多小区单比特大规模 MIMO 下行链路中的迫零预编码性能分析

Qurrat-Ul-Ain Nadeem 和 Anas Chaaban 工程学院，不列颠哥伦比亚大学，基洛纳，加拿大 电子邮件：{qurrat.nadeem, anas.chaaban}@ubc.ca

arXiv:2303.03517v1 [cs.IT] 6 Mar 2023

摘要——**本研究考察一种多小区大规模多输入多输出（MIMO）系统的下行性能。为降低功耗，该系统在每个基站（BS）的接收和发射射频（RF）链路中均采用一比特模数转换器（ADC）和数模转换器（DAC）。我们利用Bussgang分解，根据量化后的上行训练信号推导每个基站处的最小均方误差（MMSE）信道估计，并推导使用估计信道实现一比特量化零迫（ZF）预编码时可达下行速率的渐近闭式表达式。所推导的表达式明确展示了量化噪声、热噪声、导频污染和干扰的影响，并用于研究单比特 MIMO 系统中的每个基站需要增加多少根天线，才能达到与传统 MIMO 系统相同的性能。数值结果验证了我们的分析，并表明，尽管单比特大规模 MIMO 系统需要更多天线才能达到相同的平均和速率，但其能效高于传统系统，尤其是在采样频率较高时。**索引词——**多小区大规模 MIMO、一比特 ADC 和 DAC、Bussgang分解、迫零预编码、可达速率。**

I. 引言

尽管大规模 MIMO 的优势会随着基站（BS）部署的天线数量 M 而提升，但与有源组件相关的功耗和硬件成本也会随 M 增加。这些有源组件包括功率放大器、连接至每根天线的射频（RF）链路中的模数转换器（ADCs）和数模转换器（DACs）。此外，模数转换器（ADCs）和数模转换器（DACs）的功耗会随其分辨率（以比特计）呈指数增长，并随采样频率 [2], [3], 呈线性增长；商用转换器的分辨率为 12 至 16 比特时，功耗通常达到数瓦量级 [4]。因此，应限制每个模数转换器（ADC）和数模转换器（DAC）的分辨率，以使大规模 MIMO 基站的功耗保持在可接受范围内。

受上述讨论启发，我们将考虑最简单的情形：基站采用一比特模数转换器和数模转换器的一比特大规模 MIMO 蜂窝网络。这些转换器由简单的比较器构成，功耗极低 [4], 。我们将分析利用不完美信道状态信息（CSI）实现的零迫（ZF）预编码下行链路可达速率。研究表明，在采用全分辨率模数转换器和数模转换器的传统大规模多输入多输出下行链路中，最大比传输（MRT）和零迫（ZF）等线性预编码方案的性能可与复杂度高的最优脏纸编码方案相媲美而关于低分辨率模数转换器和数模转换器对其性能的影响，目前鲜有报道。

在此背景下，文献 [6] 和 [7] 分别研究了单小区一比特大规模多输入多输出系统和无小区一比特大规模多输入多输出系统中采用最大比传输预编码和不完美信道状态信息时的可达速率。文献 [3] 的作者在假设完美信道状态信息和单小区条件下，推导了一比特量化零迫预编码下信号质量与量化加干扰加噪声比（SQINR）和符号错误率的渐近解析表达式。最近，文献 [8] 的作者考虑了每个基站配备低分辨率模数转换器和数模转换器的全双工大规模 MIMO 蜂窝网络，并推导了最大比传输预编码下的频谱效率表达式。据我们所知，此前尚未有研究分析不完美信道状态信息下单小区或多小区场景中的一比特量化零迫预编码下行性能。

本文研究了在零迫预编码和不完美 CSI 条件下，多小区一比特大规模 MIMO 系统的下行链路平均和速率性能。分析基于 Bussgang分解 [9]，该分解将非线性量化器操作重新表述为统计等效的线性系统。我们首先根据经一比特模数转换器量化的接收上行训练信号，推导各基站处的最小均方误差（MMSE）信道估计。随后，利用估计的信道状态信息实现零迫预编码并生成发射信号，再通过一比特数模转换器对其进行量化。针对这一设置，我们推导遍历可达下行速率的渐近闭式表达式，并研究一比特量化造成的性能劣化程度。利用所推导的表达式，我们研究一比特蜂窝系统中各基站的天线数与传统蜂窝系统中各基站的天线数之比，该比值是两个系统实现相同平均和速率所需的比例。在低信噪比（SNR）下，该比值为 2。5；而随着天线数增大，对于任意给定的信噪比，该比值会趋近于 1。此外，数值结果表明，尽管一比特系统需要更多天线才能实现相同的和速率，但在采样频率较高时，其能效高于传统系统。

II. 系统模型

我们考虑一个由 $L > 1$ 个小区组成的多小区大规模 MIMO 系统，每个小区配备一个具有 M根天线的基站和 $K \leq M$ 个单

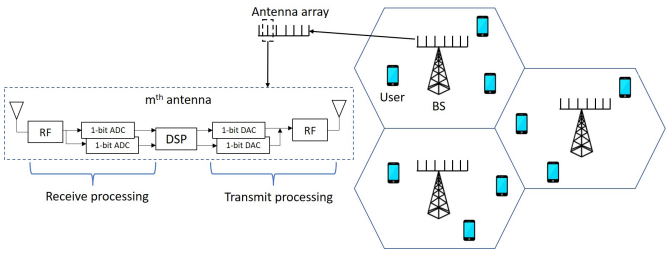

图 1：多小区单比特大规模 MIMO 系统模型。

天线用户。基站 j 希望以 R_{jk} 的速率向小区 j中的用户 k 发送信息。为此，它构造包含符号 $s_{jk} \in \mathbb{C}$ 的码字，并将它们组合成发射信号向量 $\mathbf{x}_j \in \mathbb{C}^{M\times 1}$，表示为 $\mathbf{x}_j = \mathbf{W}_j\mathbf{s}_j$，其中$\mathbf{W}_j \in \mathbb{C}^{M\times K}$ 是基站 j 应用于数据符号向量 $\mathbf{s}_j = [s_{j1},\ldots,s_{jK}]^T \in \mathbb{C}^{K\times 1}$的线性预编码器，后者满足 $\mathbb{E}[\mathbf{s}_j\mathbf{s}_j^H] = \mathbf{I}_K$。如图 1 所示，每个基站的每根天线所配备的射频链都装有一对一比特模数转换器和数模转换器，分别用于信号的实部和虚部。因此，发射信号 $\mathbf{x}_j$ 的实部和虚部会根据信号各分量的符号逐元素转换为单比特表示，然后通过一比特数模转换器转换为模拟信号。基站 j 最终发射的信号表示为

$$\tilde{\mathbf{x}}_j = Q(\mathbf{x}_j) = Q(\mathbf{W}_j\mathbf{s}_j), \tag{1}$$

其中，$Q(.)$ 表示定义如下的一比特量化操作

$$Q(\mathbf{a}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\text{sign}(\Re(\mathbf{a})) + j\frac{1}{\sqrt{2}}\text{sign}(\Im(\mathbf{a})), \tag{2}$$

其中，$\Re(\mathbf{a})$ 和 $\Im(\mathbf{a})$ 分别表示 $\mathbf{a}$ 的实部和虚部，sign(·) 表示其参数的符号。 $\tilde{\mathbf{x}}_j$ 的元素将属于 $\mathcal{R} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{1+j, 1-j, -1+j, -1-j\}$。

小区 j 中所有用户的接收信号表示为

$$\mathbf{y}_j = \sum_{l=1}^{L}\sqrt{\eta_l}\mathbf{H}_{lj}^H\tilde{\mathbf{x}}_l + \mathbf{n}_j, \tag{3}$$

其中，$\mathbf{H}_{lj} = [\mathbf{h}_{lj1},\ldots,\mathbf{h}_{ljK}] \in \mathbb{C}^{M\times K}$、$\mathbf{h}_{ljk} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 表示从基站 l 到小区 j 中用户 k 的信道，$\mathbf{n}_j = [n_{j1},\ldots,n_{jK}]^T \in \mathbb{C}^{K\times 1}$，而 $n_{jk} \sim \mathcal{CN}(0,\sigma^2)$ 表示小区 j 中用户k 的接收噪声。此外，η_l 是为满足基站 l 的平均发射功率约束而选择的归一化常数，表示为$\mathbb{E}[||\sqrt{\eta_l}\tilde{\mathbf{x}}_l||^2] = P_t$。由于根据式（2），$\mathbb{E}[||\tilde{\mathbf{x}}_l||^2] = M$，我们得到 $\eta_l = \frac{P_t}{M}$。信道矩阵 $\mathbf{H}_{lj}$ 建模为

$$\mathbf{H}_{lj} = \mathbf{G}_{lj}\mathbf{D}_{lj}^{1/2}, \tag{4}$$

其中，$\mathbf{G}_{lj} = [\mathbf{g}_{lj1}, \ldots, \mathbf{g}_{ljK}] \in \mathbb{C}^{M\times K}$表示小尺度衰落，而$\mathbf{D}_{lj} = \text{diag}(\beta_{lj1}\ldots, \beta_{ljK}) \in \mathbb{C}^{K\times K}$表示大尺度衰落。$\mathbf{g}_{ljk}$ 的各元素是独立同分布（i.i.d.）的复高斯随机变量，均值为零，方差为一。系数 β_{ljk} 表示信道衰减因子。

下一节将概述基站 j 所执行的信道估计，以获得信道矩阵 $\mathbf{H}_{jj}$ 的估计值 $\mathbf{H}_{jj} = [\mathbf{h}_{jj1}, \ldots\ldots, \mathbf{h}_{jjK}]$ 发送给其小区中的用户。基站需要这些信道状态信息来实施预编码，并构造式（1）中的量化发射信号。本文考虑零迫预编码，该方法以其抑制干扰的能力而闻名，并使用下一节中的信道估计值实现，如$\mathbf{W}_j = \hat{\mathbf{H}}_{jj}(\hat{\mathbf{H}}_{jj}^H\hat{\mathbf{H}}_{jj})^{-1}$。

III. 上行信道估计

基站 j在每个相干块开始时，利用长度为 τ_p 个符号的上行训练阶段，对$\mathbf{H}_{jj} = [\mathbf{h}_{jj1}, \ldots, \mathbf{h}_{jjK}] \in \mathbb{C}^{M\times K}$ 进行估计。在该阶段，小区j 中的 K 个用户发送相互正交的导频序列，记为 $\mathbf{\Phi}_j = [\boldsymbol{\phi}_{j1},\ldots,\boldsymbol{\phi}_{jK}] \in \mathbb{C}^{\tau_p\times K}$，满足 $\mathbf{\Phi}_j^H\mathbf{\Phi}_j = \mathbf{I}_K$。每个小区中的 K 个用户都发送同一组导频序列，因此信道估计会受到导频污染。基站 j接收到的训练信号$\mathbf{Y}_j^p \in \mathbb{C}^{M\times\tau_p}$表示为$\mathbf{Y}_j^p = \sum_{l=1}^{L}\sqrt{\rho_p\tau_p}\mathbf{H}_{jl}\mathbf{\Phi}_l^T + \mathbf{N}_j^p$，其中 ρ_p为上行链路信噪比，$\mathbf{N}_j^p \in \mathbb{C}^{M\times\tau_p}$的各列为独立同分布的$\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_M)$随机变量，表示噪声。接下来，我们将$\mathbf{y}_j^p$写作$\text{vec}(\mathbf{Y}_j^P)$，即

$$\mathbf{y}_j^p = \sum_{l=1}^{L}\bar{\mathbf{\Phi}}_l\mathbf{h}_{jl} + \mathbf{n}_j^p, \tag{5}$$

其中 $\bar{\mathbf{\Phi}}_l = (\mathbf{\Phi}_l \otimes \sqrt{\rho_p\tau_p}\mathbf{I}_M) \in \mathbb{C}^{M\tau_p\times MK}$，$\mathbf{h}_{jl} = \text{vec}(\mathbf{H}_{jl})$，$\mathbf{n}_j^p = \text{vec}(\mathbf{N}_j^p)$，而 $\otimes$ 表示克罗内克积。

如图 1 所示，基站中每根天线的射频链均配备一对一比特模数转换器，分别根据接收信号实部和虚部的符号，将其量化为一比特表示。因此，经过一比特模数转换器后的量化接收训练信号可表示为

$$\mathbf{r}_j^p = Q(\mathbf{y}_j^p) = Q\left(\sum_{l=1}^{L}\bar{\mathbf{\Phi}}_l\mathbf{h}_{jl} + \mathbf{n}_j^p\right), \tag{6}$$

其中 $Q(.)$ 定义见式 (2)，且 $\mathbf{r}_j^p$ 取值为 $\mathcal{R}$。

*A. Bussgang*分解

对训练信号进行量化会引入失真$Q(\mathbf{y}_j^p) - \mathbf{r}_j^p$，该失真与模数转换器的输入 $\mathbf{y}_j^p$ 相关。然而，对于高斯输入，Bussgang定理[9] 允许我们将量化信号分解为量化器输入的线性函数和一个与输入 [4], [5]不相关的失真项。所得的非线性量化操作的线性表示在统计上与数据的二阶矩等价，因此便于进行遍历速率分析。具体而言，式 (6) 中 $\mathbf{r}^p$ 的Bussgang分解为 [4], [6]

$$\mathbf{r}_j^p = \mathbf{A}_j^p\mathbf{y}_j^p + \mathbf{q}_j^p, \tag{7}$$

其中，矩阵 $\mathbf{A}_j^p$是为满足 $\mathbb{E}[\mathbf{y}_j^p\mathbf{q}_j^{pH}] = \mathbf{0}$={$\mathbf{A}_j^p = \mathbf{R}^H_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{r}_j^p}\mathbf{R}^{-1}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p}$ [4]而选取的线性算子，而 $\mathbf{q}_j^p$是不相关的量化器噪声。此外，对于一比特量化和高斯输入，有 $\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\mathbf{H}_j^p\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p{}^{-1/2}$ [9] [10], 10], $\mathbf{R}_{\mathbf{yy}}\text{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}})$，第.....章，由此可得

$$\mathbf{A}_j^p = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\text{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p})^{-1/2}, \tag{8}$$

其中，$\mathbf{R}^{H}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p}$ 是式（5）中$\mathbf{y}_j^p$ 的自协方差矩阵，而 $\mathrm{diag}(\mathbf{C})$ 表示一个对角方阵，其主对角元素与$\mathbf{C}$的主对角元素相等。这里进一步给出$\mathbf{q}_j^p$ 的协方差矩阵；对于一比特量化器，根据反正弦定律可将其写为 [3], [4], [7]

$$\mathbf{R}_{\mathbf{q}_j^p\mathbf{q}_j^p} = \frac{2}{\pi}(\arcsin(\mathbf{B}) + j\arcsin(\mathbf{C})) - \frac{2}{\pi}(\mathbf{B}+j\mathbf{C}), \quad (9)$$

其中 $\mathbf{B} = \mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p})^{-1/2}\Re(\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p})\mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p})^{-1/2}$ 且 $\mathbf{C} = \mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p})^{-1/2}\Im(\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p})\mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p})^{-1/2}$。

接下来，我们利用这些结果完成式 (6) 中量化训练信号的Bussgang分解。将式 (5) 代入式 (7)，可将 Bussgang分解写为

$$\mathbf{r}_j^p = \sum_{l=1}^{L}\mathbf{A}_j^p\bar{\mathbf{\Phi}}_l\mathbf{h}_{jl} + \mathbf{A}_j^p\mathbf{n}_j^p + \mathbf{q}_j^p, \quad (10)$$

其中，为了利用式 (8) 求得 $\mathbf{A}_j^p$，我们将 $\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p}$计算 $\mathbb{E}\left[\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^{pH}\right] = \sum_{l=1}^{L}\bar{\mathbf{\Phi}}_l\mathbf{D}_{jl}\bar{\mathbf{\Phi}}_l^H + M\tau_p\mathbf{D}_{jl} = \mathbf{D}_{jl}\otimes\mathbf{I}_{M\tau_p}$ 为$\mathbf{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}\mathbf{D}\mathbf{I}$，其中 $\mathbf{D}\mathbf{D}\mathbf{I}_M \in \mathbb{C}^{MK\times MK}$ 且 $\mathbf{D}_{jl}$在式 (4) 中定义。$\mathbf{R}_{\mathbf{y}_j^p\mathbf{y}_j^p}$ 的表达式表明，$\mathbf{\Phi}_l$ 的选择会影响线性算子 $\mathbf{A}_j^p$ 以及量化噪声。为了得到 $\mathbf{A}_j^p$ 和信道估计的解析且易于处理的表达式，我们考虑 $\tau_p = K$，并选择 K 维单位矩阵作为每个导频矩阵，与 [6], [7] 中的做法相同。需要指出的是，研究一比特模数转换器下不同 τ_p 和 $\mathbf{\Phi}_l$ 选择对信道估计质量的影响，是一个有趣的研究方向 [4]，但超出了本文的范围。利用 $\mathbf{\Phi}_l = \sqrt{\frac{1}{\sum_{l=1}^{L}K\rho_p\beta_{jlk}+1}}\mathbf{I}_{MK}$，我们得到 $\mathbf{R}_{\mathbf{y}}\mathbf{D}\mathbf{I}$，并将 $\mathbf{A}$计算为

$$\mathbf{A}_j^p = \bar{\mathbf{A}}_j^p\otimes\mathbf{I}_M, \quad (11)$$

其中，$[\bar{\mathbf{A}}_j^p]_{kk} = \bar{a}_{jk} = \sqrt{\frac{2}{\pi\sum_{l=1}^{L}K\rho_p\beta_{jlk}+1}}$是一个对角矩阵，其元素为$\mathbf{A}()$。进一步利用式（）中的$\mathbf{R}_{\mathbf{y}}$，可得

$$\mathbf{R}_{\mathbf{q}_j^p\mathbf{q}_j^p} = \left(1-\frac{2}{\pi}\right)\mathbf{I}_{MK}. \quad (12)$$

至此，完成了量化训练信号$\mathbf{r}_j^p$ 的Bussgang分解，其中式（10）是在式（11）中$\mathbf{A}_j^p$ 的定义下，式（6）的统计等效线性表示。

*B. MMSE*估计

接下来给出基于量化训练信号$\mathbf{r}_j^p$，在基站 j处对信道向量$\mathbf{h}_{jj}$ 的MMSE估计。

引理 1：基站利用式（）中的量化训练信号估计$\mathbf{h}_{jj}$，如下所示

$$\hat{\mathbf{h}}_{jj} = \sqrt{\rho_p K}\bar{\mathbf{D}}_{jj}\mathbf{A}_j^{pH}\mathbf{r}_j^p \quad (13)$$

其中，$\bar{\mathbf{D}}_{jj} = \mathbf{D}_{jj}\otimes\mathbf{I}_M$，且$\mathbf{A}_j^p$ 定义见式（11）。

证明：该证明可通过应用 MMSE估计 的标准定义 [7, 公式 (14)] 得出。■

尽管由于$\mathbf{q}_j^p$ 中出现的量化噪声$\mathbf{r}_j^p$，式 (13) 中的信道估计通常并非高斯分布，但在假设 M 足够大的情况下，我们可以利用克拉默中心极限定理 [4], [6], [11]将其近似为高斯分布。因此，我们认为信道估计服从 $\hat{\mathbf{h}}_{jj} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}_{jj}\hat{\mathbf{h}}_{jj}})$，其中估计值的协方差矩阵$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}_{jj}\hat{\mathbf{h}}_{jj}}$定义为$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}_{jj}\hat{\mathbf{h}}_{jj}} = \mathbf{T}_{jj}\otimes\mathbf{I}_M$，其中$\mathbf{T}_{jj}$是一个对角矩阵，其元素为

$$[\mathbf{T}_{jj}]_{k,k} = t_{jjk} = \frac{2\beta_{jjk}^2\rho_p K}{\pi(\sum_{l=1}^{L}K\rho_p\beta_{jlk}+1)}. \quad (14)$$

根据 MMSE估计 的正交性，信道估计与定义为 $\mathbf{h}_{jj} = \hat{\mathbf{h}}_{jj} + \tilde{\mathbf{h}}_{jj}$ 的估计误差不相关，且 $\tilde{\mathbf{h}}_{jj} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \bar{\mathbf{D}}_{jj} - \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}_{jj}\hat{\mathbf{h}}_{jj}})$。

为便于分析，我们可以从 (13) 中提取基站 j到小区 j内用户 k的信道估计，记为 $\hat{\mathbf{h}}_{jjk} = \sqrt{\rho_p K\beta_{jjk}}\bar{a}_{jk}\mathbf{r}_{jk}^p = \sum_{l=1}^{L}\sqrt{\rho_p K\bar{a}_{jk}\beta_{jlk}}+\mathbf{r}_{jk}^p$，其中 $\mathbf{r}_{jk}^p + \mathbf{r}_{jk}^p + \mathbf{r}_{jk}^p + \mathbf{r}_{jk}^p$ $k-1$ $M+1$ $\mathbf{n}\mathbf{q}$，而 $\mathbf{n}$ 和 $\mathbf{q}$ 是分别包含 $\mathbf{n}_j^p$ 和 $\mathbf{q}_j^p$ 的 ( ) 到 kM 个元素的向量。因此可得 $\hat{\mathbf{h}}_{jjk} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, t_{jjk}\mathbf{I}_M)$，其中 t_{jjk} 在 (14) 中定义；且 $\tilde{\mathbf{h}}_{jjk} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \tilde{t}_{jjk}\mathbf{I}_M)$，其中 $\tilde{t}_{jjk} = \beta_{jjk} - t_{jjk}$。

推论*1*：当基站配备全分辨率（FR）模数转换器时，基站 j 到小区 j 中的用户 k 的信道估计为

$$\hat{\mathbf{h}}_{jjk}^{\mathrm{FR}} = \sqrt{\rho_p K}\beta_{jjk}\mathbf{r}_{jk}^p \quad (15)$$

其中 $\mathbf{r}_{jk}^p = \sum_{l=1}^{L}\sqrt{\rho_p K\beta_{jlk}}+\mathbf{r}_{jk}^p$ $\hat{\mathbf{h}}_{jjk}^{\mathrm{FR}}\sim\mathbf{h}\mathbf{n}$。由此可得 $\hat{\mathbf{h}}(, \mathcal{CN}\mathbf{0} t_{jjk}^{\mathrm{FR}} M \hat{\mathbf{h}}_{jjk}^{\mathrm{FR}}\sim\mathbf{I})$，其中 $t_{jjk}^{\mathrm{FR}} = \frac{\beta_{jjk}^2\rho_p K}{\sum_{l=1}^{L}K\rho_p\beta_{jlk}+1}$；以及 $\mathbf{h}(, \tilde{t}_{jjk}^{\mathrm{FR}}\mathbf{I}_M)$，其中 $\tilde{t}_{jjk}^{\mathrm{FR}} = \beta_{jjk} - t_{jjk}^{\mathrm{FR}}$。

证明：该推论可由 [1,第 II-C 节]得出。不难看出 $t_{jjk} = \frac{2}{\pi}t_{jjk}^{\mathrm{FR}}$，因此 $\tilde{t}_{jjk} > \tilde{t}_{jjk}^{\mathrm{FR}}$。因此，在基站的射频链中使用一比特模数转换器会降低信道估计的准确性，进而降低系统性能。■

IV. 下行链路可达速率分析

本节分析采用一比特量化零迫预编码时的遍历可达下行速率。

A. 发射信号的 *Bussgang* 分解

我们再次利用 Bussgang分解，对式 (1) 中的量化发射信号进行线性表示。尽管$\mathbf{x}_j = \mathbf{W}_j\mathbf{s}_j$的各个元素（它是式 (1) 中量化器的输入）不一定服从高斯分布，但$\mathbf{x}_j$ 的每个元素都是由向量$\mathbf{s}_j$ 中 K个独立同分布元素的线性组合形成的，因此当 K [3]较大时，可根据克拉默中心极限定理 [11] 将其近似为高斯分布 [6]。因此，我们应用 Bussgang 定理，将式 (1) 中的量化信号分解为量化器输入$\mathbf{x}_j$ 的线性函数，以及与输入不相关的量化噪声项$\mathbf{q}_j$，如下所示： [3], [6], [5, 定理 2]

$$\tilde{\mathbf{x}}_j = Q(\mathbf{x}_j) = \mathbf{A}_j\mathbf{x}_j + \mathbf{q}_j, \quad (16)$$

其中 $\mathbf{A}_j = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j} - \mathbf{x}_j\mathbf{x}_j)^{-1/2}$，$\mathbb{E}_{\mathbf{s}_j}[\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j^H] = \mathbb{E}_{\mathbf{s}_j}[\mathbf{W}_j\mathbf{s}_j\mathbf{s}_j^H\mathbf{W}_j^H] = \mathbf{W}_j\mathbf{W}_j^H$ [5, 推论3]。此外，利用反正弦定律，可得 $\mathbf{q}_j$ 的自协方差矩阵为 $\mathbf{R}_{\mathbf{q}_j\mathbf{q}_j} = \frac{2}{\pi}(\arcsin(\bar{\mathbf{B}}) + j\arcsin(\bar{\mathbf{C}})) - \frac{2}{\pi}(\bar{\mathbf{B}} + j\bar{\mathbf{C}})$，其中 $\bar{\mathbf{B}} = \mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j})^{-1/2}\Re(\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j})\mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j})^{-1/2}$ 且 $\bar{\mathbf{C}} = \mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j})^{-1/2}\Im(\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j})\mathrm{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j})^{-1/2}$ [5], [7]。接下来，我们将 $\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j} = \mathbf{W}_j\mathbf{W}_j^H$近似为一个确定性

量，并在零迫预编码下求出$\mathbf{A}_j$，以完成式（16）中的Bussgang分解。

引理 *2*：在零迫预编码下，对于较大的 (M,K) 值，使得比值 $M/K=c<\infty$，式 (1) 中量化发射信号的 Bussgang 分解为

$$\tilde{\mathbf{x}}_j=\mathbf{A}_j\mathbf{W}_j\mathbf{s}_j+\mathbf{q}_j \tag{17}$$

其中 $\mathbf{A}_j=\sqrt{\frac{2K(c-1)^2}{\pi\zeta_j}}M$，$\mathbf{q}_j$，$\zeta_j=\mathbf{I}$、$\mathbf{R}_{\mathbf{q}}\mathbf{I}$，且 $\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{t_{jjk}}$，$1-$，其中定义见引理。

证明：我们利用 [3, (34)] 在零迫预编码下对$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j}=\mathbf{W}_j\mathbf{W}_j^H=\hat{\mathbf{H}}_j(\hat{\mathbf{H}}_j^H\hat{\mathbf{H}}_j)^{-2}\hat{\mathbf{H}}_j^H$进行渐近近似；该近似在中等系统规模下也非常精确，并用其计算$\mathbf{A}_j$和$\mathbf{R}_{\mathbf{q}_j\mathbf{q}_j}$。 ■

B. 可达速率

现在，我们概述用户的可达速率，并分别针对一比特和传统大规模 MIMO 设置推导其闭式表达式。为此，我们利用式（17）中 $\tilde{\mathbf{x}}_j$ 的分解，使用（ ）将小区中的用户 k j 3 $y_{jk}=\sum_{l=1}^{L}\sqrt{\eta_l}\ \mathbf{h}_{ljk}^H\ l\ \ l\ l+$ 的接 $\sum_{l=1}^{L}\sqrt{\eta_l}\ \mathbf{h}_{ljk}^H\ l+n_{jk}$ 收信号写为 $\mathbf{hAWshq}$。由于用户没有信道估计，我们基于 [12], 中提出的技术给出遍历可达速率，该技术利用了以下事实：由于信道硬化，小区 j 中用户 k 的有效信道$\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}$ 会在 M 增大时趋近于其平均值 $\mathbb{E}[\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}]$。因此，在渐近条件下，每个用户只需拥有统计信道状态信息（即知道 $\mathbb{E}[\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}]$）即可。接下来，主要思路是将 y_{jk} 分解为

$$y_{jk}=\underbrace{\sqrt{\eta_j}\mathbb{E}[\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}]s_{jk}}_{\text{Desired signal}}+\underbrace{\sqrt{\eta_j}(\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}-\mathbb{E}[\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}])s_{jk}}_{\text{Channel gain uncertainty}}$$
$$+\underbrace{\sum_{(l,m)\neq(j,k)}\sqrt{\eta_l}\mathbf{h}_{ljk}^H\mathbf{A}_l\mathbf{w}_{lm}s_{lm}}_{\text{Inter-user interference}}+\underbrace{\sum_{l=1}^{L}\sqrt{\eta_l}\mathbf{h}_{ljk}^H\mathbf{q}_l}_{\text{Quantization noise}}+\underbrace{n_{jk}}_{\text{Thermal noise}} \tag{18}$$

并假设用户 k 在小区 j中能够完美获知平均有效信道 $\mathbb{E}[\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}]$。将式 (18) 中最后四项之和视为有效加性噪声。将该噪声视为不相关高斯噪声，这是一种最坏情况假设；据此，用户 k 在小区 j 中的遍历速率可达 [12, 定理 1]

$$R_{jk}=\log_2(1+\gamma_{jk}) \tag{19}$$

其中，γ_{jk} 是根据式 (18) 得到的相应信号质量与干扰加噪声比，表示为

$$\gamma_{jk}=\frac{\mathrm{DS}_{jk}}{\mathrm{CU}_{jk}+\mathrm{QN}_{jk}+\mathrm{IUI}_{jk}+\mathrm{TN}_{jk}} \tag{20}$$

其中，$\mathrm{DS}_{jk}=\eta_j|\mathbb{E}[\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}]|^2$ 表示期望信号的平均功率，$\mathrm{CU}_{jk}=\eta_j\mathrm{Var}[\mathbf{h}_{jjk}^H\mathbf{A}_j\mathbf{w}_{jk}]$ 表示平均信道增益不确定性功率，QN_{jk} $\sum_{l=1}^{L}\eta_l\mathbb{E}[\ \mathbf{h}_{ljk}^H\ \ \mathbf{q}_l\ l\ \ l_{jk}]$ $\mathbf{hC_qh}$表示平均量化噪声功率，$\mathrm{IUI}_{jk}=\sum_{(l,m)\neq(j,k)}\eta_l\mathbb{E}[|\mathbf{h}_{ljk}^H\mathbf{A}_l\mathbf{w}_{lm}|^2]$ 表示平均用户间干扰功率，而$\mathrm{TN}_{jk}=\sigma^2$ 表示热噪声功率。因此，平均和速率可表示为

$$R_{\mathrm{sum}}=\sum_{j=1}^{L}\sum_{k=1}^{K}R_{jk}. \tag{21}$$

请注意，式（19）中遍历可达下行速率和式（20）中信号质量与干扰加噪声比的这些定义，将用于第五节基于蒙特卡洛仿真的性能评估。为了深入揭示一比特量化对平均和速率的影响，我们以闭式形式推导式（20）中的期望值，从而得到式（19）的解析表达式，具体见下述定理。

定理 *1*：考虑一个基站配备一比特模数转换器和数模转换器的一比特大规模 MIMO 蜂窝网络。那么，在采用迫零预编码且 (M,K) 足够大、使得$\frac{M}{K}=c$有限的情况下，用户 k 在小区 j 中的式 (19) 所示遍历可达速率和式 (20) 所示信号质量与干扰加噪声比可表示为闭式形式：

$$R_{jk}^{\mathrm{one}}=\log_2(1+\gamma_{jk}^{\mathrm{one}}), \tag{22}$$

$$\gamma_{jk}^{\mathrm{one}}=\frac{1}{\overline{\mathrm{CU}}_{jk}^{\mathrm{one}}+\overline{\mathrm{QN}}_{jk}^{\mathrm{one}}+\overline{\mathrm{IUI}}_{jk}^{\mathrm{one}}+\overline{\mathrm{PC}}_{jk}^{\mathrm{one}}+\overline{\mathrm{TN}}_{jk}^{\mathrm{one}}}, \tag{23}$$

其中，$\overline{\mathrm{CU}}_{jk}^{\mathrm{one}}=\frac{\beta_{jjk}-t_{jjk}}{M-K}()t_{jjk}$是归一化平均信道增益不确定性功率，$\mathrm{QN}_{jk}^{\mathrm{one}}=\sum_{l=1}^{L}\left(1-\frac{2}{\pi}\right)\frac{\pi M\beta_{ljk}\zeta_j}{2K\ c-1^2}()$是归一化平均量化噪声功率，$\mathrm{IUI}_{jk}^{\mathrm{one}}=\sum_{m\neq k}^{K}(\beta_{jjk}-t_{jjk})$ $\frac{t_{jjm}}{M-K}$ $+()$ $\sum_{l\neq j}^{L}\zeta_j\beta_{ljk}$ $\sum_{l\neq j}^{L}\zeta_l t_{llk}$ $\frac{M-K}{t_{llk}\beta_{ljk}}\left(1-\frac{t_{llk}\beta_{ljk}}{\beta_{llk}^2}\right)$ $+\sum_{l\neq j}^{L}\sum_{m\neq k}^{K}\zeta_l t_{llm}$ $()$ $()$是归一化平均用户间干扰功率，$\mathrm{PC}_{jk}^{\mathrm{one}}=\sum_{l\neq j}^{L}\frac{\zeta_j\beta_{ljk}^2}{\zeta_l\beta_{llk}^2}$是归一化平均导频污染功率，而$\mathrm{TN}_{jk}^{\mathrm{one}}=\frac{\pi M\sigma^2\zeta_j}{2KP_t\ c-1^2}$ $()$是归一化平均热噪声功率（均以平均期望信号功率归一化）。

证明：通过使用 $\mathbf{A}_j=\sqrt{\frac{2K(c-1)^2}{\pi\zeta_j}}\mathbf{I}_M$，$\eta_j=\frac{P_t}{M}$ 4 1,、式（）中的信道、引理 $\mathbf{H}_{jj}^H\mathbf{W}_j=\mathbf{I}_K+\tilde{\mathbf{H}}_{jj}^H\mathbf{W}_j$中的估计值，以及以下观察结果，可以计算式（20）中的各项：由于导频污染，基站 l 处用户 k（位于小区 l）的信道估计值与用户 k（位于小区 j）的信道估计值相关。所得表达式分母中的所有项均除以 DS_{jk}的表达式，并分别表示为 CU_{jk}、QN_{jk}、IUI_{jk}、PC_{jk}和 TN_{jk}。 ■

接下来，我们给出传统大规模多输入多输出网络中式（19）可达速率的闭式表达式。

推论 *2*：考虑采用全分辨率模数转换器和数模转换器的传统大规模 MIMO 蜂窝网络。在迫零预编码下，式（19）中的遍历速率 R_{jk} 以及用户 k（位于小区 j）对应的信干噪比 γ_{jk} 可表示为以下闭式形式：

$$R_{jk}^{\mathrm{conv}}=\log_2(1+\gamma_{jk}^{\mathrm{conv}}), \tag{24}$$

$$\gamma_{jk}^{\mathrm{conv}}=\frac{1}{\overline{\mathrm{CU}}_{jk}^{\mathrm{conv}}+\overline{\mathrm{IUI}}_{jk}^{\mathrm{conv}}+\overline{\mathrm{PC}}_{jk}^{\mathrm{conv}}+\overline{\mathrm{TN}}_{jk}^{\mathrm{conv}}}, \tag{25}$$

where $\overline{\mathrm{CU}}_{jk}^{\mathrm{conv}}=\frac{\beta_{jjk}-t_{jjk}^{\mathrm{FR}}}{(M-K)t_{jjk}^{\mathrm{FR}}}$, $\overline{\mathrm{IUI}}_{jk}^{\mathrm{conv}}=\sum_{m\neq k}^{K}\frac{(\beta_{jjk}-t_{jjk}^{\mathrm{FR}})}{t_{jjm}^{\mathrm{FR}}(M-K)}+\sum_{l\neq j}^{L}\sum_{m\neq k}^{K}\frac{\zeta_j^{\mathrm{FR}}\beta_{ljk}}{\zeta_l^{\mathrm{FR}}t_{llm}^{\mathrm{FR}}(M-K)}+\sum_{l\neq j}^{L}\frac{\zeta_j^{\mathrm{FR}}\beta_{ljk}}{\zeta_l^{\mathrm{FR}}t_{llk}^{\mathrm{FR}}(M-K)}\left(1-\frac{t_{llk}^{\mathrm{FR}}\beta_{ljk}}{\beta_{llk}^2}\right)$, $\overline{\mathrm{PC}}_{jk}^{\mathrm{conv}}=\sum_{l\neq j}^{L}\frac{\zeta_j^{\mathrm{FR}}\beta_{ljk}^2}{\zeta_l^{\mathrm{FR}}\beta_{llk}^2}$, and $\overline{\mathrm{TN}}_{jk}^{\mathrm{conv}}=\frac{\sigma^2K\zeta_j^{\mathrm{FR}}}{P_t(M-K)}$, with t_{jjk}^{FR} defined in Corollary 1 and $\zeta_j^{\mathrm{FR}}=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{t_{jjk}^{\mathrm{FR}}}$.

比较定理 1 和推论 2 中的结果可知，使用一比特模数转换器和数模转换器不仅会引入

一项量化噪声项 QN_{jk} in γ_{jk}，还会增大噪声项和干扰项，如 $\mathrm{TN}_{jk}^{\mathrm{one}}$ $\mathrm{TN}_{jk}^{\mathrm{conv}}$ $=$ ()、$\mathrm{CUCU}_{jk}^{\mathrm{one}}$ $\frac{\pi^2 M}{4K}$ c_{jk}^{conv} $=$ $\frac{\pi^2}{2}$ $\left(\frac{\beta_{jjk}^2 - \frac{2}{\pi} t_{jjk}^{\mathrm{FR}}}{\beta_{jjk} - t_{jjk}^{\mathrm{FR}}}\right) > \frac{\pi}{2}$ 和 $\mathrm{IUIIUI}_{jk}^{\mathrm{conv}}$ $=$ ()IUI( ) FRFR( ) $\frac{M-K}{\pi^2}$ $\frac{\mathrm{conv}_{jk} + \sum_{m\neq k}^{K} 1 - \frac{2}{\pi} t_{jjk}}{t_{jjm} + \sum_{l\neq j} 1 - \frac{2}{\pi} \frac{\zeta_j}{\zeta_l} \frac{\beta_{ljk}^2}{\beta_{llk}^2}}$ $-$ $\mathrm{FRFR}(M-K)\mathrm{IUI}_{jk}^{\mathrm{conv}}$ $> \frac{\pi}{2}$，因此在定理 1 的设定下速率有所降低。有趣的是，导频污染与期望信号能量之比不受一比特量化的影响，即 $\mathrm{PC}_{jk}^{\mathrm{one}} = \mathrm{PC}_{jk}^{\mathrm{conv}}$。

最后，我们证明，在定理 1 和推论 2 中考虑的两种设置下，随着 $M \to \infty$，而其他变量保持不变，性能会收敛到相同的极限。

推论3：上述两种设置下的遍历可达下行速率均随着 $R_{jk} \xrightarrow[M\to\infty]{} R_{jk}^{\infty}$ 收敛，其中 $R_{jk}^{\infty} = \log_2\left(1 + \frac{1}{\mathrm{PC}_{jk}}\right)$，$\mathrm{PC}_{jk} = \sum_{l\neq j}^{L} \frac{\bar{\zeta}_j \beta_{ljk}^2}{\bar{\zeta}_l \beta_{llk}^2}$ 表示平均导频污染功率与平均期望信号功率之比，$\bar{\zeta}_j = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{c_{jjk}}$，且 $c_{jjk} = \frac{\beta_{jjk}^2}{\sum_{l=1}^{L} K\rho_p \beta_{jlk} + 1}$。

因此，随着 $M \to \infty$，信道不确定性、量化噪声、热噪声和干扰的影响都会消失，而在这两种设置下，导频污染仍是唯一的性能限制。这也意味着，在一位量化大规模 MIMO 网络中，采用配备低功耗一比特模数转换器和数模转换器的更多天线，可以补偿量化噪声，并接近下文将要研究的传统大规模 MIMO 的性能。

C. 单比特 *MIMO* 需要增加多少天线?

我们将每个基站的天线数以及单比特和传统蜂窝系统的可实现平均和速率分别表示为（M^{one}，$R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{one}}$）和（$M_{\mathrm{conv}}$，$R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{conv}}$）。本节旨在研究比值 $\kappa = \frac{M^{\mathrm{one}}}{M^{\mathrm{conv}}}$：对于具有 M^{conv} 根天线的传统大规模 MIMO 系统，单比特大规模 MIMO 系统需要该比值才能达到相同的平均和速率。在低信噪比区域，即 $\frac{P_t}{\sigma^2}$ 较小时，我们可以显式得到 κ，如下所示。

推论4：在低信噪比值下，单比特大规模 MIMO 蜂窝系统要达到每个基站配备 M^{conv} 根天线的传统大规模 MIMO 蜂窝系统的平均和速率，所需的比值 κ 为 $\kappa = \frac{M^{\mathrm{one}}}{M^{\mathrm{conv}}} \approx \frac{\pi^2}{4} \approx 2.5$。

证明：通过对较小 $\frac{P_t}{\sigma^2}$ 下的（23）和（25）进行化简，并求出能够保证 $R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{one}} = R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{conv}}$ 的 κ，即可得到证明。 ■

虽然在中高信噪比值下无法得到 κ 的闭式表达式，但我们将通过在区间$[1,\infty$上进行简单搜索，在仿真中以数值方式求得它，从而保证 $R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{one}} = R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{conv}}$，并观察到在 M^{conv}取中等值时，它为 > 2.5。这是因为随着信噪比的增加，量化噪声项开始在 $\gamma_{jk}^{\mathrm{one}}$中发挥作用，同时信道增益不确定性项和用户间干扰项也逐渐占据主导地位，并且在单比特实现下显著增大。这导致在单比特MIMO设置中，可实现的平均和速率总体下降幅度更大，因此需要更高的 κ 来补偿这一影响并达到$R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{conv}}$。然而，随着 M^{conv} 增大到更大的数值，κ会减小并趋近于1，具体如下所述。

注1：由于 M收敛于$\to \infty$，$\kappa = M^{\mathrm{one}}/M$收敛于$\to 1$，这是因为如推论3所示，$R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{one}}$和 $R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{conv}}$都收敛于 $\sum_{l=1}^{L}\sum_{j=1}^{K} R_{jk}^{\infty}$。因此，随着天线阵列规模增大，一比特量化的影响会减小。

V. 仿真结果

我们考虑 $L = 4$ 个小区（除非图中另有说明），基站的笛卡尔坐标设为 (0，0，0)、(525，0，0)、(0，525，0) 和 (525，525，0)（单位：米）。每个小区的基站配备 M 根天线，为均匀分布在其周围半径为 250 米圆周上的 K 个用户提供服务 [1]。此外，$\sigma^2 = -80\mathrm{dBm}$，$\rho_p = \frac{1}{\sigma^2}$、$\beta_{jlk} = \frac{10^{-3}}{d_{jlk}^{\alpha}}$、$\alpha = 3$，且 d_{jlk} 表示小区 l中基站 j 与用户 k 之间的距离。

我们首先在图 2 中验证可达速率的闭式表达式，其中绘制了每个用户的和遍历速率，表示为 $\frac{1}{KL} R_{\mathrm{sum}}$。理论（Th）结果分别使用定理 1 和推论 2 中针对一比特和传统大规模多输入多输出场景的 R_{jk} 表达式绘制。蒙特卡罗（MC）仿真曲线则通过计算两种场景下 (19) 中的 R_{jk} 绘制。可以看到，即使系统维度适中，MC 仿真结果与理论结果也完全吻合。正如预期的那样，使用一比特模数转换器和数模转换器会导致性能下降，且小区数量越少，下降越显著。这是因为当 $L = 2$时，与小区间干扰相比，小区内干扰变得明显，而传统零迫预编码比一比特量化零迫预编码更能有效抑制这种干扰。

接下来，在图3中，我们绘制了一比特和传统大规模 MIMO 系统中每用户平均和速率随 M 变化的曲线。对于 $M = 800$，一比特量化和传统迫零预编码分别达到推论3所述渐近平均和速率的73%和88%。随着 M增加，两种设置之间的性能差距逐渐缩小，这表明随着 $M \to \infty$，量化的影响越来越小。此外，要达到3bps/Hz的速率，一比特系统的每个基站应配置$M^{\mathrm{one}} = 540$ 根天线，而传统系统的每个基站配置 $M^{\mathrm{conv}} = 150$ 根天线即可，这表明 $\kappa = \frac{M^{\mathrm{one}}}{M^{\mathrm{conv}}} = 3.6$。

图4进一步展示了一比特 MIMO 系统要达到配备 M^{conv} 根天线的传统 MIMO 系统的性能，所需天线数量 M^{one}之间的关系。我们通过数值计算，绘制了在 $\epsilon = 10^{-3}$ M^{conv} 2.5 和不同的取值下，达到 $|R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{one}} - R_{\mathrm{sum}}^{\mathrm{conv}}| \leq \epsilon$ 所需的比值$\kappa = \frac{M^{\mathrm{one}}}{M^{\mathrm{conv}}}$。在较低的 P_t（或信噪比$= \frac{P_t}{\sigma^2}$）下，该比值约为，与推论4一致；随着 P_t 增至20dB，对于 $M^{\mathrm{conv}} = 100$，该比值则增至3.79，原因见第IV-C节。值得注意的是，即使在中高信噪比下，随着 M^{conv} 增加，κ 的增长速度较慢，最终开始下降并趋近于1；这是因为如注1所述，量化的影响会随 M 而减小。

接下来，我们研究使用一比特模数转换器和数模转换器替代 FR 模数转换器和数模转换器时，能否提高能效（EE）。下行链路中的 EE 定义为

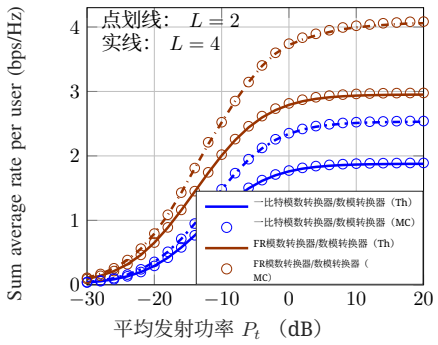

图2： P_t 、$M = 128$ 和 $K = 8$下的平均和速率。

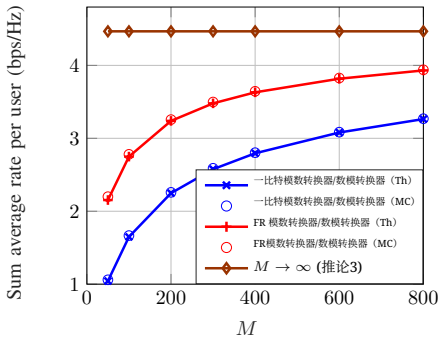

图3： M 下，$L = 4$、 $K = 8$和 $P_t = 10$ dB时的平均和速率。

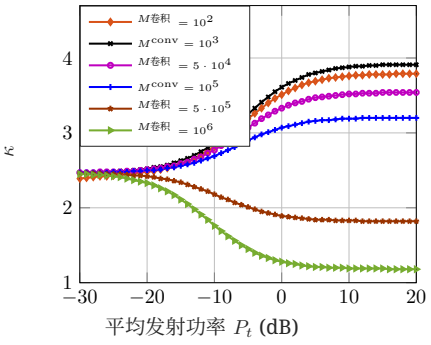

图4： $\kappa = \frac{M^{\text{one}}}{M^{\text{conv}}}$ 与 P_t 的比值（适用于$L = 4$ 和 $K = 8$）。

EE $= \frac{R_{\text{sum}}}{P_{\text{tot}}}$，其中 $P_{\text{tot}} = \frac{1}{\zeta} P_t + M(2P_{\text{DAC}} + P_{\text{RF}})$， ζ 为功率放大器效率， P_{DAC}为每个数模转换器的功耗， P_{RF} 为每条射频链的功耗，具体见 [8]。 P_{DAC} 随采样频率 f_s线性增长，并随比特数 b呈指数增长，其表达式为 $P_{\text{DAC}} = cf_s 2^b$，其中 $c = 494$fJ/步/Hz。为计算传统大规模 MIMO 蜂窝系统的 EE，我们考虑每个基站配备 $M^{\text{conv}} = 128$ 根天线，并假设每个数模转换器的分辨率为 $b = 10$比特，以实现近乎全分辨率。对于单比特大规模 MIMO 蜂窝系统，我们发现，需要 $M^{\text{one}} = 486$ 根天线才能达到与传统系统相同的平均和速率。利用这一数值，我们计算出 $R_{\text{sum}}^{\text{one}}$、 P_{tot} （其中 $b = 1$），进而得到 EE。结果以 f_s为横轴绘于图 5。对于$f_s > 100$MHz，单比特 MIMO 系统在实现相同平均和速率的同时，获得的 EE 高于传统 MIMO 系统。随着 f_s增加，传统系统的 EE 显著下降，这是因为全分辨率模数转换器和数模转换器的功耗占比相当高。这一结果极具前景，尤其适用于采用更大带宽和更高采样率的毫米波通信系统。因此，即使在毫米波系统中采用线性 ZF 预编码且信道状态信息不完美，单比特大规模 MIMO 仍是一种能效高的解决方案。

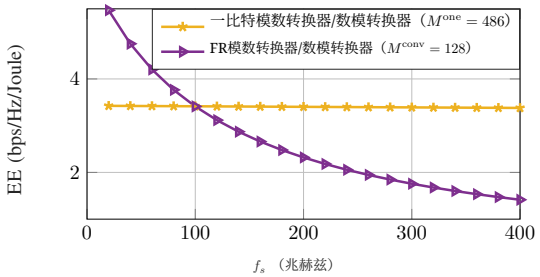

图 5：当$L = 4$、 $K = 8$ 和 $P_t = 10$ dB 时，能效随模数转换器/数模转换器采样频率的变化。

VI. 结论

本文研究了采用一比特模数转换器和数模转换器、使用迫零预编码且具有不完美信道状态信息的多小区大规模 MIMO 系统。利用 Bussgang 分解分别对量化接收训练信号和发射信号进行处理，我们推导出了每个基站处 MMSE 信道估计以及用户处遍历可达下行速率的闭式表达式。随后，我们研究了一比特蜂窝系统中每个基站的天线数与传统系统中每个基站所需天线数之比，以使两个系统实现相同的平均和速率。结果表明，在低信噪比下该比值为 2.5；而当考虑更大的天线阵列时，对于任意给定的信噪比，该比值会降至 1。我们还观察到，在较高带宽下，一比特 MIMO 的能效高于传统 MIMO。

参考文献

[1] J. Hoydis、S. ten Brink 和 M. Debbah，“蜂窝网络上行链路/下行链路中的大规模 MIMO：我们需要多少根天线？”*IEEE J. Sel. Areas Commun.*，第 31 卷，第 2 期，第 160–171 页，2013 年。[2] R. Walden，“模数转换器综述与分析”，*IEEE J. Sel. Areas Commun.*，第 17 卷，第 4 期，第 539–550 页，1999 年。[3] A. K. Saxena、I. Fijalkow 和 A. L. Swindlehurst，“多用户大规模 MIMO 下行链路的一比特量化预编码分析”，*IEEE Trans. Signal Process.*，第 65 卷，第 17 期，第 4624–4634 页，2017 年。[4] Y. Li 等，“一比特大规模 MIMO 系统的信道估计与性能分析”，*IEEE Trans. Signal Process.*，第 65 卷，第 15 期，第 4075–4089 页，2017 年。[5] S. Jacobsson 、 G. Durisi 、 M. Coldrey、T. Goldstein 和 C. Studer，“大规模多用户多输入多输出的量化预编码”，*IEEETrans. Commun.*，第 65 卷，第 11 期，第 4670–4684 页，2017 年。[6] Y. Li、C. Tao、A. Lee Swindlehurst、A. Mezghani 和 L. Liu，“采用一比特数模转换器的大规模 MIMO 系统下行链路可达速率分析”，*IEEE Commun. Lett.*，第 21 卷，第 7 期，第 1669–1672 页，2017 年。[7] Y. Zhang 等，“采用一比特模数转换器和数模转换器的无小区大规模多输入多输出的速率分析”，载于*IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*，2019 年，第 1–6 页。[8] E. Balti 和 B. L. Evans，“采用低分辨率数据转换器的全双工大规模 MIMO 蜂窝网络统一框架”，*IEEE Open J. Commun. Soc.*，第 4 卷，第 1–28 页，2023 年。[9] J. J. Bussgang，“幅度失真的高斯信号的互相关函数”，麻省理工学院电子学研究实验室，剑桥，马萨诸塞州，美国，技术报告 216，1952 年。[10] A. Papoulis 和 S. U. Pillai，概率、随机变量与随机过程。纽约，纽约州，美国：McGraw-Hill，2002 年。[11] H. Cramer，随机变量与概率分布，第 *36* 卷。剑桥，英国：Cambridge Univ. Press，2004 年。[12] J. Jose、A. Ashikhmin、T. L. Marzetta 和 S. Vishwanath，“多小区时分双工系统中的导频污染与预编码”，*IEEE Trans. Wirel. Commun.*，第 10 卷，第 8 期，第 2640–2651 页，2011 年。