_k\right]\right|\right|^2. \tag{3}$$

代价函数求和中的第一项对应于量子比特 k 上测得的磁通，第二项则对应基于我们的串扰矩阵和施加电压估计的磁通。我们使用 L-BFGS 梯度下降优化算法最小化 $C(\boldsymbol{S}_k)$ [33]在 PyTorch [34] 中实现（参见附录 C，其中比较了不同优化器）。校准协议的示意图见附录 D。随着估计磁通逐渐接近测量磁通，代价函数的最小化过程将收敛。

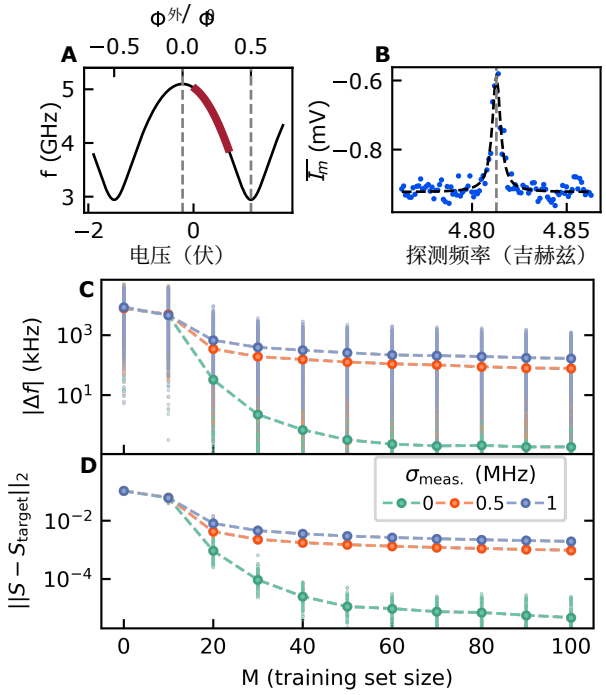

图 2. **测量不确定性依赖关系的协议仿真**（针对 16量子比特阵列）。**(A)**跨蒙的频谱随施加外部磁通而变化。我们将量子比特偏置到频谱中的栗色区域，以进行磁通串扰训练。**(B)** 我们通过光谱学实验测量量子比特频率，具体方法是测量解调信号的同相正交分量幅度（I_m），并通过洛伦兹拟合提取量子比特频率。**(C)**模拟的频率误差 $|\Delta f|$，以及**(D)** 在存在量子比特频率测量不确定性 $\sigma_{\text{meas.}}\in\{0,0.5,1\}$ 兆赫的情况下学习矩阵时，训练后的串扰矩阵$\boldsymbol{S}$ 与目标矩阵 $\boldsymbol{S}_{\text{target}}$ 之间的欧几里得距离。图中以小圆点表示 100 次不同随机实现的分布，以大圆点表示中位数。两项指标均在不到 $M=100$ 个训练集的情况下迅速收敛。协议的准确性会随着频率测量不确定性的增加而降低。

B. 协议仿真

我们在一个由 16量子比特阵列中的跨蒙量子比特构成的仿真模型上，分析了所提协议在学习串扰矩阵方面的性能（如图 1B所示）。附录E提供了仿真模型的更多细节。图 2C报告了训练矩阵时达到目标频率 $\Delta f=f_q-f_{\text{target}}$ 的误差，其中训练集的大小为 M。

对于模拟，我们使用跨蒙特量子比特光谱参数的现实取值（$\boldsymbol{V}^{\Phi_0}$、Φ_{offset}、$f^{\max}$、E_C 和 d）对磁通串扰校准协议进行建模。对于最优串扰矩阵 $\boldsymbol{S}_{\text{target}}$，我们采用了此前表征得到的 16 量子比特跨蒙特量子比特阵列的串扰矩阵。在这些模拟中，每当“测量”一个量子比特频率时，我们会加入服从正态分布的

标准差为 $\sigma_{\text{meas.}}$ 的分布误差，以反映频率测量不精确性（图 2B），其来源包括退相干和功率展宽导致的量子比特谱线宽，以及由色散频移和残余 ZZ 耦合引起的频移 [35]。我们发现，$\sigma_{\text{meas.}} \approx 0.5$兆赫最能反映我们的实验条件（关于频率测量误差来源的讨论，见附录 F ）。根据图 2C中的趋势，我们预计，$|\Delta f|$ 平台期频率误差可以通过进行更精细的光谱扫描或利用 Ramsey 干涉测量量子比特频率来降低，但这会延长总体校准时间。频率测量误差的另一个来源是尽管采用了失谐方案，仍然存在的小幅色散频移。我们利用此前表征得到的量子比特间耦合来补偿这些失谐，但解耦量子比特频率的计算仍可能存在一定误差。

随后，我们创建一个大小为 M 的训练集并进行训练$\boldsymbol{S}$。最后，我们使用一个独立于训练集的随机频率向量 f_{target} 来验证学习得到的串扰矩阵 $\boldsymbol{S}^{\tilde{}}$。这些随机频率向量的选取方式与用于学习矩阵的目标频率向量相同，即所有量子比特均偏置到距甜点 100 MHz -1 GHz1 的位置，且彼此充分失谐。我们尝试将量子比特设定为这些频率，并记录误差 $|\vec{f}_q - \vec{f}_{\text{target}}|$；模拟测量 f_q 时不添加任何$\tilde{}$误差。

我们研究了存在频率测量误差时协议的收敛情况。我们观察到，在没有测量不确定性的情况下（$\sigma_{\text{meas.}} = 0$ MHz），该协议能够实现量级为 1 kHz 的频率误差中位数，且仅需 $|\Delta f|$ 个 $M = 100$训练集。在图 2D 中，我们考察训练后的串扰矩阵 $\boldsymbol{S}$ 与目标串扰矩阵 $\boldsymbol{S}_{\text{target}}$ 之间的欧几里得距离：$||\boldsymbol{S} - \boldsymbol{S}_{\text{target}}||_2$。随着频率测量不确定性增大，协议性能会下降，达到训练平台期时的 $|\Delta f|$值也会变大。我们预计，考虑到实验中测量量子比特频率时预期的不确定性，频率误差中位数仍可达到 100 kHz 量级。

III. 实验结果

接下来，我们通过校准一个由跨蒙量子比特组成的16量子比特阵列的静态磁通串扰矩阵，对所提出协议的性能进行实验评估。我们从假设 $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{I}$，我们生成一组包含 200 个随机电压向量的数据，将每个电压向量施加到磁通线上，并通过光谱学同时测量相应的量子比特频率。尽管目标是使相邻量子比特之间的失谐达到$>$ 200兆赫，但每个量子比特都会因与其他量子比特相互作用而产生频率偏移。我们利用预先表征的量子比特间耦合，根据测得的偏移后频率计算未耦合量子比特的频率。根据公式1，我们将这些频率转换为向量，表示每个施加的电压向量对应的系统中各个 SQUID回路所经历的磁通。我们使用测量数据集 $\{\vec{V}_i, \vec{\Phi}_i^{\text{meas}}\}_{i=1:200}$ 的不同子集来学习器件串扰矩阵。

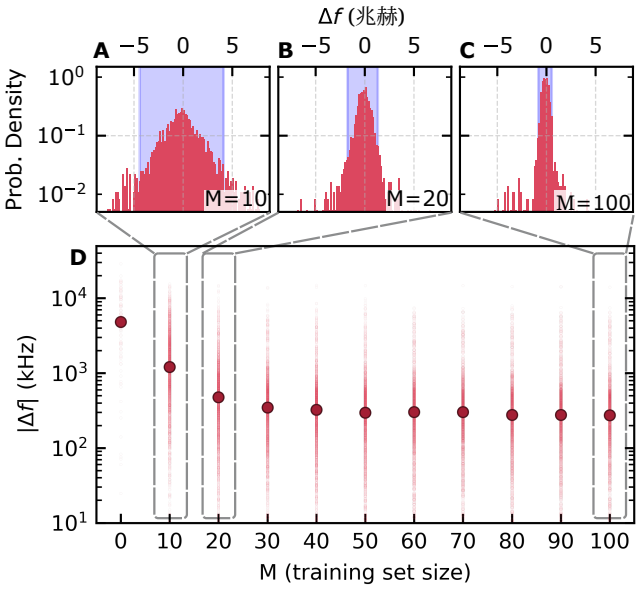

图3. **协议的实验实现**，使用由16个Transmon量子比特组成的阵列。我们展示了经串扰矩阵训练后，测得的量子比特频率相对于目标值（Δf）的偏移量分布；该矩阵分别使用**(A)**$M = 10$、**(B)** $M = 20$和**(C)** $M = 100$ 个训练集进行训练。阴影区域表示分布的 5th 至 95th 百分位数。**(D)** 使用不同数量的测量集训练串扰矩阵后，量子比特频率$|\Delta f|$ 的目标误差。我们观察到，随着训练集大小 M增加，误差中位数（栗色点）逐渐减小，直至达到约290千赫的平台期。

训练前，我们选取了由 10 个目标频率向量组成的验证集。该验证集的生成方式与训练用目标频率向量相同，此外还要求每个量子比特至少两次被放置在频率训练区域的上部、中部和下部。对于每个 M 值，我们随机选取了 20 个不同的 $\{\vec{V}_i, \vec{\Phi}_i^{\text{meas}}\}$ 子集，每个子集包含 M 个元素。对于每个子集，我们学习串扰矩阵，然后记录将量子比特设为验证频率时的频率误差。

在图 3A、3B和3C 中，我们展示了量子比特频率相对于验证集目标值的偏差（Δf），对应的训练集大小分别为 $M = 10$、20和 100。图中的阴影区域表示分布的第 5th 至第 95th 百分位数。我们观察到，使用更大的训练集时，Δf 的分布会变得更窄。

在我们的实验中，我们发现四个量子比特的 Transmon 频谱存在异常，这可能是由于与量子比特耦合的双能级系统（TLS）缺陷所致。

与相干缺陷耦合的量子比特，其频率会发生偏移，导致频谱偏离 Transmon 频谱。在这些频率区域，我们无法准确设定单个量子比特的频率。因此，验证中不包含这些量子比特。排除其 Transmon 频谱中受 TLS 影响的区域后，仍然可以学习这四个量子比特的磁通串扰。我们可以重复相同的基于学习的协议：将这四个感兴趣的量子比特分别偏置到无缺陷频率，同时向所有其他量子比特施加准随机电压，并测量这四个感兴趣的量子比特的频率。所得电压和磁通可用于学习相应的四行 $\boldsymbol{S}$。附录 E中，我们报告了针对16量子比特阵列的完整学习结果 $\boldsymbol{S}$。

我们展示了使用本协议学习串扰矩阵时，频率误差 $|\Delta f|$ 随 M 变化的实验缩放情况，如图3D 所示。频率误差通常随训练集大小增加而减小，并在 $M = 50$ 处达到平台期，中位数误差约为 288 千赫。

IV. 协议扩展性

为展示我们方法的可扩展性，我们对扩展后的串扰模型（见附录E）下的学习过程进行模拟，以适用于更大规模的传输子阵列。我们展示了量子比特阵列规模为 $N = 16$、64和100 个量子比特时频率误差的缩放情况，如图4A所示，并保守地假设频率测量不确定性为 0。5 兆赫。我们观察到，当训练集大小大于量子比特数量时，目标频率误差会迅速收敛。

在图4B中，我们通过保持训练集大小不变来研究误差缩放情况（图4A中的垂直切片）。当训练集大小为 $M = 200$、300和400 时，频率误差在经验上随量子比特数量呈线性缩放，并保持在 200 千赫以下。我们的模型模拟中采用的误差来源包括跨蒙谱参数表征不准确，以及量子比特频率测量的不确定性。因此，我们预计模拟中的频率误差会低于实验中的误差。

根据模拟中观察到的缩放规律，结合实验验证，我们得出结论：采用我们的基于学习的串扰优化协议，只需对每个量子比特进行 $M \approx 2N$ 次光谱频率测量，就能准确训练串扰矩阵。由于我们可以同时进行频率

率测量中，训练集的总测量时间将与 $2N$ 成正比。

V. 讨论

在本工作中，我们描述了一种可扩展的方法，用于精确表征和校准磁通串扰

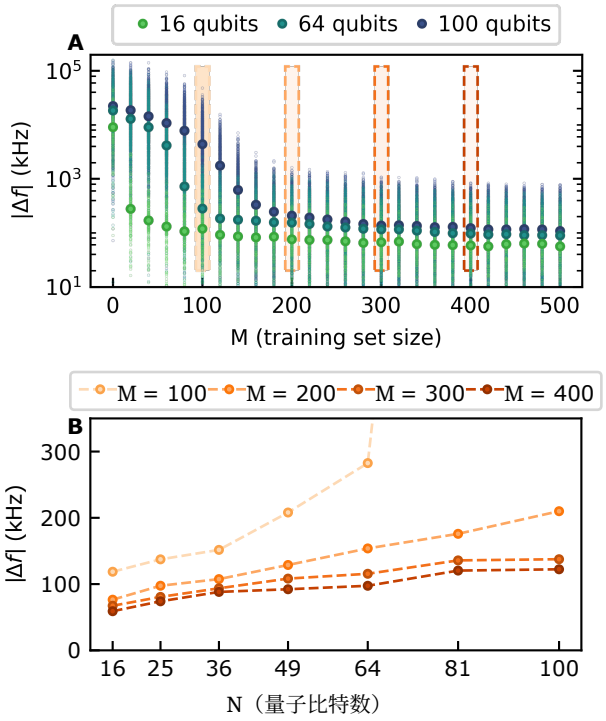

图 4. **可扩展性模拟（A）**针对 $N = 16$，64，100 个量子比特的频率误差缩放。训练集大小超过量子比特数量后，我们观察到频率误差迅速收敛。小圆圈表示 10 种不同随机实现的分布，大圆圈表示中位数。**（B）**数据的垂直切片（在**（A）**中以阴影框标出）显示了在固定训练集大小 $M \in \{100, 200, 300, 400\}$ 时，中位数频率误差随量子比特数量的变化。模拟假设每次量子比特频率测量的测量不确定性为 0.5 兆赫。

基于机器学习。我们通过采用该协议校准一台 16 量子比特磁通可调跨蒙处理器的静态磁通串扰，实验验证了该方法的性能，并观察到其收敛至低于 300 千赫的频率误差中位数，而每个量子比特频率仅需进行 M =50 次光谱测量，且所有量子比特均可并行完成。该协议还可用于校准快速磁通脉冲的串扰矩阵（见附录G）。

我们已证明，我们的协议能够实现精度优于 $<$ 300 千赫的量子比特频率布局。为了执行高保真度操作，在设定量子比特频率后，我们使用拉姆齐干涉测量来测量每个量子比特的频率。在附录H中，我们讨论频率误差对门保真度的影响。我们的协议所学习得到的串扰矩阵还可外推至图 2A所定义的串扰训练区域之外的频率布局（见附录 I）。

每个量子比特协议的准确性取决于对跨蒙能谱拟合参数的精确表征

此外，耦合到量子比特的 TLS 缺陷会导致谱不规则性，从而妨碍串扰优化的收敛。为解决前一个问题，我们进行了模拟（见附录K），结果表明，该方法对各拟合参数中的现实误差具有鲁棒性。为应对 TLS 的影响，我们可以设置排除区，避免选择能谱中偏离跨蒙模型的频率。

我们还研究了协议在不同串扰水平下的性能（附录N）。我们发现，当非对角元素低于约 10% 时，我们的方法能够有效地学习器件串扰。目前平面阵列中可调磁通的 transmon 的磁通串扰通常远低于这一上限 [4, 5, 29, 36, 37]，，而在能够更有效抑制串扰的多层器件中，串扰甚至更低（见图8A）。这也表明，定期重新校准 $\boldsymbol{S}$ 将具有较高效率；数值结果显示，所需测量次数应会更少比初始校准更好（见附录 L）。

随着处理器规模不断增大，提高校准效率和可扩展性至关重要。本文提出的基于学习的磁通串扰校准流程所需的光谱测量次数相对较少，能够抵御测量误差，并且随着阵列规模增大仍具有良好的扩展性。或者，也可以使用拉姆齐测量来确定量子比特频率；在单量子比特频率测量中，这种方法比光谱测量更快。未来的实现可以先用同步光谱测量学习矩阵，然后在必要时使用拉姆齐测量微调校准。这种方法能够缩短表征时间，提高磁通串扰矩阵表征的准确性，并最终提升超导量子比特处理器上运行的算法和模拟的性能。

[1] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, D. Bacon, J. C. Bardin, R. Barends, R. Biswas, S. Boixo, F. G. S. L. Brandao, D. A. Buell, B. Burkett, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, R. Collins, W. Courtney, A. Dunsworth, E. Farhi, B. Foxen, A. Fowler, C. Gidney, M. Giustina, R. Graff, K. Guerin, S. Habegger, M. P. Harrigan, M. J. Hartmann, A. Ho, M. Hoffmann, T. Huang, T. S. Humble, S. V. Isakov, E. Jeffrey, Z. Jiang, D. Kafri, K. Kechedzhi, J.Kelly, P. V. Klimov, S. Knysh, A. Korotkov, F. Kostritsa, D. Landhuis, M. Lind- mark, E. Lucero, D. Lyakh, S. Mandr`a, J. R. Mc- Clean, M. McEwen, A. Megrant, X. Mi, K. Michielsen, M. Mohseni, J. Mutus, O. Naaman, M. Neeley, C. Neill, M. Y. Niu, E. Ostby, A. Petukhov, J. C. Platt, C. Quin- tana, E. G. Rieffel, P. Roushan, N. C. Rubin, D. Sank, K. J. Satzinger, V. Smelyanskiy, K. J. Sung, M. D. Tre- vithick, A. Vainsencher, B. Villalonga, T. White, Z. J. Yao, P. Yeh, A. Zalcman, H. Neven, and J. M. Marti- nis, 使用可编程超导处理器实现量子霸权, Nature **574**, 505 (2019)。[2] R. Acharya, I. Aleiner, R. Allen, T. I. Andersen, M. Ans- mann, F. Arute, K. Arya, A. Asfaw, J. Atalaya, R. Bab- bush, D. Bacon, J. C. Bardin, J. Basso, A. Bengts- son, S. Boixo, G. Bortoli, A. Bourassa, J. Bovaird, L. Brill, M. Broughton, B. B. Buckley, D. A. Buell, T. Burger, B. Burkett, N. Bushnell, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, J. Cogan, R. Collins, P. Conner, W. Court- ney, A. L. Crook, B. Curtin, D. M. Debroy, A. D. T. Barba, S. Demura, A. Dunsworth, D. Eppens, C. Er- ickson, L. Faoro, E. Farhi, R. Fatemi, L. F. Burgos, E. Forati, A. G. Fowler, B. Foxen, W. Giang, C. Gid- ney, D. Gilboa, M. Giustina, A. G. Dau, J. A. Gross, S. Habegger, M. C. Hamilton, M. P. Harrigan, S. D. Har- rington, O. Higgott, J. Hilton, M. Hoffmann, S. Hong, T. Huang, A. Huff, W. J. Huggins, L. B. Ioffe, S. V. Isakov, J. Iveland, E.Jeffrey, Z.Jiang, C. Jones, P. Juhas, D. Kafri, K. Kechedzhi, J. Kelly, T. Khattar, M. Khezri, M. Kieferov´a, S. Kim, A. Kitaev, P. V. Klimov, A. R. Klots, A. N. Korotkov, F. Kostritsa, J. M. Kreikebaum, D. Landhuis, P. Laptev, K.-M. Lau, L. Laws, J. Lee, K. Lee, B. J. Lester, A. Lill, W. Liu, A. Locharla, E. Lucero, F. D. Malone, J. Marshall, O. Martin, J. R. McClean, T. Mccourt, M. McEwen, A. Megrant, B. M. Costa, X. Mi, K. C. Miao, M. Mohseni, S. Montazeri, A. Morvan, E. Mount, W. Mruczkiewicz, O. Naaman, M. Neeley, C. Neill, A. Nersisyan, H. Neven, M. New- man, J. H. Ng, A. Nguyen, M. Nguyen, M. Y. Niu, T. E. O'Brien, A. Opremcak, J. Platt, A. Petukhov, R. Potter, L. P. Pryadko, C. Quintana, P. Roushan, N. C. Rubin, N. Saei, D. Sank, K. Sankaragomathi, K. J. Satzinger, H. F. Schurkus, C. Schuster, M. J. Shearn, A. Shorter, V. Shvarts, J. Skruzny, V. Smelyanskiy, W. C. Smith, G. Sterling, D. Strain, M. Szalay, A. Torres, G. Vidal, B. Villalonga, C. V. Heidweiller, T. White, C. Xing, Z. J. Yao, P. Yeh, J. Yoo, G. Young, A. Zalcman, Y. Zhang, and N. Zhu, 通过缩放表面码逻辑量子比特抑制量子误差, Nature **614**, 676（2023）。[3] P. Zhang, H. Dong, Y. Gao, L. Zhao, J. Hao, J.-Y. De- saules, Q. Guo, J.Chen, J. Deng, B. Liu, W. Ren, Y.Yao, X. Zhang, S. Xu, K. Wang, F. Jin, X. Zhu, B. Zhang, H. Li, C. Song, Z. Wang, F. Liu, Z. Papi´c, L. Ying, H. Wang, and Y.-C. Lai, 超导处理器上的多体希尔伯特空间疤痕, NaturePhysics **19**, 120 2023( )。[4] A. H. Karamlou, J. Braum¨uller, Y. Yanay, A. Di Paolo, P. M. Harrington, B. Kannan, D. Kim, M. Kjaergaard, A. Melville, S. Muschinske, B. M. Niedzielski, A. Veps¨al¨ainen, R. Winik, J. L. Yoder, M. Schwartz, C. Tahan, T. P. Orlando, S. Gustavsson, and W. D. Oliver, 一维和二维紧束缚晶格中的量子输运与局域化, npj Quantum Information**8**, 1（2022）。[5] J. Braum¨uller, A. H. Karamlou, Y. Yanay, B. Kannan, D. Kim, M. Kjaergaard, A. Melville, B. M. Niedzielski, Y. Sung, A. Veps¨al¨ainen, R. Winik, J. L. Yoder, T. P. Orlando, S. Gustavsson, C. Tahan, and W. D. Oliver, 通过非时序关联函数探测量子信息传播, Nature Physics **18**, 172（2022）。[6] F. Yan, P. Krantz, Y. Sung, M. Kjaergaard, D. L. Camp- bell, T. P. Orlando, S. Gustavsson, and W. D. Oliver,

实现高保真双量子比特门的可调耦合方案，Phys. Rev. Appl. 10, 054062（2018）。[7] Y. Sung, L. Ding, J. Braum¨uller, A. Veps¨al¨ainen, B. Kan- nan, M. Kjaergaard, A. Greene, G. O. Samach, C. Mc- Nally, D. Kim, A. Melville, B. M. Niedzielski, M. E. Schwartz, J. L. Yoder, T. P. Orlando, S. Gustavsson, and W. D. Oliver, 使用可调耦合器实现高保真 CZ 和无 ZZ 的 iSWAP 门，Physical Review X 11, 021058（2021）。[8] X. Dai, D. Tennant, R. Trappen, A. Martinez, D. Melanson, M. Yurtalan, Y. Tang, S. Novikov, J. Grover, S. Disseler, J. Basham, R. Das, D. Kim, A. Melville, B. Niedzielski, S. Weber, J. Yoder, D. Lidar, and A. Lupascu, 大规模磁通可调超导量子电路中的磁通串扰校准，PRX Quantum 2, 040313（2021）。[9] X. Dai, R. Trappen, R. Yang, S. M. Disseler, J. I. Basham, J. Gibson, A. J. Melville, B. M. Niedzielski, R. Das, D. K. Kim, J. L. Yoder, S. J. Weber, C. F. Hirjibehedin, D. A. Lidar, and A. Lupascu, 针对周期性进行优化：一种用于超导电路磁通串扰校准的无模型方法，arXiv:2211.01497 [quant-ph]（2022）。[10] J. Darulov´a, S. Pauka, N. Wiebe, K. Chan, G. Gardener, M. Manfra, M. Cassidy, and M. Troyer, 栅定义量子点的自主调谐与电荷态检测，Phys. Rev. Appl. 13, 054005（2020）。[11] N. M. van Esbroeck, D. T. Lennon, H. Moon, V. Nguyen, F. Vigneau, L. C. Camenzind, L. Yu, D. M. Zumb¨uhl, G. A. D. Briggs, D. Sejdinovic, and N. Ares, 利用无监督嵌入学习对量子器件进行微调，New Journal of Physics 22, 095003（2020）。[12] D. T. Lennon, H. Moon, L. C. Camenzind, L. Yu, D. M. Zumb¨uhl, G. a. D. Briggs, M. A. Osborne, E. A. Laird, and N. Ares, 利用机器学习高效测量量子器件，npj Quantum Information 5, 1（2019）。[13] H. Moon, D. T. Lennon, J. Kirkpatrick, N. M. van Es- broeck, L. C. Camenzind, L. Yu, F. Vigneau, D. M. Zumb¨uhl, G. a. D. Briggs, M. A. Osborne, D. Sejdinovic, E. A. Laird, and N. Ares, 机器学习使量子器件实现完全自动调谐，速度超过人类专家，Nature Communications 11, 4161（2020）。[14] B. Severin, D. T. Lennon, L. C. Camenzind, F. Vi- gneau, F. Fedele, D. Jirovec, A. Ballabio, D. Chrastina, G. Isella, M. de Kruijf, M. J. Carballido, S. Svab, A. V. Kuhlmann, F. R. Braakman, S. Geyer, F. N. M. Froning, H. Moon, M. A. Osborne, D. Sejdinovic, G. Katsaros, D. M. Zumb¨uhl, G. A. D. Briggs, and N. Ares, 利用机器学习跨架构调谐硅基和硅锗基量子器件，arXiv:2107.12975 [cond- mat, physics:quant-ph]（2021）。[15] J. Ziegler, T. McJunkin, E. Joseph, S. S. Kalantre, B. Harpt, D. Savage, M. Lagally, M. Eriksson, J. M. Taylor, and J. P. Zwolak, 致力于含噪量子点器件的稳健自动调谐，Phys. Rev. Appl. 17, 024069（2022）。[16] J. Ziegler, F. Luthi, M. Ramsey, F. Borjans, G. Zheng, and J. P. Zwolak, 自动提取量子点系统中的电容耦合，Physical Review Applied 19, 054077（2023）。[17] J. P. Zwolak and J. M. Taylor, 专题综述：量子点器件控制自动化的进展，Reviews of modern physics 95, 011006（2023）。

[18] J. P. Zwolak, T. McJunkin, S. S. Kalantre, J. Dodson, E. MacQuarrie, D. Savage, M. Lagally, S. Coppersmith, M. A. Eriksson 和 J. M. Taylor，利用机器学习对双点器件进行原位自动调谐，Phys. Rev. Appl. 13, 034075 (2020)。[19] J. Kelly, P. O'Malley, M. Neeley, H. Neven 和 J. M. Martinis，基于有向无环图的物理量子比特校准，arXiv:1803.03226 [quant-ph] (2018)。[20] P. V. Klimov, J. Kelly, J. M. Martinis 和 H. Neven，用于学习量子处理器控制参数的 Snake 优化器，arXiv:2006.04594 [quant-ph] (2020)。[21] E. Magesan, J. M. Gambetta, A. D. C´orcoles 和 J. M. Chow，利用机器学习区分量子测量轨迹并改进读出，Phys. Rev. Lett. 114, 200501 (2015)。[22] L. A. Martinez, Y. J. Rosen 和 J. L. DuBois，利用隐马尔可夫模型改进量子比特读出，Phys. Rev. A 102, 062426 (2020)。[23] R. Navarathna, T. Jones, T. Moghaddam, A. Kulikov, R. Beriwal, M. Jerger, P. Pakkiam 和 A. Fedorov，用于实时单次测量状态分类的神经网络，Applied Physics Letters 119, 114003 (2021)。[24] P. Duan, Z.-F. Chen, Q. Zhou, W.-C. Kong, H.-F. Zhang 和 G.-P. Guo，利用浅层神经网络判别减轻串扰导致的量子比特读出误差，Phys. Rev. Appl. 16, 024063 (2021)。[25] B. Lienhard, A. Veps¨al¨ainen, L. C. Govia, C. R. Hof¨fer, J. Y. Qiu, D. Rist`e, M. Ware, D. Kim, R. Winik, A. Melville, B. Niedzielski, J. Yoder, G. J. Ribeill, T. A. Ohki, H. K. Krovi, T. P. Orlando, S. Gustavsson 和 W. D. Oliver，利用深度神经网络判别复用超导量子比特态，Phys. Rev. Appl. 17, 014024 (2022)。[26] Y. Baum, M. Amico, S. Howell, M. Hush, M. Liuzzi, P. Mundada, T. Merkh, A. R. Carvalho 和 M. J. Biercuk，在超导量子计算机上开展用于设计抗误差门集的深度强化学习实验，PRX Quantum 2, 040324 (2021)。[27] N. Wittler, F. Roy, K. Pack, M. Werninghaus, A. S. Roy, D. J. Egger, S. Filipp, F. K. Wilhelm 和 S. Machnes，用于量子器件控制、校准和表征的集成工具集及其在超导量子比特上的应用，Physical Review Applied 15, 034080 (2021)。[28] J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin 和 R. J. Schoelkopf，源自库珀对盒的电荷不敏感量子比特设计，Physical Review A 76, 042319 2007( )。[29] D. M. Abrams, N. Didier, S. A. Caldwell, B. R. Johnson 和 C. A. Ryan，可调谐跨蒙特量子比特间磁通串扰的测量方法，Physical Review Applied 12, 064022 (2019)。[30] S. Krinner, N. Lacroix, A. Remm, A. Di Paolo, E. Genois, C. Leroux, C. Hellings, S. Lazar, F. Swiadek, J. Her[30] rmann, G. J. Norris, C. K. Andersen, M. M¨uller, A. Blais, C. Eichler 和 A. Wallraff，在距离三表面码中实现重复量子纠错，Nature 605, 669 (2022)。[31] D. Rosenberg, D. Kim, R. Das, D. Yost, S. Gustavsson, D. Hover, P. Krantz, A. Melville, L. Racz, G. O. Samach, S. J. Weber, F. Yan, J. L. Yoder, A. J. Kerman 和 W. D. Oliver，三维集成超导量子比特，npj Quantum Information 3, 1 (2017)。[32] A. H. Karamlou, I. T. Rosen, S. E. Muschinske, C. N.

Barrett, A. Di Paolo, L. Ding, P. M. Harrington, M. Hays, R. Das, D. K. Kim, B. M. Niedzielski, M. Schuldt, K. Serniak, M. E. Schwartz, J. L. Yoder, S. Gustavsson, Y. Yanay, J. A. Grover 和 W. D. Oliver，探测硬核玻色-哈伯德晶格能谱中的纠缠（ 2023 2306 02571 ），[ ] arxiv: . quant-ph .[33] D. C. Liu 和 J. Nocedal，关于用于大规模优化的有限内存BFGS方法，Mathematical Pro- gramming 45, 503–528 (1989)。[34] A. Paszke, S. Gross, F. Massa, A. Lerer, J. Bradbury, G. Chanan, T. Killeen, Z. Lin, N. Gimelshein, L. Antiga, A. Desmaison, A. Kopf, E. Yang, Z. DeVito, M. Rai[34] son, A. Tejani, S. Chilamkurthy, B. Steiner, L. Fang, J. Bai 和 S. Chintala，PyTorch：一种命令式、高性能深度学习库，载于 *Advances inNeural Information Processing Systems 32* (Curran Associates, Inc., 2019) pp. 8024–8035。[35] D. I. Schuster, A. Wallraff, A. Blais, L. Frunzio, R.-S. Huang, J. Majer, S. M. Girvin 和 R. J. Schoelkopf，强耦合于腔场的超导量子比特的交流斯塔克位移和退相干，Physical Review Let-ters 94, 123602 (2005)。[36] Z. Yan, Y.-R. Zhang, M. Gong, Y. Wu, Y. Zheng, S. Li, C. Wang, F. Liang, J. Lin, Y. Xu, C. Guo, L. Sun, C.-Z. Peng, K. Xia, H. Deng, H. Rong, J. Q. You, F. Nori, H. Fan, X. Zhu 和 J.-W. Pan，利用12量子比特超导处理器实现强关联量子行走，Science 364, 753 (2019)。[37] X. Zhang, E. Kim, D. K. Mark, S. Choi 和 O. Painter，一种基于光子带隙超材料的超导量子模拟器，Science 379, 278 (2023)。[38] M. Malekakhlagh, E. Magesan 和 D. C. McKay，交叉共振门操作的第一性原理分析，Physical Review A 102, 042605 (2020)。[39] A. Patterson, J. Rahamim, T. Tsunoda, P. Spring, S. Je[39] bari, K. Ratter, M. Mergenthaler, G. Tancredi, B. Vlas[39] takis, M. Esposito 和 P. Leek，直接耦合跨蒙之间交叉共振双量子比特门的校准，Physical Review Applied 12, 064013 (2019)。

致谢

作者感谢 Patrick M. Harrington 和 Francisca Vasconcelos 富有成效的讨论。本研究部分由美国能源部科学办公室国家量子信息科学研究中心量子系统加速器（QSA）资助；部分由国防高级研究计划局通过量子基准测试合同资助；部分由美国陆军研究办公室资助（资助编号 W911NF-18-1-0411）；部分由国家情报总监办公室（ODNI）、情报高级研究计划局（IARPA）、美国能源部以及国防部研究与工程副部长通过美国空军合同编号 FA8702-15-D-0001 资助。CNB 感谢 STC 集成量子材料中心的支持，美国国家科学基金会资助编号 DMR-1231319 和韦尔斯利学院 Samuel 和 Hilda Levitt 奖学金。AHK 感谢美国国家科学基金会研究生研究奖学金计划的支持。SEM 获得美国国家航空航天局空间技术研究奖学金的资助。ITR 通过在麻省理工学院任职的情报界博士后研究奖学金计划获得支持；该计划由科学与教育橡树岭研究所（ORISE）管理，依据美国能源部与国家情报总监办公室（ODNI）之间的跨机构协议设立。本文所述的任何观点、发现、结论或建议均属于作者的观点，不一定反映美国能源部、DARPA、ODNI、IARPA 或 USDR&E 的立场。

附录 A：三维集成倒装芯片器件

我们的实验样品是一个由16个磁通可调Transmon量子比特组成的阵列，采用倒装芯片工艺制造 [31]。与所有芯片元件都安装在同一表面的平面架构不同，倒装芯片由上下堆叠的两个独立层构成。量子比特层容纳量子比特，中介层则容纳所有其他芯片元件。倒装芯片设计的优势包括缩短控制线与其目标量子比特之间的距离，以及增强相邻量子比特之间的屏蔽，从而显著降低直流磁通控制和快速磁通脉冲的整体串扰水平。有关该器件的更多详情，请参见 [32]。

量子比特参数	测量值
$f^{\max}$	4.887 ± 0.110 （吉赫兹）
V^{Φ_0}	29.2 ± 2.7 (V)
d	0.35 ± 0.04
E_C/h	196.1 ± 5.2 (兆赫)
$\lvert\Phi_{\text{offset}}\rvert$	19.7 ± 5.9 (mΦ_0)

表 I. **量子比特参数**适用于三维集成倒装芯片器件。报告均值加减一个标准差。参数值的偏差源于无意造成的制造缺陷。

该设备上的最近邻耦合固定为$J/2\pi = (5.89 \pm 0.4)$ 兆赫，在量子比特频率为 4.5 吉赫兹时测得。在执行基于学习的协-议之前，应先表征量子比特间耦合。采用用于训练的失谐方案（> 200 兆赫的最近邻量子比特间失谐，以及 > 50 兆赫的任意两个量子比特间失谐），我们得到的平均色散频移约为 180 千赫，并对其进行了校正（见附录 F）。该频移小于

使用优化后的串扰矩阵时，最终频率设置精度为 ≈ 300 千赫。在模拟中，我们纳入频率测量误差，并观察到当 $\sigma_{\text{meas.}} = 0.5$兆赫时频率误差收敛。因此，我们预计，这个相对较小的色散频移不会显著影响本协议最终的频率设置精-度。

附录 B：与直接测量方法的比较

本文所述的基于学习的串扰校准方法的一种替代方案是直接测量 $\boldsymbol{S}$ 的每个元素。这种方法的缺点是，串扰矩阵的元素数量会随着阵列中量子比特数量的增加而呈二次增长。

值得注意的是，在我们的实验装置中，可以同时测量全部 16 个量子比特的频率，并且能够在基于学习的协议中利用这种同步频率测量。直接测量方法无法进行同步频率测量，因为若不引入磁通串扰效应，我们无法使多个量子比特同时偏离甜点。我们或许可以扫描施加到一条磁通线上的电压，并测量所有其他量子比特的响应。遗憾的是，由于跨蒙能谱较宽（因为 $1/V_i^{\Phi_0}{}_{,j} \ll 1/V_{ii}^{\Phi_0}{}_{,}$ 对于 $i \neq j$），且施加到磁通线上的电压调谐范围相对较窄，这种直接测量方法行不通。我们将无法准确拟合跨蒙能谱并提取 $V_i^{\Phi_0}{}_{,j}$。为了分辨$\boldsymbol{S}$的各个元素，我们必须先将一个量子比特偏置到跨蒙能谱中斜率较陡（对磁通敏感）的区段，然后扫描施加到另一个量子比特磁通线上的电压。因此，我们无法通过同步频率测量获得由一条磁通线导致的所有串扰元素。通过同步测量获得多个串扰元素有一些巧妙的方法，但无法以这种方式一次性获得串扰矩阵的完整一列。

我们模拟了对16量子比特阵列采用直接测量方法的情况，同时改变频率测量不确定性（如图2所示）。采用直接测量方法时，我们通过向磁通线 i施加电压 V_i，使量子比特 i 偏离其甜点。然后，我们在磁通线 j 的整个调谐范围内扫描电压。对于我们的电压源和量子比特 V^{Φ_0}而言，这约为± 0量子比特平均 V^{Φ_0} 的0.3倍。我们拟合反交叉谱，并固定 $f^{\max}$、 E_C和 d。新的磁通偏置约为：

$$\Phi_{\text{offset}} = \frac{V_i}{V_{i,i}^{\Phi_0}} + \Phi_{\text{offset},i} \tag{B1}$$

使用该磁通偏置初始猜测，并根据测得频率的斜率确定符号来约束 $V_i^{\Phi_0}{}_{,j}$，我们拟合曲线以求得 $V_i^{\Phi_0}{}_{,j}$（拟合还会得到 Φ_{offset}，但这条信息无关紧要）。最后，测得的串扰矩阵元素为：

$$\boldsymbol{S}_{i,j} = \frac{V_{i,i}^{\Phi_0}}{V_{i,j}^{\Phi_0}} \tag{B2}$$

我们发现，如果假设测量不确定性合理地为0.5兆赫，那么当数据点数量达到10时，直接测量方法可达到与使用大小为 $M = 30$ 的训练集的基于学习的方法相同的精度（图5A）。这说明，直接测量方法需要多进行5倍的测量，才能达到与基于学习的方法相同的精度。

在基于学习的方法中，每个量子比特的频率测量 30 次。在直接测量方法中，每条磁通线对应每个量子比特的频率测量 10 次，总计 $15 \cdot 10 = 150$ 次。因此，对于 16 个量子比特，采用基于学习的协议已经实现了 $\approx 5\times$ 倍的加速。

附录 C：梯度下降优化器

该协议的一个关键环节是使用梯度下降优化器最小化均方误差代价函数。在本研究中，我们使用PyTorch中的 L-BFGS 优化器，学习率设为 1。0。为了确保梯度下降最小化过程正确收敛，我们将 L-BFGS 的结果与其他几种PyTorch 优化器进行了比较：随机梯度下降和 Adam（见图 6）。在实际应用中，使用哪种优化器并不重要，因为这不会成为校准协议的瓶颈。不过，我们发现，与其他优化器相比，L-BFGS 收敛所需的优化器迭代次数更少。此外，其他优化器还有需要设定的额外参数。例如，随机梯度下降有一个动量参数，为了获得最佳性能，可能需要调整该参数。

我们发现，与其他优化器相比，L-BFGS 始终能以最少的迭代次数收敛，而且无需调整参数，因此是适合在实验室中实际使用的选择。

附录 D：基于学习的协议示意图

磁通串扰校准的目标是精确控制量子比特频率。本文所述的基于学习的方法直观地解决了这一问题，因为它通过校准过程主动实现这一目标。基于学习的方法的直观性与直接测量方法形成对比；后者旨在确定串扰矩阵 $\boldsymbol{S}$ 的各个元素，但并不直接

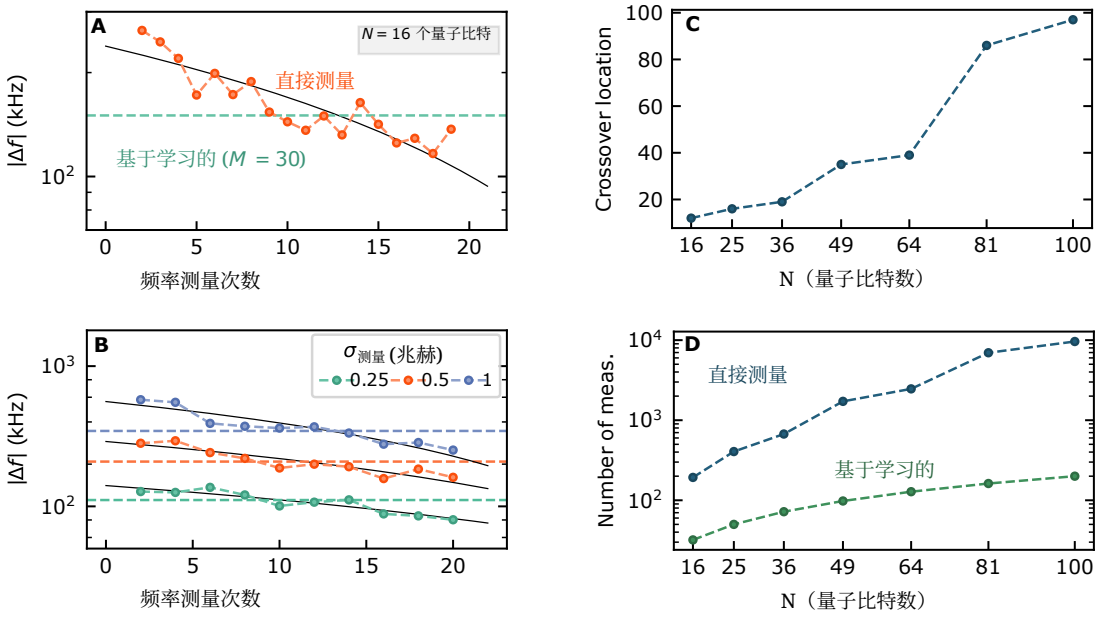

图5. **直接测量方法的缩放**对直接测量方法收敛情况的模拟，频率测量不确定性为0.5兆赫。我们将频率测量次数从 $V_j = -0.3V^{\Phi_0}$ 扫描至 $V_j = +0.3V^{\Phi_0}$。**(A)** 对于 $N = 16$ 个量子比特，当频率测量次数为 ≈ 10时，直接测量方法的性能优于采用 $M = 30 \approx 2 \times N$ 个训练集的基于学习的方法。直接测量方法的频率误差中位数以黑线进行线性拟合，该线在 ≈ 12 个数据点处与基于学习的方法的频率误差中位数交叉。中位数根据10次模拟重复计算得出。在**(B)**中，我们考察了频率测量不确定性$\sigma_{\text{meas.}}$处于不同水平时，直接测量方法在 $N = 16$ 个量子比特上的性能。我们发现，交叉位置（同样是采用$M = 30 \approx 2 \times N$ 个训练集的基于学习的方法所得频率误差中位数对应的位置）会随 $\sigma_{\text{meas.}}$ 增加而增大。中位数根据20次模拟重复计算得出。在**(C)**中，我们考察了最多 $N = 100$ 个量子比特时该交叉位置的缩放情况，并假设 $\sigma_{\text{meas.}} = 0.5$兆赫。经验上，要达到基于学习的协议的性能所需的频率测量次数会随量子比特数呈线性增长。**(D)** 每个量子比特所需的频率测量次数（由交叉位置乘以$N - 1$得出）与基于学习的方法每个量子比特 $M = 2 \times N$ 次测量的数值逐渐拉开差距。

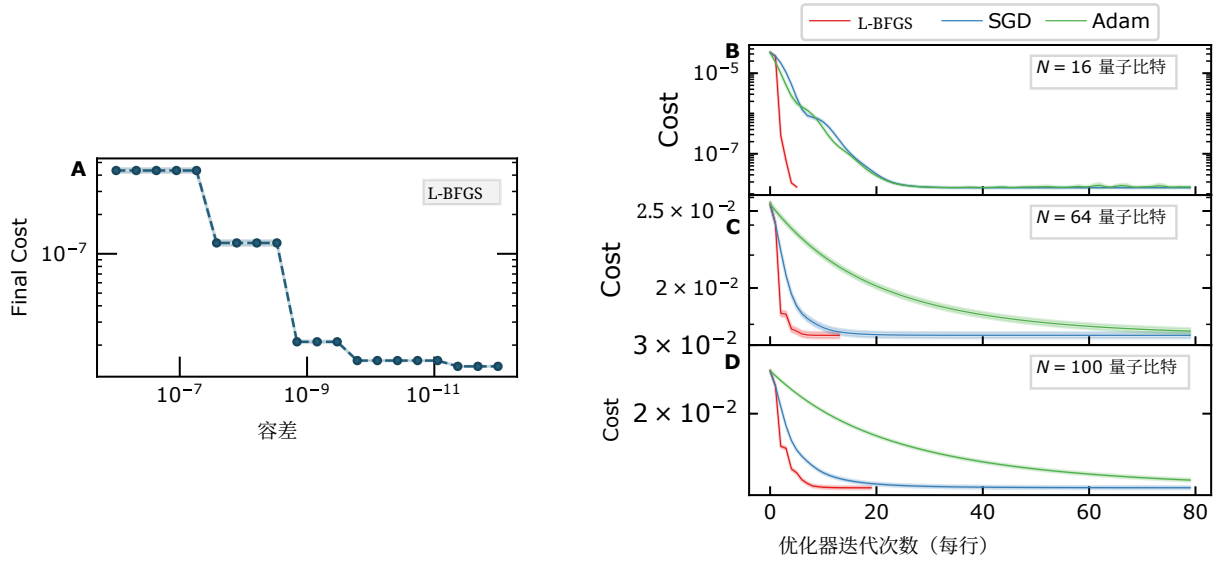

图 6. **梯度下降优化器的比较**我们通过最小化均方误差代价函数，逐行优化 $\boldsymbol{S}$ 。在(**A**)中，我们考察了对于$N = 16$ 个量子比特，L-BFGS 优化器最终达到的最小代价与函数变化容差之间的关系。均值代价是基于 100 次模拟重复计算得出的，为便于观察，反转了 X轴。阴影区域表示均值的 95% 置信区间。在(**B**,**C**,**D**)中，我们比较了 L-BFGS、随机梯度下降和 Adam 优化器最小化代价函数的过程，涉及 $N \in \{16, 64, 100\}$ 个量子比特。L-BFGS 在达到容差时终止，而随机梯度下降和 Adam 在达到指定迭代次数后终止。L-BFGS 的容差设为 10^{-10}，学习率为 1.0。随机梯度下降的学习率为 1.0，动量为 0.7。Adam 的学习率为 0.002，beta 参数为 (0.7,0.999)。随机梯度下降和 Adam 的参数是针对 $N = 16$ 个量子比特选取的最佳参数。均值代价是基于 10 次模拟重复计算得出的，阴影区域表示均值的 95% 置信区间。

评估经过校准的 $\boldsymbol{S}$ 精确设定量子比特频率的能力。有关这两种方法的定量比较，请参阅附录 B。

基于学习的磁通串扰校准方法的总体思路是，先用$\vec{}$的初始估计值 $\boldsymbol{S}$ 设定目标频率 f_{target}，然后测量量子比特的频率。测得频率与目标频率之差能帮助我们了解如何调整 $\boldsymbol{S}$ 以尽量减小频率误差。具体而言，我们利用线性磁通串扰关系（式2）和跨蒙能谱（式1），构造出梯度明确定义的代价函数，并使用梯度下降优化器将其最小化。图7展示了校准过程的流程图。

我们注意到，由于目标频率的频率范围受到限制，我们要最小化的代价函数是凸函数。尽管跨蒙能谱具有周期性，我们将目标频率限制在能谱的一部分范围内，使其与上甜点相距至少 100 兆赫（与下甜点的间隔则更大）。在此限制下，假设串扰水平合理且为 $< 10\%$，我们便可排除将测得频率转换为错误的实际磁通值的可能性。

就本文旨在介绍并展示该基于学习的方法的有效性和可扩展性而言，我们并未优化端到端校准时间。提高该校准协议效率的一种方法是迭代地学习串扰矩阵。我们可以轻松修改该协议，以批量学习 $\boldsymbol{S}$。我们不再施加所有电压并测量所有频率，而是可以使用 $m < M$执行大小为m 的训练集，然后将得到的训练 $\boldsymbol{S}$ 用作下一训练集的 $\boldsymbol{S}$ 新估计值。这种批处理方法的优势在于，每次迭代的 $\boldsymbol{S}$ 都会越来越接近最优 $\boldsymbol{S}$。因此，实际的量子比特频率将更接近训练集中的目标频率，这意味着我们只需扫描更小的频率范围即可定位量子比特。由于频率测量是该协议中最耗时的部分，缩短每次测量的时间将加快协议执行速度。

附录 E：串扰模型

对于 16量子比特阵列校准过程的所有模拟，我们使用了本文所讨论的 16量子比特器件的测量磁通串扰矩阵。该器件的串扰矩阵如图 8A所示。我们使用的测量串扰矩阵来自此前的一次降温，但整体串扰矩阵在不同降温过程中变化很小。

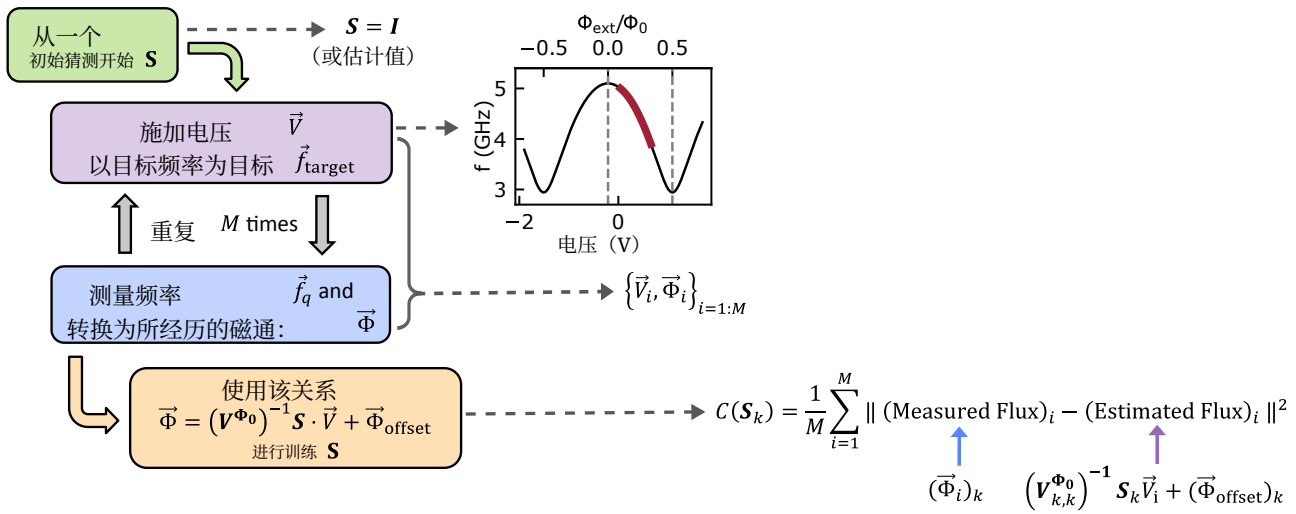

图 7. **基于学习的协议流程图**我们从一个初始的 $\boldsymbol{S}$ 开始，它可以是单位矩阵，也可以是一个估计值。¯我们从甜点偏移一定范围，选择目标频率，范围从 ≈ 100 兆赫到 ≈ 1 吉赫兹，并施加电压 V，使其达到这些频率。我们测量量子比特的频率，并将其转换为实际磁通。重复此过程 M 次后，我们得到一个大小为 M 的训练集，其中包含施加电压与实际磁通组成的数据对。我们利用线性磁通串扰关系，通过梯度下降优化器最小化测量磁通与估计磁通之间的均方误差代价函数 $C(\boldsymbol{S}_k)$，从而训练 $\boldsymbol{S}$ $(\boldsymbol{S}_k)$ 的每一行。最终得到的 $\boldsymbol{S}$ 可将测量磁通与实际磁通之间的差异降至最小。

为了模拟协议扩展性，我们需要一个串扰模型，以生成适用于更大阵列规模的真实串扰矩阵。

一种可能的串扰建模方法，是考察串扰强度与磁通线所在位置和受影响的量子比特之间的欧几里得距离的关系。对于这款16量子比特器件，串扰幅度与欧几里得距离的关系如图 8B所示。

采用这种方式对串扰建模，一个很有说服力的理由是：电流一旦流经局部磁通线，就必须通过超导接地平面流向地面。电流在芯片中经过的路径未知，因此无法建模。不过，我们确实知道，从磁通线末端流出的电流必定会流向芯片边缘。假设以磁通线末端为圆心、 r 为半径画一个圆，那么电流流经圆上任意一点的概率都相同（也就是说，对于长度为 s 的圆弧，其概率为 $s/2\pi r$ ）。因此，我们可以假设，电流流经距磁通线末端 r 的某一点的概率与$1/r$成正比。

我们用带有偏移的 $1/r$ 衰减函数拟合图8B中的曲线：$\frac{1}{ax+1}+c$。该方程是一个 $1/r$ 衰减函数，在*0*时经过（0, 100%） $c=0$。我们得到的拟合值为 $a=178.2$和 $c=0.264$。该模型在定性上很好地拟合了数据，其中最近邻串扰相比于较远距离的串扰略高。

为了生成更大阵列的串扰矩阵，我们使用了这一指数模型。由于我们没有超出16量子比特阵列中最远距离的实验测量数据，因此我们使用16量子比特阵列中所有非对角串扰元素幅值的标准差： $\sigma=0.342$。对于给定的串扰元素 $\boldsymbol{S}_{i,\,j}$ 其中 $i\neq j$，我们计算对应于量子比特 i 与量子比特 j 之间欧几里得距离的串扰水平 ℓ ，然后从正态分布 $\mathcal{N}(\ell,\ \sigma)$中选取 $\boldsymbol{S}_{i,\,j}$的幅值。随后，我们随机将该元素乘以 ±1。

附录 F：频率测量误差来源

我们协议的频率精度受到限制的因素之一，是训练集内在的测量误差。在每次训练集测量中，我们测量每个量子比特的频率，并将其转换为所经历的磁通。因此，该频率测量的准确性会直接影响协议的频率误差平台。

我们已确定频率测量中的三个主要误差来源：光谱测量不准确、未补偿的色散位移以及残余 ZZ 耦合。我们在表II中报告了各误差来源的估计误差。本节将讨论这些估计及其影响。

我们通过光谱学测量量子比特频率。光谱扫描的频率步进为 0.5 兆赫，以便快速扫描每个量子比特的 $f_{\text{target}}\pm30$ 兆赫范围。我们使用洛伦兹线型拟合峰值。为了估计拟合光谱峰值的误差，我们考察了实验中所用大小为 $M=200$ 的初始训练集的拟合不确定性分布。在去除

未找到峰值的离群值后，拟合峰值的平均误差为 118 千赫。我们将光谱测量不准确性导致的估计误差报告为 120 千赫。

由于通过直接电容耦合与最近邻量子比特相互作用，以及通过杂散电容与阵列中的其他量子比特相互作用，量子比特会产生色散频移。在校准磁通串扰之前，我们先表征量子比特之间的耦合，并利用这些耦合强度和测得的每个量子比特的频率，确定各量子比特所经历的色散频移并进行补偿。在实验的初始规模$M = 200$ 训练集中，计算得出的色散频移均值约为 180 千赫。

给定测得的频率 $\vec{f}_{\text{meas.}}$ 和量子比特间耦合矩阵 $\boldsymbol{J}$，我们按以下方式确定未耦合的量子比特频率 $\vec{f}$。 $\vec{f}$ 的元素是在以下情况下量子比特的频率：

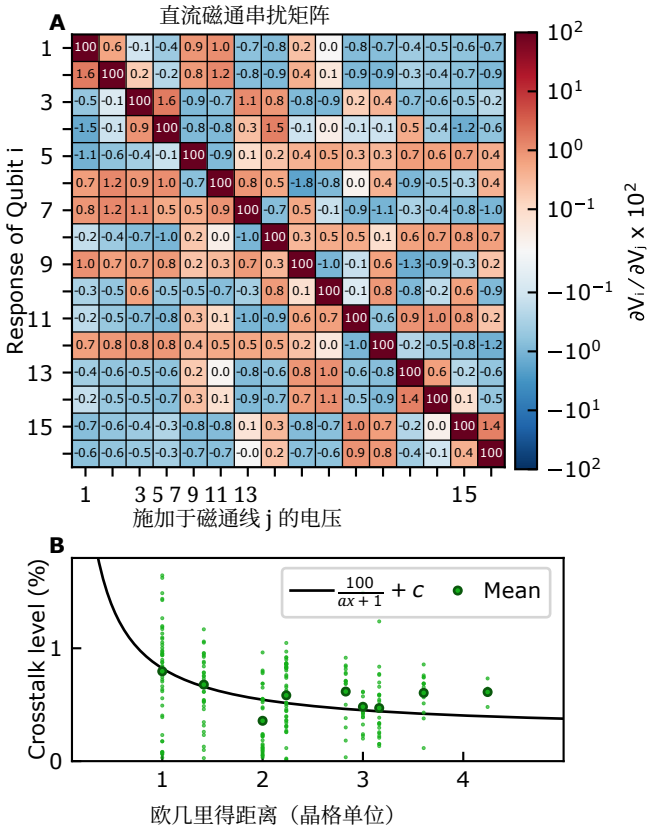

图 8。**直流串扰矩阵（A）**我们实验室中 16 个量子比特倒装芯片器件的测量磁通串扰灵敏度矩阵，经过 100 倍缩放，使每个元素均表示为百分比。非对角串扰水平的平均值为 $< 1\%$。我们利用量子比特 i 与量子比特 j 之间欧几里得距离对应的串扰灵敏度分布$\boldsymbol{S}_{i,\,j}$ 生成用于协议缩放模拟的真实串扰矩阵。**（B）**磁通线与量子比特之间的非对角串扰随欧几里得距离的变化可用由 $\ell = \frac{100}{ax+1} + c$ 定义的 $1/r$ 衰减进行拟合，其中 $a = 178.2$ 和 $c = 0.264$。

误差来源	估计误差
光谱测量不准确性	120 千赫
未补偿色散频移	120 千赫
残余ZZ耦合	230 千赫
总估计值	**280 千赫**

表 II. **频率测量的误差预算** 基于已知的主要不确定性来源。报告的是平均误差估计值。

不存在量子比特间耦合： $\boldsymbol{J} = 0$。因此，我们对矩阵 $\boldsymbol{f} + \boldsymbol{J}$进行对角化，其中 $\boldsymbol{f}$ 是一个对角矩阵，其元素为 $\vec{f}$。这个对角化矩阵的元素，即 $\boldsymbol{f} + \boldsymbol{J}$的特征值，将会是 $\vec{f}_{\text{meas.}}$（不过顺序可能不同）。

为求得 $\vec{f}$，我们首先计算矩阵 $\boldsymbol{f} + \boldsymbol{J}$ 的特征值 λ，并按升序排列。我们使用 Nelder-Mead 优化器最小化代价函数，以此确定 $\vec{f}$：

$$C(\vec{f}) = \left|\left| \vec{\lambda}(\vec{f}) - \vec{f}_{\text{meas.}} \right|\right|^2 \tag{F1}$$

其中， $\vec{\lambda}(\vec{f})$ 和 $\vec{f}_{\text{meas.}}$ 均按升序排列。

该色散频移补偿方案依赖于所表征的 $\boldsymbol{J}$的准确性。实际中，我们不会表征完整的矩阵 $\boldsymbol{J}$，而只测量最近邻和次近邻耦合。不过，阵列中的任意两个量子比特之间都可能存在杂散电容。利用大小为$M = 200$ 的初始训练集中的测得的频率，我们比较使用 $\boldsymbol{J}$ 与使用包含杂散电容的修正 $\boldsymbol{J}'$ 时计算得到的$\vec{f}$。我们将 $\boldsymbol{J}'$ 中超出次近邻范围的元素设为围绕零正态分布的随机数的绝对值，其标准差为 $\sigma \in J \times \{0.01, 0.03, 0.05\}$；其中，$J = 2\pi \times 5.98$ 兆赫是我们器件的平均最近邻耦合。在假设 $\boldsymbol{J}'$为真实耦合矩阵的情况下，相应的平均频率误差为 $\Delta f = 49$，122，164 千赫，对应于$\sigma = 0.01J$，$0.03J$，$0.05J$。因此，我们估计色散频移补偿导致的误差为 120 千赫。在我们的实验条件下，该误差约为平均色散频移补偿量 180 千赫的 67%，这意味着色散频移补偿带来的总体收益很小。

量子比特还存在残余ZZ耦合，这会导致量子比特频率随其相邻量子比特的状态而发生偏移。假设量子比特只有三个能级，则两个量子比特（1 和 2）之间残余ZZ耦合导致的频率偏移为：

$$\Delta\omega_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{(\Delta_{12} + \alpha_1)(\Delta_{12} - \alpha_2)}\, J^2 \tag{F2}$$

其中，α_i 是量子比特 i的非谐性，J是量子比特之间的耦合强度，而 $\Delta_{12} = \omega_1 - \omega_2$ 是量子比特之间的频率失谐 [38, 39]。

根据实验中所用、大小为 $M = 200$ 的训练集测得的频率，我们可以求出最近邻 ZZ 耦合导致的平均频移。我们假设每个非谐性均为非谐性的平均值：$\alpha_i/2\pi = -218.4$兆赫。我们还假设，在我们的器件中，每个最近邻耦合均为最近邻耦合的平均值，即 $J/2\pi = 5.89$兆赫；而未直接电容耦合的量子比特之间的耦合为 0。我们发现，ZZ 耦合导致的频移标准差约为 231 千赫。由于次近邻量子比特之间也存在较强的相互作用，且非最近邻量子比特也会通过杂散电容相互作用，我们认为这一误差估计值（230 千赫）较为保守。

在表II中，我们报告了这些误差来源各自的估计误差，以及总估计误差。我们假设这些误差来源彼此不相关，并通过平方和开根号计算总估计误差。我们估计总平均误差为 280 千赫，低于我们在协议仿真中采用的频率测量不确定性$\sigma_{\text{meas.}} = 0.5$兆赫。其他潜在的频率误差来源更难以表征，例如与相干缺陷的弱耦合导致的小幅频率偏移，或高阶跨蒙能级导致的 ZZ 耦合。基于上述保守的误差预算以及其他潜在误差来源，我们认为 $\sigma_{\text{meas.}} = 0.5$兆赫是本器件频率测量不确定性的合理上限。

附录 G：快速磁通串扰校准

我们可以通过施加直流电压或基带快速磁通脉冲，经由局部磁通线控制量子比特。这些快速磁通脉冲是带有余弦斜坡且不含调制的方波脉冲。本文所述的基于学习的协议也可用于快速磁通串扰校准。图 9 中给出了我们 16 量子比特倒装芯片器件的快速磁通串扰矩阵。我们发现，快速磁通脉冲的非对角串扰水平要小得多，大多数非对角元素的幅值约为 0.01%。非对角直流磁通串扰水平的平均值（图8A）约为 1%，因此快速磁通串扰水平比直流磁通串扰水平小约两个数量级。

为学习每个量子比特的快速磁通串扰，我们使用一个 100 ns 的快速磁通脉冲将该量子比特调谐至目标频率，并通过光谱测量量子比特频率。随后，我们对目标量子比特使用相同的脉冲幅度，通过其他磁通线施加幅度随机的磁通脉冲，并测量目标量子比特频率的变化。我们用于学习快速磁通串扰的训练集包含所施加的电压以及目标量子比特频率的变化矩阵见图 9。

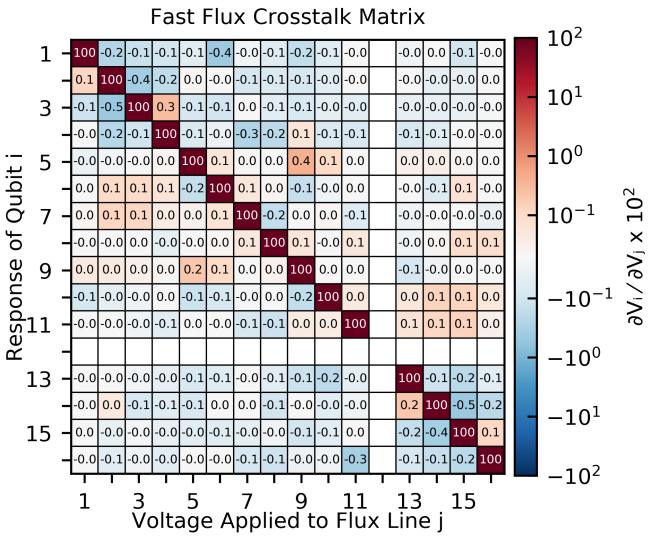

图9。**快速磁通串扰矩阵**针对16量子比特倒装芯片器件测得的快速磁通串扰矩阵，经过100倍缩放，使每个元素均以百分比表示。快速磁通串扰的平均非对角串扰水平约比直流磁通串扰小两个数量级。标记为 ± 0.0 的元素表示幅度为 $< 0.05\%$的串扰百分比。量子比特12的快速磁通微波线路发生故障，因此没有该量子比特的信息。

附录H：单量子比特门保真度

本文报告，在使用大小为 $M = 50$ 的训练集学习磁通串扰矩阵后，我们的 16量子比特器件上的实验中位频率误差为 ≈ 300 千赫。现在，我们讨论这一误差对单量子比特门保真度的影响。

我们希望能够以高保真度将量子比特排列在不同的频率布局中，从而执行量子模拟和/或计算。如果量子比特的频率偏离其目标频率超过10兆赫（正如在学习串扰之前我们的器件所出现的情况），那么量子比特之间的相互作用强度可能会高于或低于预期。需要注意的一点是，在将量子比特设置为某种频率布局后，我们还会进行拉姆齐测量，以进一步校准量子比特的频率（即确保我们驱动量子比特时处于共振状态）。此外，我们还可以针对特定的频率布局重复串扰学习协议，以进一步减小频率误差。

如果我们不对驱动频率进行校准，可以考虑频率误差对单量子比特门保真度的影响。对于 X门，驱动失谐会使有效驱动场偏离 X轴，在 $X - Z$ 平面内倾斜。在图10中，我们可以看到当 $\Delta f \in \{0.1, 0.3, 0.5\}$ 兆赫时，连续施加绕 2π 轴的 X旋转时的幺正保真度，其中

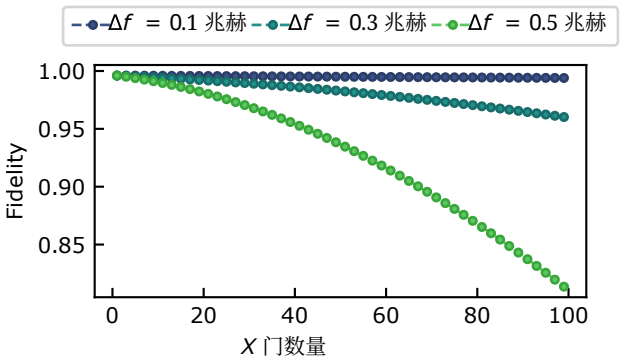

图10。**存在频率误差时的单量子比特门保真度模拟**。先将量子比特制备于激发态，然后在存在频率失谐 Δf 的情况下，依次围绕 X 轴施加 2π 个脉冲。我们假设驱动强度会产生 $\omega_R = 2\pi \cdot 10$ 兆赫的拉比频率。

脉冲振幅对应的拉比频率为$\omega_R = 2\pi \cdot 10$ 兆赫。对于 $\Delta f < 0.3$ 兆赫，连续施加 100 个 2π-X 门后，我们仍能保持超过 95% 的保真度。因此，我们认为 300 千赫是可接受的中位频率误差，尤其是因为我们还可以通过进行拉姆齐测量，或针对特定频率布局学习串扰，进一步减小这一频率误差。

附录I：偏置区域外推

我们使用偏离甜点 100 兆赫至 1 吉赫兹的频率区域来训练串扰矩阵。现在，我们探究在该区域中训练得到的串扰矩阵是否能够外推至其他偏置区域。

在图11中，我们模拟了在不同偏置区域评估时该协议的性能。我们仍使用标准训练区域（偏离甜点 100 兆赫至 1 吉赫兹）来训练串扰矩阵，然后尝试将量子比特频率设定到图11A中标出的 5 个不同偏置区域，并报告频率误差。对于每个偏置区域，我们选择能将每个量子比特置于该偏置区域的频率向量（即所有电压均非零）。需要指出的是，在这些模拟中，我们忽略了实验中通常要求的失谐条件。

在图 11B中，我们可以看到，对于最接近甜点的偏置区域，协议的性能最佳；这是合理的，因为此时施加电压最小。偏置区域距上方甜点越远，协议的性能越差，其中区域 4 和 5 的性能最差，训练集大小为 ≈ 800 千赫时，频率误差中位数分别为 ≈ 850 千赫；训练集大小为 $M = 50$。

在附录H中，我们发现，500 千赫的频率误差会影响门保真度，尤其是在连续门数量超过 20 时

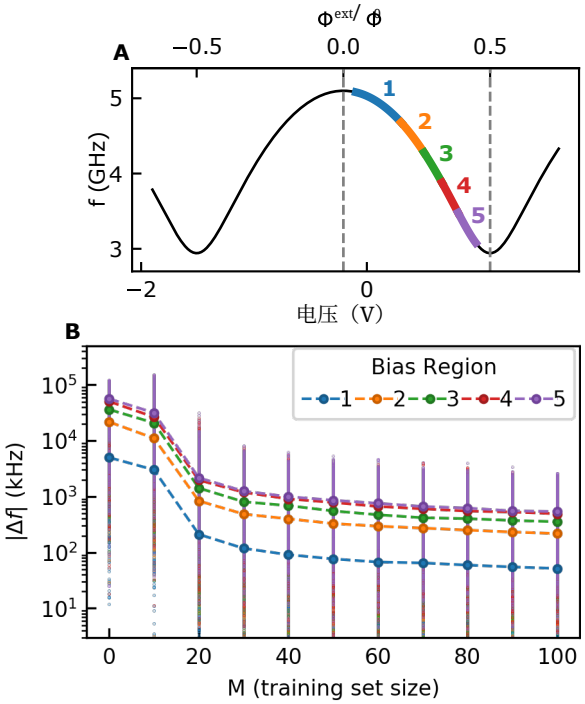

图 11。**其他偏置区域中的频率误差模拟**。通过将量子比特频率随机设置在标准训练区域内来学习串扰矩阵；该区域位于距离甜点 100 兆赫至 1 吉赫的范围内。随后，在 5 个不同的偏置区域中确定量子比特频率设置误差，这些区域在（**A**）中突出显示。我们在每个偏置区域内设定随机频率向量，以评估学习得到的串扰矩阵。在这些模拟中，我们忽略实验中通常使用的失谐条件。在（**B**）中，我们展示了随着训练集大小增加，各偏置区域中频率误差的收敛情况。区域 1 最接近甜点，其频率精度最高；偏置区域距上方甜点越远，频率精度越低。中位数基于 100 次模拟重复计算得出，图中展示了所有数据点。

因此，我们预计，对于量子比特主要位于偏置区域 4 和 5 的频率布局，使用标准训练区域学习得到的串扰矩阵会导致计算性能下降。

不过，我们注意到，这些区域中的频率误差虽然初始误差较高，但其收敛模式与其他区域相同。从这个意义上说，学习得到的串扰矩阵可以外推至不同的偏置区域。此外，我们预计，对于将不同量子比特置于不同偏置区域的频率布局（如图11A所示），其中位数频率误差会介于图11B中的最小误差和最大误差之间。为了提高其他偏置区域中的频率设置精度，我们建议针对所需的特定频率布局或偏置区域重复进行串扰训练。此外，我们还可以进行拉姆齐测量，进一步优化

量子比特频率。

附录 J：单量子比特表征

在进行本文所述的基于学习的协议之前，我们必须先进行单量子比特表征。该协议的一项关键假设是，我们能够准确地将量子比特的SQUID回路所经历的磁通转换为频率。这种转换由跨蒙能谱（式1）描述。对于单个量子比特，该协议依赖于在施加到其磁通线的电压 V 与量子比特的SQUID回路所经历的磁通 Φ_{ext} 之间进行转换的能力。这种转换由$\Phi_{\text{ext}} = V/V^{\Phi_0} + \Phi_{\text{offset}}$描述，其中 V^{Φ_0} 是将量子比特调谐一个磁通量子所需的电压Φ_0，而 Φ_{offset} 是磁通偏置。

我们通过 V^{Φ_0}、 Φ_{offset}、 $f^{\max}$、 d以及 E_C 进行量子比特光谱测量，从而确定这些参数。我们将电压 V在整个调谐范围内扫描（实际上，调谐范围约为 $\pm 0.3V^{\Phi_0}$），并测量量子比特频率。我们使用公式1拟合这条曲线，并代入 $\Phi_{\text{ext}} = V/V^{\Phi_0} + \Phi_{\text{offset}}$，其中 V^{Φ_0}。显然，用于光谱拟合的数据点越多，拟合参数就越精确。我们研究了存在频率测量不确定性时，拟合参数的精度 $\sigma_{\text{meas.}} \in \{0.1, 0.5, 1.0\}$ 兆赫。

在第K节中，我们研究拟合参数误差对基于学习的协议收敛性的影响。从本节的分析（图12）可以看出，每个量子比特只需进行 < 15 次频率测量，就能使拟合参数达到所需精度。

附录 K：误差分析

我们通过模拟研究了系统中的误差对协议有效性的影响。该协议的一个关键假设是，我们可以利用跨蒙能谱，即式 f，在量子比特的频率 Φ 与其 SQUID环路所经历的磁通之间进行转换。式 1中的参数 $f^{\max}$、 d或 E_C 如果存在较大误差，协议将会失效，因为我们将无法准确确定 SQUID 所经历的磁通，从而无法进行训练 $\boldsymbol{S}$ （即无法获得准确的训练集$\{\vec{V}_i, \vec{\Phi}_i^{\text{meas}}\}_{i=1:M}$）。我们注意到，式 1 是一个估计式，这也是实验结果中潜在的误差来源。 不过，我们假设对于所有协议性能模拟而言，跨蒙能谱都是一个精确方程。

我们模拟了16量子比特阵列的校准协议，并改变这些参数的误差标准差，如图所示。13。我们发现，当 $f_{\max}$ 的标准差超过0.5兆赫， d 的标准差超过1%，或 E_C 的标准差超过10%时，该协议便开始失效。

该协议的另一项关键假设是：给定经过优化的串扰矩阵和施加的电压，我们可以准确估计SQUID环路所经历的磁通。这就是线性串扰关系：

$$\vec{\Phi}_{\text{ext}} = (\boldsymbol{V}^{\Phi_0})^{-1}\boldsymbol{S}\vec{V} + \vec{\Phi}_{\text{offset}} \tag{K1}$$

当测得的 $\boldsymbol{V}^{\Phi_0}$ 和 $\vec{\Phi}_{\text{offset}}$存在误差时，该假设将不再成立。$\boldsymbol{V}^{\Phi_0}$ 和 $\vec{\Phi}_{\text{offset}}$中的误差会使代价函数的自变量不准确：

$$C(\boldsymbol{S}_k) = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\left|\left|(\vec{\Phi}_i)_k - \left[(\boldsymbol{V}_{k,k}^{\Phi_0})^{-1}\boldsymbol{S}_k\vec{V}_i + (\vec{\Phi}_{\text{offset}})_k\right]\right|\right|^2 \tag{K2}$$

使我们无法收敛到正确的最小值。

我们模拟了16量子比特阵列的校准协议，同时改变这些参数的误差标准差，如图 14 所示。我们发现，当 $\boldsymbol{V}^{\Phi_0}$ 超过 0.1%，或 $\vec{\Phi}_{\text{offset}}$ 的标准差超过 1% 时，该协议会失效。

附录 L：高效重新校准

基于学习的校准方法的一个优势是，它可以用于高效地重新校准串扰矩阵。采用直接测量方法时，除了重新进行测量之外，没有简单的方法可以重新校准串扰。

我们遵循相同的流程，但使用一个较好的初始猜测 $\boldsymbol{S}$，而不是单位矩阵。这意味着无需额外训练，量子比特频率就已经接近目标值，从而可以进行更精细的光谱扫描，并降低测量不确定性。在图 15 中，我们可以看到，频率误差迅速收敛到图 2 中的误差中位数（灰线，假设 $M = 30$，且测量不确定性为 $=0.5$ 兆赫）。这意味着我们可以使用相同的协议，高效地重新校准串扰矩阵。

附录M：训练 V^{Φ_0} 和 Φ_{offset}

这种基于学习的协议的另一个优点是，它可以用于高效地重新训练 $\boldsymbol{V}^{\Phi_0}$ 和 $\vec{\Phi}_{\text{offset}}$。对于我们的超导器件，直流磁通串扰矩阵在整个降温过程中基本保持不变，而且不同降温过程之间的变化也很小。然而，量子比特的 V^{Φ_0} 和 Φ_{offset}可能会在降温过程中发生漂移。尤其是磁通偏置可能会出现显著漂移。

学习得到 $\boldsymbol{S}$后，我们可以使用相同的基于学习的协议重新训练 $\boldsymbol{V}^{\Phi_0}$ 和 $\vec{\Phi}_{\text{offset}}$。我们可以不在梯度下降优化器中优化 $\boldsymbol{S}$，而是通过最小化 $C(\boldsymbol{V}^{\Phi_0}, \vec{\Phi}_{\text{offset}})$来优化 $\boldsymbol{V}^{\Phi_0}$ 和 $\vec{\Phi}_{\text{offset}}$ 中的一个或两个。

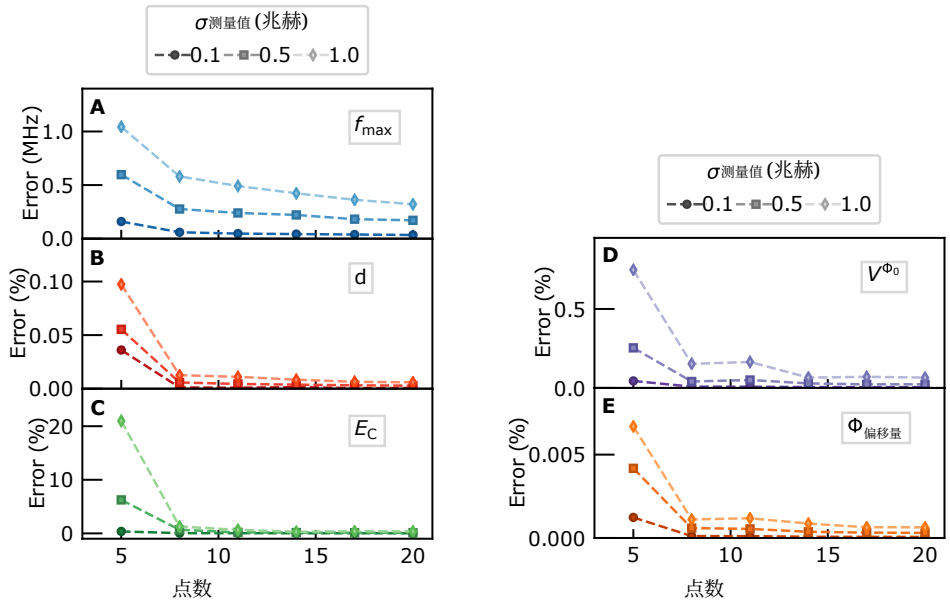

图 12. **跨蒙频谱拟合的灵敏度分析** （A） $f^{\max}$ (兆赫)的平均误差，以及（B） d、（C） E_C、（D） V^{Φ_0}和（E） Φ_{offset}的平均百分比误差，随光谱扫描中数据点数量的变化情况，图中比较了不同频率测量不确定性水平 σ_{meas}。误差约在测量 15 次后收敛。均值是对 50 次模拟重复计算得出的。

附录 N：串扰水平缩放

本文提出的校准方法适用于串扰水平较低至中等的其他系统。我们模拟了一个 16量子比特阵列中协议的收敛情况，同时改变目标串扰矩阵 $\boldsymbol{S}_{\text{target}}$的非对角串扰元素的幅度。对于给定的非对角串扰水平 ℓ，我们将 $\boldsymbol{S}_{\text{target}}$的每个非对角元素随机设为 $\pm\ell$。在每次模拟重复中，这种正负变化的排列都会改变，但其幅度每个非对角元素都保持固定。

我们发现，当非对角串扰水平超过 10% 时，该协议会失效。对于大小为 $M = 100$ 的训练集，串扰矩阵误差中位数（图 16D ）在非对角串扰水平达到 6% 后开始上升。虽然串扰矩阵误差是协议仿真中可能有用的指标，但它无法通过实验测量，因为目标串扰矩阵未知。可通过实验测量的量——频率误差中位数（图 16C）——则在非对角串扰水平达到 10% 后才开始上升。对于串扰水平为$\leq$ 10% 的系统，该协议将能正常运行。

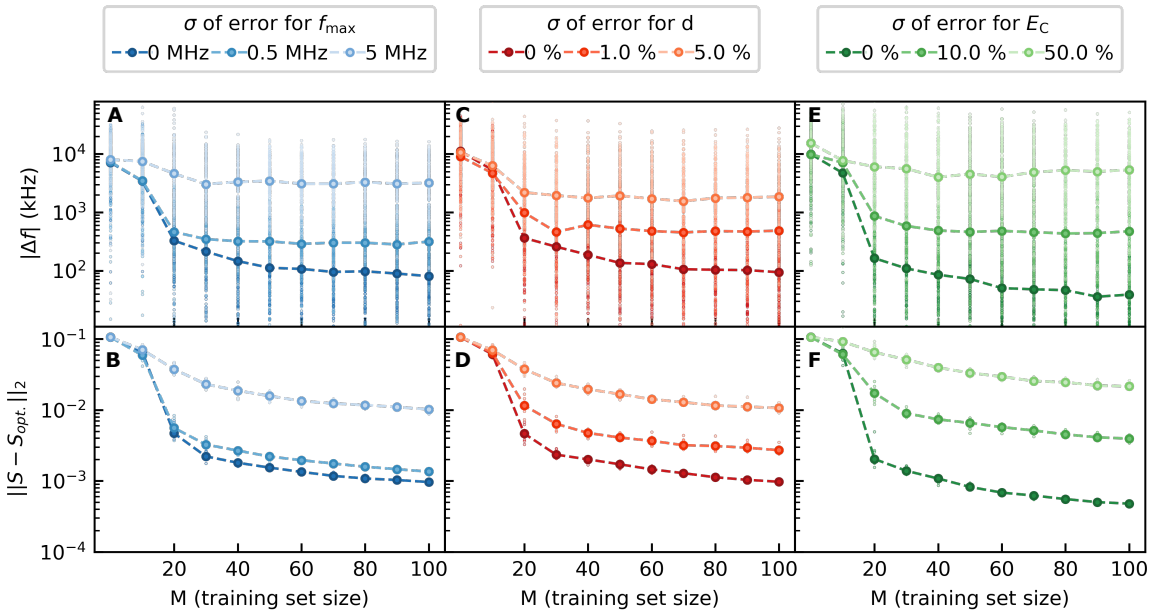

图13。 **跨蒙谱参数误差对串扰精度的影响** 模拟了误差水平不同时协议的收敛情况，其中 $f^{\max}$ **(A,B)**、 d **(C,D)**和 E_c **(E,F)**。频率误差见**(A,C,E)**，训练后的串扰矩阵 $S_{\text{opt.}}$ 与实际串扰矩阵 $\boldsymbol{S}$ 之间的欧几里得范数见**(B,D,F)**。图中以小圆圈表示10种不同随机实现的分布，以大圆圈表示中位数。协议收敛对这些参数中的小误差具有鲁棒性，但在误差较大时会失效。中位数根据10次模拟重复计算，图中显示了所有数据点。模拟采用了0.5 兆赫的频率测量不确定性（见图2）。

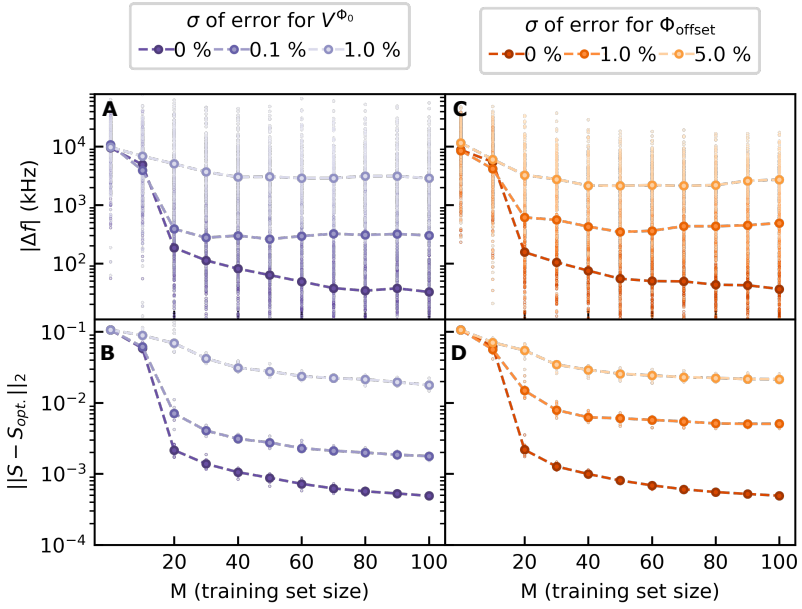

图14。 $\boldsymbol{V^{\Phi_0}}$ **和** $\boldsymbol{\Phi_{\text{offset}}}$ **误差分析** 模拟了误差水平不同时协议的收敛情况，其中 $\boldsymbol{V^{\Phi_0}}$ **(A,B)** 和Φ_{offset} **(C,D)**。频率误差见**(A,C)**，训练后的串扰矩阵 $S_{\text{opt.}}$ 与实际串扰矩阵 $\boldsymbol{S}$ 之间的欧几里得范数见**(B,D)**。图中以小圆圈表示10种不同随机实现的分布，以大圆圈表示中位数。协议收敛对 $\boldsymbol{V^{\Phi_0}}$中的误差尤其敏感，对 Φ_{offset}中的误差也相当敏感。模拟采用了0.5 兆赫的频率测量不确定性（见图2）。

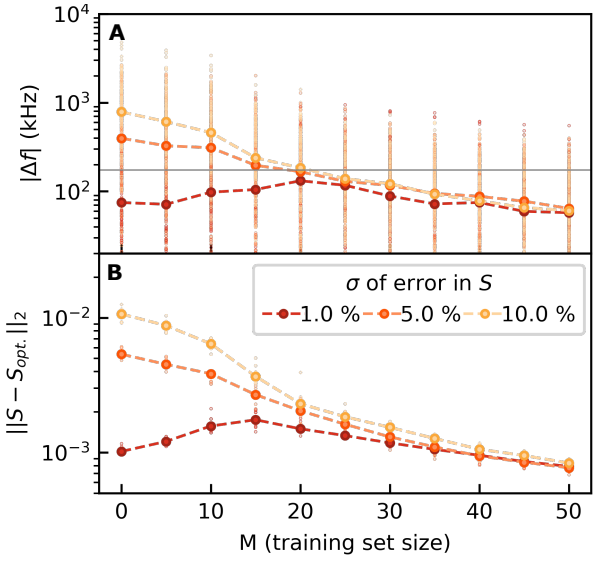

图15。 **串扰矩阵重新校准** 模拟训练开始时所用初始串扰矩阵的非对角估计存在不同误差时协议的收敛情况。图中显示了(**A**) 频率误差中位数，以及(**B**) 训练后的串扰矩阵与实际串扰矩阵之间的欧几里得范数中位数 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{opt.}}$ $\boldsymbol{S}$ 收敛至$M = 20$ 图2中最初训练所得的中位数（灰线，假设 $M = 30$ 且测量不确定性为 $= 0.5$兆赫）。中位数是根据10次模拟重复计算得出的，图中显示了所有数据点。这些模拟采用了0.25兆赫的频率测量不确定性。由于我们已知量子比特的位置，因此可以采用更精细的频率扫描（降低功率，从而减轻功率展宽），进而降低测量不确定性。

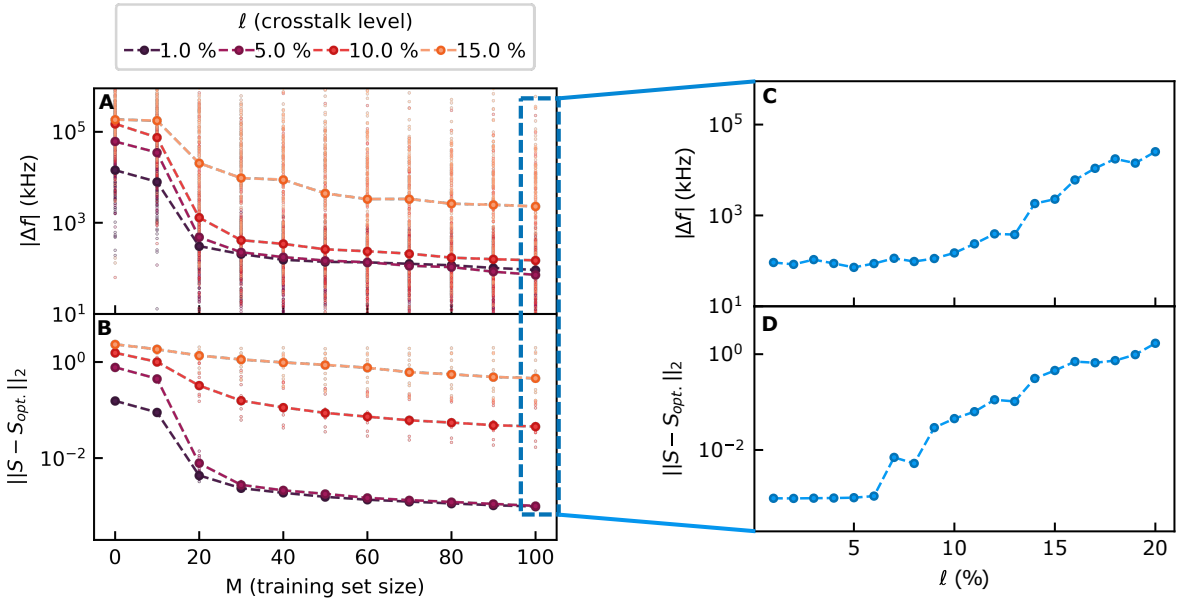

图 16。 **非对角串扰水平** 目标串扰矩阵中不同非对角串扰水平下的协议收敛模拟 $\boldsymbol{S}_{\text{target}}$。中位数频率误差 **（A）**以及训练后的串扰矩阵 $S_{\text{opt.}}$ 与实际串扰矩阵 $\boldsymbol{S}$ **（B）**之间的欧几里得范数中位数在非对角串扰水平超过 10% 时开始无法收敛。对于大小为 $M = 100$的训练集，频率误差中位数 **（C）**和串扰矩阵误差中位数 **（D）**会随着较大非对角串扰水平呈指数增长。中位数基于 10 次模拟重复计算得出，图中显示了所有数据点。这些模拟采用了 0.5 兆赫的频率测量不确定性（见图 2）。